Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Тульский государственный университет»

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

ГЕНЕРАТОРЫ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

отчет о практической работе №5
по дисциплине
ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ
Вариант №14

Выполнила _______________
ст. гр. №230711, Павлова В.С.
Проверила _______________
к. т. н, доцент Грачева И.А.

Тула, 2023

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧА РАБОТЫ

Цель работы: знакомство с принципами генерации случайных чисел.

Задание на работу:

1. Используя табличный метод, сформировать последовательность из 10 случайных чисел с 5-ю знаками после запятой в интервале [0,1].
2. Проверить качество работы генератора всеми представленными в данных методических указаниях методами.

ХОД РАБОТЫ

Согласно описанию табличного метода генерации случайных чисел, обходя таблицу слева направо сверху вниз, можно получать равномерно распределенные от 0 до 1 случайные числа с нужным числом знаков после запятой. Сгенерируем десять чисел с помощью таблицы, взятой из пособия [1]. Они приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Полученное распределение

0.18097	0.37542	0.88422	0.99019	0.12807
0.24805	0.64032	0.54876	0.74945	0.45753

Параметры распределения

ГСЧ должен выдавать близкие к следующим значения статистических параметров, характерных для равномерного случайного закона:

$$m_r \approx 0.5,$$

$$D_r \approx 0.083,$$

Рассчитаем данные характеристики для полученного в ходе эксперимента распределения:

$$m_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{10} \frac{r_i}{n} = 0.535 \approx 0.51,$$

$$D_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{10} \frac{(r_i - m_{\text{экс}})^2}{n} \approx 0.08.$$

Как видно из расчётов, дисперсия и математическое ожидание полученного ряда соответствуют теоретическим значениям параметров.

1. Частотный тест

Частотный тест позволяет выяснить, сколько чисел попало в интервал (m_r – σ_r; $m_r + \sigma_r$), то есть (0.2113; 0.7887). Теоретически установлено, что в хорошем ГСЧ в этот интервал должно попадать около 57.7% из всех выпавших случайных чисел. Также необходимо учитывать, что количество чисел, попавших в интервал (0; 0.5), должно быть примерно равно количеству чисел, попавших в интервал (0.5; 1). Полученная частотная диаграмма представлена на рисунке 2. Как видно из неё, в указанный интервал попало 70% чисел, что больше, чем 57.7%.

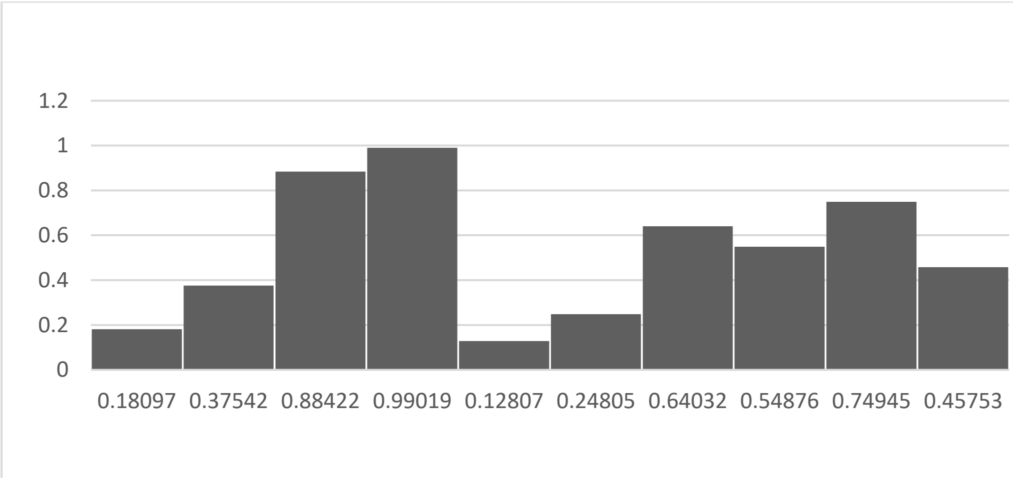

Рисунок 2 – Частотная диаграмма распределения

2. Проверка по критерию «хи-квадрат»

Вычислим $\chi^2_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - p_i * N)^2}{p_i * N}$, где k = 10, N = 10, n_i – количество случайных чисел, попавших в каждый интервал, а $p_i * N = \frac{1}{k} * N = 1$. Поскольку k = 10, то мы разбиваем область (0;1) на интервалы (0; 0.1), (0.1; 0.2) и т.д. Получены следующие частоты (таблица 2):

Таблица 2 – Данные полученного распределения

Интервал	Количество чисел, попавших в интервал
[0; 0.1)	0

Таблица 2 – Данные полученного распределения

[0.1; 0.2)	2
[0.2; 0.3)	1
[0.3; 0.4)	1
[0.4; 0.5)	1
[0.5; 0.6)	1
[0.6; 0.7)	1
[0.7; 0.8)	1
[0.8; 0.9)	1
[0.9; 1)	1

По данной таблице получено значение $\chi^2_{\text{экс}} = \frac{(2\text{-}1)^2+(0\text{-}1)^2+8*(1\text{-}1)^2}{1} = 2$. Согласно таблице из МУ, $\chi^2_{\text{теор}}$(p, v) = $\chi^2_{\text{теор}}(0.25, 9) \approx 5.899$. Получено $\chi^2_{\text{экс}} <$ $\chi^2_{\text{теор}}$, что говорит о том, что данную проверку полученное распределение прошло.

3. Проверка на частоту появления цифры в последовательности

Вычислим частоту появления каждой цифры и занесем её в таблицу 3. Для расчёта критерия хи-квадрат примем $p_i * N = 5$. Теоретическая вероятность p_i выпадения i-ой цифры (от 0 до 9) есть 0.1, а всего имеется $N = 50$ цифр.

Таблица 3 – Данные о частоте появления цифр в полученном распределении

Цифра	Число повторений
0	5
1	3
2	6
3	3
4	7
5	6
6	2
7	6
8	6
9	5

По данной таблице получено значение $\chi^2_{\text{экс}} = \frac{2*(3-5)^2+4*(6-5)^2+(7-5)^2+(2-5)^2}{5} = 5$. Согласно таблице из МУ, $\chi^2_{\text{теор}}(0.25, 9) \approx 5.899$. Получено $\chi^2_{\text{экс}} < \chi^2_{\text{теор}}$, поэтому можно говорить о том, что данную проверку полученное распределение прошло.

4. Проверка появления серий из одинаковых цифр

Вычислим частоту появления серий цифр в нашей последовательности и занесем её в таблицу 4. В таблице серия длиной в одну цифру обозначена как «Серия X», серия длиной в две цифры – «Серия XX», а серия из трёх цифр – «Серия XXX». Известно, что вероятности появления этих серий равны $p_1 = 0.9$, $p_2 = 0.09$ и $p_3 = 0.009$ соответственно, ноль не считается. Всего цифр N = 50.

Таблица 4 – Данные о частоте появления серий цифр в полученном распределении

Категория	Серия X	Серия XX	Серия XXX
Вероятность	0.9	0.09	0.009
Ожидаемое число попаданий	45	4,5	0,45
Наблюдаемое число попаданий	45	3	0

По данной таблице получено значение $\chi^2_{\text{экс}} = \frac{(45-45)^2}{45} + \frac{(4{,}5-3)^2}{4{,}5} + {}$ $+ \frac{(0-0{,}45)^2}{0{,}45} = 0.95$. Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{\text{теор}}(0.5, 2) = 1.386$. Получено $\chi^2_{\text{экс}} < \chi^2_{\text{теор}}$, поэтому можно говорить о том, что данную проверку полученное распределение прошло.

ВЫВОД

В рамках данной практической работы я ознакомилась с принципами генерации случайных чисел. Таблица, взятая из пособия [1] в качестве генератора случайных чисел, выдержала 4 из 5 проверок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. The RAND Corporation. A Million Random Digits with 100 000 Normal Deviates. – N.Y.: Free Press, 1966. P.1.