Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Тульский государственный университет»

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

ГЕНЕРАТОРЫ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

отчет о практической работе №5
по дисциплине
ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ
Вариант №14

Выполнила _______________

ст. гр. №230711, Павлова В.С.

Проверила _______________

к. т. н, доцент Грачева И.А.

Тула, 2023

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧА РАБОТЫ

Цель работы: знакомство с принципами генерации случайных чисел.

Задание на работу:

1. Используя табличный метод, сформировать последовательность из 10 случайных чисел с 5-ю знаками после запятой в интервале [0,1].
2. Проверить качество работы генератора всеми представленными в данных методических указаниях методами.

ХОД РАБОТЫ

Генерация распределения

Согласно описанию табличного метода генерации случайных чисел, обходя таблицу слева направо сверху вниз, можно получать равномерно распределенные от 0 до 1 случайные числа с нужным числом знаков после запятой. Сгенерируем с помощью таблицы, взятой из пособия по теории вероятностей [1] и приведённой на рисунке 1, десять таких случайных чисел, выбирая по 5 цифр и записывая их после запятой.

Строка	Столбцы	
	1–5	6–10
1	22719	92549
2	17618	88357
3	25267	35973
4	88594	69428
5	60482	33679
6	30753	19458
7	60551	24788
8	35612	09972
9	43713	18448
10	73998	97374

Рисунок 1 – Краткая таблица случайных чисел

Обходя таблицу слева направо, получаем следующие числа:

0.22719	0.92549	0.17618	0.88357	0.25267
0.35973	0.88594	0.69428	0.60482	0.33679

Проверка качества работы генератора

1. Параметры распределения

ГСЧ должен выдавать близкие к следующим значения статистических параметров, характерных для равномерного случайного закона:

$$m_r \approx 0.5,$$

$$D_r \approx 0.83,$$

Рассчитаем данные характеристики для полученного в ходе эксперимента распределения:

$$m_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{10} \frac{r_i}{n} = 0.535 \approx 0.5,$$

$$D_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{10} \frac{(r_i - m_{\text{экс}})^2}{n} = 0.800603 \approx 0.83.$$

Как видно из расчётов, дисперсия и математическое ожидание полученного ряда соответствуют теоретическим значениям статистических параметров.

2. Частотный тест

Частотный тест позволяет выяснить, сколько чисел попало в интервал (m_r – σ_r; $m_r + \sigma_r$), то есть (0.2113; 0.7887). Теоретически установлено, что в хорошем ГСЧ в этот интервал должно попадать около 57.7% из всех выпавших случайных чисел. Также необходимо учитывать, что количество чисел, попавших в интервал (0; 0.5), должно быть примерно равно количеству чисел, попавших в интервал (0.5; 1).

Полученная частотная диаграмма представлена на рисунке 2. Как видно из неё, в диапазон (0.2113; 0.7887) попали 9 чисел из 10, что соответствует 90%. Это больше, чем необходимо, однако количество чисел, попавших в интервал (0; 0.5) оказалось равно количеству чисел, попавших в интервал (0.5; 1).

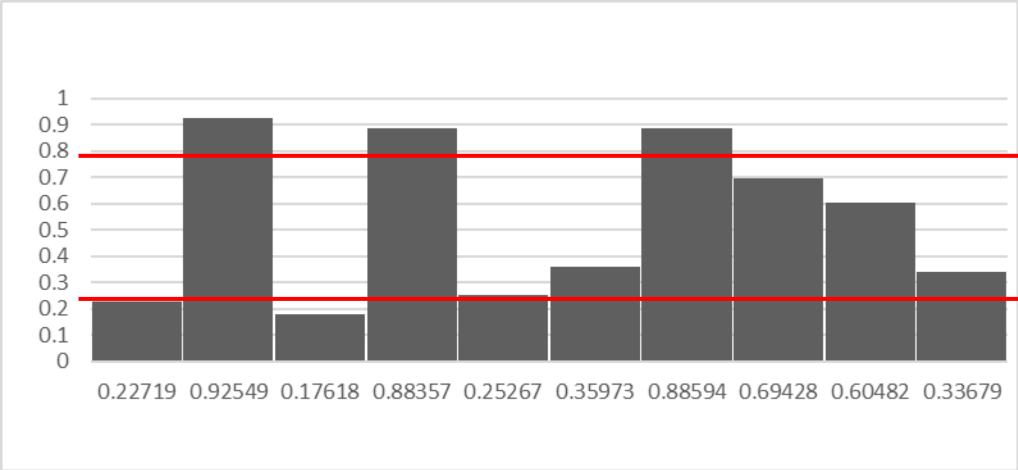

Рисунок 2 – Частотная диаграмма распределения

3. Проверка по критерию «хи-квадрат»

Вычислим $\chi^2_{\text{экс}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - p_i * N)^2}{p_i * N}$, где k = 10, N = 50, n_i – количество случайных чисел, попавших в каждый интервал, а $p_i * N = \frac{1}{k} * N = 5$. Поскольку k = 10, то мы разбиваем область (0;1) на интервалы (0; 0.1), (0.1; 0.2) и т.д.

Для получения 50 чисел из нашей таблицы использовалась программа на языке программирования C++, приведённая в листинге 1 в конце данного отчёта. Полученное распределение чисел выглядит следующим образом:

```
0.35612 0.9972 0.22719  0.92549 0.43713
0.18448 0.43713 0.18448 0.22719 0.92549
0.88594 0.69428 0.60551 0.24788 0.43713
0.18448 0.43713 0.18448 0.88594 0.69428
0.30753 0.19458 0.30753 0.19458 0.25267
0.35973 0.43713 0.18448 0.43713 0.18448
0.22719 0.92549 0.17618 0.88357 0.60482
 0.33679 0.43713 0.18448 0.35612 0.9972
0.25267 0.35973 0.60551 0.24788 0.43713
 0.18448 0.35612 0.9972 0.25267 0.35973
```

Получены следующие частоты (таблица 1):

Таблица 1 – Данные полученного распределения

Интервал	Количество чисел, попавших в интервал
[0; 0.1)	0
[0.1; 0.2)	11

[0.2; 0.3)	8
[0.3; 0.4)	9
[0.4; 0.5)	8
[0.5; 0.6)	0
[0.6; 0.7)	5
[0.7; 0.8)	0
[0.8; 0.9)	3
[0.9; 1)	6

По данной таблице получено значение $\chi^2_{\text{экс}} = 25$. Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{\text{теор}}(p, \nu) = \chi^2_{\text{теор}}(p, N-1) = \chi^2_{\text{теор}}(0.5, 49) = 42.94$. Получено $\chi^2_{\text{экс}} < \chi^2_{\text{теор}}$, что говорит о том, что данную проверку полученное распределение прошло.

4. Проверка на частоту появления цифры в последовательности

Вычислим частоту появления каждой цифры в выпавшей в шаге 3 экспериментальной последовательности и занесем её в таблицу 2. Для расчёта критерия хи-квадрат примем $p_i * N = 24{,}2$ поскольку всего получено 242 цифр.

Таблица 2 – Данные о частоте появления цифр в полученном распределении

Цифра	Число повторений
1	28
2	26
3	32
4	36
5	23
6	13
7	27
8	32
9	25

По данной таблице получено значение $\chi^2_{экс} = 17$. Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{теор}$(p, ν) = $\chi^2_{теор}$(p, N-1) = $\chi^2_{теор}(0.5,\ 241) \approx 220$. Получено $\chi^2_{экс} < \chi^2_{теор}$, однако разница между числами достаточно велика, поэтому нельзя говорить о том, что данную проверку полученное распределение прошло.

5. Проверка появления серий из одинаковых цифр

Вычислим частоту появления серий цифр в нашей последовательности и занесем её в таблицу 3. В таблице серия длиной в одну цифру обозначена как «Серия X», серия длиной в две цифры – «Серия XX», а серия из трёх цифр – «Серия XXX». Известно, что вероятности появления этих серий равны $p_1 = 0.9$, $p_2 = 0.09$ и $p_3 = 0.009$ соответственно. Всего имеется N = 242 цифр.

Таблица 3 – Данные о частоте появления серий цифр в полученном распределении

Цифра	Серия X	Серия XX	Серия XXX
1	28	0	0
2	26	6	1
3	32	1	0
4	36	8	0
5	23	2	0
6	13	0	0
7	27	0	0
8	32	7	2
9	25	6	0
Сумма:	242	30	3

1) Для серии из одной цифры имеем значение $\chi^2_{экс} = \frac{(242-242*0,9)^2}{242*0,9} \approx 2.67$. Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{теор}(0.5,\ 241) \approx 225$. Получено $\chi^2_{экс} \ll \chi^2_{теор}$.

2) Для серии из двух цифр имеем значение $\chi^2_{экс} = \frac{(30-30*0,09)^2}{30*0,09} \approx 276.$ Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{теор}(0.5, 29) = 24.48.$ Получено $\chi^2_{экс} \gg \chi^2_{теор}$.

3) Для серии из одной цифры имеем значение $\chi^2_{экс} = \frac{(3-3*0,009)^2}{3*0,009} = 327.4$. Согласно таблице из методических указаний, $\chi^2_{теор}(0.5, 2) = 1.386$. Получено $\chi^2_{экс} \gg \chi^2_{теор}$.

Выводы о проведённых проверках

Таблица, взятая из пособия [1], выдержала только 3 из 5 проверок и, как следствие, не может считаться достаточно качественным ГСЧ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Мостеллер Ф., Рурке Р., Томас Дж. Вероятность / Перевод с англ. Новое издание. — М.: МЦНМО, 2015. — 356 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Листинг 1 – Код программы для генерации чисел табличным методом

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <random>

int main()
{
    std::ifstream inputFile("input.txt");
    if (!inputFile.is_open())
    {
        std::cout << "Failed to open the file." << std::endl;
        return EXIT_FAILURE;
    }

    std::vector<std::pair<int, int>> numbers;
    int firstNum, secondNum;

    while (inputFile >> firstNum >> secondNum)
    {
        numbers.push_back({ firstNum, secondNum });
    }

    inputFile.close();

    std::random_device rd;
    std::mt19937 gen(rd());
```

Листинг 1 – Код программы для генерации чисел табличным методом (продолжение)

```
    int count = 0;
    while (count < 50)
    {
    std::uniform_int_distribution<> distribution(0, numbers.size() - 1);
    int randomIndex = distribution(gen);
    std::pair<int, int> randomPair = numbers[randomIndex];

        std::cout << "0." << randomPair.first << "\t" << "0." << randomPair.second
<< " ";
        if (count % 4 == 0 && count != 0)
            std::cout << std::endl;
        count++;

    }
    return EXIT_SUCCESS;
}
```

ВЫВОД

В рамках данной практической работы я ознакомилась с принципами генерации случайных чисел.