

hw-7 (2023/11/07)

姓名:

学号:

p.49: 2-(c) Translate each of the following statements into symbols, **first** using no existential quantifiers, and **second** using no universal quantifiers.

(c) *No mouse is heavier than any elephant.*

(注意: 题目要求大家要分别用“全称量词”和“存在量词”符号化句子, 因此你的翻译至少有两句)

**Your answer:**

(10 points)

Let

$M(x)$  :  $x$  is a *mouse*

$E(x)$  :  $x$  is an *elephant*

$H(x, y)$  :  $x$  is *heavier than*  $y$

Using *no* existential quantifier:

(5 points)

1.  $(\forall x)(\forall y)(M(x) \wedge E(y) \rightarrow \neg H(x, y))$ , or
2.  $(\forall x)(\forall y)(M(x) \rightarrow (E(y) \rightarrow \neg H(x, y)))$ , or
3.  $(\forall x)(M(x) \rightarrow (\forall y)(E(y) \rightarrow \neg H(x, y)))$ , or
4. any other reasonable answers.

Using *no* universal quantifier:

(5 points)

1.  $\neg(\exists x)(\exists y)(M(x) \wedge E(y) \wedge H(x, y))$ , or
2.  $\neg(\exists x)(M(x) \wedge (\exists y)(E(y) \wedge H(x, y)))$ , or
3. any other sensible answers.

□

.....作业反馈 .....

这次作业大部分人都写得很好, 但有两点要尤其注意下:

- 对谓词的拆解不完全。有人的用诸如  $D(x)$  这样的符号来表示谓词 “ $x$  比老鼠重”, 便会有如下的翻译 ( $E(x)$  表示 “ $x$  是大象”):

$$(\forall x)(E(x) \rightarrow D(x))$$

这种翻译就没有把谓词 “... 比 ... 重” 符号化。

- 如果用  $H(x, y)$  表示 “ $x$  比  $y$  重”, 有些同学会把  $H(y, x)$  理解为  $H(x, y)$  的否定, 即认同  $H(y, x) = \neg H(x, y)$ , 进而有如下的翻译:

$$(\forall x)(\forall y)(M(x) \wedge E(y) \rightarrow H(y, x)) \quad (*)$$

这种翻译直观上好像可以，但仔细想想，如果我们令  $x = y$ ，就会产生下面的问题

$$H(x, x) = \neg H(x, x)$$

采用这种翻译的同学其实在脑海中预设了  $H(x, y)$  是一个严格偏序关系（即“反自反 + 传递”），但这就需要额外的一阶公式来说明  $H$  是一个严格偏序关系，因此严格来说上面的翻译 (\*) 是不符合题意的。不过改作业还是采取了宽容的态度，但这并不说明这种答案可行，请特别注意这点！