

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**SES-ÜSTÜ UÇAKLarda
ÇOK-DİSİPLİNİLİ VE ÇOK-DOĞRULUKLU
OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**



YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şühmehmet YILDIZ

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dah

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

OCAK 2022

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

SES-ÜSTÜ UÇAKLarda
ÇOK-DİSİPLİNLİ VE ÇOK-DOĞRULUKLU
OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şühmehmet YILDIZ
(511181203)

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Melike NİKBAY

OCAK 2022

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

**APPLICATION OF MULTI-DISCIPLINARY
AND MULTI-FIDELITY OPTIMIZATION METHODS
IN SUPERSONIC AIRCRAFT DESIGN**



M.Sc. THESIS

**Şühmehmet YILDIZ
(511181203)**

Department of Astronautics and Aeronautics Engineering

Astronautics and Aeronautics Engineering Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Melike NİKBAY

OCAK 2022

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 511181203 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Şühmehmet YILDIZ, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “SES-ÜSTÜ UÇAKLARDA ÇOK-DİSİPLİNLİ VE ÇOK-DOĞRULUKLU OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Melike NİKBAY
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Bayram ÇELİK
İstanbul Teknik Üniversitesi

Dr. Nadir İNCE
General Electric

Teslim Tarihi : 14 Ocak 2022
Savunma Tarihi : 31 Ocak 2022





Tüm öğretmenlerime,



ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim süresince bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım ve bu çalışmanın planlanmasımdan yazım aşamasına kadar fikir ve görüşleriyle bana yol gösteren değerli danışman hocam Prof. Dr. Melike Nikbay'a teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Ayrıca eğitim hayatım boyunca üstümde emeği geçen tüm öğretmenlerime teşekkürü borç bilirim.

Tez kapsamında yaptığım düşük doğruluklu akış analizlerinde ve sonik patlama hesaplamalarındaki katkılarından dolayı Yusuf Demiroğlu'na teşekkür ederim.

Bu çalışma MYL-2019-42352 proje numaralı 'Ses-Üstü Uçaklarda Çok-Disiplinli ve Çok-Sadakatlı Optimizasyon Yöntemlerinin Uygulanması' başlıklı yüksek lisans tez projesi programı kapsamında İstanbul Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimince desteklenmiştir. İstanbul Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimine desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiş olup, finansal desteklerinden dolayı TÜBİTAK kurumuna teşekkür ederim. Çalışma 218M471 proje numaralı 'Development of Multifidelity and Multidisciplinary Methodologies Integrating Sonic Boom, Aeroelasticity and Propulsion System for Supersonic Aircraft Design' başlıklı TÜBİTAK 1001 projesi kapsamında desteklenmiştir.

Bu çalışmada kullanılan hesaplama kaynakları Ulusal Yüksek Başarımlı Hesaplama Merkezi'nin (UHeM), 4010602021 numaralı desteğiyle, sağlanmıştır.

Son olarak desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, zorluklar ile karşılaşduğım her zaman yanımdayan aileme ve dostlarımı en derin içtenlikle teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 2022

Şühmehmet YILDIZ



X

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	ix
İÇİNDEKİLER	xi
KISALTMALAR	xiii
SEMBOLLER	xv
ÇİZELGE LİSTESİ	xvii
ŞEKİL LİSTESİ	xix
ÖZET	xxii
SUMMARY	xxv
1. GİRİŞ	1
1.1 Literatür Araştırması	2
1.2 Tez Taslağı	6
2. TEK- ve ÇOK-DOĞRULUKLU MODELLEME	7
2.1 Temsili Modelleme Yöntemi	7
2.1.1 Kriging temsili modelleme yöntemi	7
2.1.2 Polinom kaos genişlemesi temelli temsili modelleme yöntemi	12
2.2 Çok-Doğruluklu Modelleme Yöntemi	15
2.2.1 Co-Kriging	15
2.2.2 Çok-doğruluklu polinom kaos genişleme yöntemi	19
2.3 Çok-Doğruluklu Monte Carlo Yöntemi	21
2.4 Doğrulama Çalışması	23
2.4.1 Çok-doğruluklu temsili modelleme	23
2.4.2 Çok-doğruluklu belirsizlik analizi	28
2.4.2.1 Çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi ile uygulama	29
2.4.2.2 Çok-doğruluklu polinom kaos yöntemi ile uygulama	31
2.4.2.3 Belirsizlik analizi sonuçlarının karşılaştırılması	33
3. OPTİMİZASYON METODOLOJİSİ	35
3.1 Genetik Algoritma	35
3.2 Çoklu Başlangıç Noktalı Davidon-Fletcher-Powell	38
3.3 Çok-Amaçlı Optimizasyon Metodolojisi	39
3.3.1 ϵ -kısıtlamalı method	40
4. AERODİNAMİK ANALİZ	41
4.1 Yüksek Doğruluklu Akış Analizi için Ağ Yapısının Oluşturulması	41
4.1.1 Süpersonik uçaklar için hibrid ağ yapısı	42
4.2 Yüksek Doğruluklu Akış Çözücüsü: SU2-Euler Çözücüsü	45
4.2.1 Yüksek doğruluklu ses-üstü akış problemi için çözüm yöntemi	45
4.3 Düşük Doğruluklu Akış Çözücüsü: A502/Panair 3D Panel Yöntemi	47
4.4 Farklı Doğruluklu Akış Çözücülerini için Doğrulama ve Karşılaştırma Çalışması	47
4.4.1 Yüksek doğruluklu akış çözümü için doğrulama çalışması	48
4.4.2 Düşük doğruluklu akış analizi	53

4.4.2.1 Delta kanat geometrisi.....	53
4.4.2.2 JAXA kanat gövde geometrisi	55
5. SONİK PATLAMA.....	57
5.1 Sonik Patlama Hesabı - sBoom	57
5.2 Doğrulama Çalışması	58
5.2.1 Delta kanat geometrisi.....	59
5.2.2 JAXA kanat gövde geometrisi	60
6. UYGULAMALAR	63
6.1 Çok-Doğruluklu Sonik Patlama Minimizasyonu	63
6.1.1 Geometri tanımlaması	63
6.1.2 Başlangıç geometrisi	67
6.1.3 Akış çözümleri	68
6.1.4 Sonik patlama hesapları	70
6.1.5 Çok-doğruluklu temsili model	70
6.1.6 Optimizasyon çalışması.....	72
6.1.6.1 Optimizasyon yöntemi	72
6.1.6.2 Tek-amaçlı optimizasyon	73
6.1.6.3 Çok-amaçlı optimizasyon.....	76
6.2 Çok-Doğruluklu Sonik Patlama Belirsizlik Analizi	77
6.2.1 Problem tanımı	77
6.2.2 Çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi ile belirsizlik analizi	78
6.2.3 Çok-doğruluklu polinom kaos genişlemesi yöntemi ile belirsizlik analizi	81
6.2.4 Çok-doğruluklu PCE ve MC yöntemlerinin kıyaslanması.....	85
7. ÖZET ve GELECEK ÇALIŞMALAR.....	87
KAYNAKLAR.....	89
ÖZGEÇMİŞ	98

KISALTMALAR

CST	: Sınıf-Şekil Tranformasyonu (Class Shape Transformation)
dB	: decibel
DFP	: Davidon-Fletcher-Powell
DW	: Delta Kanat (Delta wing)
GP	: Gaussian süreci (Gaussian process)
HAD	: Hesaplamlı Akışkanlar Dinamigi
JWB	: JAXA Kanat Gövde (JAXA Wing Body)
MC	: Monte Carlo
MCMC	: Markov Chain Monte Carlo
MFMC	: Çok-doğruluklu Monte Carlo (Multi-fidelity Monte Carlo)
MFPCE	: Çok-doğruluklu Polinom Kaos Genişlemesi (Multi-fidelity Polynomial Chaos Expansion)
MOEA	: Çok Amaçlı Evrimsel Algoritma (Multi Objective Evalutionary Algorithm)
MSE	: Ortalama Karesel Hata (Mean Squared Error)
NSGA	: Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma (The Nondominated Sorting Genetic Algorithm)
PCE	: Polinom Kaos Genişlemesi (Polynomial Chaos Expansion)
SBPW	: Sonik Patlama Tahmin Çalıştayı (Sonic Boom Prediction Workshop)

SEMBOLLER

$[]$: Matris
\vec{x}	: Vektör
\tilde{f}	: f temsili modeli
\bar{x}	: x değişkenlerinin ortalaması
\hat{y}	: Temsili modelin tahmini



ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1 : Sürekli olasılık dağılımlarının biçimleri ile Wiener-Askey şeması arasındaki bağlantı.....	12
Çizelge 2.2 : Belirsiz değişkenlerin istatistikleri.....	29
Çizelge 2.3 : Değişen bütçe değerlerine bağlı olarak MFMC tahmini ve kullanılan analiz sayıları.....	31
Çizelge 2.4 : Uygulama sonuçlarının karşılaştırması	33
Çizelge 3.1 : DFP yöntemi için algoritma.....	38
Çizelge 4.1 : Sayısal ayıklaştırma yöntemlerinin kıyaslaması	46
Çizelge 4.2 : Delta kanat geometrisi için akış analizi parametreleri	48
Çizelge 4.3 : JWB Analiz Parametreleri	51
Çizelge 5.1 : DW modeli için sonik patlama parametreleri	59
Çizelge 5.2 : JWB modeli için sonik patlama parametreleri	60
Çizelge 6.1 : Kanat geometrisi parametreleri	66
Çizelge 6.2 : Başlangıç kanat geometrisi parametreleri	67
Çizelge 6.3 : Sonuçların kıyaslanması	69
Çizelge 6.4 : Temsili model hata oranları	72
Çizelge 6.5 : Optimum parametreler ve sonuçlar	74
Çizelge 6.6 : Optimum geometri sonuçları.....	75
Çizelge 6.7 : Belirsiz değişkenlerin istatistikleri.....	78
Çizelge 6.8 : Değişen bütçe değerlerine bağlı olarak MFMC tahmini ve kullanılan analiz sayıları.....	80
Çizelge 6.9 : Sonik patlama değerindeki belirsizlik için istatistiksel değerler	84
Çizelge 6.10 : Yöntemlerin kıyaslanması	85

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Kriging yöntemi için geliştirilen kodun akış diyagramı	11
Şekil 2.2 : Co-Kriging yöntemi için geliştirilen kodun akış diyagramı	19
Şekil 2.3 : Forrester denklemi için co-Kriging yöntemi uygulaması	25
Şekil 2.4 : Forrester denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu $(N_{lf} = 30)$	25
Şekil 2.5 : ALOS denklemi için co-Kriging yöntemi uygulaması	27
Şekil 2.6 : ALOS denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu ($N_{lf} = 50$)	27
Şekil 2.7 : Paciorek fonksiyonu yüksek ve düşük doğruluklu tepki yüzeyi	28
Şekil 2.8 : Paciorek denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu $(N_{lf} = 100)$	28
Şekil 2.9 : Farklı bütçe değerleri için MFMC ortalama tahmini	30
Şekil 2.10 : Farklı bütçe değerleri için MFMC varyans tahmini.....	31
Şekil 2.11 : Düşük doğruluklu temsili modelin regresyon ve tahmin hatası	32
Şekil 2.12 : Farklı doğruluklu modeller için sonuçlardaki dağılım	33
Şekil 3.1 : Bir uçağın genetik algoritma ile benzetimi	36
Şekil 3.2 : Genetik algoritma akış şeması	37
Şekil 4.1 : Hibrid ağ yapısı [1].....	43
Şekil 4.2 : Yakın ve uzak alan ağ yapısı [1].....	43
Şekil 4.3 : Hibrid ağ yapısı - çekirdek ağ yapısı	44
Şekil 4.4 : Hibrid ağ yapısı	44
Şekil 4.5 : JST ve LAX yöntemleri ile elde edilen Mach sayısı dağılımı.....	46
Şekil 4.6 : Delta kanat geometrisi [2]	48
Şekil 4.7 : Delta kanat geometrisi için oluşturulan yüzey ağı	49
Şekil 4.8 : Delta kanat geometrisi için oluşturulan hibrit ağ yapısı	49
Şekil 4.9 : Delta kanat geometrisi Mach sayısı dağılımı, yandan görünüm	49
Şekil 4.10 : Delta kanat geometrisi Mach sayısı dağılımı, izometrik görünüm	50
Şekil 4.11 : Delta kanat geometrisi için 24.8 inç mesafede basınç izi kıyaslaması ..	50
Şekil 4.12 : JWB geometrisi	51
Şekil 4.13 : JWB geometrisi üzerindeki Mach sayısı dağılımı	52
Şekil 4.14 : JWB geometrisi için simetri eksenlerindeki Mach sayısı dağılımı	52
Şekil 4.15 : JWB geometrisinin 2.55 boy altındaki basınç izi kıyaslaması [3]	53
Şekil 4.16 : PANAIR programı için DW geometrisine oluşturulan panel yapısı....	53
Şekil 4.17 : SU2 ile Panair programlarından elde edilen basınç katsayıları dağılımı..	54
Şekil 4.18 : Delta kanat geometrisi için yakın alan basınç dağılımı karşılaştırması	54
Şekil 4.19 : PANAIR programı için JWB geometrisine oluşturulan panel yapısı...	55
Şekil 4.20 : JWB geometrisi için basınç katsayılarının karşılaştırılması (soldaki üst, sağdaki alt yüzey).....	55
Şekil 4.21 : JWB geometrisi için yakın alan basınç dağılımı karşılaştırması	56

Şekil 5.1 : Yakın alan akustik çözümüne dayanan sonik patlama tahmin süreci [4]	57
Şekil 5.2 : DW geometrisi için PANAIR ve SU2'dan elde edilen yakın alan basınç izleri	59
Şekil 5.3 : DW modeli yer basınç izi karşılaştırması	60
Şekil 5.4 : JWB modeli yakın alan basınç izi karşılaştırması	61
Şekil 5.5 : JWB modeli yer basınç izi karşılaştırması	61
Şekil 6.1 : Kanat üst görünümünün parametreleri	64
Şekil 6.2 : ESP programından alınan örnek bir geometri.....	65
Şekil 6.3 : JAXA kanat gövde geometrisi üst görünüm	66
Şekil 6.4 : JAXA kanat gövde geometrisi gövde arkası için sadeleştirme	66
Şekil 6.5 : Geometri parametreleri ile oluşturulmuş 4 tane örnek kanat.....	67
Şekil 6.6 : Başlangıç geometrisi	68
Şekil 6.7 : Üst yüzey basınç katsayısı kıyaslaması	69
Şekil 6.8 : Alt yüzey basınç katsayısı kıyaslaması.....	69
Şekil 6.9 : Yakın alan basınç izi kıyaslaması, 2 boy altı	70
Şekil 6.10 : Başlangıç geometrisi yer imzası kıyaslaması	71
Şekil 6.11 : Çok-doğruluklu optimizasyon için akış şeması	73
Şekil 6.12 : Optimum geometriler.....	75
Şekil 6.13 : Pareto front eğrisi, örnek geometriler ile birlikte	77
Şekil 6.14 : Değişen bütçe değerlerine bağlı MFMC ortalama tahmini	79
Şekil 6.15 : Değişen bütçe değerlerine bağlı MFMC varyans tahmini	79
Şekil 6.16 : MC ve MFMC tahmininin MSE karşılaştırması	80
Şekil 6.17 : Çok-doğruluklu PCE yöntemi için akış diyagramı	82
Şekil 6.18 : Düşük doğruluklu temsili modelin regresyon ve tahmin hatalı	83
Şekil 6.19 : Sonik patlamadaki olasılık dağılımı	84

**SES-ÜSTÜ UÇAKLarda
ÇOK-DİSİPLİNLİ VE ÇOK-DOĞRULUKLU
OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**

ÖZET

Hem ekonomik hem de çevresel olarak düzenlemelere uygun ses-üstü araçların geliştirilmesi, günümüzde sivil havacılık çalışmalarındaki zorlu hedefler arasında öncelikli olarak yer almaktadır. 1970'li yıllarda karşımıza çıkan bu hedef ilk ses-üstü ticari uçak olan Concorde'un tasarımı ile hayatı geçmiştir. Her ne kadar ses-üstü uçan ticari bir uçak üretilmiş olsa da işletme maliyetleri ve sonik patlamalardan kaynaklı gürültülerden dolayı 2003 yılında emekliye ayrılmıştır. Ardından çeşitli çalışmalar denenmiştir ancak halen ticari taşımalarda süreklilik sağlayabilen bir tasarımın ortaya konulmadığı görülmektedir. Günümüzde bu hedefi geliştirmek için Boeing, Airbus gibi büyük firmaların ve NASA, JAXA gibi araştırma kurumlarının bu konuda yoğun çalışmalar yürüttüğü görülmektedir.

Yakın geçmişe kadar hava aracı tasarım süreci, bir tasarımın ortaya konulması ve onun tasarım hedeflerine ulaşılmasına için tasarımında yapılan iyileştirmeler şeklinde ilerlemektedir. Ancak günümüzde bu tasarım süreçleri sayısal optimizasyon çalışmaları ile ilerletilmektedir. Böylelikle tasarım sürecinde birden fazla alternatif tasarımını istenen hedefler doğrultusunda bir sürücü algoritma sayesinde sayısal olarak test etme imkanı olmaktadır. Bu teknoloji tasarımcıların verimli bir şekilde daha başarılı hava araçları tasarlamalarına imkan vermektedir. Optimizasyon çalışmalarının tasarım sürecindeki bu avantajlarına rağmen, gerektirdiği yüksek hesaplama gücü ve zaman alıcı iteratif analiz süreçleri dezavantaj olmaktadır. Ancak ses-üstü uçaklar gibi çok-disiplinli tasarım gerektiren ve birçok sertifikasyon kısıtlamaları olan bir ürünü, istenen şartlara uygun bir şekilde tasarlayabilmek için optimizasyon çalışmaları zorunluluk haline gelmektedir.

Dijital teknolojilerin gelişmesi ile birlikte uçak tasarım süreçleri ve kullanılan yöntemler de değişim göstermektedir. Yakın geçmişe kadar uçak tasarım süreçlerinde ağırlıklı olarak potansiyel akış yöntemlerini dayanan panel yöntemleri kullanılmaktaydı. Panel yöntemleri hızlı ve yeterli sonuç vermesine rağmen bazı varsayımlara dayanmasından dolayı günümüzde yerini daha doğru sonuçlar veren Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) analizlerine bırakmıştır. Günümüzdeki HAD yöntemleri ile deneyel sonuçlara yakın sonuçlar elde etmek mümkündür. Ancak HAD analizlerine dayanan optimizasyon çalışmaları oldukça maliyetli olabilmektedir. Özellikle bu tez kapsamında ele alınan süpersonik uçaklarda, ses-altı hızlarda uçan uçakların aksine önemli bir kriter olarak karşımıza çıkan sonik patlama hesapları için büyük akış alanlarının analizinin yapılması gerekliliği HAD temelli optimizasyon çalışmalarının maliyetinin katlanılmaz boyutlara çıkarabilmektedir.

Hesaplamalı analizler alanında artan bilgi ile artan optimizasyon çalışması sürelerini makul seviyelerde tutmak için çeşitli yöntemler çalışmalara dahil olmuştur. Bunların

ılıki ve temeli vekil modelleme yöntemleridir. Vekil modelleme yöntemleri belli sayıda farklı tasarım değişkeni için elde edilen analiz sonuçları kullanılarak aynı girdi değerleri için analiz programına çok yakın sonuç veren temsili bir modelin oluşturulmasına dayanır. Belli sayıda analiz sonucu ile kurulan temsili modeller, analiz programına yakın sonuç verdiği için optimizasyon çalışmasında analiz programı yerine kullanılarak optimizasyon süreci hızlandırılmaktadır. Vekil modelleme yöntemleri verimli yöntemler olsalar da, optimizasyon probleminin boyutuna bağlı olarak temsili modeli kurmak için gereken analiz sayısı artış göstermektedir. Gerekli olan analiz sayısındaki artış ile optimizasyon çalışmasının maliyeti de artış göstermeye olup, pahalı analiz programlarının kullanıldığı yüksek boyutlu optimizasyon çalışmalarında çok-doğruluklu vekil modellerin kullanıldığı gözlemlenmektedir. Çok-doğruluklu vekil modellemede farklı doğruluklu analiz programları birlikte kullanılmakta olup, temelde iki kademeli vekil modelleme yöntemleridir. Çok-doğruluklu temsili modelleme için ilk aşamada çok sayıda düşük doğruluklu analiz sonucu kullanılarak düşük doğruluklu analiz programı için temsili model kurulmaktadır. Ardından az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu ile düşük doğruluklu temsili sonucu düzeltilerek, yüksek doğruluklu analiz programına yakın sonuçlar veren çok-doğruluklu temsili model kurulmaktadır. Uçak tasarım sürecinde düşük doğruluklu analiz programı panel yöntemleri, yüksek doğruluklu analiz programı ise HAD analizleri olarak düşünülebilir. Temelde düşük ve yüksek doğruluklu analiz programının yüksek oranda ilişki gösterdiğine inanılmakta olup, yüksek boyutlu problemlerde gereken çok sayıda analiz hızlı sonuç veren ucuz düşük doğruluklu analiz programından elde edilmektedir. Az sayıda pahalı analiz programı da düşük doğruluklu analiz programı ile yüksek doğruluklu analiz programı arasında bir düzeltme fonksiyonu oluşturmak için kullanılmaktadır.

Literatürde farklı yaklaşımlarla tek ve çok-doğruluklu vekil modelleme yöntemleri bulunmakta olup, her problem için her zaman doğru sonuç veren tek bir yaklaşım bulunmamaktadır. Ele alınan problemin özelliklerine ve boyutuna bağlı olarak farklı temsili modelleme yöntemlerinin başarıları değişmektedir. Bundan dolayı hâlâ tek ve çok-doğruluklu vekil modelleme yöntemleri üzerinde araştırma çalışmaları ve geliştirmeler devam etmektedir. Tek ve çok-doğruluklu vekil modelleme yöntemleri genetik modellemeden, robotik alanına çok farklı alanlarda kullanılmakta olup, havacılık alanında da nümerik ve deneysel çalışmalarında kullanılmaktadır.

Yüksek lisans tez çalışmasının amacı, hesaplama açısından verimli bir optimizasyon süreci geliştirmek için çok-doğruluklu analiz ve temsili modelleme yöntemlerini çok-disiplinli hava aracı tasarım optimizasyon sürecine entegre etmektir. Daha önce ifade edildiği gibi farklı temsili modelleme yöntemleri bulunmaktadır, bu tez kapsamında literatürde sıklık ile kullanılan tek ve çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemleri için programlar geliştirilmiştir. Optimizasyon çalışmaları için lokal özelliklerin yakalanmadada başarılı olduğu için ve yöntemin tahmini hata değeri sağlamasından dolayı Gaussian süreçleri temelli co-Kriging yöntemi için program geliştirilmiştir. Belirsizlik analizi için ise analiz programının genel davranışlarını yakalama başarısından dolayı çok-doğruluklu Polinom Kaos Genişlemesi yöntemi için kod geliştirilmiştir. Ayrıca çok-doğruluklu model yönetim algoritması olan belirsizlik analizlerinde kullanılan çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi için program geliştirilmiştir. Başlangıçta geliştirilen kodlar analitik fonksiyonlar üzerinde

kullanılarak doğrulanmış ve karşılaştırılmıştır. Geliştirilen kodların uçak tasarım süreçlerinde kullanımını göstermek için bir optimizasyon ve bir belirsizlik analizi çalışması yapılmıştır.

Optimizasyon problemi olarak süpersonik uçak kanadı problemi ele alınmıştır. Ele alınan ilk geometrinin kanat üst görünümü 5 değişken ile temsil edilmiştir. Tasarım değişkenleri için belirlenen değer aralıklarında düşük doğruluklu akış analizi programı olarak kullanılan PANAIR panel aerodinamik programı ile 309, yüksek doğruluklu akış analiz programı olarak kullanılan SU2 açık-kaynaklı hesaplamalı akışkanlar dinamiği programı ile 105 adet farklı tasarım için analiz yapılmıştır. Akış analizi sonuçları kullanılarak NASA tarafından geliştirilen sBoom programı ile sonik patlama analizi gerçekleştirilmiştir. Akış ve sonik patlama analiz sonuçları kullanılarak co-Kriging yöntemi ile çok-doğruluklu temsili model kurulmuştur. Kurulan çok-doğruluklu temsili model kullanılarak süpersonik uçak kanat geometrisi için tek ve çok amaçlı optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon yöntemi olarak Genetik algoritma ve Davidon-Fletcher Powell yöntemleri kullanılmıştır. Her iki optimizasyon yöntemi ile de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Çok-doğruluklu temsili modellemede kullanılan yüksek doğruluklu analiz sayısı tek doğruluklu temsili model kurmak için gereken analiz sayısı ile kıyaslanarak çok-doğruluklu temsili model kurmanın yaklaşık olarak %66 daha ucuz olduğu gözlemlenmiştir. Bu oran problem yapısına bağlı olarak değişiklik göstermekte olup, bu problem için yaklaşık %66 kazanç sağlamıştır.

Belirsizlik analizi olarak sonik patlama değerindeki belirsizlik araştırılmıştır. Hükum açısı, Mach sayısı, yerin yüksekliği ve yerin yansıtma faktörü özelliklerindeki belirsizlikler dikkate alınarak sonik patlama değerindeki belirsizlik değerlendirilmiştir. Geometri olarak JAXA kanat gövde geometrisi kullanılmıştır. Optimizasyon çalışmasında olduğu gibi düşük doğruluklu akış analizi için PANAIR, yüksek doğruluklu analiz programı için SU2-Euler çözümüsü kullanılmıştır. Sonik patlama analizleri de sBoom programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çok-doğruluklu Polinom Kaos Genişleme yöntemi ve çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi ile belirsizlik analizi gerçekleştirilerek yöntemlerin karşılaştırılması sunulmuştur.

Yapılan uygulama sonuçları referans alarak, çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemlerinin optimizasyon ve belirsizlik analiz maliyetlerini tek doğruluklu temsili modelleme yöntemlerine göre yaklaşık %50 zaman ve maliyet kazancı sağladığı görülmüştür. Direkt analiz programları kullanılarak optimizasyon ve belirsizlik analizi gerçekleştirilmemiştir, ancak literatürdeki bilgiler referans alınarak çok-doğruluklu optimizasyon ve belirsizlik analiz yöntemlerinin direkt analiz programları kullanılarak gerçekleştirilen çalışmalara göre hesaplama zamanı ve maliyeti açısından çok avantajlı oldukları görülmektedir. Bu çalışmada, çok-doğruluklu optimizasyon ve belirsizlik analizi yöntemlerinin tasarım süreçlerine entegrasyonu ve avantajları gösterilmektedir. Öte yandan çalışma kapsamında ele alınmasa da temsili modelleme süreçlerinde uyarlanabilir (adaptive) örneklemeye yöntemlerinin eklenmesi veya temsili modellerin kurulma süreçlerine modelin birinci ve ikinci türev bilgilerinin dahil edilmesi bu süreçleri daha verimli hale getirecektir. Gelecekteki çalışmalarda çok-doğruluklu optimizasyon ve belirsizlik analizleri tek bir çatı altında birleştirilerek belirsizlik

altında tasarım optimizasyon çalışmaları için verimli bir optimizasyon sürecinin kurulması planlamaktadır.



APPLICATION OF MULTI-DISCIPLINARY AND MULTI-FIDELITY OPTIMIZATION METHODS IN SUPERSONIC AIRCRAFT DESIGN

SUMMARY

One of the challenging goals in civil aviation studies today is the design of an economically and environmentally viable commercial supersonic aircraft. This target, which emerged in the 1970s, was realized with the design of Concorde, the first supersonic commercial aircraft. Although a commercial supersonic flying aircraft was produced, it retired in 2003 due to the high operating costs and mainly due to the noise from sonic booms that were beyond environmental regulations over land. Afterwards, various studies were initiated, however a completely successful design in commercial supersonic transportation has not been put forward yet. Today, it is seen that large companies such as Boeing, Airbus and research institutions such as NASA and JAXA carry out intensive studies on this subject in order to achieve this goal.

Until recently, the air-vehicle design process employed costly iterations where an initial design was updated so that it could satisfy its performance goals. However, nowadays, these design processes benefit significantly from numerical optimization studies. Thus, during the design process, many alternative designs are monitored efficiently according to the required targets. Despite these advantages of optimization studies in the design process, high computational power and time-consuming function evaluation processes are seen as remarkable disadvantages. On the other hand, multi-disciplinary optimization studies become a necessity in order to design advanced air vehicles such as supersonic aircraft, which has many certification restrictions, in accordance with the desired flight conditions.

With the development of computational technology, aircraft design processes and the methods also change. For aerodynamic analysis, panel methods based on potential flow solver are used in aircraft design processes until computational fluid dynamics methods are developed and become widespread. Although panel methods give fast and good results, since they are based on some limiting assumptions, they have been replaced by computational fluid dynamics (CFD) analysis, which gives more accurate results today. With today's CFD methods, it is possible to obtain results close to the experimental results. However, optimization studies based on CFD analyses can be quite costly. Especially for supersonic air vehicles, unlike air vehicles flying at subsonic speeds, large flow fields should be analyzed for sonic boom calculations, which is an important criterion. This requirement can increase the cost of CFD-based optimization studies to unaffordable levels.

Further approaches and methods have been implemented in the optimization studies in order to keep the increasing computational costs at reasonable levels by using the increasing knowledge in the field of computational analysis. The first and basic

of these are surrogate modelling methods. Surrogate modelling methods can be interpolation or regression methods. Surrogate modelling methods are based on the creation of a representative model to replace the analysis program using the analysis results obtained for a certain number of different design variables. With surrogate modelling methods, it is possible to create a surrogate model that gives very close results to the analysis program results for the same input values. Since the surrogate models established with a certain number of analysis results give results close to the analysis program, the optimization process is accelerated by using surrogates instead of the analysis program in the optimization study. Although surrogate modelling methods are efficient methods, the number of analyses required to establish the surrogate model increases depending on the size of the optimization problem. With the increase in the number of analyses required, the cost of the optimization study also increases, and it is observed that multi-fidelity surrogate models are used in high-dimensional optimization studies where expensive analysis programs are used. In multi-fidelity surrogate modelling, different fidelity analysis programs are used and they are two-stage surrogate modelling methods. For multi-fidelity surrogate modelling, a surrogate model for a low-fidelity analysis program is established by using a large number of low-fidelity analysis results in the first stage. Then, the low-fidelity surrogate modelling result is corrected using a small number of high fidelity analysis results. Thus, a multi-fidelity surrogate model is established, which gives results close to the high-fidelity analysis program. In the aircraft design process, the low-fidelity model can be considered as a panel method, and the high-fidelity model can be considered as the CFD model. Basically, it is believed that the low and high fidelity analysis program is highly correlated, and the large number of analyses required in high dimensional problems are obtained from the inexpensive low fidelity analysis program that gives fast results. A few expensive analysis program results are also used to create a correction function between the low fidelity and high fidelity analysis programs.

There are many different surrogate modelling and multi-fidelity surrogate modelling methods in the literature, and there is no single approach that always gives correct results for every problem. The success of different surrogate modelling methods varies depending on the characteristics and size of the problem being addressed. Therefore, studies on single and multi-fidelity surrogate modelling methods are still ongoing. Single and multi-fidelity surrogate modelling methods are used in many different fields from genetic modelling to robotics and are also used in numerical and experimental studies in the field of aviation.

The aim of the master thesis is to integrate multi-fidelity analysis and surrogate modelling methods into the multidisciplinary aircraft design optimization process to develop a computationally efficient optimization process. As stated before, there are different surrogate modelling methods, and within the scope of the thesis, programs have been developed for single and multi-fidelity surrogate modelling methods, which are frequently used in the literature. A program has been developed for the Gaussian-based CoKriging method since it is successful in capturing local features for optimization studies and provides an estimated error value of the method. For uncertainty analysis, a code has been developed for the multi-fidelity Polynomial Chaos Expansion method, due to the success of capturing the general behaviour of

the analysis program. In addition, a program has been developed for the multi-fidelity Monte Carlo method used in uncertainty analysis, which is a multi-fidelity model management algorithm. Initially developed codes were validated and compared using analytical functions. An optimization and uncertainty analysis study was conducted to demonstrate the use of the developed codes in aircraft design processes.

The supersonic aircraft wing problem is chosen as an optimization problem. The top view of the considered base geometry is represented by 5 variables. In the design space determined for the optimization variables, 309 different designs were analyzed with the PANAIR program, which is used as a low-fidelity flow analysis program, and 105 designs are evaluated with the SU2 program, which is used as a high-fidelity flow analysis program. Sonic boom analysis was performed with the sBoom program using the flow analysis pressure results. A multi-fidelity surrogate model is established with the CoKriging method using the flow and sonic boom analysis results. A single and multi-objective optimization study is carried out for supersonic aircraft wing geometry using the established multi-fidelity surrogate model. Genetic algorithm and Davidon-Fletcher Powell methods were used as optimization methods. Similar results were obtained with both optimization methods. Comparing the number of high-fidelity analyses used in multi-fidelity surrogate modelling with the number of analyses required to build a single-fidelity surrogate model, it has been observed that it is approximately 66% cheaper to build a multi-fidelity surrogate model. This ratio varies depending on the problem, and it has provided a gain of approximately 66% for this problem.

As the uncertainty analysis demonstration, the uncertainty in the sonic boom value is investigated. The uncertainty in the sonic boom value is evaluated by taking into account the uncertainties in the angle of attack, Mach number, the altitude of the ground and reflection factor of the ground. The JAXA wing body is used as the geometric model. As in the optimization study, PANAIR is used for the low fidelity flow analysis and the SU2-Euler solver is used for the high fidelity analysis program. Sonic boom analyses are performed using the sBoom program. Uncertainty quantification is performed with the multi-fidelity PCE method and the multi-fidelity Monte Carlo method, and a comparison of the methods is presented.

Taking the results of the application as a reference, optimization and uncertainty analysis costs of multi-fidelity surrogate modelling methods have provided approximately 50% time and cost savings compared to single-fidelity surrogate modelling methods. Optimization and uncertainty analysis are not performed using direct analysis programs, however, with reference to the information in the literature, it is seen that multi-fidelity optimization and uncertainty analysis methods are advantageous in terms of computational time and cost compared to studies performed using direct analysis programs. This study demonstrates the integration and advantages of multi-fidelity optimization and uncertainty analysis methods into design processes. On the other hand, adding adaptive sampling methods in the surrogate modelling processes or incorporating the gradient and Hessian information of the model into the construction processes of the surrogate models will make these processes more efficient, although these implementations are not in the scope of this study. For

future studies, robust optimization processes under uncertainty will be established by coupling multi-fidelity optimization methods and uncertainty analyses efficiently.



1. GİRİŞ

Ticari ses-üstü uçuş için çeşitli denemelere rağmen çevresel ve ekonomik kriterlere uygun uçuşun gerçekleştirilememesinden dolayı ses-üstü ticari uçuşlar devamlı hale gelememiştir. Günümüzde Boom, Aerion gibi firmalar tekrar ses-üstü ticari uçuş için çalışmalara başlamış olup, ses-üstü ticari uçaklar hâlâ güncel bir çalışma alanı olmaya devam etmektedir. Ses-üstü uçuşlarda, sonik patlamalardan oluşan gürültüler ve uçuş maliyetleri uçuşa elverişlilik açısından bir engel olmaktadır. Ses-üstü uçak tasarımlarında bu kriterlerin göz önüne alınması sürdürülebilir ticari ses-üstü uçuşların gerçekleştirilebilmesi için büyük önem arz etmektedir. İfade edilen kriterler ve artırılabilen daha birçok kriteri sağlayan bir tasarımın iteratif bir süreç ile sağlanması oldukça zaman alıcı ve maliyetli olacaktır. Bundan dolayı birçok havacılık tasarımda olduğu gibi ses-üstü uçak tasarımlarında da optimizasyon çalışmaları kaçınılmazdır. Ayrıca HAD analizleri gibi hesaplamaları zaman alıcı analiz programlarının kullanıldığı optimizasyon çalışmalarında pahalı analiz programlarının kullanılma sayısının azaltılması tasarım maliyetlerinin ve süresinin azaltılması için büyük önem arz etmektedir. Bu noktada, çok-doğruluklu vekil modelleme yöntemlerinin tasarım süreçlerine entegre edilmesi önem arz etmektedir.

Çok-doğruluklu analiz ve modelleme yöntemleri, farklı doğruluklu modellerden yararlanarak az sayıda yüksek doğruluklu ama pahalı analiz programı kullanarak, yüksek doğruluklu analiz sonuçlarına yakın sonuçların elde edilmesinin hedeflendiği yaklaşım/algorithmalarıdır. Çok-doğruluklu analiz ve modelleme için farklı yöntemler önerilmekte olup, her yöntemin avantajının öne çıktığı farklı problemler bulunmaktadır. Literatürdeki çalışmalar göz önüne alındığında Gaussian süreç temelli çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemleri lokal özellikleri yakalamadaki başarıları ve tahmini varyans çıktılarından dolayı optimizasyon çalışmalarında sıklık ile tercih edilmektedir. Belirsizlik analizleri göz önüne alındığında ise düşük doğruluklu problemler için tasarım uzayının genel davranışını yakalamadaki başarısından dolayı

çok-doğruluklu polinom kaos yöntemlerinin tercih edildiği gözlemlenmektedir. Yüksek boyutlu belirsizlik analizlerinde ise diğer yöntemlere göre daha az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucuna ihtiyaç duyan model yönetim algoritması çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemlerinin tercih edildiği gözlemlenmektedir.

1.1 Literatür Araştırması

Son yıllarda artan işlem gücüne rağmen yüksek doğruluklu analiz yöntemlerini, optimizasyon ve çok değişkenli belirsizlik analizleri gibi yüksek işlem gücüne ihtiyaç duyulan süreçlere dahil etmek oldukça maliyetli ve zaman alıcıdır. Bir diğer yandan ise daha gerçekçi sonuçlar elde etmek açısından yüksek doğruluklu yöntemlerin tasarım, optimizasyon ve belirsizlik analizi gibi süreçlere dahil edilmesi büyük önem arz etmektedir. Bundan dolayı yüksek hesaplama gücü gerektiren analiz yöntemleri tasarım sürecine dahil edilirken analiz süresini ve maliyetini de makul seviyede tutabilmek adına son 20 yılda çok-doğruluklu yöntemler ön plana çıkmaktadır. Çok-doğruluklu analiz yöntemlerinin temel amacı istenen doğruluk seviyesini elde edecek şekilde hesaplama süresini azaltmaktadır. Bundan dolayı çok-doğruluklu çalışmalarda zaman kazanımı raporlanması önemlidir. Ancak genel olarak yayılara bakılırsa bu konu hakkında çok fazla bilgi verilmediği görülmektedir. Fernandez ve diğerleri, 2016 yılına kadar yapılan çok-doğruluklu yöntemlerin uygulamalarında verilen bilgilerden yola çıkarak çok-doğruluklu yöntemlerin problemin tipine bağlı olmak ile beraber 90% mertebesine kadar hesaplama zamanında azalma sağlayabileceğini ifade etmektedir [36].

Çok-doğruluklu yaklaşım karmaşık sistemlerin analiz ve tasarım süreçlerinde istenen doğruluk seviyesini elde edecek şekilde mevcut tüm model ve verilerden en iyi şekilde yaralanmaya çalışmaktadır. Böyle bir yaklaşım, eldeki tahmin/karar görevi için uygun beceriye sahip modelleri seçmek için sistematik yöntemler gerektirir. Ayrıca farklı model ve deneylerden bilgi ve veri sentezleme yolları gerektirir.

Çok-doğruluklu yöntemlerin sınıflandırılması için farklı grupplandırmalar yapılmakta olup, literatürde en çok kabul gören sınıflandırma Peherstorfer ve diğerlerinin [5] yaptıkları adaptasyon, füzyon ve filtreleme sınıflandırmasıdır.

- **Adaptasyon**

Adaptasyon sınıfında yer alan yöntemler, hesaplama devam ederken yüksek kaliteli modelden gelen bilgilerle düşük kaliteli modeli geliştirmeye dayanır. Adaptasyona dayalı model yönetimine bir örnek, optimizasyon sürecinin her yinelemesinde bir Kriging modelinin uyarlandığı verimli global optimizasyon (Efficient Global Optimization - EGO) çalışmaları [34,35] örnek verilebilir. Başka bir örnek olarak, yüksek doğruluklu model sonuçlarından yararlanılarak oluşturulan düzeltme fonksiyonları aracılığıyla düşük doğruluklu model çıktılarının düzeltilmesidir. Örneklenen yüksek ve düşük doğruluklu analiz çıktıları arasındaki farka veya orana dayalı düzeltmelerin kullanılması yaygındır [32,33].

- **Füzyon**

Füzyon sınıflandırmasında yer alan çok-doğruluklu analiz yöntemleri bilgi kaynaşmasına dayanmaktadır. Füzyona dayalı yaklaşımlarda, düşük ve yüksek kaliteli modelleri değerlendirir ve ardından tüm çıktılardan gelen bilgiler kullanılarak tek bir temsili model kurulur. Bu açıdan çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemleri füzyon sınıflandırmasına dahil olurlar. Literatürde sıklık ile kullanılan co-Kriging [31], çok-doğruluklu polinom kaos genişleme [8], çok-doğruluklu sinir ağları [7] yöntemleri bu sınıflandırmaya dahildir.

- **Filtreleme**

Filtreleme sınıfına dahil olan çok-doğruluklu analiz yöntemleri analiz sonuçlarının filtrelenmesine dayanır. Bu yöntemlerde yüksek kaliteli model, düşük kaliteli bir filtrenin değerlendirilmesinin ardından çağrılır. Aday nokta düşük doğruluklu modelin değerlendirmesine dayalı bir kriteri karşılıyorsa yüksek kaliteli modelin değerlendirilmesi gerçekleştirilir. Çok doğruluklu滤releme stratejisinin bir örneği, çok aşamalı Markov-chain Monte Carlo (MCMC) algoritmasıdır. İki aşamalı MCMC yönteminin kullanıldığı çalışmalarda [6], çalışma düşük doğruluklu model ile gerçekleştirilmekte olup, düşük doğruluklu model çıktısı olabilirlik fonksiyonunu tetiklediğinde aday noktada yüksek doğruluklu analiz programı çalıştırılmaktadır.

Literatür araştırması çok-doğruluklu modelleme yöntemlerin arasında sınıf ayrimı gözetilmeksizin yapılmış olup, havacılık ile alakalı çalışmalar göz önüne alınmıştır. Bu çalışmaların daha çok optimizasyon, belirsizlik analizi veya belirsizlik altında gerçekleştirilen optimizasyon çalışmaları gibi yüksek işlem gücü gerektiren çalışmalarında kullanıldığı gözlemlenmektedir.

Hava araçları gibi karmaşık sistemler çok disiplinli sistemlerdir. Bundan dolayı yüksek doğruluklu analiz yöntemlerin hava aracı gibi çok disiplinli tasarım optimizasyon çalışmalarına uygulanması oldukça zaman alıcı ve maliyetli olabilmektedir. Bundan dolayı çok-doğruluklu analiz yöntemleri bu tarz çalışmalarında sıkıkta kullanılmaktadır. [40], [44] ve [47] süpersonik uçakların tasarım optimizasyon çalışmaları için çok-doğruluklu analiz yöntemlerini kullanmışlardır. Çalışmalarında Kriging, co-Kriging gibi deterministik olmayan yöntemleri ile çok-doğruluklu tepki yüzeyleri oluşturarak elde ettikleri tepki yüzeylerini optimizasyon çalışmasında kullanmaktadır. Çok-doğruluklu tepki yüzeyleri oluşturmak için çok sayıda düşük doğruluklu analiz yönteminden elde edilen sonuçlar kullanarak tepki yüzeyi oluşturulmaktadır. Az sayıda yüksek doğruluklu analiz yönteminden elde edilen sonuçlar ile de düşük doğruluklu tepki yüzeyini düzenlenerek, yüksek doğruluklu analiz yöntemi doğruluğunda çok-doğruluklu tepki yüzeyi oluşturulmaktadır. Mac-Donald çalışmasında transonik kanatlar için çok-doğruluklu optimizasyon çalışması gerçekleştirmektedir [46]. Çalışmasında düşük ve yüksek doğruluklu analiz yöntemleri güven bölgesi model yönetimi (Trust region model managemet) aracılığıyla bir arada kullanılmaktadır. Fenrich ve diğerleri de çalışmalarında güven bölgesi model yönetimi aracılığıyla farklı doğruluk seviyesinde analiz yöntemlerini bir arada kullanmıştır [45]. Diğer çalışmadan farklı olarak, bu çalışmada düşük ve yüksek doğruluklu analiz programı kullanılarak stokastik izdüşüm yöntemleri (anchored decomposition ve polynomial chaos yöntemleri) aracılığıyla indirgenmiş modeller oluşturulmuştur. Çok-doğruluklu tasarım optimizasyon çalışması direkt analiz programı kullanmak yerine indirgenmiş modeller kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çok-doğruluklu analiz yöntemlerinde sadece farklı matematiksel modeller çeşitli doğruluk seviyesi sahip modeller olarak kullanılmaz. Farklı kalitedeki sayısal ağlar farklı doğruluktaki analiz yöntemi olarak kabul edilip çok-doğruluklu analiz

çalışmaları da gerçekleştirilebilmektedir. Alexandrov ve diğerleri, farklı kalitedeki sayısal ağlar ile bir kanadın tasarımları için güven bölgesi model yönetimini kullanarak çok-doğruluklu optimizasyon çalışması gerçekleştirmektedir [39].

Güvenilir tasarım süreçleri için belirsizlik analizi büyük önem arz etmektedir. Ancak yüksek hesaplama gücüne ihtiyaç duyulan analiz programları ile belirsizlik analizi gerçekleştirmek katlanılmaz tasarım süreçlerine neden olabilir. Bundan dolayı belirsizlik analizlerinde ve belirsizlik altında optimizasyon çalışmalarında çok-doğruluklu yöntemler sıkılıkla kullanılmaktadır. Quick ve diğerleri, rüzgar türbini kesit profili tasarımlında belirsizlik analizi için çok-doğruluklu yöntemlerini kullanmaktadır [37]. Reynolds Averaged Navier-Stokes ve Detached Eddy Simulations yöntemi kullanarak çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi ile belirsizlik analizi gerçekleştirmektedir. İlaveten, Chaudhuri ve diğerleri, üretim ve operasyon koşullarındaki belirsizlikleri göz önüne alarak kuyruksuz insansız hava aracı için belirsizlik altında optimizasyon çalışması gerçekleştirmektedir [38]. Düşük patlamalı süpersonik bir uçak tasarımları için çok-doğruluklu belirsizlik nicelemesi kapsamında, West ve Phillips [49], ekleme ve düzeltme yaklaşımına dayanan çok-doğruluklu polinom kaos genişlemesi yöntemi ile sonik patlama belirsizlik analizi geliştirdi. West ve Gumbert [50], transonik kanat profiline ve çok disiplinli uçak tasarım problemlerine çok-doğruluklu polinom kaos genişlemesini yöntemini uyguladı. Ayrıca, Wang ve diğerleri [51], belirsizlik analizi için polinom kaos genişleme yöntemini Gauss süreçlerini kullanarak çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemi geliştirmiştir. Ng ve diğerleri [52], akustik kornanın güvenilir optimizasyonu için belirsizlik nicelemesi aşamasında uygulanan kontrol değişkeninin varyansının azaltmasını temel alan çok doğruluklu Monte Carlo yöntemini önerdiler. Quick ve diğerleri [53], çok-doğruluklu Monte Carlo (MFMC) yöntemini kullanarak belirsiz akış özelliklerinin bir kanat profili problemi üzerindeki etkisini incelemiştir. Peherstorfer ve diğerleri [12], MFMC yöntemi için optimal bir model yönetim algoritması geliştirdi. Peherstorfer ve diğerleri [54], daha az veri ile daha doğru sonuçlar elde etmek için uyarlamalı düşük doğruluklu model ile MFMC yöntemini kullanmış, çalışmanın sonunda MFMC yöntemine dayalı uyarlamalı düşük doğruluk modeli standart MFMC yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Ek olarak, Peherstorfer ve diğerleri [10], büyük ölçekli belirsizlik analizi için MFMC

yöntemini kullandı ve farklı korelasyon değerlerine sahip modellerin kombinasyonuna bağlı olarak sonuçların doğruluğunun nasıl değiştiğini inceledi.

1.2 Tez Taslağı

Ses-üstü uçaklarda çok disiplinli ve çok-doğruluklu optimizasyon çalışmasına tek ve çok-doğruluklu temsili modelleme kodlarının geliştirilmesi ile başlanmıştır. Bölüm 2'de tez kapsamında kullanılan temsili modelleme yöntemleri hakkında detaylı bilgiler paylaşılmıştır. Bölüm 3'te optimizasyon çalışmalarında kullanılan yöntemler açıklanmıştır.

Bölüm 3 ve 4'te uygulamalarda kullanılan aerodinamik ve sonik patlama disiplinleri hakkında bilgiler paylaşılmıştır. Uygulamalı olarak kabiliyetlerin doğrulanması için çeşitli doğrulama çalışmaları paylaşılmıştır.

Geliştirilen kodlar ve analiz kabiliyetleri kullanılarak gerçekleştirilen uygulama çalışmaları Bölüm 6'da paylaşılmıştır. Toplamda 2 uygulama üzerinde çalışma yapılmış olup, ilk uygulamada süpersonik uçak kanadı için gerçekleştirilen çok-doğruluklu optimizasyon çalışmasının detayları paylaşılmıştır. İkinci uygulama olarak ise sonik patlama değeri için gerçekleştirilen çok-doğruluklu belirsizlik analizi çalışması paylaşılmıştır.

2. TEK- ve ÇOK- DOĞRULUKLU MODELLEME

Tez kapsamında çok-doğruluklu analiz ve temsili modelleme yöntemlerinin süpersonik uçak optimizasyon ve belirsizlik analizi çalışmalarına entegrasyonu hedeflenmiştir. Çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemleri temelde ufak farklar ile sıralı olarak temsili modelleme sürecini içermektedir. Bundan dolayı çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemlerini açıklayabilmek için öncelikli olarak temsili modelleme yöntemlerinin iyi anlaşılması gereklidir. Dolayısıyla, bu bölümde öncellikle çalışma kapsamında kullanılan çok-doğruluklu yöntemler ile alakalı temsili modelleme yöntemleri açıklanmıştır. Ardından açıklanan temsili modelleme yöntemlerinin çok-doğruluklu versiyonları açıklanmıştır.

2.1 Temsili Modelleme Yöntemi

Tez kapsamındaki uygulamalarda co-Kriging ve çok-doğruluklu polinom kaos genişleme yöntemi kullanılmıştır. Bu başlık altında bu yöntemlerin tek doğruluklu temsili modelleme versiyonları olan Kriging ve polinom kaos genişleme yöntemleri açıklanmıştır.

2.1.1 Kriging temsili modelleme yöntemi

Kriging, çözüm uzayında yapılan örneklerle çözüm uzayında başka bir noktada interpolasyon yapılarak o noktadaki değerin tahminine dayanan bir vekil modelleme yöntemidir. İlk olarak 1950'lerde Krige [21] tarafından geliştirildi ve 1960'larda Matheson [22] tarafından formülize edildi. Kriging yöntemi, Sack ve arkadaşlarının [23] çalışmasıyla bilgisayar deneyleri yaklaşımına uygulamaları ile birlikte mühendislik tasarımlarına uygulanmaya başlandı. 2000'lerin başında, Gauss süreçleri, gürültülü verileri destekleyen Gauss-regresyon modelinin [24] tanıtılması sayesinde, regresyon ve sınıflandırma uygulamaları için yeniden ilgi kazandı. Kriging yöntemi, lineer olmayan fonksiyonları modelleyebilmesi ve tasarım alanını keşfetmek amacıyla

kullanılabilecek hata tahmini sağlama imkanlarından dolayı literatürde sıklık ile kullanılmaktadır.

Bir m -boyutlu problemi ele aldığımızı ve \vec{x} tasarım değişkeni için $M(\vec{x})$ bilinmeyen fonksiyonuna Kriging yöntemi ile temsili model oluşturmak istedığınızı varsayıyalım. Bu temsili modelin kurulabilmesi için öncelikle temsili model kurulmak istenen fonksiyonunun ilgilenilen çözüm uzayında yeterli miktarda farklı noktalarda değerlendirilmesi gereklidir. Bunun için öncelikle ilgilenilen çözüm uzayı üzerinde örnekleme planına ihtiyaç vardır. Belirlenen örnekleme planı doğrultusunda belirlenen N örnekleme noktasında ($\mathbf{X} = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}]^T$) zaman açısından maliyetli yüksek doğruluklu fonksiyon değerlendirilerek temsili modeli eğitmek amaçlı kullanılacak $\tilde{\mathbf{Y}} = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(N)}]^T \in R$ veri seti oluşturulur. Örneklenen veriler ve bu örnekleme noktalarında fonksiyonun hesaplanan değerlerine karşılık gelen cevaplar Kriging temsili modelinin eğitilmesinde kullanılmaktadır.

Kriging yöntemi ile $M(\vec{x})$ hesaplamalı modeli denklem 2.1'deki gibi ifade edilen interpolasyon yöntemi ile ifade edilmeye çalışılmaktadır.

$$M(\vec{x}) \approx \tilde{f}_{KRG}(\vec{x}) = \mu + Z(\vec{x}) \quad (2.1)$$

Bu denklemde $\tilde{f}_{KRG}(\vec{x})$, kriging yöntemi ile belirli bir \vec{x} noktasında öngörülen fonksiyonun değeridir. μ , hesaplamalı modelin genel davranışını modellemek için kullanılan bir terim olup, trend fonksiyonu olarak adlandırılır. Trend fonksiyonu için farklı hesaplama yöntemleri bulunmakta olup, bu çalışmada hesaplamalı modelin ortalaması olarak sabit alınmıştır. Denklem 2.1'deki $Z(\vec{x})$ sıfır ortalama ve σ^2 varyanslı stokastik bir süreci temsil etmektedir. $Z(\vec{x})$, hesaplamalı modelin trend fonksiyonundan sapmasını göstermekte olup, gözlemler arası korelasyon değerlendirilerek hesaplanabilmektedir. Korelasyon denklemi kullanılarak iki tasarım noktası arasındaki kovaryans denklemi 2.2'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\text{cov} \left[Z \left(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)} \right) \right] = \sigma^2 r \left(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \bar{\theta} \right); \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.2)$$

Literatürde farklı korelasyon fonksiyonları kullanılmaktadır. Gaussian, Üstel, Matern 3/2, Matern 5/2 literatürde sıklık ile kullanılan korelasyon denklemi olup, korelasyon fonksiyonları denklem 2.3-2.6'da verilmiştir. Denklemdeki

$r(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \vec{\theta})$, $\vec{x}^{(i)}$ ile $\vec{x}^{(j)}$ örnekleme noktaları arasındaki korelasyonu, $\vec{\theta}$ ise temsili modeli kurmak için gereken bilinmeyen hiper-parametreleri ifade etmektedir.

- Üstel korelasyon denklemi,

$$r(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \vec{\theta}) = \exp\left[-\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right] \quad (2.3)$$

- Gaussian korelasyon denklemi,

$$r(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \vec{\theta}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(-\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right)^2\right] \quad (2.4)$$

- Matern 3/2 korelasyon denklemi,

$$r(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \vec{\theta}) = \left(1 + \sqrt{3}\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right) \exp\left[-\sqrt{3}\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right] \quad (2.5)$$

- Matern 5/2 korelasyon denklemi,

$$r(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}; \vec{\theta}) = \left(1 + \sqrt{5}\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}} + \frac{5}{3}\left(\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right)^2\right) \exp\left[-\sqrt{5}\frac{|\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(j)}|}{\vec{\theta}}\right] \quad (2.6)$$

Bu denklemlerdeki $\vec{\theta}$ vektörü bilinmeyen korelasyon parametreleri olup, bilinmeyen $\vec{\theta}$ vektörü tasarım değişkenlerinin sayısı (m) kadar bilinmeyen parametre içermektedir. Korelasyon denklemi örnekleme noktasının çevresindeki öneklemeler ile arasındaki yerel model hassasiyeti üzerindeki etkisini ve modelin düzgünliğini kontrol etmektedir. Denklemlerdeki $\vec{\theta}$ vektörü bilinmemekte olup, temsili modelin kurulması için bu parametrelerin doğru bir şekilde belirlenmesi gereklidir. Literatürde bu parametreleri belirlemek için alternatif yöntemler sunulmakta olup bu çalışmada parametrelerin belirlenmesi için sıklık ile kullanılan maksimum olabilirlik fonksiyonu kullanılmıştır.

$\vec{\theta}$ parametreleri logaritmik olabilirlik denklemini maksimize edecek şekilde belirlenmekte olup, konsantre logaritmik olabilirlik denklemi 2.7'de verilmiştir. Bu denklemi maksimum yapacak parametrelerin analitik yollar ile belirlenmesi pek olası olmayıp, literatürde optimizasyon algoritmaları kullanılarak parametreler belirlenmektedir. Bu çalışmada da genetik algoritma kodu koda uygun bir şekilde entegre edilerek $\vec{\theta}$ parametreleri belirlenmektedir. Genel olarak, eniyileme algoritması üzerinde herhangi bir sınırlama yoktur, ancak verimlilik göz önünde bulundurulmalıdır.

$$\text{Ln}(\vec{\theta}) = - [N \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |[R]|] / 2 \quad (2.7)$$

Korelasyon matrisindeki bilinmeyen parametrelerin elde edilmesi ile birlikte aşağıda verilen Kriging modeli tahmin denklemi kullanılarak ilgilenilen çözüm uzayı içinde farklı noktalarda fonksiyonun değeri tahmin edilebilmektedir.

$$\tilde{f}_{KRG}(x) = \vec{1}\hat{\mu} + \vec{r}^T [R]^{-1} (\vec{Y} - \vec{1}\hat{\mu}) \quad (2.8)$$

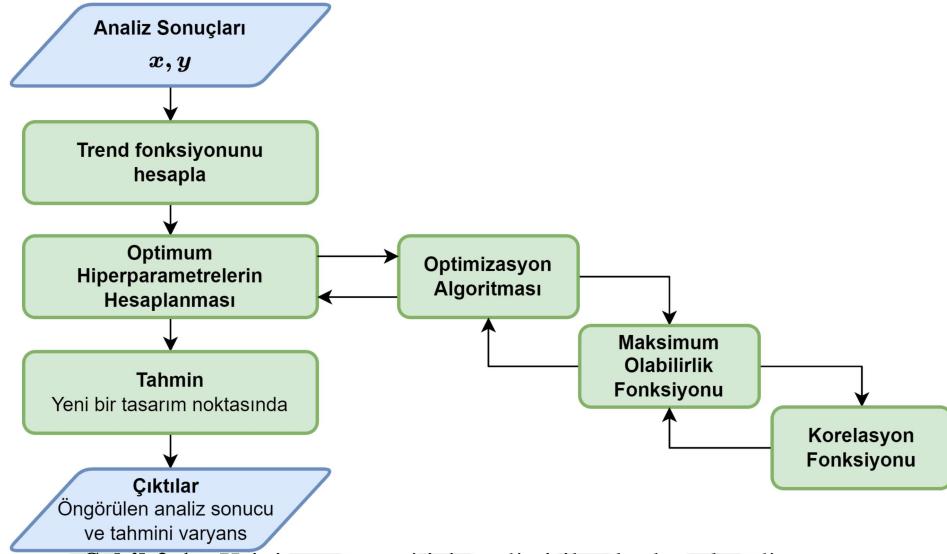
Bu denklemdeki $\hat{\mu}$ tahmini regresyon parametresi, \vec{r} ise $N \times 1$ boyutlu gözlenmemiş \vec{x} ile tüm gözlemler (\mathbf{X}) arasındaki korelasyon vektördür. \vec{Y} ise temsili model oluşturmak için kullanılan tüm gözlemleri içeren $N \times 1$ boyutlu bir vektördür. Denklemdeki $\vec{1}$ ise $N \times 1$ boyutlu birim vektörü temsil etmektedir. Tahmini regresyon parametresi ve temsili modeli eğitmek amaçlı kullanılan veri setinin varyansı denklem 2.9 ve 2.10'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\hat{\mu} = \frac{\vec{1}^T [R]^{-1} \vec{Y}}{\vec{1}^T [R]^{-1} \vec{1}} \quad (2.9)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\vec{Y} - \hat{\mu}\vec{1})^T [R]^{-1} (\vec{Y} - \hat{\mu}\vec{1})}{N} \quad (2.10)$$

Kriging yöntemi için geliştirilen program için genel akış diyagramı Şekil 2.1'da paylaşılmıştır.

Mühendislik problemlerinde kullanılan yöntemler her zaman kesin bir sonuç vermemektedirler, analiz programlarının sonuçları zaman zaman gürültü içerebilmektedir. Temsili modelin kurulması istenen analiz sonuçlarının gürültü içermesi durumunda Kriging-interpolasyon yöntemi kötü performans sergilemektedir. Kriging yönteminin analiz sonuçlarında gürültü içermesi durumunda kullanılması için Kriging-regresyon



Şekil 2.1 : Kriging yöntemi için geliştirilen kodun akış diyagramı

yöntemi geliştirilmiştir. Tez kapsamında gürültülü analiz sonuçları için temsili model kurabilmek için Keane ve diğerlerinin [29] önerdikleri yaklaşım kullanılarak Kriging-interpolasyon yöntemi Kriging-regresyon yöntemi olarak geliştirilmiştir. [29]'da gürültüyü filtrelemek için korelasyon matrisinin köşegenine denklem 2.11'deki gibi regresyon katsayısının eklenmesini önerir.

$$[\mathbf{R}_{\text{reg}}] = ([\mathbf{R}] + \lambda [\mathbf{I}]) = \begin{bmatrix} r(\vec{x}^{(1)}, \vec{x}^{(1)}; \vec{\theta}) & \dots & r(\vec{x}^{(1)}, \vec{x}^{(N)}; \vec{\theta}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(\vec{x}^{(N)}, \vec{x}^{(1)}; \vec{\theta}) & \dots & r(\vec{x}^{(N)}, \vec{x}^{(N)}; \vec{\theta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Kriging interpolasyon yönteminde korelasyon matrisinin ($[\mathbf{R}]$) ana köşegeni 1'lerden oluşmaktadır. Bunun fiziksel olarak anlamı temsili modelin örnekleme noktalarından geçmesi gerektiği anlamına gelmektedir. Analiz sonuçların gürültü içermesi durumunda temsili modelin örnekleme noktasından geçmeye zorlamak, Kriging-interpolasyon yönteminin hatalı sonuçlar vermesine neden olmaktadır. Kriging regresyon yönteminde korelasyon matrisinin ana köşegenine regresyon katsayısı eklenerek, temsili modeli örnekleme noktalarından geçmeye zorlamamaktadır. Probleme bağlı olarak gürültü seviyesi değişkenlik gösterebilmektedir. Bundan dolayı regresyon katsayısı λ hiperparametre olarak ele alınmaktadır ve negatif maksimum olabilirlik denklemi minimize edilerek optimum $\vec{\theta}$ ve λ değerleri elde edilmektedir.

2.1.2 Polinom kaos genişlemesi temelli temsili modelleme yöntemi

Polinom Kaos Genişlemesi (PCE), bir dizi dik polinom aracılığıyla stokastik analiz sonuçlarını temsil etmeyi amaçlayan, temsili modelleme yöntemidir. PCE yöntemi Gaussian dağılımına dayanan değişkenler için Wiener [15] tarafından önerilmiştir. Xiu ve Karniadakis çalışmalarında [17], PCE yöntemini Gaussian dağılımı göstermeyen (Gamma, Uniform, Beta vs.) değişkenler için Wiener-Askey şemasını [16] kullanarak geliştirdiler. Xiu ve Karniadakis'in farklı dağılım gösteren değişkenler için kullanılmasını önerdiği dik polinom ailesi ve ağırlık fonksiyonlar Çizelge 2.1'de verilmiştir [17].

Çizelge 2.1 : Sürekli olasılık dağılımlarının biçimleri ile Wiener-Askey şeması arasındaki bağlantı

Dağılım	Yoğunluk Fonksiyonu	Polinom	Ağırlık Fonksiyonu	Desteklenen Aralık
Normal	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	Hermite	$e^{-\frac{x^2}{2}}$	$[-\infty, \infty]$
Uniform	$\frac{1}{2}$	Legendre	1	$[-1, 1]$
Beta	$\frac{(1-x)^\alpha(1+x)^\beta}{2^{\alpha+\beta+1}B(\alpha+1,\beta+1)}$	Jacobi	$(1-x)^\alpha(1+x)^\beta$	$[-1, 1]$
Eksponensiyel	e^{-x}	Laguerre	e^{-x}	$[0, \infty]$
Gamma	$\frac{x^\alpha e^{-x}}{\Gamma(\alpha+1)}$	Genelleştirilmiş Laguerre	$x^\alpha e^{-x}$	$[0, \infty]$

Sonlu boyutlu Γ uzayında, normal dağılıma sahip tasarım değişkeni için Hermite polinomları kullanılarak $M(\vec{x})$ hesaplamalı modeli denklem 2.12'deki gibi $P + 1$ terim ile temsil edilmeye çalışılmaktadır.

$$M(\vec{x}) \approx \tilde{f}^{PCE}(\vec{u}) \cong \sum_{k=0}^P \alpha_k \cdot \vec{\Psi}_k(\vec{u}) \quad (2.12)$$

Dik polinom aileleri farklı değer aralıklarda desteklenmektedir. Bundan dolayı \vec{x} girdi vektörü kullanılan polinomun desteklendiği aralığa göre normalize edilir. \vec{u} , \vec{x} girdi vektörünün normalize edilmiş halini ifade etmektedir. Denklemdeki α_k bilinmeyen katsayıları; $\vec{\Psi}_k$, normalize edilmiş \vec{u} girdi vektörü için çok değişkenli Hermite polinomlarını ifade etmektedir. $\vec{\Psi}_k(\vec{u})$, bir boyutlu $\psi_i(u_j)$ polinomlarının çarpımı ile elde edilmektedir. $\psi_i(u_j)$ terimindeki i ifadesi ψ polinomunun derecesini ifade etmektedir. u_j ifadesindeki j ise \vec{u} vektörünün j . terimini ifade etmektedir. Bir boyutlu Hermite polinomu $\psi_i(\vec{u})$ denklem 2.13'teki gibi ifade edilmektedir. Bu

denklemdeki $\phi^{(i)}(\vec{u})$, normal dağılımın ($N(0, 1)$) olasılık yoğunluk fonksiyonunun i . türevini ifade etmektedir.

$$\psi_i(u) = (-1)^i \cdot \left[\phi^{(i)}(u) / \phi(u) \right] \quad (2.13)$$

Standart değişken ε cinsinden ilk birkaç Hermite polinomu denklem 2.14'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \psi_0(\xi) &= 1 \\ \psi_1(\xi) &= \xi \\ \psi_2(\xi) &= \xi^2 - 1 \\ \psi_3(\xi) &= \xi^3 - 3\xi \\ \psi_4(\xi) &= \xi^4 - 6\xi^2 + 3 \\ \psi_5(\xi) &= \xi^5 - 10\xi^3 + 15\xi \end{aligned} \quad (2.14)$$

Denklem 2.13'teki polinom açılımındaki $P + 1$ terimindeki bilinmeyen polinom katsayısının sayısı denklem 2.15'teki gibi hesaplanmaktadır. Bu denklemdeki m problemdeki değişken sayısını, p ise bir boyutlu Hermite polinomunun ($\vec{\psi}$) maksimum derecesini ifade etmektedir.

$$P + 1 = \frac{(m+p)!}{m!p!} \quad (2.15)$$

Bilinmeyen polinom katsayılarının doğru bir şekilde elde edilebilmesi için gerekli analiz sayısı (N_s), $P + 1$ adet olan polinom katsayısı sayısından büyük olması gereklidir. Problemin sayısına bağlı olarak doğru sonuç elde etmek için ihtiyaç duyulan analiz sayısı artış göstermektedir. Hosder ve diğerleri [18], doğru bir temsili modelleme için gereken analiz sayısını $N_s = 2(P + 1)$ olması gerektiğini önermektedir.

Bilinmeyen PCE katsayıları α_k 'ların tahmini için regresyon modelleri, Smolyak sparse grid, rastgele örneklemeye, tensor çarpımı gibi farklı yöntemler bulunmaktadır. Smolyak sparse grid, random örneklemeye ve tensor çarpımı yaklaşımları bilinmeyen katsayıları elde etmek için iç çarpımlar kullanarak her bir temel fonksiyona karşı analiz sonuçlarına yansımaktan oluşan spektral izdüşüm yöntemleridir. Bilinmeyen katsayılar denklem 2.12'nin iki tarafının da $\psi_j(\vec{u})$ katsayılarının çarpılması ile elde edilen denklem 2.16 aracılığıyla elde edilir.

$$\left\langle \vec{Y} \cdot \Psi_j(\vec{u}) \right\rangle = \left\langle \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \vec{\Psi}_k(\vec{u}) \vec{\Psi}_j(\vec{u}) \right\rangle \quad (2.16)$$

Kullanılan polinomların ortogonalite kuralından yararlanılarak, denklem 2.16'te bilinmeyen katsayıların yalnız bırakılması ile bilinmeyen PCE katsayılar denklem 2.17'daki gibi hesaplanmaktadır.

$$\alpha_k = \frac{\langle \vec{Y} \cdot \vec{\Psi}_k(\vec{u}) \rangle}{\langle \vec{\Psi}_k^2(\vec{u}) \rangle} \quad (2.17)$$

Bu ifadedeki payda analitik olarak değerlendirilirken; pay ise ikinci dereceden çarpım [19], Smolyak sparse grid [20], random örneklemme, regresyon gibi yöntemler ile çok boyutlu bir entegrasyon gerektirir. Regresyon yöntemi dışındaki yöntemler, izdüşüm temelli yöntemler olup çözüm için belli bir sayıda analiz sonucunun bulunmasını gerektirir. Regresyon yönteminde ise herhangi bir sayıda analiz sonucu ile bilinmeyen katsayılar bulunabilmektedir.

Herhangi sayıda analiz sonucu ile bilinmeyen katsayıları hesaplamak mümkün olduğundan dolayı, tez kapsamında regresyon yöntemi kullanılarak bilinmeyen polinom katsayıları hesaplanmıştır. Regresyon yöntemi ile bilinmeyen katsayıların hesaplanması denklem 2.12'de sunulan polinom açılımı, N_s adet analiz sonucu ile denklem 2.18'de verilen matris notasyonun çözümü ile elde edilir.

$$\vec{Y} = [\Psi] \vec{\alpha} + e \quad (2.18)$$

Bu denkleminin matris notasyonları denklem 2.19'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_s} \end{bmatrix}, [\Psi] = \begin{bmatrix} 1 & \Psi_1(u_1) & \dots & \Psi_p(u_1) \\ 1 & \Psi_1(u_2) & \dots & \Psi_p(u_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \Psi_1(u_n) & \dots & \Psi_p(u_{N_s}) \end{bmatrix}, \vec{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{N_s} \end{bmatrix}, \vec{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{N_s} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Denklemlerdeki \vec{e} hata terimini ifade etmekte olup, $\vec{\alpha}$ katsayıları en küçük kareler yöntemi ile denklem 2.20'deki gibi elde edilmektedir.

$$\vec{\alpha} = ([\Psi]^T [\Psi])^{-1} [\Psi]^T \vec{Y} \quad (2.20)$$

Bilinmeyen katsayıların elde edilmesi ile birlikte yeni bir tasarım değişkeni için tahmin denklem 2.21'deki gibi elde edilmektedir.

$$\tilde{f}_{PCE}(\vec{u}) = [\Psi] \vec{\alpha} \quad (2.21)$$

2.2 Çok-Doğruluklu Modelleme Yöntemi

Çok doğruluklu modellemede amaç hesaplama açısından pahalı analiz programlarının kullanıldığı optimizasyon, belirsizlik çalışmalarında hesaplama maliyetini azaltmak için farklı doğruluktaki analiz programını bir arada kullanmaktadır. Çok sayıda düşük-doğruluklu analiz sonucu, az sayıda yüksek-doğruluklu analiz sonucu ile düzeltilerek yüksek-doğruluklu analiz sonucuna yakın sonuçlar veren bir çok-doğruluklu model kurulmaya çalışılmakta olup, literatürde farklı çok-doğruluklu modelleme yöntemleri bulunmaktadır. Bu yöntemlerde kullanılacak düşük ve yüksek doğruluklu analiz programı, kullanıcının ele aldığı probleme ve istenen doğruluk mertebesine bağlı olarak değişebilmektedir.

Bu bölümde çalışmada kullanılan çok-doğruluklu modelleme yöntemi açıklanmış olup, ilk başta co-Kriging temsili modelleme yöntemi açıklanmıştır. Ardından PCE yöntemini çok-doğruluklu temsili modelle dönüştürmek için kullanılan yaklaşım açıklanmıştır. Son olarak çok-doğruluklu belirsizlik analizlerinde kullanılan model yönetim algoritması olan çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi açıklanmıştır.

2.2.1 Co-Kriging

Yüksek doğruluktaki verilere dayalı doğru bir temsil modeli oluşturmak, değişkenlerin sayısına bağlı olarak yine de pahalı olabilmektedir. Bu nedenle, Kriging gibi yöntemler ile temsili bir model oluşturmak zaman açısından hâlâ bir engel olmaya devam etmektedir. Hesaplama maliyetini düşürmek için, Hiyerarşik Kriging veya Co-Kriging yöntemleriyle vekil modeller oluşturmak için yüksek doğruluklu modeller ile düşük doğruluk modeller kullanılabilir. Co-Kriging'in ana varsayımları, düşük ve yüksek kaliteli modellerin bir şekilde ilişkili olduğu ve bazı temel özellikleri paylaştığıdır.

Çok-doğruluklu bir vekil modellemede yüksek miktarda nispeten ucuz veriyi, az miktarda ise pahalı veriyi kullanarak yüksek doğruluklu modele yakın sonuç veren temsili model oluşturulur. Co-kriging, çoklu veri setlerini ilişkilendirmek için kullanılan bir yöntem olup, bu çalışmada Forrester ve diğerlerinin [29] gösterimi kullanılmıştır. Açıklamayı kolaylaştırmak için 2 farklı doğruluk seviyesine sahip modelin birleştirilmesi üzerine formülasyon verilmiştir.

Bu çalışmada sunulan co-Kriging yönteminin temelinde yatan ana düşüncce Kennedy ve O'Hagan'ın [30] oto-regresyon modeline dayanmaktadır. Oto-regresyon yöntemi denklem 2.22'deki gibi ifade edilmekte olup, yöntem pahalı modelin simülasyonun doğru olduğunu ve herhangi bir yanlışlığın tamamen daha ucuz analiz programından kaynaklı olduğunu ifade etmektedir. Bir başka ifade ile herhangi bir $\vec{x}^{(i)}$ 'deki pahalı analiz programının sonucu biliniyorsa, ucuz analiz programından öğrenilecek her bilgiden daha fazlasının pahalı analiz sonucunda elde edileceğini ifade etmektedir. Bu durum Markov özelliği olarak bilinmektedir.

$$\text{cov} \left\{ f_{hf} \left(\vec{x}^{(i)} \right), f_{lf} \left(\vec{x}^{(i)} \right) \mid f_{lf} \left(\vec{x}^{(i)} \right) \right\} = 0, \forall \vec{x} \neq \vec{x}^{(i)} \quad (2.22)$$

Co-Kriging yöntemi temelde ucuz ve pahalı analiz programının sonuçları arasında denklem 2.23'deki gibi bir ilişki kurmaya çalışmaktadır. Bu denklemdeki $Z_{lf}(\vec{x})$ ve $Z_{hf}(\vec{x})$ Gauss süreçleri ifade etmekte olup, ucuz ve pahalı analiz programının lokal özelliklerini temsil etmektedir. Kennedy ve O'Hagan oto-regresyon modeli [30] kullanılarak ucuz analiz sonuçlarının ρ ölçeklendirme faktörü ile çarpıp, $\rho Z_{lf}(\vec{x})$ ie $Z_{hf}(\vec{x})$ arasındaki fark vektörünü belirten $Z_d(\vec{x})$ Gaussian süreç sonuçları ile toplanarak düşük doğruluklu analiz sonucu yüksek doğruluklu analiz sonucuna yakınsaması sağlanmaktadır.

$$Z_{hf}(\vec{x}) = \rho Z_{lf}(\vec{x}) + Z_d(\vec{x}) \quad (2.23)$$

Kriging yönteminde olduğu gibi co-Kriging yönteminde de $Z(\vec{x})$ stokastik Gauss süreçleri örnekleme noktaları arasındaki korelasyon aracılığıyla hesaplanmakta olup, co-Kriging yönteminde iki ayrı doğruluk seviyesine sahip veri seti için kovaryans matrisi denklem 2.24'deki gibi yazılmaktadır.

$$\begin{aligned} [C] &= \begin{bmatrix} \text{cov} \{ Z_{lf}(\mathbf{X}_{lf}), Z_{lf}(\mathbf{X}_{lf}) \} & \text{cov} \{ Z_{hf}(\mathbf{X}_{hf}), Z_{lf}(\mathbf{X}_{lf}) \} \\ \text{cov} \{ Z_{hf}(\mathbf{X}_{hf}), Z_{lf}(\mathbf{X}_{lf}) \} & \text{cov} \{ Z_{hf}(\mathbf{X}_{hf}), Z_{hf}(\mathbf{X}_{hf}) \} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_c^2 [R_c(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{hf})] & \rho \sigma_c^2 [R_c(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{hf})] \\ \rho \sigma_c^2 [R_c(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{hf})] & \rho^2 \sigma_c^2 [R_c(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})] + \sigma_d^2 [R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})] \end{bmatrix} \quad (2.24) \end{aligned}$$

Çalışmada Kriging yönteminde olduğu gibi farklı korelasyon fonksiyonları kullanılabilimekte olup, Kriging yönteminde açıklanan Gaussian, üstel, Matern 3/2 ve Matern5/2 korelasyon denklemeleri çalışma kapsamında geliştirilen koda entegre edilmiştir. Denklem 2.24 inceleneceler olursa, $[R_c]$ ve $[R_d]$ olarak iki ayrı kovaryans matrisi mevcuttur. Bundan dolayı kriging yönteminde bilinmeyen $\vec{\theta}$ vektöründe yerine

burada $\vec{\theta}_c$, $\vec{\theta}_d$ vektörü ve ölçeklendirme parametresi ρ parametreleri yer almaktadır. $\vec{\theta}$ vektörleri m tasarım değişken sayısı kadar bilinmeyen hiperparametre içermektedir. Kısacası Kriging yönteminde m tane bilinmeyen hiperparametre varken, co-Kriging yönteminde $2m+1$ tane bilinmeyen hiperparametre bulunmaktadır.

Nispeten ucuz analiz sonuçlarımız ile pahalı analiz sonuçlarımız birbirinden bağımsız olduğu için, ucuz analiz sonuçları kullanılarak Kriging yönteminde olduğu gibi μ_c , σ_c ve $\vec{\theta}_c$ değerleri denklem 2.25'de verilen logaritmik maksimum olabilirlik denklemini maksimize edecek şekilde belirlenebilmektedir.

$$-\frac{N_{lf}}{2} \ln \left(\hat{\sigma}_{lf}^2 \right) - \frac{1}{2} \ln |\det ([R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})])| - \frac{\left(\vec{Y}_{lf} - \vec{1}\hat{\mu}_{lf} \right)^T [R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})]^{-1} \left(\vec{Y}_{lf} - \vec{1}\hat{\mu}_{lf} \right)}{2\hat{\sigma}_{lf}^2} \quad (2.25)$$

Denklem 2.25'ün türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi ile μ_c ve σ_c değerleri aşağıdaki denklemlerde verildiği gibi hesaplanabilmektedir.

$$\hat{\mu}_{lf} = \vec{1}^T [R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})]^{-1} \vec{Y}_{lf} / \vec{1}^T [R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})]^{-1} \vec{1} \quad (2.26)$$

$$\hat{\sigma}_{lf}^2 = \left(\vec{Y}_{lf} - \vec{1}\hat{\mu}_{lf} \right)^T [R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})]^{-1} \left(\vec{Y}_{lf} - \vec{1}\hat{\mu}_{lf} \right) / N_{lf} \quad (2.27)$$

Denklem 2.25'yi maksimize edecek şekilde μ_c ve σ_c parametreleri belirlenmiş olup, denklemler incelendiğinde görülecektir ki, denklem hâlâ bilinmeyen $\vec{\theta}_c$ değerlerine bağlıdır. Denklem 2.26 ve 2.27 ifadeleri denklem 2.25'de yerine yazılsa denklem 2.28'de verilen konsantr logaritmik olabilirlik denklemi elde edilir (Sabit terimler ihmal edildi).

$$-\frac{N_{lf}}{2} \ln \left(\hat{\sigma}_{lf}^2 \right) - \frac{1}{2} \ln |\det ([R_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \mathbf{X}_{lf})])| \quad (2.28)$$

Denklem 2.28'de verilen konsantr logaritmik olabilirlik denklemini maksimize edecek şekilde de $\vec{\theta}_c$ parametreleri belirlenir. Böylelikle bilinmeyen hiperparametrelerden $\vec{\theta}_c$ sadece ucuz analiz sonuçları kullanılarak elde edilmiş olur.

Bilinmeyen diğer hiperparametreler $\vec{\theta}_d$ ve ρ 'nın belirlenebilmesi için öncelikle denklem 2.29'deki gibi fark vektörü tanımlanmalıdır.

$$\vec{d} = \vec{Y}_{hf} - \rho f_{lf}(\mathbf{X}_{hf}) \quad (2.29)$$

Bu denklemdeki $f_{lf}(\mathbf{X}_{hf})$, pahalı analiz sonuçlarının olduğu konumlarında hesaplanan ucuz analiz sonuçlarını ifade etmektedir. Eğer \mathbf{X}_{hf} tasarım değişkenleri için ucuz

analiz programı sonuçları ($f_{lf}(\mathbf{X}_{hf})$) elde edilemiyorsa, zaten $\vec{\theta}_c$ değerleri bilindiği için Kriging tahmin denklemi ile hesaplanabilir. Böylelikle fark vektörünün logaritmik olabilirlik denklemi takip eden denklemdeki gibi yazılmaktadır.

$$-\frac{N_{hf}}{2} \ln (\hat{\sigma}_d^2) - \frac{1}{2} \ln |\det ([R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})])| - \frac{(\vec{d} - \vec{1}\hat{\mu}_d)^T [R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})]^{-1} (\vec{d} - \vec{1}\hat{\mu}_d)}{2\sigma_d^2} \quad (2.30)$$

Denklem 2.30'nun türevinin sıfıra eşitlenmesi ile μ_d ve σ_d^2 takip edilen denklemdeki gibi elde edilmektedir.

$$\hat{\mu}_d = \vec{1}^T [R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})]^{-1} \vec{d} / \vec{1}^T [R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})]^{-1} \vec{1} \quad (2.31)$$

$$\hat{\sigma}_d^2 = (\vec{d} - \vec{1}\hat{\mu}_d)^T [R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})]^{-1} (\vec{d} - \vec{1}\hat{\mu}_d) / N_{hf} \quad (2.32)$$

$\vec{\theta}_d$ ve ρ bilinmeyen hiperparametreleri ise denklem 2.33'nin maksimize edecek şekilde elde edilir.

$$-\frac{N_{hf}}{2} \ln (\hat{\sigma}_d^2) - \frac{1}{2} \ln |\det ([R_d(\mathbf{X}_{hf}, \mathbf{X}_{hf})])| \quad (2.33)$$

Denklem 2.28 ve 2.33 optimizasyon algoritması kullanılarak hiper-parametreler belirlenmektedir. Optimizasyon algoritmasında herhangi bir kısıtlama yoktur. Ancak literatürdeki çalışmalara baktığımızda evrimsel algoritmaların daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmektedir. Bundan dolayı çalışmada hiper-parametrelerin belirlenmesinde genetik algoritma kullanılmıştır.

Gerekli bütün hiper-parametrelerin belirlenmesi ile birlikte denklem 2.34'te verilen co-Kriging tahmin denklemi kullanılarak, yeni bir konumda pahalı analiz sonucuna yakın sonuçlar elde edilebilir.

$$\tilde{f}_{hf}(\vec{x}_{new}) = \hat{\mu}_{lf} + \vec{c}^T [C]^{-1} (\vec{Y} - \vec{1}\hat{\mu}_d) \quad (2.34)$$

Tahmin denklemindeki \vec{c} , tahminin yapılmak istediği tasarım noktasının çok-doğruluklu temsili modeli eğitmek amaçlı kullanılan tasarım noktaları ile arasındaki korelasyon vektörü olup, denklem 2.35'deki gibi hesaplanmaktadır.

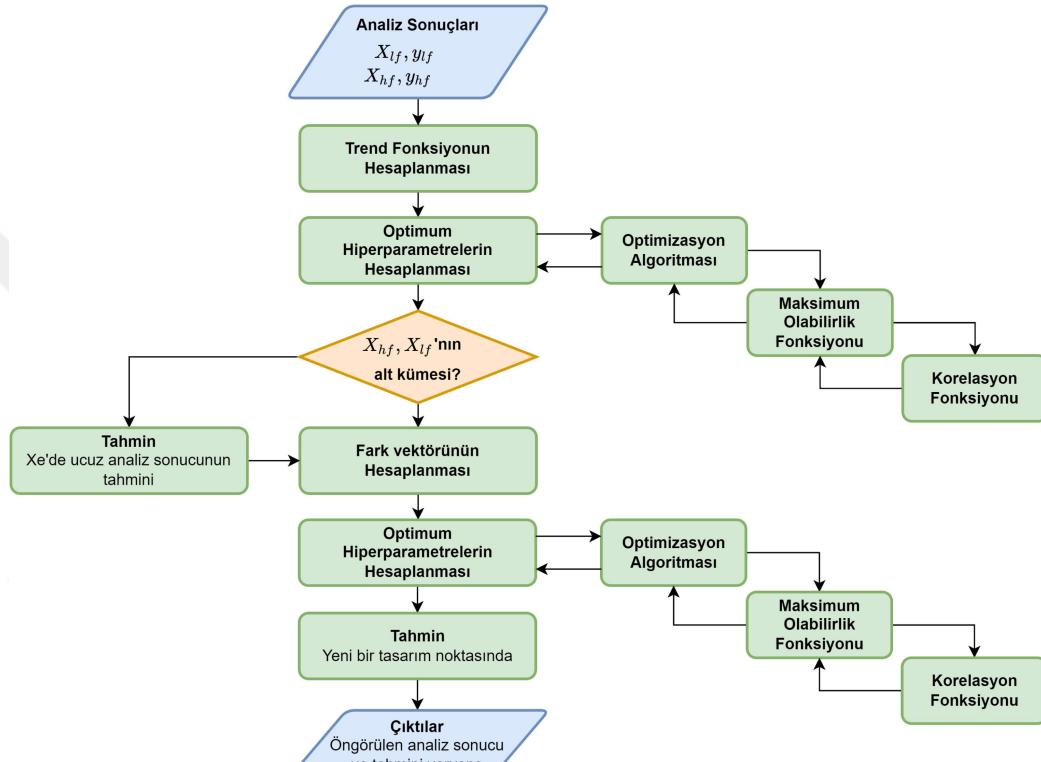
$$\vec{c} = \begin{bmatrix} \hat{\rho} \hat{\sigma}_{lf}^2 \vec{R}_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \vec{x}_{new}) \\ \hat{\rho}^2 \hat{\sigma}_{lf}^2 \vec{R}_{lf}(\mathbf{X}_{lf}, \vec{x}_{new}) + \hat{\sigma}_d^2 \vec{R}_d(\mathbf{X}_{lf}, \vec{x}_{new}) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Co-Kriging yöntemi için ortalama karesel hata tahmini denklem 2.36'de verilmektedir.

$$s^2(x_{new}) = \hat{\rho}^2 \hat{\sigma}_{lf}^2 + \hat{\sigma}_d^2 - \vec{c}^T [C]^{-1} \vec{c} \quad (2.36)$$

Yöntem hakkında gerekli bilgilendirme yapılırken bazı denklemlerin türetilmesi açıklanmamış olup, denklemlerin türetilmesi konusundaki detaylı bilgiler için [29] ve [31]'yi inceleyebilirsiniz.

Tez kapsamında co-Kriging yöntemi için geliştirilen kodun akış diyagramı Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.2 : Co-Kriging yöntemi için geliştirilen kodun akış diyagramı

Gürültülü analiz sonuçlarında co-Kriging yöntemini kullanabilmek için Kriging yönteminde olduğu gibi gürültüyü filtrelemek için korelasyon matrisinin ana köşegenine regresyon terimi eklenmiştir. Temsili modelin iki aşamasında da korelasyon matrisindeki regresyon parametresi hiper-parametre olarak ele alınmıştır.

2.2.2 Çok-doğruluklu polinom kaos genişleme yöntemi

Polinom kaos yöntemi, çok-doğruluklu temsili modellemede kullanabilmek için ekleme ve çarpım düzeltme yaklaşımı kullanılmıştır. Ekleme ve çarpım terimleri ile düzeltme yaklaşımı dik polinom temelli temsili modelleme yöntemlerini çok-doğruluklu temsili model haline getirmek için kullanılmaktadır. Ng ve diğerleri

[14] düzeltme yaklaşımı ile PCE yöntemini çok-doğruluklu temsili modelleme için kullanmış ve düzeltme yaklaşımı ile yüksek doğruluklu modelden daha doğru bir modelleme yapılabildiğini göstermiştir.

Düzeltme yaklaşımı ile çok-doğruluklu modelleme yönteminde temel mantık, az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu ile bu sonuçlara karşılık düşük doğruluklu analiz sonucu arasındaki fark ve oranlar için temsili model kurulması ve düşük doğruluklu analiz programı için kurulan temsili modelin bu fark ve oran temsili modelleri ile düzeltmesine dayanır. Düzeltme yaklaşımı için kullanılan en genel eşitlik denklemi 2.37'da verilmiştir.

$$\tilde{f}_{mf}(\vec{x}) = \gamma [\tilde{f}_{lf}(\vec{x}) + \tilde{f}_a(\vec{x})] + (1 - \gamma) \tilde{f}_{lf}(\vec{x}) \tilde{f}_m(\vec{x}) \quad (2.37)$$

Denklem 2.37'de görüldüğü gibi yöntem, yüksek doğruluklu temsili modele yakın sonuçlar elde etmek için düşük doğruluklu modeli ekleme ve çarpım fonksiyonları ile düzeltmektedir. Denklemdeki \tilde{f}_{lf} çok sayıda düşük doğruluklu analiz sonucu için PCE yöntemi ile kurulan temsili modeli ifade etmektedir. \tilde{f}_a ve \tilde{f}_m terimleri sırasıyla ekleme ve çarpım düzeltme temsili modellerini ifade etmekte olup, γ model etki katsayısını ifade eden bir katsayıdır. Ekleme ve çarpım düzeltme temsili modelleri az sayıda bulunan yüksek doğruluklu analiz sonucu ve tasarım uzayında bu sonuçlara karşılık gelen $(\vec{x}_{hf}^{(i)})$ düşük doğruluklu analiz sonuçları kullanılarak oluşturulur. Ekleme ve çarpım vektörü için kullanılan veriler sırasıyla denklem 2.38 ve 2.39'deki gibi hesaplanır. Denklemdeki f_{hf} ve f_{lf} sırasıyla yüksek ve düşük doğruluklu analiz programını temsil eder.

$$\vec{Y}_a(\vec{x}_{hf}^{(i)}) = f_{hf}(\vec{x}_{hf}^{(i)}) - f_{lf}(\vec{x}_{hf}^{(i)}), \quad i = 1, 2, \dots, N_{hf} \quad (2.38)$$

$$\vec{Y}_m(\vec{x}_{hf}^{(i)}) = \frac{f_{hf}(\vec{x}_{hf}^{(i)})}{f_{lf}(\vec{x}_{hf}^{(i)})} \quad (2.39)$$

Hesaplanan \vec{Y}_a ve \vec{Y}_m ekleme ve çarpım vektörleri için PCE yöntemi ile kurulan \tilde{f}_a ve \tilde{f}_m temsili modellerinin kurulması ile denklem 2.37'da verilen çok-doğruluklu temsili model (\tilde{f}_{mf}) elde edilir. Denklem 2.37'daki model etki katsayı (γ) düzeltme ve çarpım terimleri için kurulan temsili modeller kullanılarak denklem 2.40'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\gamma = \frac{\langle \tilde{f}_m^2(\mathbf{x}) \rangle}{\langle \tilde{f}_a^2(\mathbf{x}) \rangle + \langle \tilde{f}_m^2(\mathbf{x}) \rangle} \quad (2.40)$$

Çok-doğruluklu temsili modellemenin ana hedefi az sayıda yüksek doğruluklu analiz kullanarak düşük doğruluklu analiz programının sonuçlarının düzeltilerek yüksek doğruluklu analiz sonucuna yakın sonuçlar veren bir model kurmaktadır. Ekleme ve çarpım düzeltme temsili modellerine dayanan çok-doğruluklu modellerin sadece dik polinom temelli temsili modelleme yöntemlerinde tercih edilmesinin temel nedeni, dik polinom temelli temsili modelleme yöntemlerinde temsili modeli kurmak için gereken veri sayısı kullanılan polinom derecesi ile orantılı olmasıdır. Ekleme ve düzeltme yaklaşımında az sayıda bulunan yüksek ve düşük doğruluklu analiz sonuçları arasındaki fark ve oran için temsili model kurulmakta olup, düşük doğruluklu polinom dereceleri kullanılarak az sayıda veri ile temsili model kurmak mümkün olmaktadır. Ancak Kriging gibi korelasyon fonksiyonu temelli temsili modelleme yöntemlerin gereken veri sayısı problem boyutu ile orantılıdır. Dolayısıyla ekleme ve düzeltme temsili modellerini kurmak için gereken veri sayısı, direkt yüksek doğruluklu temsili model kurmak için gereken veri sayısı birbirine çok yakın olacaktır. Bundan dolayı ekleme ve çarpım düzeltme temsili modellerine dayanan çok-doğruluklu modelleme yöntemi korelasyon temelli modellerini çok-doğruluklu modellere dönüştürmek için tercih edilmemektedir.

2.3 Çok-Doğruluklu Monte Carlo Yöntemi

Çok-Doğruluklu Monte Carlo (MFMC) yöntemi çok doğruluklu model yönetim algoritması olup, çok-doğruluklu belirsizlik analizlerinde kullanılır. Çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi, önemli ölçüde azaltılmış maliyetle belirli bir girdi dağılımına sahip belirsiz değişkenler için yüksek doğruluklu analiz modelinin çıktı dağılımının istatistiksel özelliklerini hesaplamak için düşük ve yüksek doğruluklu modellerin çıktılarını birleştirir. Genel olarak çok-doğruluklu uygulamalarda, analizlerin çoğunu düşük doğruluklu analizler kullanılarak gerçekleştirildiği, hesaplama maliyetini azaltmak için az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucunun düzeltilmesi için kullanılır. MFMC uygulamalarında ise çok-doğruluklu tahminin varyansını azaltmak için çok sayıda düşük kaliteli analiz sonucu kullanılırken, tahminin taraflılığı için az sayıda yüksek kaliteli analiz kullanılır [10]. MFMC yöntemi temelde çok-seviyeli Monte Carlo (Multi-level Monte Carlo) yöntemine benzemektedir, ancak

modellerin kombinasyonunda farklı süreçleri kullanır [11].

Formülasyonda yüksek doğruluklu model $f^{(1)}$ ile gösterilirken, düşük doğruluklu modeller doğruluk seviyesine göre sırasıyla $f^{(2)}, f^{(3)}, \dots, f^{(k)}$ ile gösterilmektedir. Tüm modeller, \mathcal{X} , girdi alamından aynı çıktı alanına, \mathcal{Y} , $(f^{(i)} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y})$ eşlenir. MFMC tahmininin hesaplanması, belirli bir hesaplama bütçesi olan p dahilinde yapılır. Bu nedenle, modellerin değerlendirme sayısı ve her bir modelin maliyeti tanımlanmalıdır. Formülasyonda i . modelin maliyeti ve değerlendirme sayısı sırasıyla w_i ve m_i ile gösterilmektedir. Model değerlendirme sayısı $0 < m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_k$ olarak tanımlanır, yani yüksek kaliteli modelin en az bir kez değerlendirilmesi gereklidir ve model doğruluğu azaldıkça model daha fazla değerlendirilir.

Monte Carlo yöntemi ile $f^{(i)}$ modelinin m_i analiz sonucu kullanarak denklem 2.41 şeklinde hesaplanmaktadır.

$$\bar{y}_{m_i}^{(i)} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} f^{(i)}(\vec{x}_j) \quad (\hat{\sigma}_{m_i}^{(i)})^2 = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} \left(f^{(i)}(\vec{x}_j) - \bar{y}_{m_i}^{(i)} \right)^2 \quad (2.41)$$

MFMC yöntemi ise çok-doğruluklu modelin ortalama ve varyans tahmini için denklem 2.42 ve 2.43 ile farklı doğruluktaki modellerin MC tahminlerini birleştirir. Denklemdeki $\bar{y}_{m_i}^{(i)}$ ve $(\hat{\sigma}_{m_i}^{(i)})^2$, f^i modelinin m_i analiz sonucu kullanılarak MC yöntemi ile hesaplanan ortalama ve varyans sonucu olup, $\bar{y}_{m_{i-1}}^{(i)}$ ve $(\hat{\sigma}_{m_{i-1}}^{(i)})^2$ ise $f^{(i)}$ modelinin m_{i-1} analiz sonucu kullanılarak hesaplanan ortalama ve varyans sonuçlarıdır.

$$\bar{y}^{MF} = \bar{y}_{m_1}^{(1)} + \sum_{i=2}^k \alpha_i \left(\bar{y}_{m_i}^{(i)} - \bar{y}_{m_{i-1}}^{(i)} \right) \quad (2.42)$$

$$(\hat{\sigma}^{MF})^2 = (\hat{\sigma}_{m_1}^{(1)})^2 + \sum_{i=2}^k \alpha_i \left((\hat{\sigma}_{m_i}^{(i)})^2 - (\hat{\sigma}_{m_{i-1}}^{(i)})^2 \right) \quad (2.43)$$

MFMC tahminleri $\alpha_2, \dots, \alpha_k$ katsayıları ve m_1, m_2, \dots, m_k model değerlendirme sayılarına bağlı olup, MFMC tahmini için bu parametrelerin belirlenmesi gereklidir. Referans [12] ve [13] optimum α ve m parametrelerini belirlemek üzere gerçekleştirmiştir. Bu çalışmaların temellinde, optimum α ve m parametreleri belirlenen p hesaplama bütçesi içerisinde denklem 2.44'te verilen MFMC ortalama tahminindeki varyans değeri minimize edilecek şekilde belirlenmektedir.

$$\text{Var}[\bar{y}^{MF}] = \frac{(\sigma_{m_1}^{(1)})^2}{m_1} + \sum_{i=2}^k \left(\frac{1}{m_{i-1}} - \frac{1}{m_i} \right) \left(\alpha_i^2 (\sigma_{m_i}^{(i)})^2 - 2\alpha_i \rho_{1,i} \sigma_{m_1}^{(1)} \sigma_{m_i}^{(i)} \right) \quad (2.44)$$

Denklem 2.44'teki $\sigma_{m_i}^{(i)}$, i . modelin m_i analiz sonucunda hesaplanan standart sapmayı, $\rho_{1,i}$ ise i . model ile yüksek doğruluklu model arasındaki korelasyon katsayısını göstermektedir. MFMC tahmininin maliyeti ise denklem 2.45'teki gibi hesaplanır.

$$c(\bar{y}^{MF}) = \sum_{i=1}^k w_i m_i = \vec{w}^T \vec{m} \quad (2.45)$$

Denklem 2.44 ve 2.45 kullanılarak, MFMC tahminleri için gerekli olan optimum α ve m parametrelerin bulunması için gereken optimizasyon problemi denklem 2.46'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{array}{ll} \arg \min_{\substack{m \in \mathbb{R}^k, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}}} & J(\vec{m}, \alpha_2, \dots, \alpha_k) = \text{Var}[\bar{y}^{MF}] \\ \text{kısıt} & m_{i-1} - m_i \leq 0, \quad i = 2, \dots, k \\ & -m_1 \leq 0, \\ & \vec{w}^T \vec{m} = p \end{array} \quad (2.46)$$

Optimum α ve m değerleri tanımlanan optimizasyon problemi çözülmerek elde edilir. Optimum parametreler kullanılarak, MFMC tahminleri denklem 2.42 ve 2.43 ile elde edilebilir.

2.4 Doğrulama Çalışmaları

Tez kapsamında geliştirilen kodları doğrulamak amacıyla analitik denklemler ile doğrulama çalışmaları gerçekleştirılmıştır. Doğrulama çalışmaları iki başlık altında gerçekleştirılmıştır. İlk bölümde çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemleri analitik denklemler üzerinden doğrulanmıştır. İkinci bölümde çok-doğruluklu belirsizlik analizi için kullanılan MFPCE ve MFMC yöntemleri için analitik denklem üzerinden belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir.

2.4.1 Çok-doğruluklu temsili modelleme

Geliştirilen co-Kriging kodunu doğrulamak için 1 ve 2 boyutlu analitik denklemler için temsili model kurulmuştur. Kurulan temsili modeller literatürde temsili model doğruluğunu ölçmek için kullanılan test metrikleri kullanılarak kodun doğru çalıştığı gösterilmektedir.

Temsili modeli test etmek amacıyla normalize edilmiş ortalama karakök hatası (NRMSE) ve optimizasyon doğruluğu metriği kullanılmıştır. Ortalama karakök hatası

temsili modelin global doğruluğunu ölçmek amacıyla kullanılan bir metrik olup, denklem 2.47'de verilmiştir. Farklı denklemlerde elde edilen metrik değerlerini karşılaştırabilmek için normalize edilmiş ortalama karesel hata kullanılmış olup formülü denklem 2.48'da paylaşılmıştır.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2.47)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{(y_{\max} - y_{\min})} \quad (2.48)$$

Co-Kriging yöntemi optimizasyon çalışmasında analiz programı gibi kullanılmakta olup, optimum bölgeyi doğru modelleyebilmesi büyük önem taşımaktadır. Bunun için doğrulama çalışmasında optimum sonucun doğruluğunu ölçmek için kullanılan optimizasyon doğruluğu metriği (d_t) kullanılmış olup, formülü denklem 2.49'da paylaşılmıştır. d_x temsili model ile elde edilen optimum tasarım değişkenlerinin gerçek tasarım değişkenlerinden uzaklığını ifade etmektedir. d_f terimi ise temsili model ile elde edilen optimum sonucun gerçek optimum sonuca olan uzaklığını ifade etmektedir.

$$d_t = \sqrt{\frac{\Delta_x^2 + \Delta_f^2}{2}} \quad \text{burada} \quad d_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{g_j - x_{j,\min}^*}{Z_j} \right)^2} \quad \text{ve} \quad d_f = \frac{y(\mathbf{g}) - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}} \quad (2.49)$$

Bu denklemlerdeki g kurulan temsili model ile elde edilen optimum sonucun tasarım değişkenlerini, x_m^* in analitik denklemlerden hesaplanan gerçek minimum sonucun tasarım değişkenlerini ifade etmektedir. Z ise tasarım değişkenlerinin maksimum ve minimum değeri arasındaki farkı ifade etmektedir. y_{\min} ve y_{\max} terimleri ise sırasıyla analitik denklemden elde edilen minimum ve maksimum analiz sonucunu ifade etmektedir.

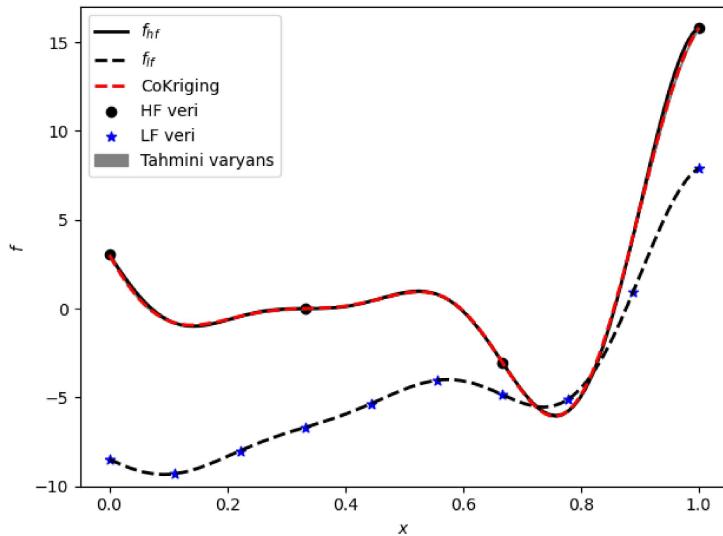
- Forrester denklemi,

Forrester denklemi, çok-doğruluklu yöntemler için kullanılan bir boyutlu doğrulama denklemi olup, takip eden denklemlerdeki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} f_{hf}(x) &= (6x - 2)^2 * \sin(12x - 4) \\ f_{lf}(x) &= 0.5f_{hf}(x) + 10(x - 0.5) - 5 \end{aligned} \quad (2.50)$$

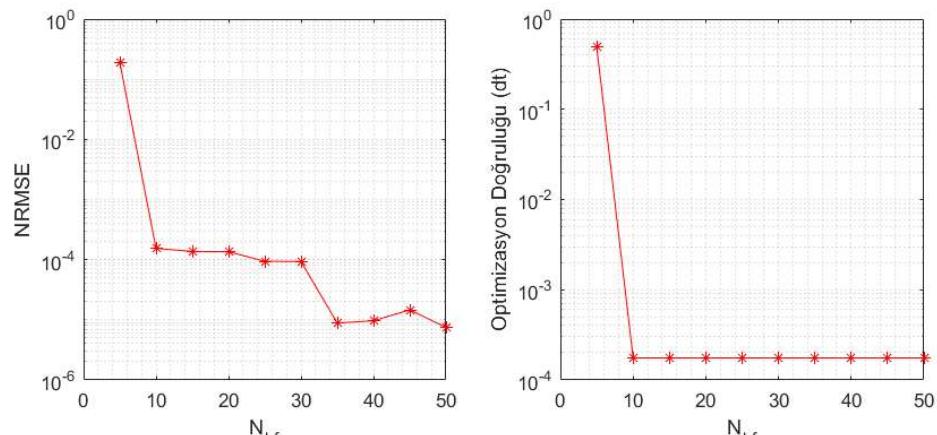
$$x_1 = [0, 1]$$

Tasarım uzayında düşük doğruluklu modelden lineer aralıklar ile elde edilen 10 denklem sonucu, yüksek doğruluklu modelden lineer aralıklar ile elde edilen 5 denklem sonucu kullanılarak co-Kriging yöntemi ile temsili model kurulmuştur. Temsili modelden ve analitik denklemlerden elde edilen tepki yüzeyleri Şekil 2.3'de paylaşılmıştır.



Şekil 2.3 : Forrester denklemi için co-Kriging yöntemi uygulaması

Değişen yüksek doğruluklu analiz sonucuna bağlı olarak kurulan temsili modelin doğruluğunu gözlemelemek adına, düşük doğruluklu analiz sayısı sabit tutularak farklı yüksek doğruluklu analiz sayısı için temsili model kurulmuştur. Kurulan temsili modeller için hesaplanan hata metrikleri Şekil 2.4'de sunulmuştur.



Şekil 2.4 : Forrester denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu ($N_{lf} = 30$)

Test metriklerinden gözlemlendiği gibi 10'dan fazla yüksek doğruluklu analiz sonucunun kullanıldığı durumlarda temsili model optimum sonucu çok doğru bir şekilde elde edebilmektedir. Ayrıca global açıdan da doğru temsili model kurulabilmektedir.

- ALOS denklemi,

Çok-doğruluklu temsili modelleri doğrulamak için kullanılan bir diğer denklem ALOS denklemidir. ALOS denkleminin bir, iki ve üç boyutlu versiyonları bulunmakta olup, bir boyutlu ALOS fonksiyonu denklem 2.51'de verilmiştir.

$$f_{hf}(x) = \sin(30(x - 0.9)^4) \cos(2(x - 0.9)) + (x - 0.9)/2$$

$$f_{lf}(x) = (f_{hf}(x) - 1 + x) / (1 + 0.25x) \quad (2.51)$$

$$x_1 = [0, 1]$$

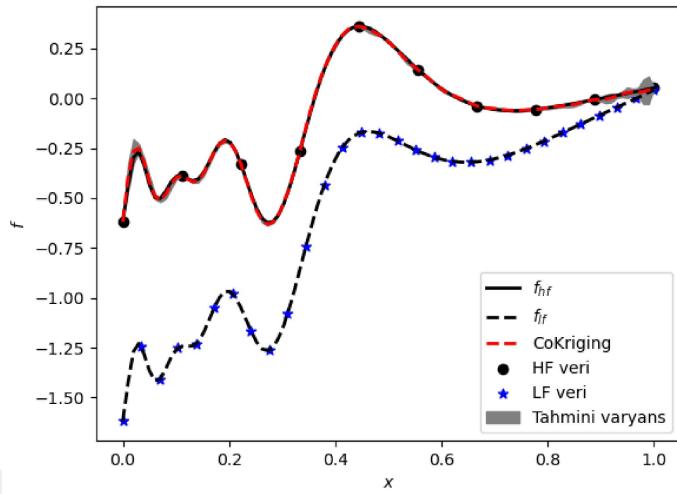
ALOS denklemi ani değişimler gösteren bir denklem olup, düzgün bir temsili model kurmak için Forrester denklemine göre daha fazla analiz sonucuna ihtiyaç duyulmaktadır. Doğrulama çalışması kapsamında 30 düşük doğruluklu, 10 yüksek doğruluklu analiz sonucu kullanılarak temsili model kurulmuştur. Temsili model ve analitik denklemden elde edilen tepki yüzeyleri Şekil 2.5'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi düşük doğruluklu modelden elde edilen bilgiler sayesinde az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu ile, yüksek doğruluklu analiz sonucunun bulunmadığı bölgelerdeki değişimler doğru bir şekilde elde edilebilmektedir.

Değişen yüksek doğruluklu analiz sonucuna bağlı olarak temsili model kurulmuştur. Kurulan temsili modeller için hesaplanan hata metrikleri Şekil 2.6'de sunulmuştur.

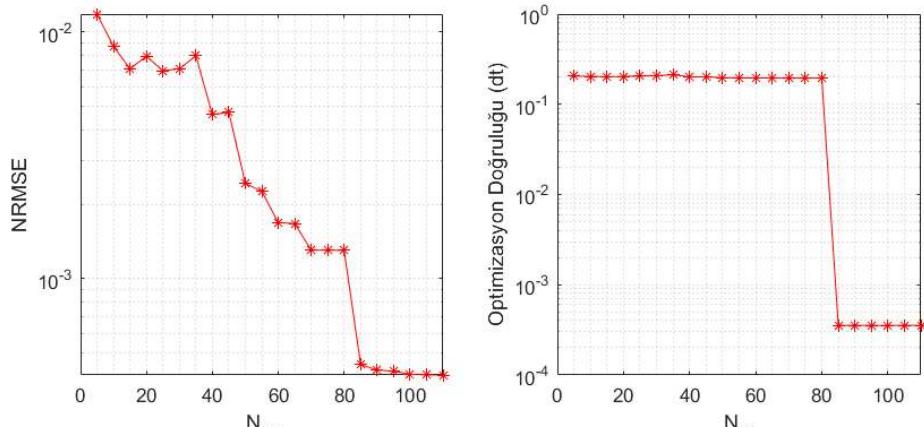
Test metrikleri incelenecek olursa, ALOS denkleminin çok sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucunun kullanıldığı durumda sonuçların belli bir değere yakınsadığı gözlemlenmektedir. ALOS denklemindeki ani değişimlerden dolayı düzgün bir temsili modeli kurmak için çok sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu gerekmektedir. Ancak elde edilen sonuçlar geliştirilen kodun doğru çalıştığını göstermektedir.

- Paciorek denklemi,

Paciorek denklemi iki boyutlu doğrulama denklemi olup, yüksek ve düşük



Şekil 2.5 : ALOS denklemi için co-Kriging yöntemi uygulaması

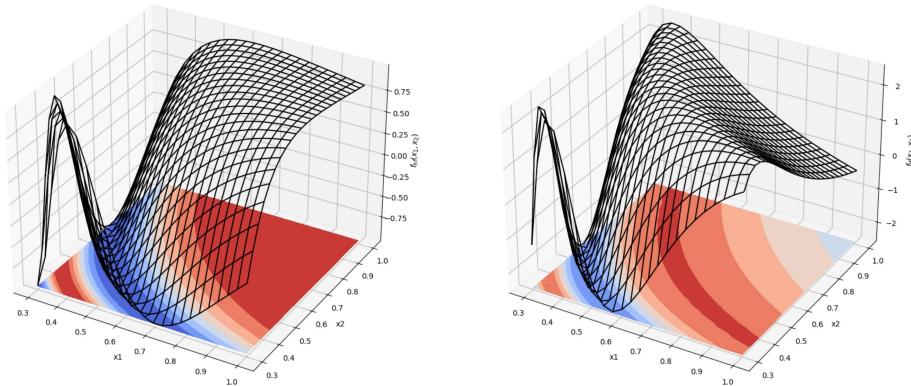


Şekil 2.6 : ALOS denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu ($N_{lf} = 50$)

doğruluklu fonksiyonlar denklem 2.52'de verilmiştir.

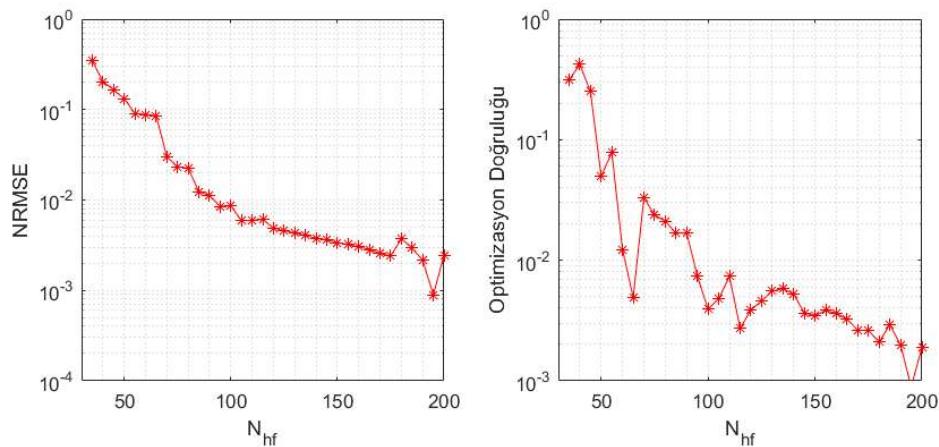
$$\begin{aligned} f_{hf}(x_1, x_2) &= \sin\left(\frac{1}{x_1 x_2}\right) \\ f_{lf}(x_1, x_2) &= f_{hf}(x_1, x_2) - 9A_2^2 \cos\left(\frac{1}{x_1 x_2}\right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Yüksek ve düşük doğruluklu fonksiyonlar için temsili yüzeyler Şekil 2.7'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi yüksek ve düşük doğruluklu temsili yüzeylerde ani değişim olan lokal bölgeler bulunmaktadır. İki model arasında linear ilişki olsada, tasarım uzayının belli bölgelerindeki lokal ani değişimlerden dolayı çok-doğruluklu temsili model ile elde edilmesi zor bir denklemdir.



Şekil 2.7 : Paciorek fonksiyonu yüksek ve düşük doğruluklu tepki yüzeyi

Değişen yüksek doğruluklu analiz sonucuna bağlı olarak temsili model kurulmuştur. Kurulan temsili modeller için hesaplanan hata metrikleri Şekil 2.8'de sunulmuştur.



Şekil 2.8 : Paciorek denklemi için temsili model test metriklerinin sonucu ($N_{lf} = 100$)

Metrik sonuçlarından gözlemlendiği gibi artan yüksek doğruluklu analiz sayısına bağlı olarak çok doğruluklu temsili modelin doğruluğu artmaktadır.

2.4.2 Çok-doğruluklu belirsizlik analizi

Çok-doğruluklu belirsizlik analizi için geliştirilen MFPCE ve MFMC kodlarını doğrudan analitik bir denklem üzerinden doğrulama çalışması gerçekleştirilmiştir. Analitik denklem olarak literatürde belirsizlik analizi çalışmalarında yöntemi ve süreci

doğrulama amaçlı kullanılan Borehole denklemi kullanılmıştır. Düşük ve yüksek doğruluklu Borehole denklemleri sırasıyla denklem 2.53 ve 2.54'de verilmiştir.

$$f_{lf}(x) = \frac{5T_u(H_u - H_l)}{\ln(r/r_w) \left(1.5 + \frac{2LT_u}{\ln(r/r_w)r_w^2K_w} + \frac{T_u}{T_l} \right)} + \eta \quad (2.53)$$

$$f_{hf}(x) = \frac{2\pi T_u(H_u - H_l)}{\ln(r/r_w) \left(1 + \frac{2LT_u}{\ln(r/r_w)r_w^2K_w} + \frac{T_u}{T_l} \right)} \quad (2.54)$$

MFMC yöntemi düşük ve yüksek doğruluklu analiz sonuçları arasındaki korelasyonu referans alarak, istatiksel parametreleri hesaplamak için kullanılacak düşük ve yüksek doğruluklu analiz sayısını belirler. Kullanılan analitik denklemler arasındaki korelasyon değerinin yüksek olmasından dolayı korelasyon değerini azaltmak için düşük doğruluklu denkleme uniform olarak değişen gürültü parametresi, $\eta \sim \mathcal{U}(-1, 1)$, eklenmiştir. Belirsizlik analizinde kullanılan belirsiz değişkenlerin dağılımları Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2 : Belirsiz değişkenlerin istatistikleri

Belirsiz Değişken	İstatistik
r_w	$\mathcal{U} \sim (0.05, 0.15)$
r	$\mathcal{U} \sim (100, 5000)$
T_u	$\mathcal{U} \sim (63700, 115600)$
H_u	$\mathcal{U} \sim (990, 1100)$
T_l	$\mathcal{U} \sim (63.1, 116)$
H_l	$\mathcal{U} \sim (700, 820)$
L	$\mathcal{U} \sim (1120, 1680)$
K_w	$\mathcal{U} \sim (9855, 12045)$

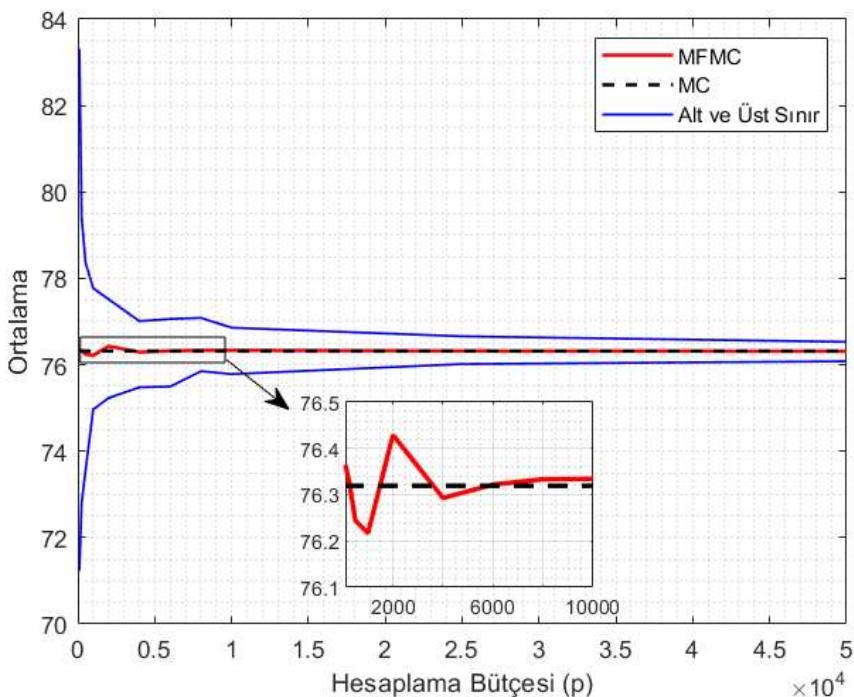
MFMC ve MFPCE yöntemlerini kullanarak belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca sonuçları doğrulamak için Monte Carlo yöntemi ile tek doğruluklu belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir.

2.4.2.1 Çok-dogruluklu Monte Carlo yöntemi ile uygulama

MFMC yöntemi, modeller arasındaki korelasyon değerine bakarak belirli bir bütçe dahilinde kullanılacak düşük ve yüksek doğruluklu analizlerin sayısına karar verir. Bu nedenle, hesaplama bütçelerinin belirlenmesi gerekli olup, düşük ve yüksek

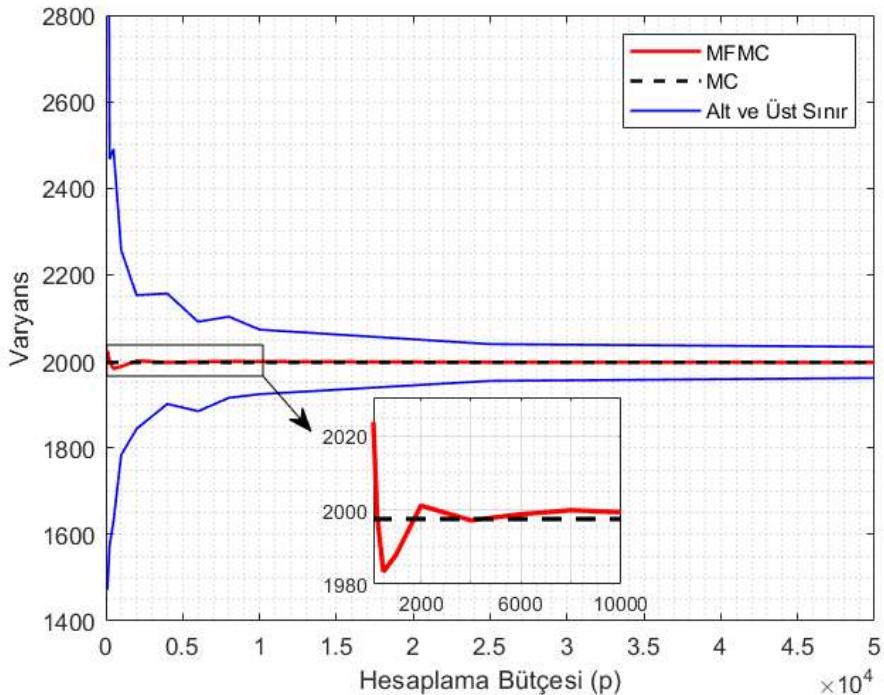
doğruluklu analiz maliyetleri sırasıyla 0,5 ve 1 olarak kabul edilmiştir. Belirlenen maliyet değerleri kullanılarak, farklı hesaplama bütçeleri için belirsizlik analizi gerçekleştirılmıştır.

Farklı bütçe değerleri için gerçekleştirilen belirsizlik analizi sonucu elde edilen ortalama ve varyans değerlerinin değişimi Şekil 2.9 ve 2.10'da verilmiştir. Düşük hesaplama bütçeli çok-doğruluklu tahmin yapılırken birkaç yüksek doğruluklu analiz kullanılarak yapıldığı için ortalama ve varyans tahminleri yüksek hata oranına sahiptir. Bunun için çalışma her bir hesaplama bütçesi için 100 kez tekrarlanmıştır. Her tekrar sonunda elde edilen sonuçların ortalama değerleri grafikte kırmızı çizgi ile, tekrarlarda elde edilen sonuçların minimum ve maksimum değerleri ise grafikte mavi çizgiler ile gösterilmiştir.



Şekil 2.9 : Farklı bütçe değerleri için MFMC ortalama tahmini

Şekil 2.9 ve 2.10'da görüldüğü gibi bütçe artışına bağlı olarak sonuçlardaki değişim miktarı azalmaktadır. Her bütçe değeri için kullanılan düşük ve yüksek doğruluklu analiz sayıları Çizelge 2.3'de paylaşılmıştır.



Şekil 2.10 : Farklı bütçe değerleri için MFMC varyans tahmini

Çizelge 2.3 : Değişen bütçe değerlerine bağlı olarak MFMC tahmini ve kullanılan analiz sayıları.

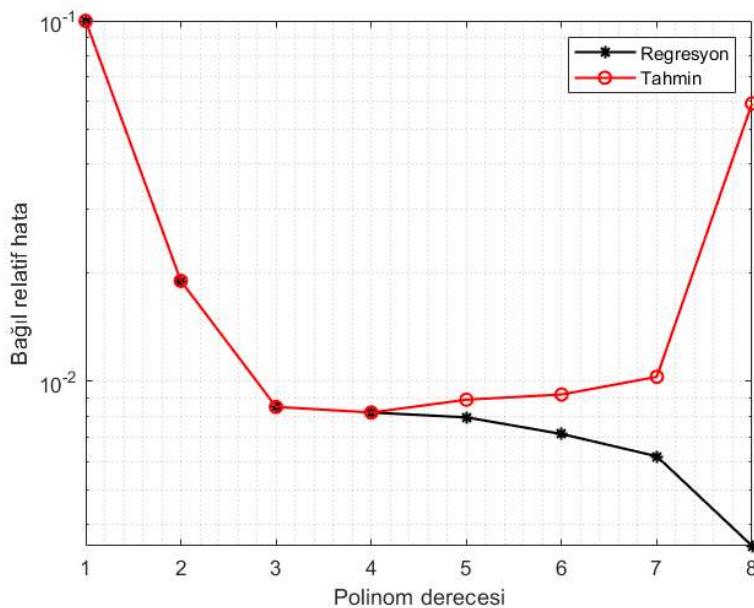
Bütçe (p)	100	1000	4000	10000	50000	MC
Yüksek Doğruluklu Analiz Sayısı	2	22	89	224	1124	1e+7
Düşük Doğruluklu Analiz Sayısı	195	1955	7820	19550	97750	-
Ortalama	76.364	76.217	76.293	76.324	76.319	76.319
Standart Sapma	44.986	44.585	44.690	44.714	44.693	44.668
MFMC Yönteminin Hesaplama Süresi(s)	0.127	0.163	0.212	0.476	1.622	1.042

Çizelge 2.3'deki sonuçlardan da görüleceği gibi, MFMC yöntemi az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu ile MC yöntemine yakın sonuçlar vermektedir. Ancak bütçe artışına bağlı olarak sonuçların güvenilirliği artış göstermektedir.

2.4.2.2 Çok-doğruluklu polinom kaos yöntemi ile uygulama

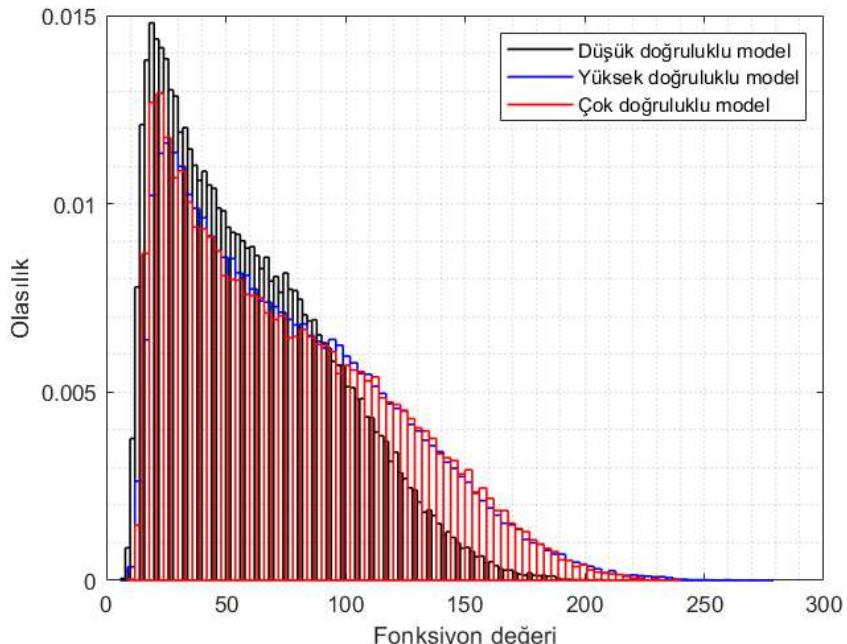
Doğrulama çalışmasında, çok-doğruluklu PCE yöntemi ile elde edilen sonuçları MFMC sonuçları ile kıyaslamak için MFMC yöntemi ile güvenilir tahminin

yapıldığı analiz sayıları kullanılarak MFPCE yöntemi ile temsili model kurulmuştur. MFMC çalışmasında yapılan tekrarlarda bütçenin 10000'den büyük olduğu durumda sonuçlardaki salınım azalmaktadır. Bundan dolayı MFMC uygulamasında bütçenin 10000 olduğu durumda kullanılan yüksek ve düşük doğruluklu analiz sayısı kadar analiz sonucu kullanılarak temsili model kurulmuştur. Temsili modeli kurmak için kullanılacak polinom derecesi, regresyon ve tahmin hatası referans alınarak belirlenmiştir. Temsili modeli kurmak için kullanılacak analizlerin %80'i ile temsili model kurulup, %20'si ile tahmin hatası hesaplanmıştır. Düşük doğruluklu model için hesaplanan regresyon ve tahmin hataları Şekil 2.11'de paylaşılmıştır.



Şekil 2.11 : Düşük doğruluklu temsili modelin regresyon ve tahmin hatası

Şekil 2.11'de gözlemlendiği gibi 4. dereceye kadar polinom derecesindeki artış tahmini ve regresyon hatasında azalmaya neden olmaktadır. Polinom derecesinin 4'ten büyük olduğu durumlarda tahmin hatasında artış gözlemlenmektedir. Bundan dolayı düşük doğruluklu temsili model kurulurken polinom derecesi 4 alınmıştır. Ekleme ve çarpım düzeltme terimi için kurulan temsili modellerde polinom dereceleri benzer yaklaşımla belirlenmiştir. Ekleme ve çarpım düzeltme terimi için kurulan temsili modellerin polinom dereceleri sırasıyla 2 ve 3 alınmıştır. Kurulan temsili modeller kullanılarak 10^7 belirsiz değişken kombinasyonu için tahmin yapılmıştır. Tahmin sonuçlarından belirsizlik parametreleri hesaplanmıştır. Şekil 2.12'de paylaşılmıştır.



Şekil 2.12 : Farklı doğruluklu modeller için sonuçlardaki dağılım

2.4.2.3 Belirsizlik analizi sonuçlarının karşılaştırılması

MFPCE ve MFMC yöntemi ile belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Sonuçları doğrulamak için yüksek doğruluklu denklem kullanılarak Monte Carlo yöntemi ile de belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen istatiksel veriler Çizelge 2.4'te verilmiştir.

Çizelge 2.4 : Uygulama sonuçlarının karşılaştırması

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Hesaplama Süresi (s)
MC	76.3095	44.7121	-
MFMC ($p=10000$)	76.3242	44.7144	0.476
MFPCE	76.3078	44.6877	109.218

Sonuçlardan görüldüğü gibi, çok-doğruluklu belirsizlik analiz yöntemleri ile Monte Carlo ile elde edilen sonuçlara çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Hesaplama süresi açısından bakıldığından MFPCE yöntemi ile MFMC yöntemine göre daha uzun sürede belirsizlik dağılımları elde edilmektedir.



3. OPTİMİZASYON METODOLOJİSİ

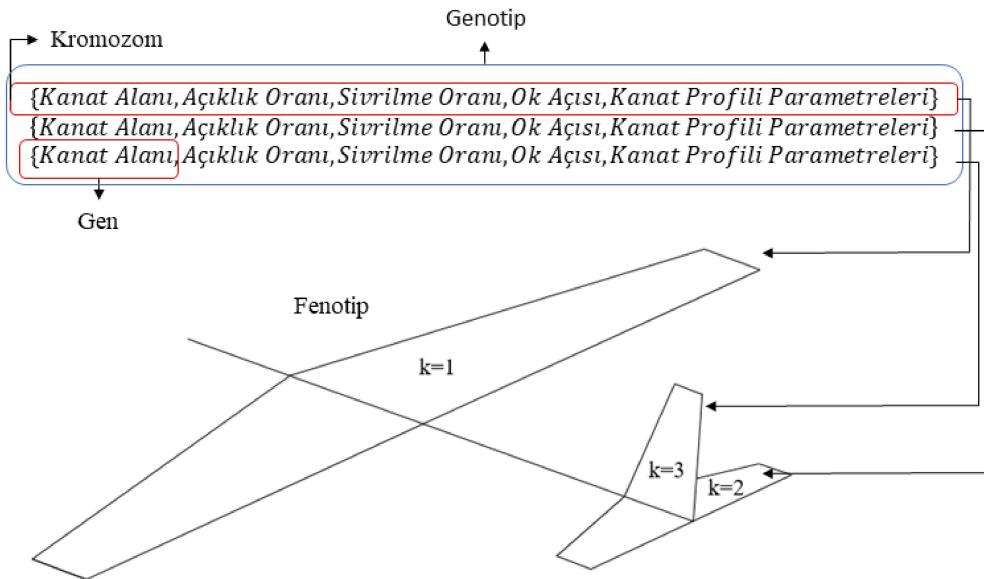
Temsili model temelli optimizasyon çalışmalarında, temsili modelden elde edilen türev bilgisinin yanıldıcı olabileceğiinden dolayı türev temelli olmayan optimizasyon yöntemleri önerilir. Bu çalışma kapsamında türev temelli ve türev temelli olmayan iki ayrı yöntem ile optimizasyon çalışması gerçekleştirilerek, temsili model temelli optimizasyon çalışmasındaki başarısı ve verimi değerlendirilmeye çalışılmıştır. Türev temelli olmayan yöntem olarak Genetik algoritma yöntemi kullanılmış olup, türev temelli yöntem olarak Davidon-Fletcher-Powell yöntemi kullanılmıştır. Takip eden bölümlerde, Bölüm 6'da açıklanan optimizasyon çalışmasında kullanılan iki yöntem açıklanmıştır. Ayrıca optimizasyon çalışmasında çok-amaçlı optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiş olup, kullanılan optimizasyon çalışmalarını çok-amaçlı optimizasyon problemlerinde kullanmak için izlenen metodoloji de hakkında bilgi verilmiştir.

3.1 Genetik Algoritma

Genetik algoritma (GA), evrimsel algoritmaların temelini oluşturan en bilindik yöntemlerden biridir. Evrim teorisindeki "En güçlünün hayatı kalması" prensipleri üzerine kurulan optimizasyon yöntemi, bir nevi evrim teorisinin yapay sistemler için uygulamasıdır. Diğer yöntemlerin aksine ele alınan sistemin matematiksel modelinin türevlerini kullanmayan genetik algoritma, tamamen olasılıksal olarak en iyi bireyi aramaktadır. Bundan dolayı modelin türev bilgisinin elde edilmesinin zor olduğu tasarım süreçlerinde tercih edilmektedir.

Genetik algoritma evrim teorisini temel aldığı için, algoritmaların sistemler hücre yapısına benzetilmektedir. Eniyilenmesi yapılmak istenen sistem, genetik algoritmalarında birey olarak adlandırılmaktadır. Bir bireyi temsil etmek amacıyla kullanılan her bir özellik gen, bireyi oluşturan genlerin toplamına ise genotip denilmektedir. Sistemi oluşturan genotipin fiziksel görünümü ise fenotip olarak

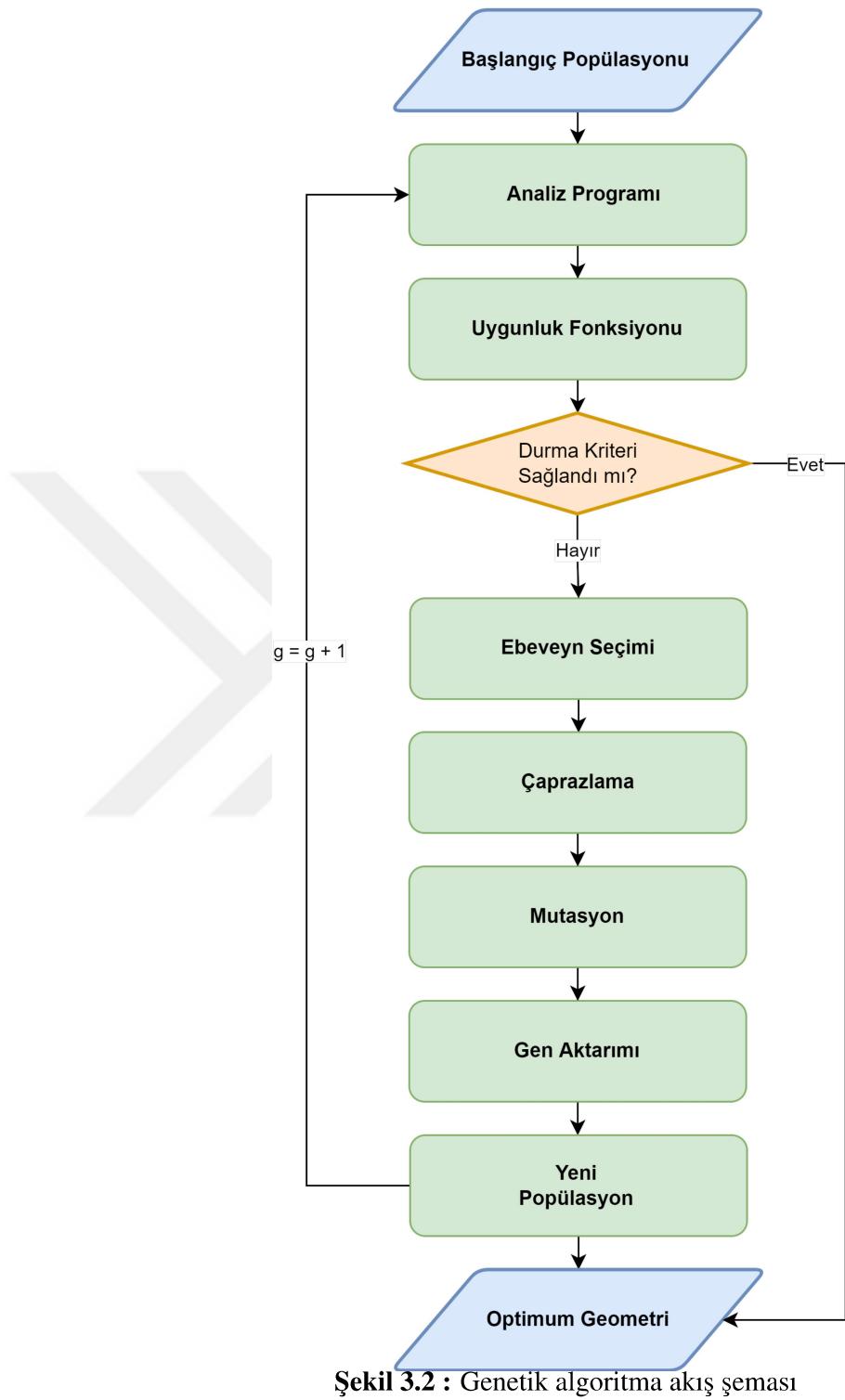
adlandırılmaktadır. Şekil 3.1, benzetimin daha iyi anlaşılması için basit bir uçağın taşıyıcı yüzeylerinin GA'daki benzetimine yer verilmiştir.



Şekil 3.1 : Bir uçağın genetik algoritma ile benzetimi

GA doğadaki üreme ve evrim kavramlarından ilhan almış olup, (1) seçim, (2) çaprazlama ve (3) mutasyon gibi üç ana adımdan oluşur. Seçim, istenen özelliklerin elde edildiği bireylerin daha uzun süre hayatı kıldığı ve popülasyon gen havuzuna daha fazla katkıda bulunduğu doğal seçilime dayanır. Çaprazlama, üreme sırasında kromozomlar arasında genetik özelliklerin birleştirdiği kromozomların çaprazlamasından esinlenmiştir. Mutasyon ise doğal olarak meydana gelen gen dizisinde kalıcı bir değişiklik olan genetik mutasyonu taklit eder. Genetik algoritma için en genel akış şeması Şekil 3.2'deki gibidir.

Genetik algoritmalar kullanıcı tarafından belirlenen sınırlamalar çevresinde oluşan örnek uzaydan rastgele başlangıç popülasyonunun oluşturulmasıyla başlar. Oluşturulan bireylerin amaç doğrultusunda uygun analiz programları ile analizi yapılır. Analiz sonucunda elde edilen sonuçlar kullanılarak bireyler amaç doğrultusunda belirlenen uygunluk fonksiyonu aracılığıyla değerlendirilmeye tabi tutulur. Değerlendirme sonucunda belirlenen başarılı bireylerin oluşacak gelecek nesillerde daha etkili olduğu yöntemler kullanılarak sonraki nesilleri oluşturacak ebeveynler seçilir. Ebeveynlerin özelliklerinin çaprazlanması ile ebeveynlerin özelliklerini taşıyan yeni bireyler oluşturulur. Yeni oluşturulan bireyler ebeveynlerinin özelliklerini taşımakta olup



Şekil 3.2 : Genetik algoritma akış şeması

sonucun yerel bir maksimum noktasına yakınsama ihtimalini azaltmak adına ve popülasyona çeşitlilik katmak için yeni oluşturulan bireyler mutasyona uğratılır. Mutasyon ile yeni oluşan bireye, ebeveynlerinden farklı özellikler verilir. Mutasyon

aşaması sonucunda oluşan yeni bireyler analiz edilip, uygunluk fonksiyonu ile değerlendirilir. Birey başarılı bir birey ise sonraki nesile dahil edilir. Eğer birey başarılı bir birey değilse birey öldürülür ve yeni bir birey oluşturulur. Bu işlemler belirlenen maksimum nesil sayısı, nesillerdeki bireylerde değişimin gözlemlenmemesi gibi kriterleri sağlanana kadar devam eder.

3.2 Çoklu Başlangıç Noktalı Davidon-Fletcher-Powell

Davidon-Fletcher-Powell (DFP) yöntemi kısıtlamasız bir optimizasyon yöntemidir. Yöntem ilk olarak Davidon [56] tarafından geliştirilmiş olup, Fletcher ve Powell [57] tarafından modifiye edilmiştir. Çalışmada kullanılan DFP algoritması Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 : DFP yöntemi için algoritma

DFP Algoritması

- Adım 1:** Başlangıç noktasını tahmin et, x^0 .
 $n \times n$ boyutlu bir A^0 matrisi belirle.
 (Matris ilk iterasyonda birim matris alınabilir.)
 Yakınsama kriterini belirle ε .
 - Adım 2:** Gradyan vektörünü hesapla; $\mathbf{c}^{(0)} = \nabla f(\mathbf{x}^{(0)})$.
 - Adım 3:** c^k 'nın normunu hesapla $\|\mathbf{c}^{(k)}\|$.
 Eğer $\|\mathbf{c}^{(k)}\| < \varepsilon$ ise dur, değilse devam et.
 - Adım 4:** İlerleme yönünü hesapla,
 $\mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{A}^{(k)}\mathbf{c}^{(k)}$
 - Adım 5:** $f(a) = f(x^k + ad^k)$ 'i d^k yönünde minimize edecek şekilde ilerme miktarını a_k 'yı hesapla.
 (Golden section algoritması kullanılabilir.)
 - Adım 6:** Tasarım noktasını $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \Delta x_i^{(k)}$ olarak güncelle.
 Aşağıdaki formüle göre $\mathbf{A}^{(k)}$ matrisini güncelle.
 - Adım 7:** $\mathbf{A}^{(k+1)} = \mathbf{A}^{(k)} + \mathbf{B}^{(k)} + \mathbf{C}^{(k)}$
 burada;

$$\mathbf{B}^{(k)} = \frac{\mathbf{s}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)T}}{(\mathbf{s}^{(k)} \cdot \mathbf{y}^{(k)})}; \quad \mathbf{C}^{(k)} = \frac{\mathbf{z}^{(k)}\mathbf{z}^{(k)T}}{(\mathbf{y}^{(k)} \cdot \mathbf{z}^{(k)})}$$
 - Adım 8:** İterasyon insidisini $k = k + 1$ olarak değiştir, adım 2'ye git.
-

DFP yöntemi kısıtlamasız bir optimizasyon yöntemi olup, ele aldığımız problem gibi çoğu mühendislik problemi kısıtlamalar içermektedir. DFP yönteminin kısıtlamalı optimizasyon çalışmalarında kullanabilmek için ceza fonksiyonu (penalty

function) ile entegre edilmiştir. Adından da anlaşılacağı gibi, amaç fonksiyonu, kısıtların ihlal edildiği durumlarda amaç fonksiyonunu cezalandırmaya dayanır ve amaç fonksiyonu, optimizasyon çalışmasında denklem 3.1'deki gibi ceza terimleri kullanılarak düzenlenir.

$$F(x) = f(x) + \sum_{j=1}^r r_h h_j^2(x) + \sum_{i=1}^m r_g \langle g_i(x) \rangle^2 \quad (3.1)$$

Denklem 3.1'deki $f(x)$ orjinal amaç fonksiyonu, $h(x)$ eşitlik kısıtlarını, $g(x)$ ise eşitsizlik kısıtlamalarını temsil etmektedir. r_h ve r_g ceza parametrelerini ifade etmekte olup $r_h, r_g \geq 0$ 'dır. Ceza parametrelerin seçimi için farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Eğer $r_{h,g}$ parametreleri küçük seçilirse, optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen optimum tasarım bütün kısıtlara uymayabilir. Eğer çok yüksek ceza parametreleri seçilir ise amaç fonksiyonunun kötü koşullanma riski vardır. Bu nedenle, optimizasyon algoritmasındaki $r_{h,g}$ parametreleri küçük bir değerle başlamalı ve daha büyük bir değere yükseltilmelidir [55]. Bu yüzden ceza terimleri denklem 3.2'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} r_g &= \max \left[1, \frac{1}{g_i(x)} \right] \\ r_h &= \max \left[1, \frac{1}{h_j(x)} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

DFP yönteminde yön arama algoritması olarak Altın Bölüm (Golden-Section) algoritması, sayısal türev hesaplamalarında merkezi fark yöntemi kullanılmıştır. Optimizasyon çalışması, değiştirilmiş amaç fonksiyonu ile DFP yöntemi kullanılarak gerçekleştirilir.

DFP yöntemi lokal optimizasyon yöntemidir. Küresel optimizasyon problemlerde kullanabilmek için cezalandırma fonksiyonu ile birleştirilen DFP yöntemi, çoklu başlangıç algoritması ile entegre edilmiştir.

3.3 Çok-Amaçlı Optimizasyon Metodolojisi

Çok-amaçlı optimizasyon problemlerinde birden çok amaç fonksiyonu bulunmakta olup, birden çok amacın bir arada optimizasyonu yapılmaya çalışılır. Tek amaçlı optimizasyonun aksine, çok-amaçlı optimizasyon çalışması sonucunda amaç fonksiyonlarının ağırlıklarına bağlı olarak Pareto optimal çözümler olarak adlandırılan

bir dizi nokta elde edilir. Optimizasyon yöntemlerini çok-amaçlı hale getirmek için, ağırlıklı toplam, ε kısıtlamalı, hedef programlama (goal programming), fayda fonksiyon (utility function) yöntemi gibi klasik yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler temelde optimizasyon çalışmasını farklı kısıtlama, ağırlık değeri gibi parametreler ile tekrarlanması dayanmaktadır. Bu yöntemlerin aksine tek optimizasyon çalışması altında pareto front eğrisinin elde edilebileceği NSGA-II, MOEA gibi güncel yöntemlerde bulunmaktadır. Tez kapsamında non-lineer pareto eğrilerini yakalamada başarılı olduğu ve standart optimizasyon algoritmalar ile entegre etmesinin kolaylığından dolayı ε -kısıtlamalı yöntemi kullanılmıştır.

3.3.1 ε -kısıtlamalı method

ε -kısıtlamalı yöntem, optimizasyon algoritmasını çok-amaçlı optimizasyon çalışmalarında kullanmak için önerilen bir yöntemdir. Eğer bir optimizasyon problemi k adet amaç fonksiyonuna sahipse, yöntem bir tane amaç fonksiyonu hariç geriye kalan bütün amaç fonksiyonlarını eşitsizlik kısıtı olarak tanımlamaktadır. Belirlenen kısıt için farklı değerler alınarak optimizasyon çalışması tekrarlanarak pareto front eğrisi elde edilmektedir. Yöntem k adet amaç fonksiyonu olan optimizasyon çalışmasını denklem 3.3'deki gibi tanımlamaktadır.

$$\begin{aligned} & \min f_1(x) \\ & \text{kısıt } f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad i = 2, \dots, k \end{aligned} \tag{3.3}$$

Çok-amaçlı optimizasyon problemlerinde, optimizasyon çalışması farklı ε_i değerlerine göre gerçekleştirilir. Bu yöntemin bir dezavantajı ε_i parametrelerine karar vermektir. Her bir amaç fonksiyonu için bu parametreler belirlenmelidir. Bu çalışmada bu parametreler kurulan çok-doğruluklu temsili model aracılığıyla ucuz bir şekilde belirlenmektedir.

4. AERODİNAMİK ANALİZ

Çok-doğruluklu analiz ve optimizasyon çalışmaları hesaplama süresini azaltmak için çok sayıda düşük doğruluklu modelin az sayıda yüksek doğruluklu model ile düzeltmesine dayanır. Bundan dolayı tez kapsamında yapılacak çok-doğruluklu optimizasyon ve belirsizlik analizi çalışmalarında akış analizleri için farklı doğruluk seviyelerine sahip aerodinamik modelinin belirlenmesi gerekmektedir. Farklı varsayımlar altında potensiyel akış, Euler, Naiver-Stokes çözümcüleri gibi farklı akış çözümcüleri tanımlanabilmektedir. Ele alınan problemde istenen doğruluk mertebesi ve hesaplama maliyeti gereksinimlerine göre farklı doğruluklu seviyesine sahip akış modellerinin seçimi değişkenlik gösterebilir. Bu çalışma kapsamında mevcut hesaplama gücü düşünülerek ve literatürdeki çalışmalar referans alınarak düşük doğruluklu akış çözümü olarak yüksek dereceli panel yöntemi olan PANAIR programı, yüksek doğruluklu akış çözümü olarak ise Euler akış çözümünün kullanılması uygun bulunmuştur.

Takip eden bölümlerde tez çalışması kapsamında akış analizleri için kullanılan programlar ve programlar için gerekli olan ağ yapılarının oluşturulma yöntemleri açıklanmıştır. Açıklanan program ve yöntemler kullanılarak akış analizi kabiliyetlerinin doğrulanması için çeşitli uygulamalara yer verilmektedir.

4.1 Yüksek Doğruluklu Akış Analizi İçin Ağ Yapısının Oluşturulması

Genel bir HAD probleminin aksine, sonik patlama hesaplamaları için yapılan HAD analizlerinde yüzey üzerindeki basınç dağılımından ziyade uçaktan 2-3 boy uzaktaki basınç dağılımı ile ilgilenilmektedir. Bu da hem çözüm hacminin boyutunu artırmakta hem de oldukça doğru ve kesin bir HAD çözümü gerektirmektedir. Dolayısıyla bu gereksinimleri karşılamak için oluşturulması gereken ağ yapısının çok yüksek eleman sayılarına sahip olması gerekmektedir. Ağ elemanı sayısının artması gereklili olan hesaplama gücünün ve süresinin artması gerektiği anlamına gelmektedir. Bu durum

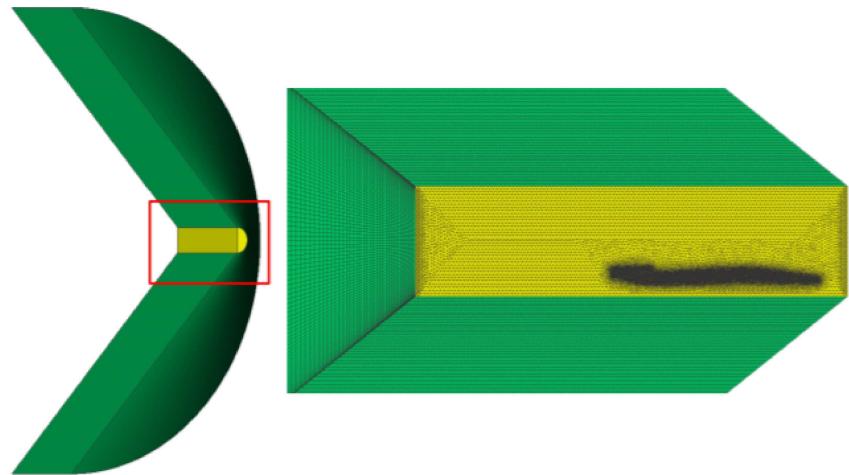
özellikle HAD temelli optimizasyon, belirsizlik analizlerinin süresini katlanılmaz boyutlara eriştirebilmektedir.

Genellikle HAD ağlarının kalitesi, akış analizinin sonucunu etkilemektedir. Ağ kalitesinin kötü olması sayısal yöntemlerin hatalı sonuç vermesine ve geometriden kısa bir mesafe sonra basınç dalgalarının sinyalinin kaybına neden olur. Başarılı bir simülasyon için ağ yapısı geometriden belli bir uzaklıkta dalga sinyallerini elde edebilecek kalitede olmalıdır. Literatürdeki çalışmalar göz önüne alındığında bu zorluğun ağ adaptasyonu ile veya hibrit ağ yapısının kullanılarak aşıldığı görülmektedir.

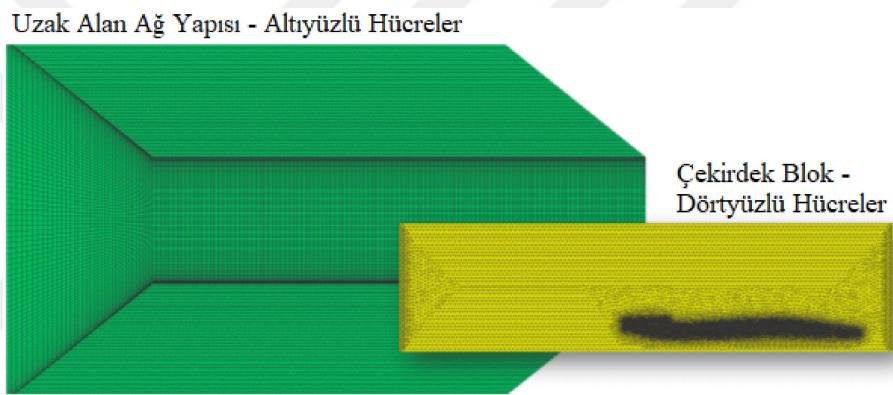
Daha önce yapılan çalışmalar göz önüne alındığında sonik patlama hesapları için yapısal ağ (structured mesh), yapısal olmayan ağ (unstructured mesh) ve bu iki ağ yapısının bir arada kullanıldığı hibrit çalışmalar görülmektedir. Yapısal ağ sonik dalgaları yakalamak için oldukça uygundur. Ancak yapısal ağ oluşturmak için geometrinin düzenlenmesi oldukça zaman almaktadır. Yapısal olmayan ağ ile ayrıklama ise, yapısal ayrıklama ile kıyaslandığında çok kısa sürede ağ oluşturulabilmektedir. Ancak yapısal olmayan ağ ile uçaktan belli bir uzaklıkta sonik dalgaların yakalanması zordur. Ayrıca yapısal olmayan ağ ile sonik dalgaların doğru bir şekilde yakalanması ancak çok fazla eleman sayısı ile mümkün olmaktadır. Bu durum akış alanının sayısal olarak çözüm sürecini oldukça uzatmaktadır. Bundan dolayı bu çalışmada AIAA Sonik Patlama Çalıştaylarında olduğu gibi yapısal ve yapısal olmayan ağ yapısından oluşan hibrid ağ yapısı kullanılmıştır.

4.1.1 Süpersonik uçaklar için hibrid ağ yapısı

Süpersonik uçaklar için genel hibrit ağ yapısı Şekil 4.1'de gösterildiği gibi çekirdek ve çekirdek ağının çevresinde yer alan uzak akış alanını temsil eden uzak alan ağ bloğundan oluşur. Çekirdek ağbloğu geometriyi içinde barındıran yarı silindirik ağ yapısı olup geometrinin düzenlenmesi gibi zaman alıcı süreçlerden kurtulmak adına yapısal olmayan ağ kullanılarak oluşturulmaktadır. Çalışma süresince çekirdek ağbloğu dört yüzlü hücreler kullanılarak oluşturulmuştur. Dörtyüzlü hücrelerin kullanılma nedeni geometriye yakın yerlerde dörtyüzlülerin kaliteli ağ oluşturma sürecini kolaylaştırmasıdır.



Şekil 4.1 : Hibrid ağ yapısı [1]

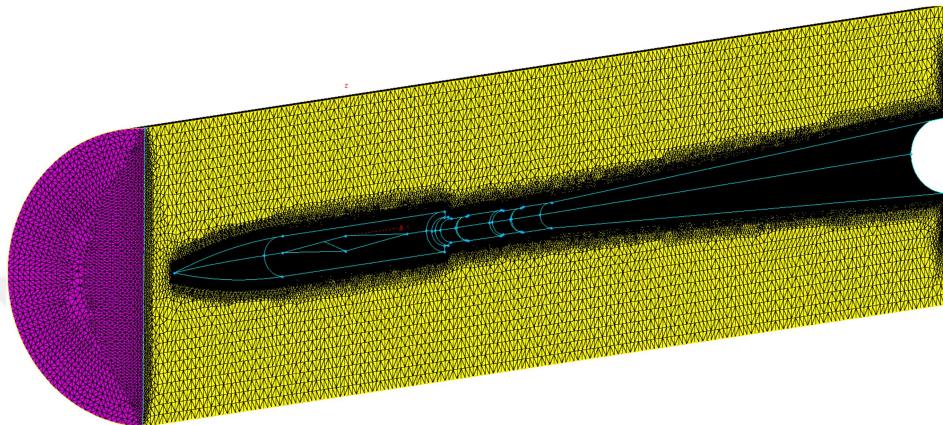


Şekil 4.2 : Yakın ve uzak alan ağ yapısı [1]

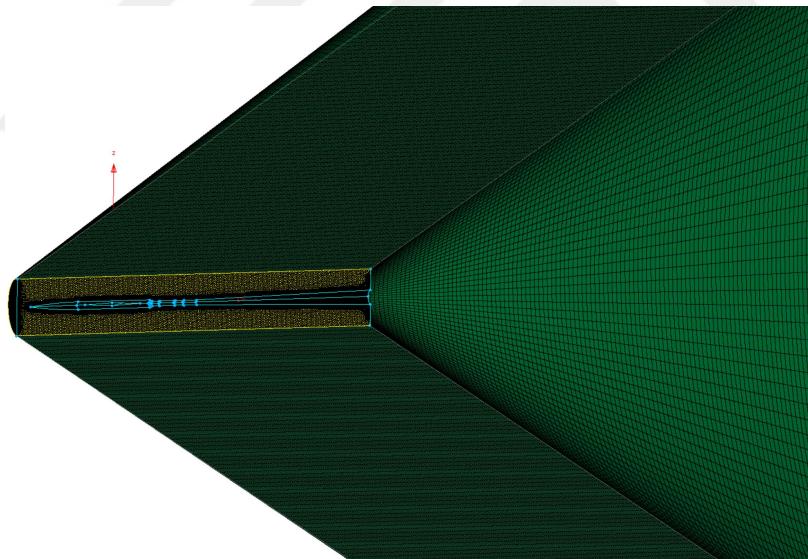
Uzak alan ağ yapısı şok dalgaları daha iyi yakalamak adına yapısal ağ kullanılarak oluşturulmuştur. Yapısal olmayan çekirdek ağ ile birleşim yüzeyinden alınan basınç imzası uzak alan akış alanında iletilerek uçaktan belirli bir uzaklıktaki basınç dağılımı yapısal ağ sayesinde daha doğru bir şekilde elde edilmektedir. Böylelikle yakın alana kaliteli yapısal olmayan ağ oluşturulması sayesinde, yapısal ağ oluşturmak adına geometriyi düzenlemek için gerekli olan uğraştan kurtularak basınç dağılımını ve şok dalgaları uçaktan belirli bir uzaklıktaki doğrudan etmek mümkün olmaktadır. Uzak alan ağı Şekil 4.2'de görüldüğü gibi Mach açısı doğrultusunda açı yaparak serbest akım doğrultusunda uzanmakta olup, Mach açısı denklem 4.1'deki gibi hesaplanmaktadır. Mach açısı doğrultusunda ağ'a verilen yönelim şok dalgalarının daha iyi elde edilmesine olanak vermektedir. Ayrıca bu Mach yönelim açısı nümerik difüzyonun azalmasına yardımcı olmaktadır.

$$\mu = \sin^{-1}(1/M) \quad (4.1)$$

Uzak alan yapısal ağı oluşturulurken, ağı yapısının kalitesinden ödün vermeden ağı elemanı sayısını azalttığı için altyüzlü elemanlar kullanılması tercih edilmiştir. Anlatılanlar doğrultusunda oluşturulan örnek bir hibrid ağı yapısı Şekil 4.3 ve 4.4'de görülmektedir.



Şekil 4.3 : Hibrit ağı yapısı - çekirdek ağı yapısı



Şekil 4.4 : Hibrit ağı yapısı

Hibrit ağı yapısının uçaktan belirli bir uzaklıkta basınç imzasının ve aerodinamik katsayılarının elde edilmesi konusunda başarılı olduğu [58]' da yapılan uygulamalar ile gösterilmiştir. Ishikawa ve diğerleri (2010) [58], bir süpersonik uçak için hibrit ve tamamen yapısal ağı oluşturarak çeşitli analizler yapmış ve sonuçları kıyaslamıştır. İki farklı ağı yapısı ile elde edilen sonuçların birbiri ile örtüştüğü görülmüştür. Ayrıca bu çalışmada çekirdek blok olarak adlandırılan geometriyi içinde barındıran ağı yapısının

yarıçapının basınç imzası üzerindeki etkisi incelenmiştir. Yapılan uygulamalar sonucu gözlemlenmiştir ki çekirdek bloğunun yarıçapı geometriyi içinde barındıracak şekilde ne kadar azaltılırsa basınç imzasındaki keskin dalgalanmalar da o kadar iyi elde edilebilmektedir. Bundan dolayı [58]’da elde edilen sonuçlar göz önüne alınarak çekirdek bloğu oluşturulurken yarıçapı olabildiğince küçük tutulmaya çalışılmıştır.

4.2 Yüksek Doğruluklu Aerodinamik Analiz: SU2- Euler Çözücüsü

Yüksek doğruluklu akış çözümü SU2 programı Standford Üniversitesi Havacılık ve Uzay Tasarım Laboratuvarı (Aerospace Design Laboratory - ADL) tarafından geliştirilmiş açık kaynak çoklu-fizik çözümcisidir. SU2 programı süpersonik uçak tasarım ve optimizasyon çalışmalarında sıklık ile kullanılmakta olup, çalışmalar SU2 programının sağlam ve güvenilir bir program olduğunu göstermektedir. Ses-üstü akışlarda viskoz etkilerin az olması ve çözüm süresinin kısa olmasından dolayı tez kapsamında yüksek doğruluklu akış analizi için SU2 programındaki-Euler çözümcisini kullanılması uygun görülmüştür.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{F}_c(Q) = 0$$

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \bar{V} \\ \rho E \end{Bmatrix} \quad \bar{F}_c = \begin{Bmatrix} \rho \bar{V} \\ \rho \bar{V} \otimes \bar{V} + \bar{I} p \\ \rho E \bar{V} + p \bar{V} \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Euler denkleminin diferansiyel formu denklem 4.2’de verilmiş olup, denklemdeki $\rho, E, p, \bar{V}, \bar{I}$ ifadeleri sırasıyla yoğunluk, kütle başına enerji, termodinamik basınç, hız vektörü ve birim matrisi ifade eder.

4.2.1 Yüksek doğruluklu ses-üstü akış problemi için çözüm yöntemi

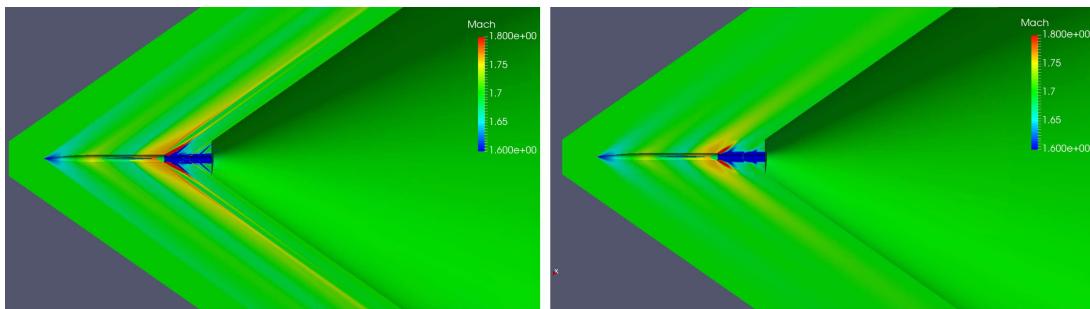
Akış analizi yapılrken matematiksel model ve sayısal yöntemler için bazı parametrelerin seçilmesi gerekmektedir. Bundan dolayı akış analizlerinde kullanılan yöntemler ve yöntemlerin parametreleri için bir karşılaştırma çalışması gerçekleştirilmiştir. SU2 v6.2 çözümcisinden sayısal ayriklaştırma yöntemi olarak JST, LAX-FRIEDRICH, CUSP, ROE, AUSM gibi yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemlerin hangisinin daha kısa sürede daha doğru sonuç vereceğini incelemek adına, Delta kanat geometrisi kullanılarak farklı ayriklaştırma yöntemleri için analizler

gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçları Çizelge 4.1'de verilmiştir. Analizler yakınsama kriteri 10^{-7} seçilerek gerçekleştirilmiştir. Çizelgede paylaşılan iterasyon sayısı ve aerodinamik katsayı değerleri, analizin 10^{-7} yakınsama kriterine ulaştığındaki sonuçlardır.

Çizelge 4.1 : Sayısal ayriklaştırma yöntemlerinin kıyaslaması

Yöntem	İterasyon Sayısı	Taşıma Katsayısı	Sürükleme Katsayısı
JST	100	2.03E-02	3.65E-03
LAX	100	2.05E-02	3.65E-03
ROE	233	1.80E-02	4.74E-03
HLLC	643	2.03E-02	3.66E-03
AUSM	Iraksadı	-	-
CUSP	Iraksadı	-	-
TURKEL	Iraksadı	-	-

Çizelge 4.1'de görüldüğü gibi JST ve LAX yöntemleri aynı iterasyon sayısında birbirine çok yakın taşıma ve sürükleme katsayısını vermektedir. Sonik patlama analizlerinde uçaktan belli bir mesafedeki basınç dağılımları kullanılmakta olup, yöntemlerin uzak alandaki basınç izini elde etmedeki başarılarını ölçmek için yöntemlerin akış domainleri Sonik Patlama Tahmin Çalıştayı (SBPW) sonuçları ile kıyaslanmıştır. JST ve LAX yöntemi ile elde edilen akış alanlarındaki Mach sayısı dağılımları Şekil 4.5'de verilmiştir.



Şekil 4.5 : JST ve LAX yöntemleri ile elde edilen Mach sayısı dağılımı

Şekil 4.5'de verilen sol taraftaki şekil JST, sağ taraftaki ise LAX ile yapılmış çözümlere ait olup, dağılımdan görüleceği üzere JST yöntemi akış alanında şok dalgalarını uzak alana iletmede daha başarılı iken, LAX yönteminde şok dalgaları olması gerekenin aksine kısa mesafede sökümlenmektedir.

SU2 çözümcisini kullanan SBPW katılımcıları da JST yöntemini tercih etmişlerdir. Bu çalışma ile süpersonik akış koşullarında SU2 v6.2 çözümcisindeki sayısal ayriklaştırma yöntemlerinden JST yönteminin daha iyi sonuç verdiği doğrulanmıştır.

4.3 Düşük Doğruluklu Akış Çözücsü: A502/Panair 3D Panel Yöntemi

A502 olarak da bilinen PANAIR programı herhangi üç boyutlu bir geometri etrafındaki akış özelliklerini hesaplamak için Boeing tarafından geliştirilmiş yüksek dereceli panel metodudur. Program, ses altı ve ses üstü Mach sayılarında lineerleştirilmiş potansiyel akış sınır-koşulları problemini çözmek için yüksek dereceli bir panel yöntemi kullanır. PANAIR programı süpersonik lineerleştirilmiş teori kapsamında geçerli olan Prandtl-Glauert denklemelerini çözmek de olup, denklem 4.3'te verilmiştir.

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.3)$$

Denklemdeki Φ , hız potasiyelindeki bozunmayı ifade etmektedir. PANAIR programı hava aracının üzerine yerleştirilen kaynak ve dubletleri, duvar sınır şartı ile çözmekte olup, panel sayısına bağlı olarak 5-10 dakika arasında sonuç vermektedir. Programdan çıktı olarak aerodinamik katsayılar, yüzey basınç dağılımı, belirli istasyonlardaki taşıma değeri, akış alanındaki basınç dağılımı gibi değerleri almak mümkündür. Sonik patlama analizleri için uçaktan belli bir uzaklıktaki basınç dağılımı gerekmekte olup, PANAIR ile akış alanındaki belli konumlardan basınç dağılımının elde edilebilmesi çalışmada düşük doğruluklu akış programı olarak tercih edilmesi nedenlerinden biridir.

4.4 Farklı Doğruluklu Akış Çözümleri için Doğrulama ve Karşılaştırma Çalışması

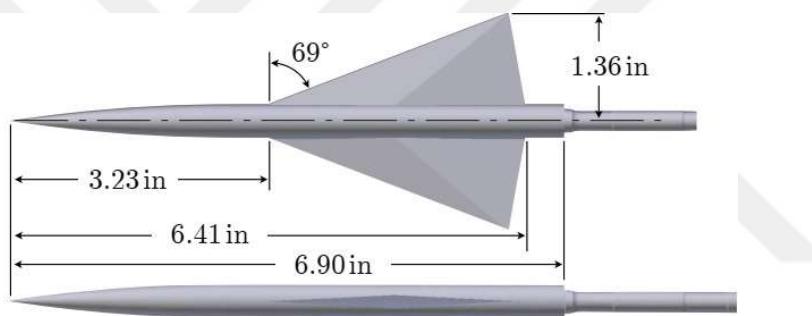
Bu bölümde yüksek ve düşük doğruluklu analiz sonuçlarını doğrulamak için karşılaştırma çalışmalarına yer verilmiştir. Doğrulama çalışmalarında SBPW geometrilerinin deneysel ve katılımcı sonuçları paylaşıldığı için SBPW geometrilerinin kullanılması tercih edilmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürde bulunan çeşitli sonuçlar ile doğrulanmıştır. Ardından yüksek ve düşük doğruluklu analiz sonuçlarının karşılaştırmasına yer verilmiştir.

4.4.1 Yüksek doğruluklu akış çözümü için doğrulama çalışması

Yüksek doğruluklu akış analizlerini doğrulamak için SBPW'larda kullanılan Delta kanat ve JAXA kanat gövde geometrileri kullanılmıştır. Bu geometriler için deneysel ve SBPW katılımcılarının analiz sonuçları literatürde paylaşılmıştır. Bu açıdan doğrulama çalışmaları için oldukça uygun geometrilerdir. Takip eden bölümlerde sırasıyla bu iki geometri için yapılan doğrulama çalışmasına yer verilmiştir.

Delta kanat geometrisi

Delta kanat (DW) geometrisi SBPW-I'de kullanılan geometrilerden biridir. Bu model eksenel simetrik bir gövde ve 69 derece geriye doğru bir ok açısına sahip bir kanada sahiptir. Delta kanat geometrisi Şekil 4.6'da verilmiştir.



Şekil 4.6 : Delta kanat geometrisi [2]

Geometrinin literatürde paylaşılan rüzgar tüneli deneyleri 1.7 Mach sayısında gerçekleştirılmıştır. Bundan dolayı SU2 programında akış analizi bu Mach sayısında gerçekleştirilmiş olup, SU2 akış analizinde kullanılan analiz parametreleri Çizelge 4.2'de verilmektedir.

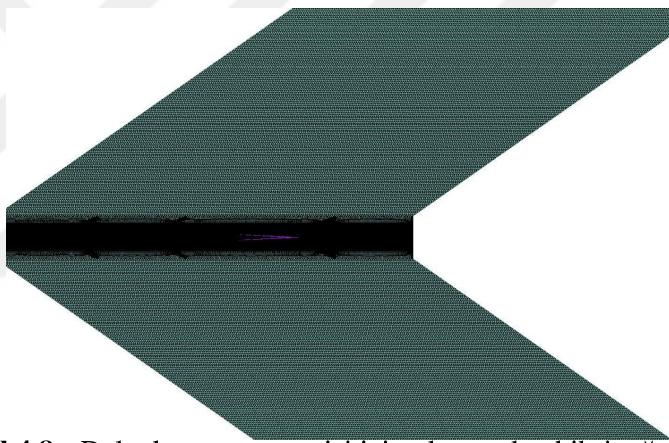
Çizelge 4.2 : Delta kanat geometrisi için akış analizi parametreleri

Parametre	Değer
Çözcü	Euler
Mach Sayısı	1.7
Hükum Açısı	0.0°
Serbest Akım Basıncı	12110 Pa
Serbest Akım Sıcaklığı	216 K
Yöntem	JST
Linear Çözcü	FGMRES

Deneysel sonuçlar ile karşılaştırma yapabilmek adına akış analizi rüzgar tüneli bağlantı parçaları ile gerçekleştirılmıştır. Ağ yapısı hibrit ağ yapısı kullanılarak gerçekleştirilmiş olup, Şekil 4.7 ve 4.8'de oluşturulan ağ yapısı gösterilmektedir.

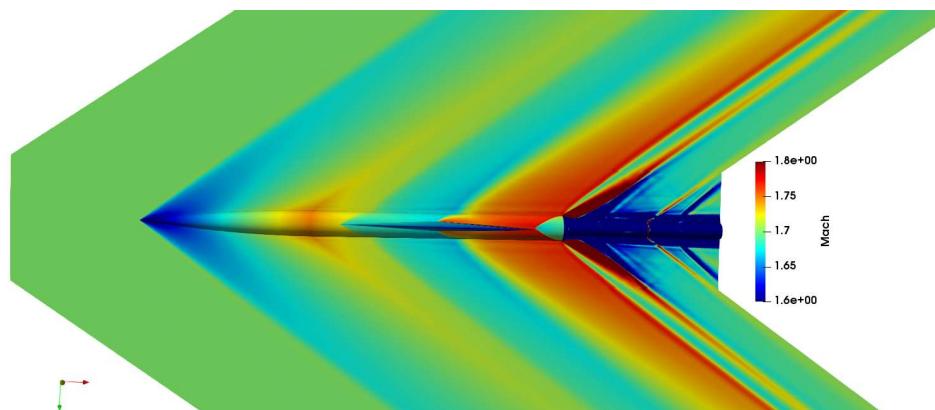


Şekil 4.7 : Delta kanat geometrisi için oluşturulan yüzey ağı

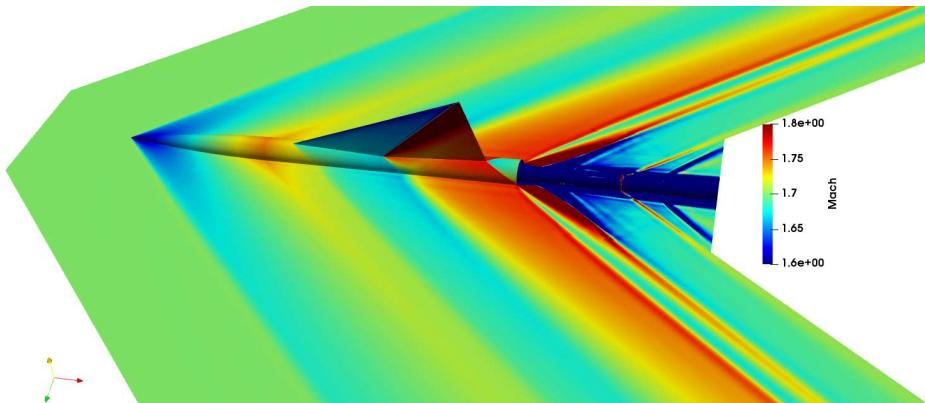


Şekil 4.8 : Delta kanat geometrisi için oluşturulan hibrit ağ yapısı

Oluşturulan hibrit ağ yapısı kullanılarak akış analizi gerçekleştirılmıştır. Akış analizi sonucu elde edilen Mach sayısı dağılımı Şekil 4.9 ve 4.10 verilmiştir.

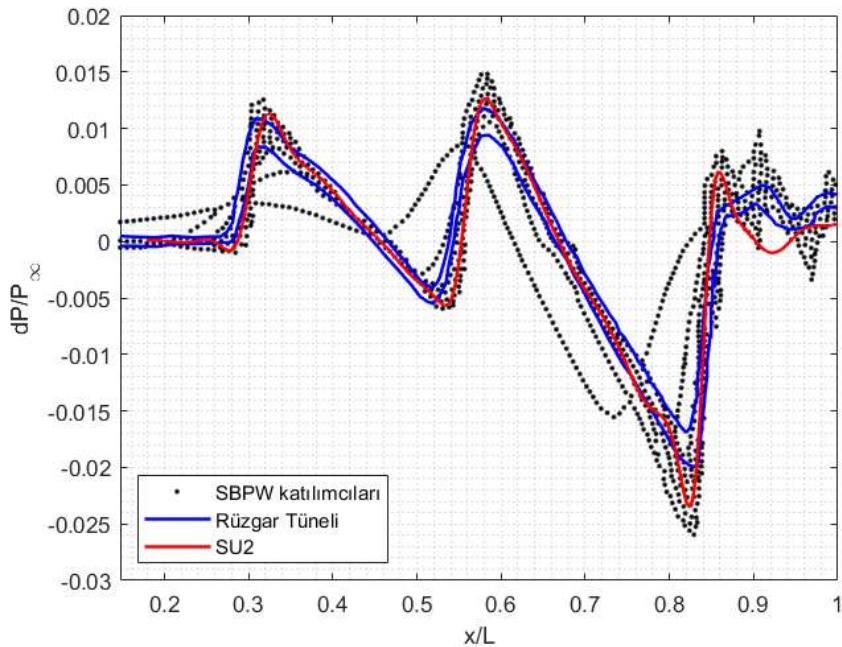


Şekil 4.9 : Delta kanat geometrisi Mach sayısı dağılımı, yandan görünüm



Şekil 4.10 : Delta kanat geometrisi Mach sayısı dağılımı, izometrik görünüm

Mach sayısı dağılımlarından çözümden istenen şok dalgalarının yakalandığı görülmektedir. Sayısal olarak sonuçları doğrulamak ve geometriden belli uzaklıkta basınç dağılıminin doğru bir şekilde elde edilip edilmediğini gözlemlemek için yakın alan basınç dağılımları karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma çalışmasında SBPW katılımcılarının sonuçları ve deneysel sonuçlar kullanılmış olup, akış analizde uçağın 24.8 inç mesafe altından x ekseni doğrultusunda elde edilen basınç izi karşılaştırma çalışmasında kullanılmıştır. Karşılaştırma grafiği Şekil 4.11'de verilmiştir.

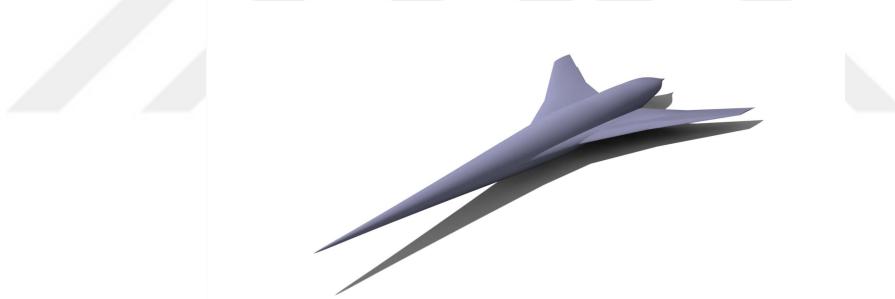


Şekil 4.11 : Delta kanat geometrisi için 24.8 inç mesafede basınç izi kıyaslaması

Bu grafik üzerindeki mavi noktalar SBPW katılımcılarının aldığı sonuçları [2], siyah kesikli eğriler ise rüzgar tüneli deney verisi aralığını [2], kırmızı eğri ise SU2 programından alınan basınç izini ifade etmektedir. Grafikten de görüleceği üzere uçak geometrisi üzerindeki ön ve arka şoklar deneyel veri ile oldukça yakın çıkmaktadır. Ancak arka bölgedeki genişleme dalgarında elde edilen çözümün deneyel veriden uzaklaştığı görülmektedir. Katılımcı grupların çözümlerine de bakıldığı zaman bu bölgede kısmen daha fazla belirsizlik olduğu görülmektedir.

JAXA kanat gövde geometrisi

JAXA kanat gövde (JWB) geometrisi kanat ve gövdeden oluşan basit bir uçak konfigurasyonudur. Delta kanat geometrisinin aksine JWB geometrisi simetrik olmayan bir kanat profiline sahiptir. JWB model SBPW'ye geometri oluşturmak için C25D modelinin eşdeğer alan dağılımından yola çıkılarak tersine tasarım yolu ile oluşturulmuştur [60]. JWB geometrisi Şekil 4.12'de paylaşılmıştır.



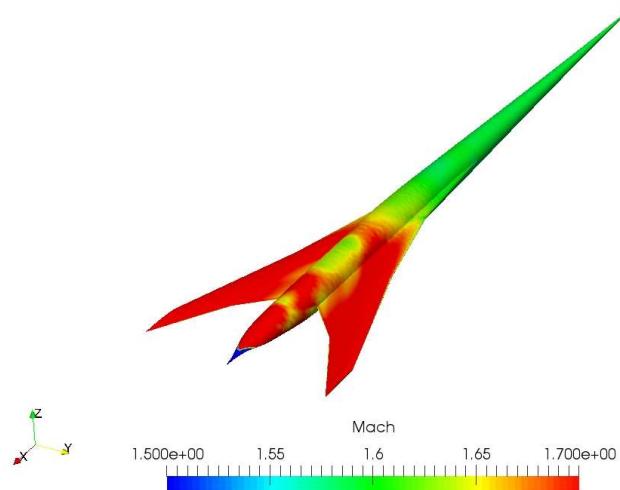
Şekil 4.12 : JWB geometrisi

JWB modelinin akış analizinde kullanılan parametreler Çizelge 4.3 verilmiştir. Akış analizi koşulları sonik patlama çalıştáyından alınmıştır [61].

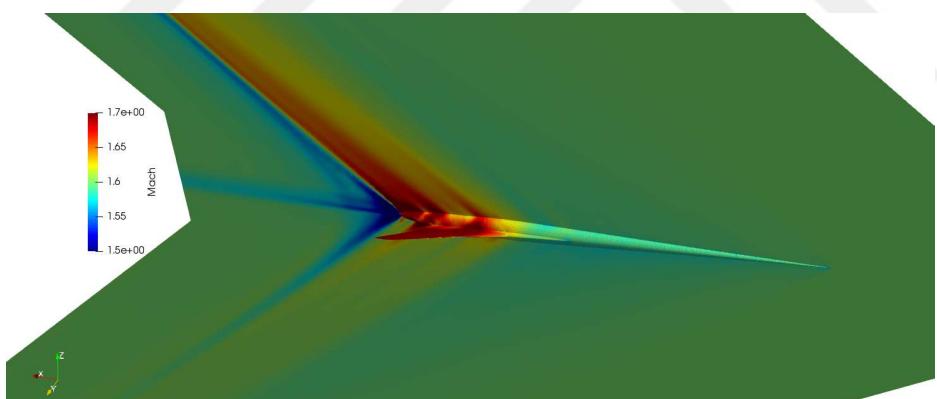
Çizelge 4.3 : JWB Analiz Parametreleri

Parametre	Değer
Analiz Türü	Euler
Mach Sayısı	1.6
Hüküm Açısı	0.0
Serbest Akım Basıncı	12110 Pa
Serbest Akım Sıcaklığı	216 K
Yöntem	JST
Lineer Çözücü	FGMRES

JWB geometrisi için de hibrit ağ yapısı kullanılmıştır. Ağ yapısı toplamda 12 milyon eleman içermekte olup, bu ağ yapısı kullanılarak akış analizi gerçekleştirilmiştir. Akış analizi sonucunda elde edilen Mach sayısı dağılımı Şekil 4.13 ve 4.14'te verilmiştir.



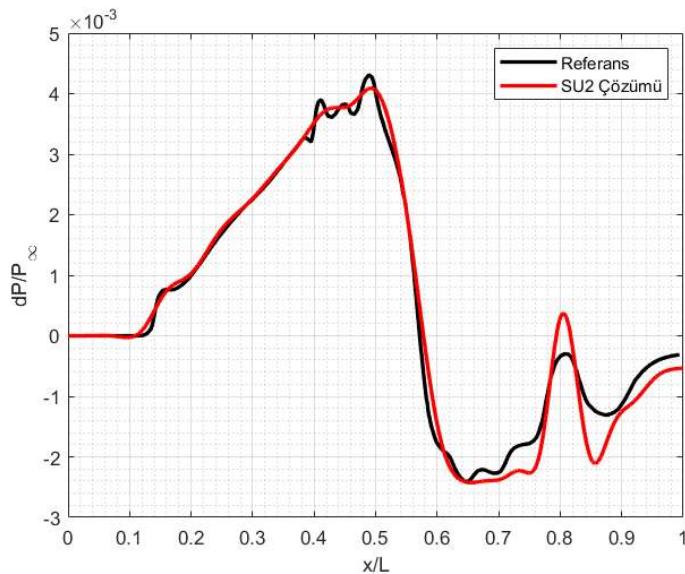
Şekil 4.13 : JWB geometrisi üzerindeki Mach sayısı dağılımı



Şekil 4.14 : JWB geometrisi için simetri eksenlerindeki Mach sayısı dağılımı

Elde edilen SU2 akış çözümü kullanılarak, uçağın 2.55 gövde boyu altından alınan basınç dağılımları Sonik Patlama Çalıştayı katılımcı sonucu [3] ile kıyaslanmıştır. Grafik üzerinde yapılan kıyaslama Şekil 4.15'te verilmiştir.

Grafiklerden de görüleceği üzere ön bölgedeki basınç izi referansa oldukça yakın bir şekilde elde edilmiştir. Orta ve arka bölgede bulunan küçük farklılıklar ise kullanılan ağ yapısından kaynaklanmaktadır. Daha yüksek eleman sayısına sahip bir ağ yapısı ile bu bölgelerdeki dalgalanmalar da elde edilebilir.



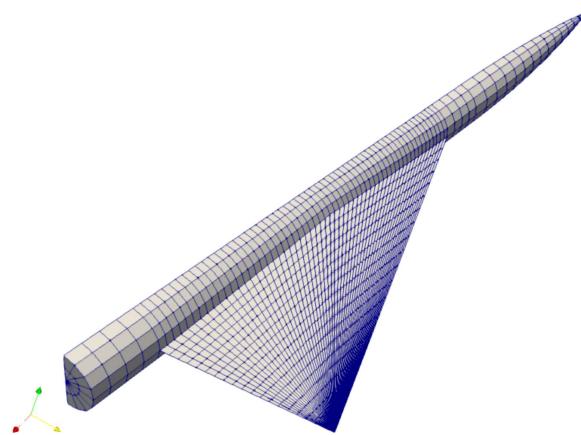
Şekil 4.15 : JWB geometrisinin 2.55 boy altındaki basınç izi kıyaslaması [3]

4.4.2 Düşük doğruluklu akış analizi

Bu bölümde DW ve JWB geometrileri için PANAIR programında analizler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar SU2 programından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak sonuçların tutarlılığı gösterilmiştir.

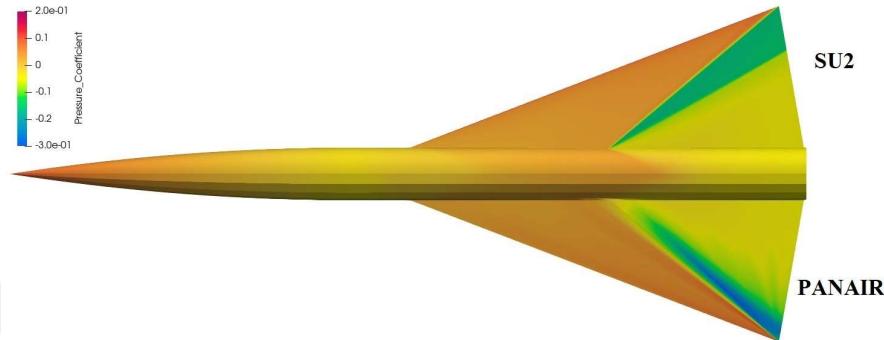
4.4.2.1 Delta kanat geometrisi

DW geometrisi 3600 adet panel ile modellenmiş olup, analiz koşulları SU2 programınsaki analiz koşulları ile aynı olacak şekilde analizler gerçekleştirilmiştir. DW geometrisi için oluşturulan paneller Şekil 4.16'de verilmiştir.



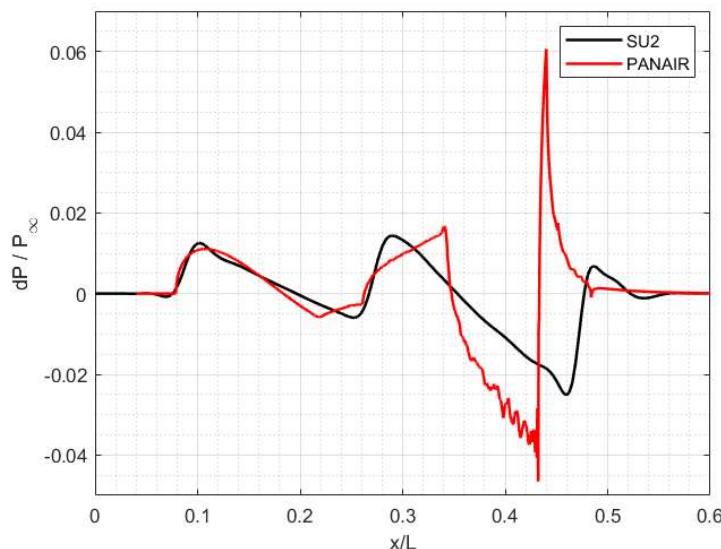
Şekil 4.16 : PANAIR programı için DW geometrisine oluşturulan panel yapısı

Şekil 4.17'de iki akış çözümünden elde edilen yüzey basınç katsayısı dağılımı paylaşılmıştır. Şekilden de görüleceği üzere panel yöntemi ile elde edilen sonuç HAD sonucuna büyük oranda benzerlik göstermektedir. İki yöntem arasındaki en büyük farkın genişleme şoklarının gerçekleştiği bölgelerde olduğu görülmektedir.



Şekil 4.17 : SU2 ile Panair programlarından elde edilen basınç katsayısı dağılımı

Sonik patlama analizlerinde kullanılmak için gereken yakın alan basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.18'de verilmiştir. Basınç dağılımı hava aracının 24.8 inç altından alınmıştır.

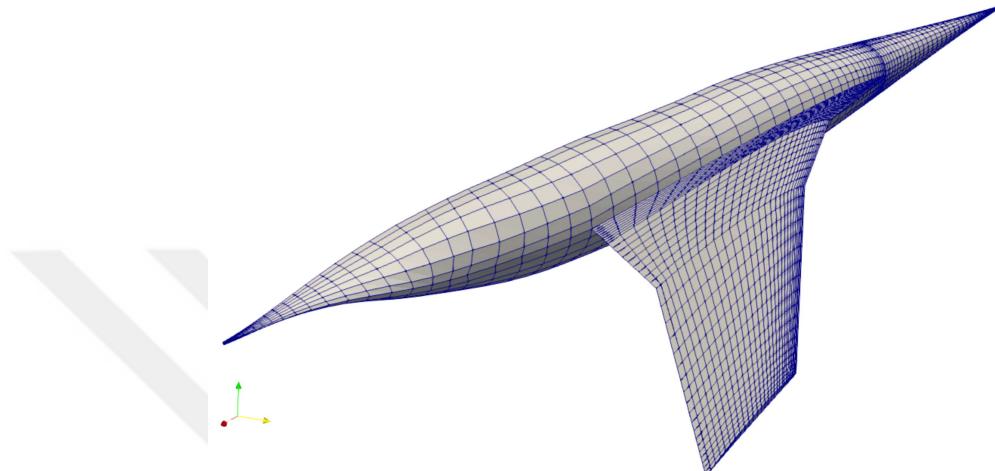


Şekil 4.18 : Delta kanat geometrisi için yakın alan basınç dağılımı karşılaştırması

Şekil 4.18'de görüldüğü gibi gövdenin ön kısmında oluşan şok dalgaların oluşturduğu basınç değişimi PANAIR programı ile düzgün bir şekilde elde edilmektedir. Ancak kanat üzerinde oluşan genişleme dalgalarının oluşturduğu basınç değişimi PANAIR programı ile elde edilememektedir.

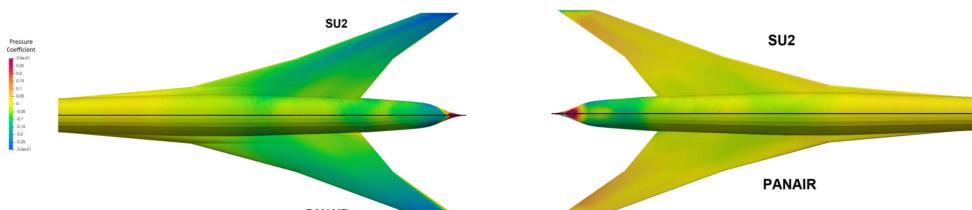
4.4.2.2 JAXA kanat gövde geometrisi

JWB geometrisi 5360 adet panel ile modellenmiş olup, analiz koşulları SU2 programındaki analiz koşulları ile aynı olacak şekilde analizler gerçekleştirilmiştir. JWB geometrisi için oluşturulan paneller Şekil 4.19'da verilmiştir.



Şekil 4.19 : PANAIR programı için JWB geometrisine oluşturulan panel yapısı

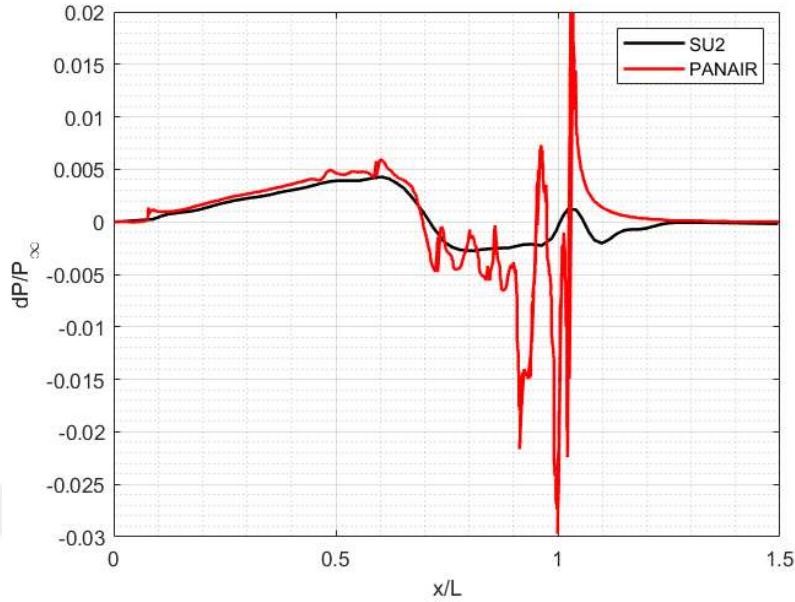
Şekil 4.20'de iki akış çözümünden elde edilen yüzey basınç katsayısı dağılımı paylaşılmıştır. Şekilden de görüleceği üzere panel yöntemi ile elde edilen sonuç HAD sonucuna yakın sonuç vermektedir.



Şekil 4.20 : JWB geometrisi için basınç katsayılarının karşılaştırılması (soldaki üst, sağdaki alt yüzey)

Sonik patlama analizlerinde kullanılmak için gereken yakın alan basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.21'de sunulmuştur. Basınç dağılımı hava aracının 2.55 gövde boyu altından alınmıştır.

SU2 ve PANAIR program ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, ön gövde kısmının oluşturduğu basınç değişimi iki program ile de doğru bir şekilde elde edilmektedir. Kanat bölgesindeki dağılımlar incelendiğinde ise PANAIR programının



Şekil 4.21 : JWB geometrisi için yakın alan basınç dağılımı karşılaştırması

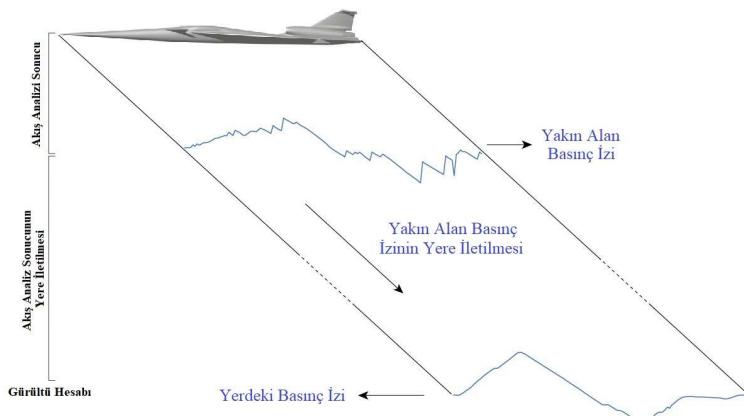
büyük dalgalanmalar görülmekte olup, SU2 sonucundan oldukça farklı olduğu görülmektedir. Carpenter ve diğerleri çalışmalarında [62] JAXA kanat gövde geometrisini kullanarak PANAIR programını sonik patlama karakteristiği ve başarısı irdelenmiştir, çalışmalarında PANAIR programı ile benzer yakın alan dağılımını elde etmiştir.

5. SONİK PATLAMA

Sonik patlama analizleri için kullanılan farklı yaklaşımalar bulunmaktadır, bu tez kapsamında yakın alan akustik çözümü yaklaşımına dayanan sBoom programı kullanılarak sonik patlama analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde sırasıyla, sonik patlama analizlerinde kullanılan sBoom programı hakkında bilgiler paylaşılmış olup, akış analizi sonuçları kullanılarak yapılan doğrulama çalışmalarına yer verilmiştir.

5.1 Sonik Patlama Hesabı - sBoom

Yakın alan akustik çözümüne dayanan sonik patlama analizlerinde hava aracından belli bir uzaklıktaki basınç katsayısı dağılımı kullanılır. Akış analizi sonucu uçaktan belli bir uzaklıkta elde edilen basınç katsayısı dağılımı kullanılarak basınç dalgaları yere kadar iletilir (propogade edilir). Sonik patlama analizlerindeki genel süreç Şekil 5.1'de verilmiştir. Sonik patlama hesaplamalarında doğru bir sonuç elde edebilmek için uçaktan 2 veya 3 boy uzaklıktan elde edilen basınç katsayılarının kullanılması önerilmektedir [64].



Şekil 5.1 : Yakın alan akustik çözümüne dayanan sonik patlama tahmin süreci [4]

Çalışma kapsamında sonik patlama hesaplamaları için, NASA Langley Araştırma Merkezi tarafından geliştirilen sBoom kodu kullanılmıştır. sBoom programı geometrik

akustik kodu olup, denklem 5.1'de verilen Burger denklemlerini zaman adımlarına bağlı olarak çözmektedir.

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = P \frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} + \sum_v C_v \frac{\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}}{1 + \theta_v \frac{\partial}{\partial \tau}} P - \frac{\frac{\partial A}{\partial \sigma}}{2A} P + \frac{\frac{\partial(\rho_0 c_0)}{\partial \sigma}}{2\rho_0 c_0} P \quad (5.1)$$

Program 2 ayrı girdi dosyası kullanmaktadır. Bunlardan ilki geometrinin akış analizi sonucu hava aracından belli bir mesafeden elde edilen basınç dağılımıdır. Diğer input dosyası ise analiz girdilerinin içeren girdi dosyasıdır. Girdi dosyasında yer alan bilgiler aşağıda sırasıyla listelenmiştir.

- Mach sayısı
- Uçuş irtifası
- Basınç izinin uçağın ekseninden uzaklığı
- Yerdeki yansımaya faktörü
- Yer seviyesinin yüksekliği
- Azimut açılarının sayısı ve azimut açıları
- Atmosfer sıcaklık, rüzgar ve nem profilleri
- Uçuş baş ve tırmanma açısı

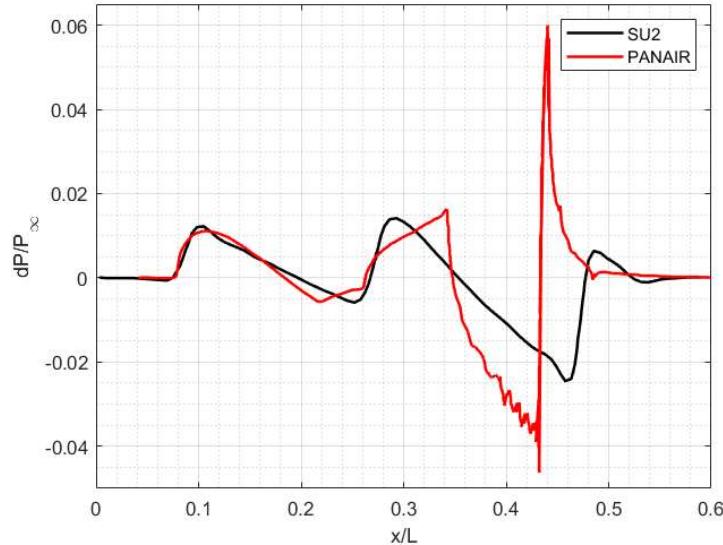
Program iki girdi dosyasını kullanarak, yakın alan basınç izini Burger denklemlerini kullanarak tanımlanan girdi parametre koşullarında yere kadar iletilmektedir (propogade etmektedir). Analiz sonucunda program yerdeki basınç imzasını ve farklı metrikler için desibel cinsinden yerde duyulan gürültü seviyesini vermektedir. Program ve yöntem hakkında daha detaylı bilgiler için [64]'ü inceleyebilirsiniz.

5.2 Doğrulama Çalışması

Bu bölümde Delta-wing ve JWB geometrileri için gerçekleştirilen PANAIR ve SU2 akış analizi sonuçlarından elde edilen yakın alan basınç izleri kullanılarak sonik patlama analizleri gerçekleştirılmıştır. Elde edilen sonuçlar SBPW çalışạyna katılan katılımcıların sonuçlar ile kıyaslanmıştır.

5.2.1 Delta kanat geometrisi

Delta-Wing geometrisi ile alakalı bilgiler akış analizi kısmında paylaşılmış olup, SU2 ve PANAIR programında elde edilene akış analizleri sonuçları Şekil 5.2'de paylaşılmıştır.



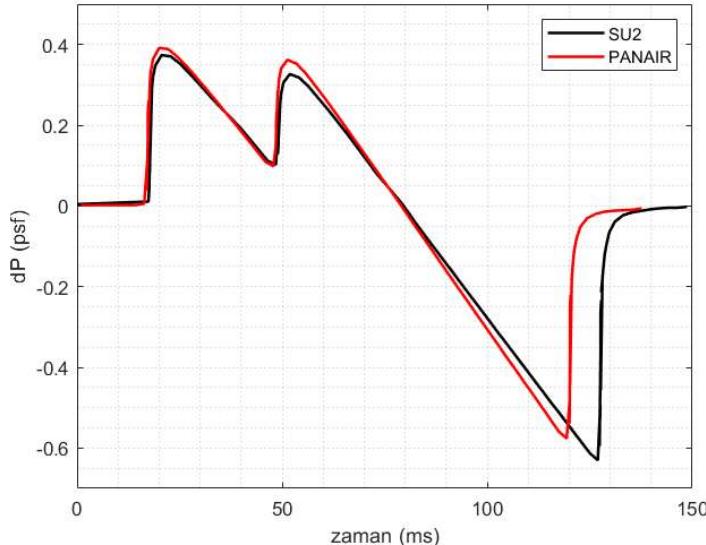
Şekil 5.2 : DW geometrisi için PANAIR ve SU2'dan elde edilen yakın alan basınç izleri

İki programdan da elde edilen yakın alan basınç izleri kullanılarak sonik patlama analizleri gerçekleştirilmiştir. Sonik patlama analizlerinde standart atmosfer koşulları kullanılmış olup, rüzgarsız atmosfer koşulu varsayılmıştır. Sonik patlama analizlerinde kullanılan akış analizi ve geometri bilgileri Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 : DW modeli için sonik patlama parametreleri

Parametre	Değer	Birim
Model Uzunluğu	6.9	inç
Model Ölçeği	0.0065	
Uçuş Hızı	1.7	Mach
Uçuş İrtifası	55000	ft
Yakın alan basınç izi mesafesi	24.8	inç

Sonik patlama analiz sonucunda elde edilen yerdeki basınç izi Şekil 5.3'te paylaşılmıştır.



Şekil 5.3 : DW modeli yer basınç izi karşılaştırması

PANAIR programı ile elde edilen yakın alan basınç dağılındaki salınımlara rağmen, yerdeki basınç izi incelendiğinde sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Bu durum sonik patlama hesaplamaları için düşük doğruluklu analizi programı olarak PANAIR programının kullanılabilceğini göstermektedir.

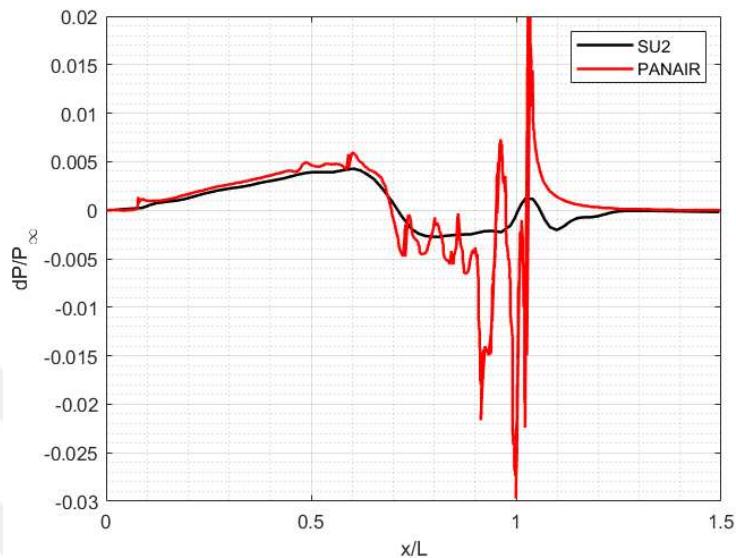
5.2.2 JAXA kanat gövde geometrisi

Doğrulama çalışması için kullanılan bir diğer geometri JAXA kanat gövde geometrisidir. Çizelge 5.2'de sonik patlama analizlerinde kullanılan parametreler verilmiştir. Önceki analizlere benzer olarak standart rüzgarsız atmosfer kabulu yapılmıştır. DW geometrisinde olduğu gibi sonik patlama analizlerinde standart atmosfer koşulları kullanılmış olup, rüzgarsız atmosfer koşulu varsayılmıştır.

Çizelge 5.2 : JWB modeli için sonik patlama parametreleri

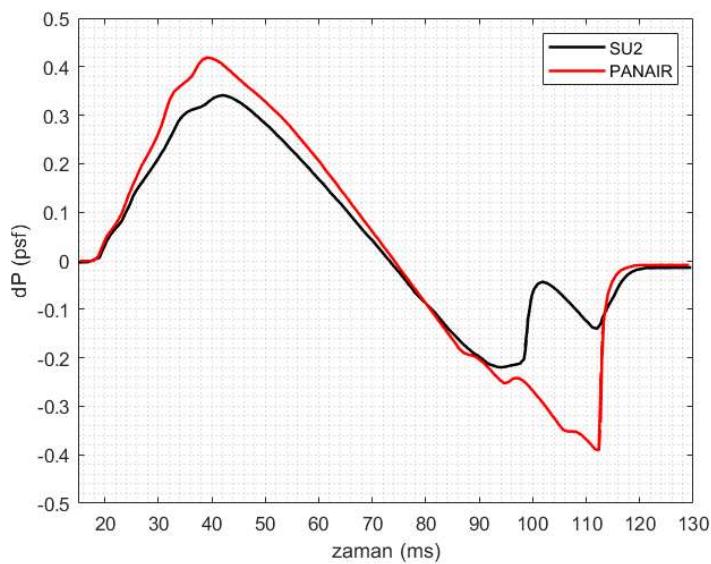
Parametre	Değer	Birim
Model Uzunluğu	38.7	metre
Model Ölçeği	1	
Uçuş Hızı	1.6	Mach
Uçuş İrtifası	52000	ft
Yakın alan basınç izi mesafesi	98.685	metre

Sonik patlama analizlerinde kullanılan yakın alan basınç dağılımları Şekil 5.4'da verilmiştir.



Şekil 5.4 : JWB modeli yakın alan basınç izi karşılaştırması

Sonik patlama analizi sonucu elde edilen yerdeki basınç izi Şekil 5.5'da paylaşılmıştır. İki programdan elde edilen sonuçlar incelendiğinde ön gövdenin etkileri iki programda benzer davranış göstermektedir. Ancak kanat ve arka gövdenin etkileri PANAIR programında SU2 programının aksine ters bir etki göstermektedir.



Şekil 5.5 : JWB modeli yer basınç izi karşılaştırması

Carpenter ve diğerleri çalışmalarında [62] JAXA kanat gövde geometrisini kullanarak PANAIR programı ile akış analizi gerçekleştirmiştir ve sBoom programı ile sonik patlama analizi gerçekleştirmiştir. JAXA kanat geometrisi için [62] ile benzer sonuçlar elde edilmiştir.

6. UYGULAMALAR

Tez kapsamında geliştirilen kabiliyetlerin uygulaması iki ayrı başlık altında sunulmuştur. İlk uygulamada ses-üstü hızda uçan bir uçak geometrisinin kanat üst-görünümü için optimizasyon çalışması yapılmıştır. Beş değişken ile temsil edilen uçak kanadı için co-Kriging yöntemi ile çok-doğruluklu optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. İkinci uygulamada ise çok-doğruluklu sonik patlama belirsizlik analizi sunulmuştur.

6.1 Çok-Doğruluklu Sonik Patlama Minimizasyonu

Geliştirilen kabiliyetlerin örnek bir probleme uygulaması yapılmıştır. Bu kapsamında çok-doğruluklu optimizasyon çalışması rıjt bir uçak için uygulanmıştır. İlk olarak optimizasyon değişkenleri olarak uçak geometrisi ele alınmıştır. Sonraki bölümde açıklandığı üzere bu uçak geometrisi parametrize edilmiştir. Ardından bu parametreler kullanılarak bir başlangıç geometrisi belirlenmiştir. Daha sonra bu başlangıç geometrisi için yüksek ve düşük doğruluklu akış çözümleri yapılmış ve karşılaştırılmıştır. Sonrasında çok-doğruluklu optimizasyon çalışmasında kullanılmak üzere çok-doğruluklu temsili model oluşturulması anlatılmıştır. Son olarak kullanılan optimizasyon yönteminden bahsedilmiş ve uygulaması anlatılmıştır. Yapılan bu çalışma AIAA SciTech 2021 konferansında sunulmuştur [4].

6.1.1 Geometri tanımlaması

Bir optimizasyon çalışmasında geometrinin belirlenen amaç fonksiyonuna uygun olarak optimize edilebilmesi için belli parametreler ile ifade edilmesi gerekmektedir. Uçak geometrisi üzerinde gövde, kanat, motor yatağı gibi parçaların matematiksel olarak ifade edilebilmesi için literatürde birkaç yöntem bulunmaktadır. Bunlardan birisi ise Sınıf-Şekil Transformasyonu (Class-Shape Transformation - CST) olarak adlandırılan ve global olarak geometri tanımlamasına imkân sunan yöntemdir [59].

Çalışmada bu yöntemin tercih edilmesinin sebebi diğer yöntemlere kıyasla daha az parametre ile daha büyük bir uzayın taramasına izin vermesidir. En genel CST denklemi, denklem 6.1'de verilmiştir.

$$\zeta(\psi) = C_{N_2}^{N_1}(\psi)S(\psi) + \psi\zeta_T \quad (6.1)$$

Bu denklemde C , sınıf fonksiyonunu; S , şekil fonksiyonunu ifade etmektedir. N_1 ve N_2 ise sınıf fonksiyonunun katsayılarını ifade etmektedir. Bu sınıf fonksiyonu denklem 6.2'deki gibi tanımlanır.

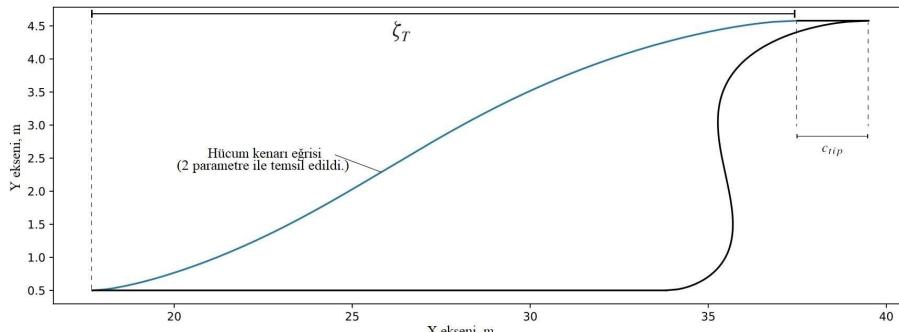
$$C_{N_2}^{N_1}(\psi) = \psi^{N_1}(1 - \psi)^{N_2} \quad (6.2)$$

Şekil fonksiyonu da 6.3'teki gibi tanımlanmaktadır.

$$S(\psi) = \sum_{i=1}^n A_i S_i(\psi) \quad (6.3)$$

Bu denklemdeki A_i değerleri şekil fonksiyonunun parametrelerini ifade etmektedir. Optimizasyon aşamasında bu parametreler değişken olarak kullanılmaktadır. CST yöntemi ile ilgili detaylar [59]'de bulunmaktadır.

Yapılan optimizasyon çalışmasında örnek bir uçağın kanadının üst görünümünün optimize edilmesi hedeflenmiştir. Bunun için CST yöntemi kanat üst görünümünün parametrize edilmesinde kullanılmıştır. Bahsedildiği üzere optimizasyon çalışması için temsili model kurulması gerekmektedir. Artan değişken sayısına bağlı olarak temsili model kurulması için gereken analiz sayısı da artmaktadır. Bu nedenle mevcut hesaplama kabiliyetleri doğrultusunda değişken sayısını 5 olarak belirlenmiştir.

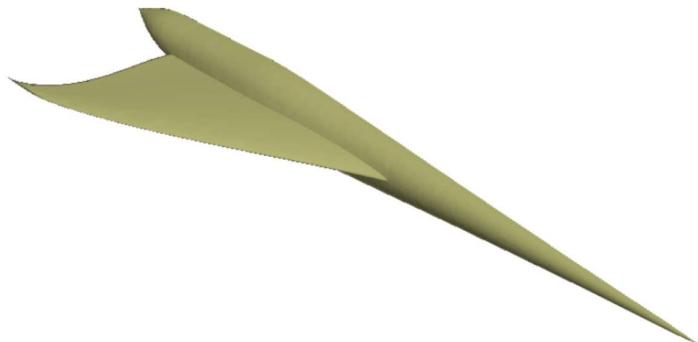


Şekil 6.1 : Kanat üst görünümünün parametreleri

Şekil 6.1'de görüleceği üzere uç veter uzunluğu, uç veterin x ekseni doğrultusundaki konumu, y ekseni boyunca veter uzunluğu dağılımı ve hücum kenarı eğrisinin 2

parametresi geometri değişkeni olarak ele alınmıştır. Burada hücum kenarı eğrisinin belirlenmesinde CST yöntemi kullanılmıştır. Dikkat edilmesi gereken bir nokta ise CST denklemlerinin x koordinatı 0 ile 1 arasında olacak şekilde tanımlanmaktadır. Bu nedenle geometri üretilirken ilk olarak mevcut katsayılarla göre boyutsuz bir geometri üretilip ardından x ve y koordinatları uygun bir katsayı ile çarpılarak boyutlu hale getirilmektedir. Kanadın kanat profili ve kök veter uzunluğu sabit tutulmaktadır.

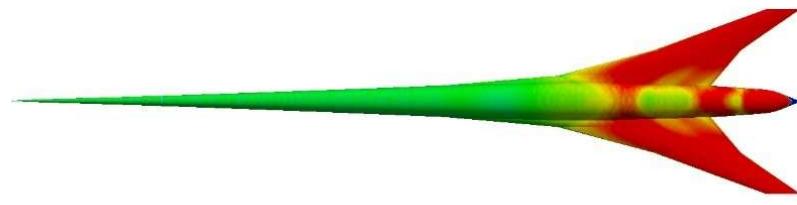
Matematiksel olarak uçak kanadını tanımladıktan sonra bu geometri üzerinden analiz yapabilmek adına bu geometrinin herhangi bir geometri formatında dosya olarak oluşturulması gerekmektedir. Bu işlem ESP programı aracılığı ile yapılmıştır. İlk olarak belirlenen geometri parametrelerine göre kökten uca kadar belli aralıklarla lokal veter uzunlukları hesaplanıp, ardından her bir y koordinatında ESP içerisindeki kanat profili kod betiği ile oluşturulmaktadır. Sonrasında bu kanat profilleri birleştirilerek 3 boyutlu kanat yapısı elde edilebilmektedir. ESP içerisinde oluşturulan geometri “.stp” uzantılı olarak kayıt edilmektedir. Böylelikle uygun ağ yapısı yazılımları tarafından kullanılmaktadır. Şekil 6.2’de, ESP programında alınan örnek bir geometri görüntüsü bulunmaktadır.



Şekil 6.2 : ESP programından alınan örnek bir geometri

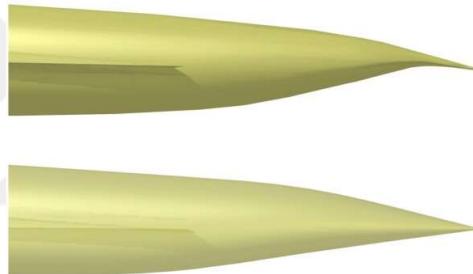
Bu çalışmada sonik patlama minimizasyonu bir kanat-gövde geometrisi için yapılmıştır. Şekil 6.3’de 2. AIAA Sonik Patlama Tahmin Çalıştayı’ndan alınan JAXA kanat gövde geometrisi verilmiştir.

İlk olarak ele alınan JAXA kanat gövde geometrisinin gövdesi üzerinde bir sadeleştirme yapılmıştır. Şekil 6.4’té gösterildiği üzere gövdenin arka kısmı için bir sadeleştirme yapılmıştır. Bunu yapmaktaki asıl neden HAD analizlerinde ağ yapısı



Şekil 6.3 : JAXA kanat gövde geometrisi üst görünüm

elemanlarının sayısını olabildiğince az tutmak ve düşük doğruluklu analiz yönteminde yöntemden kaynaklı dalgalanmaları engellemektir.



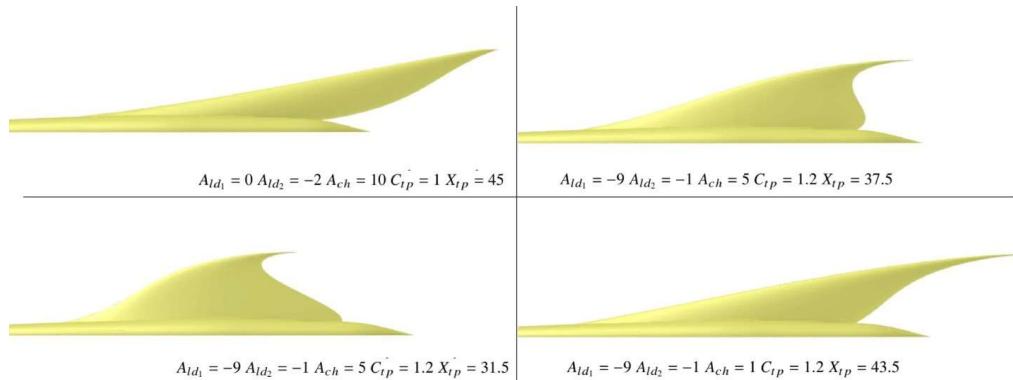
Şekil 6.4 : JAXA kanat gövde geometrisi gövde arkası için sadeleştirme

Sadeleştirilmiş gövde geometrisi yukarıda açıklaması yapılan kanat tanımlaması ile beraber kullanılmıştır. Kanadın parametrize edilmesi için kullanılan değişkenler ve değişken aralıkları Tablo 6.1'de verilmiştir.

Çizelge 6.1 : Kanat geometrisi parametreleri

Parametre	İsim	Min Değer	Max Değer
A_{ld1}	Hüküm Kenarı Eğrisinin Birinci Katsayısı	-10	0
A_{ld2}	Hüküm Kenarı Eğrisinin İkinci Katsayısı	-2	10
A_{ch}	Veter Dağılımının Katsayısı	0	10
C_{tp}	Uç Veter Uzunluğu (metre)	1	3
X_{tp}	Uç Veterin Hüküm Kenarının X koordinatı (metre)	30	45

Tabloda verilen değişken aralıklarına göre oluşturulan bazı örnek kanat geometrileri Şekil 6.5'te yer almaktadır.



Şekil 6.5 : Geometri parametreleri ile oluşturulmuş 4 tane örnek kanat

Şekilden de görüleceği üzere belirlenen tasarım değişkenleri aralıkları ile geniş bir geometri uzayı taranabilmektedir.

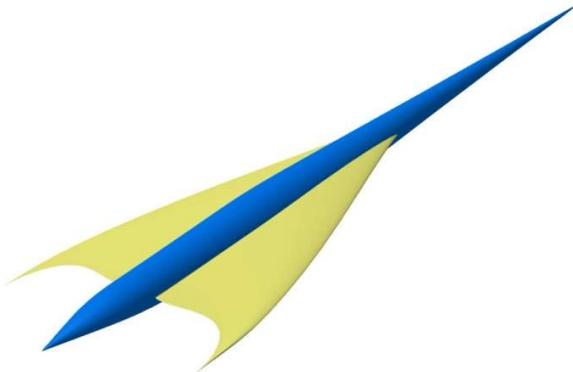
6.1.2 Başlangıç geometrisi

Yukarıda verilen geometri tanımlamasına göre belli bir geometri seçilerek başlangıç geometrisi olarak ele alınmıştır. Aşağıdaki tabloda seçilen başlangıç geometrisinin parametreleri bulunmaktadır.

Çizelge 6.2 : Başlangıç kanat geometrisi parametreleri

Parametre	İsim	Değer
A_{ld1}	Hüküm Kenarı Eğrisinin Birinci Katsayısı	-5
A_{ld2}	Hüküm Kenarı Eğrisinin İkinci Katsayısı	-1
A_{ch}	Veter Dağılıminın Katsayısı	1
C_{tp}	Uç Veter Uzunluğu (metre)	2.4
X_{tp}	Uç Veterin Hüküm Kenarının X koordinatı (metre)	34
C_{rt}	Kök Veter Uzunluğu (metre)	21.43
b	Yarı Kanat Açıklığı (metre)	4.578

Bu parametrelere göre oluşturulmuş başlangıç geometrisi ESP programından oluşturulmuş ve Şekil 6.6'da verilmiştir.



Şekil 6.6 : Başlangıç geometrisi

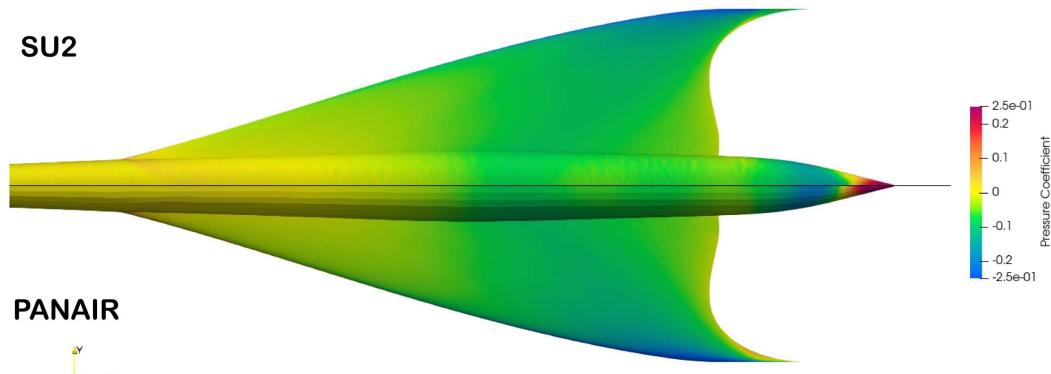
6.1.3 Akış çözümleri

Başlangıç geometrisi belirlendikten sonra optimizasyon çalışmasına başlamadan önce başlangıç geometrisi için akış analizleri yapılmıştır. Yüksek doğruluklu akış analizi için SU2-Euler çözümüsü kullanılmıştır. Bölüm 4.1.1'de açıklanan hibrit ağ yapısı kullanılarak, akış analizi için gereken ağ yapısı oluşturulmuştur. Oluşturulan ağ yapısı toplamda 8.335 milyon ağ elemanı içermektedir. Analizlerde JST ayrıklaştırma ayrıklaştırma yöntemi kullanılmıştır. Yakınsama kriteri olarak 10^{-7} seçilmiştir.

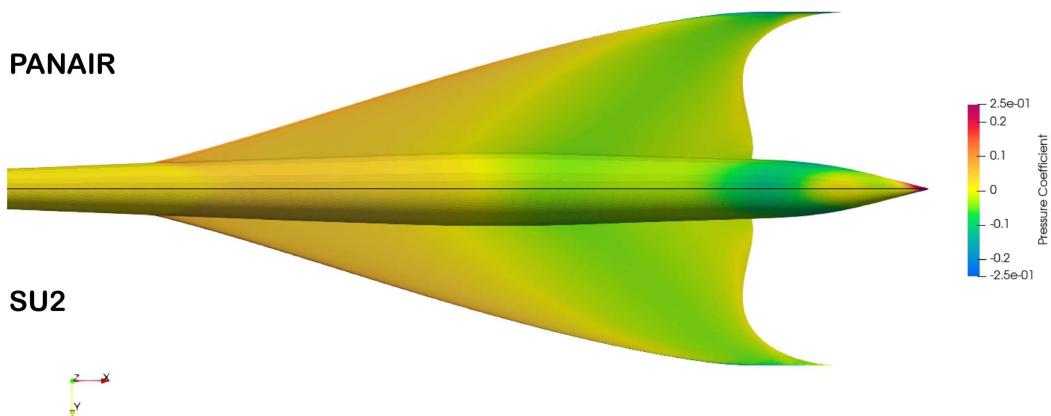
Düşük doğruluklu akış analizlerinde PANAIR programı kullanılmıştır. Program tamamen potansiyel akış çözümü yaptığı için iki tane önemli varsayıım yapmaktadır; düşük hucum açısı ve uzun-ince geometriler. Optimizasyon çalışması 3 derece hucum açısında yapıldığı için ve kullanılan uçak geometrisi uzun ince bir yapıya sahip olduğu için programın varsayımlarına uyulmaktadır. Base geometri toplamda 3871 adet panel kullanılarak temsil edilmiştir. Çözüm yaklaşık olarak 2.4 GHz çift çekirdekli işlemci ile 10 dakika sürmektedir.

Base geometri için yüksek ve düşük doğruluklu akış çözümlerinden elde edilen sonuçlar Şekil 6.7 ve 6.8'de paylaşılmıştır. Şekillerden de görüleceği üzere basınç katsayısı dağılımları oldukça benzerdir.

Yüzey basınç katsayıları kıyaslandıktan sonra aerodinamik katsayılar ve basınç izindeki farklar kıyaslanmıştır. Tablo 6.3 elde edilen değerler verilmiştir.



Şekil 6.7 : Üst yüzey basınç katsayısı kıyaslaması



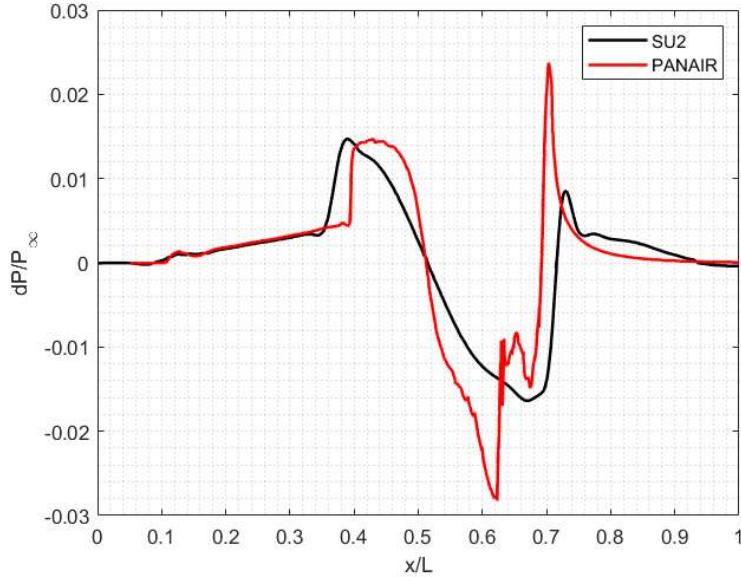
Şekil 6.8 : Alt yüzey basınç katsayısı kıyaslaması

Çizelge 6.3 : Sonuçların kıyaslanması

Yöntem	C_L	C_D	$\min \Delta p$ (psf)
Yüksek Doğruluklu	0.07112	0.006561	-0.67701
Düşük Doğruluklu	0.069	0.006165	-0.79113
Yüzdelik Fark	2.8	6.2	16.2

Tablodan da görüleceği üzere aerodinamik katsayılar oldukça yakın çıkmaktadır. Ancak yakın alan basınç değerinde belli bir fark vardır. Bu farkın nedeni aşağıdaki Şekil 6.9'da görülmektedir.

PANAIR'den alınan basınç izinde bazı bölgelerde büyük dalgalanmalar görülmektedir. Bu dalgalanmaların sebebi kullanılan yöntemden kaynaklıdır. Özellikle kanadın uç veterinin firar kenarında tekilikler oluşmaktadır.



Şekil 6.9 : Yakın alan basınç izi kıyaslaması, 2 boy altı

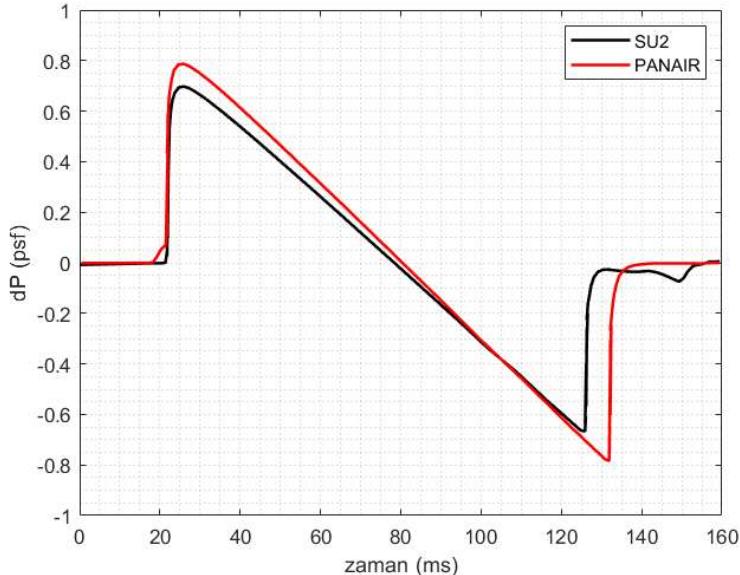
6.1.4 Sonik patlama hesaplamaları

Sonik patlama hesaplamaları için sBOOM yazılımı kullanılmıştır. sBOOM yazılımını PANAIR ve SU2 programlarına bağlayan Python kodları yazılarak optimizasyon iterasyonu içerisinde kullanılmıştır. Çalışma çok-doğruluklu gerçekleştirildiği için akustik analizler için de lineer ve lineer olmayan çözümcüler kullanılmıştır. sBOOM yazılımı içerisinde lineer olmayan etkilerin kapatılması için bir girdi parametresi bulunmaktadır. Başlangıç geometrisi için elde edilen yakın alan basınç izleri sBOOM yazılımına girdi olarak verilerek, 52000 ft irtifa için sonik patlama analizi yapılmış ve elde edilen yer imzası kıyaslaması aşağıdaki şekilde verilmiştir.

PANAIR programından alınan yakın alan basınç izinin içerisindeki salınımların yere ulaştığında sökümlendiği görülmektedir. Ancak bu salınımlar en yüksek ve en düşük basınç bölgelerinde şekilde görüldüğü üzere bir fark yaratmaktadır.

6.1.5 Çok-doğruluklu temsili model

Önceki bölümlerde yapılan optimizasyon çalışması için gerekli olan geometri tanımlaması, optimizasyon değişkenleri, başlangıç geometrisi ve başlangıç geometrisi için yapılan analizler verilmiştir. Bu aşamadan sonra optimizasyon algoritması direkt olarak analiz araçlarına bağlanarak geometri değişkenlerine göre bir optimizasyon



Şekil 6.10 : Başlangıç geometrisi yer imzası kıyaslaması

çalışması yapılabilmektedir. Ancak bu durumda optimizasyon algoritması tasarım uzayını tararken çok fazla akış analizine ihtiyaç duymaktadır. Bu nedenle direkt analiz programlarını kullanarak yapılan bir optimizasyon çalışması çok uzun süreler gerektirmektedir. Bu bağlamda kullanılan analiz programları için çok-doğruluklu temsili model kurulup, bu temsili model üzerinden optimizasyon çalışması yapmak çok daha kısa sürelerde çalışmayı mümkün kılmaktadır. Bu bölümde optimizasyon çalışması için oluşturulan çok-doğruluklu temsili model anlatılmıştır.

Çalışmada çok-doğruluklu modelleme konusunda farklı doğruluk seviyesine sahip modellerin kombinasyonu için Gaussian Processes (GP)'e dayanan co-Kriging yöntemi kullanılmaktadır. Özellikle klasik Oto-Regresyon yöntemi uzay havacılık tasarım uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntem doğrusal bir oto-regresyon bilgi füzyonu şemasını tanımlamaktadır. Kullanım kolaylığı açısından da bir avantaja sahiptir. Bu nedenle co-Kriging yöntemi çok-doğruluklu temsili model kurulması için tercih edilmiştir.

Çalışmada çok-doğruluklu temsili model oluşturulması için co-Kriging yöntemi kullanılmaktadır. Ancak burada düşük doğruluklu temsili modelin hata oranı da dikkate alınmalıdır. Yüksek doğruluklu analizlerin sayısı az tutulacağından dolayı düşük doğruluklu temsili modeldeki hatalar çok-doğruluklu temsili modeli

direkt olarak etkilemektedir. Bu nedenle 725 adet düşük doğruluklu analiz gerçekleştirılmıştır. Bu analizlerin 300 tanesinin sonucu ile düşük doğruluklu temsili model kurulmuş, 425 analiz sonucu ise test noktası olarak kullanılmıştır. Bu 425 test noktasında hata oranlarının $\%1.5$ değerini geçtiği tasarım noktaları eğitim veri setine eklenerek temsili model yeniden eğitilmiştir. Sonuç olarak 309 analiz sonucu kullanarak hata payı $\%1.5$ altında olan bir düşük doğruluklu temsili model elde edilmiştir. Düşük doğruluklu model elde edildikten sonra çok-doğruluklu temsili model oluşturulmuştur. Bu temsili modele yüksek doğruluklu analiz sonuçları eklenerek çok-doğruluklu temsili model elde edilmiştir. Bu temsili modelde hata payı en fazla $\%2$ olarak bulunmuştur. $\%2$ 'lik hata için 105 adet yüksek doğruluklu analiz sonucu kullanılmıştır. Eğer bu temsili model sadece yüksek doğruluklu analiz programı ile kurulmak istenseydi aynı hata oranı için yaklaşık 300 analiz sonucu gerekecekti. Dolayısıyla çok-doğruluklu temsili model yaklaşımı $\%66$ oranında zaman tasarrufu sağlanmaktadır. Aşağıdaki tabloda düşük doğruluklu ve çok-doğruluklu temsili modeller için hata oranları verilmiştir.

Çizelge 6.4 : Temsili model hata oranları

	Düşük Doğruluklu Temsili Model	Yüksek Doğruluklu Temsili Model
Test noktalarındaki en büyük hata (%)	1.41	1.84
Tasarım uzayındaki en büyük MSE	6.2e-6	0.8e-5

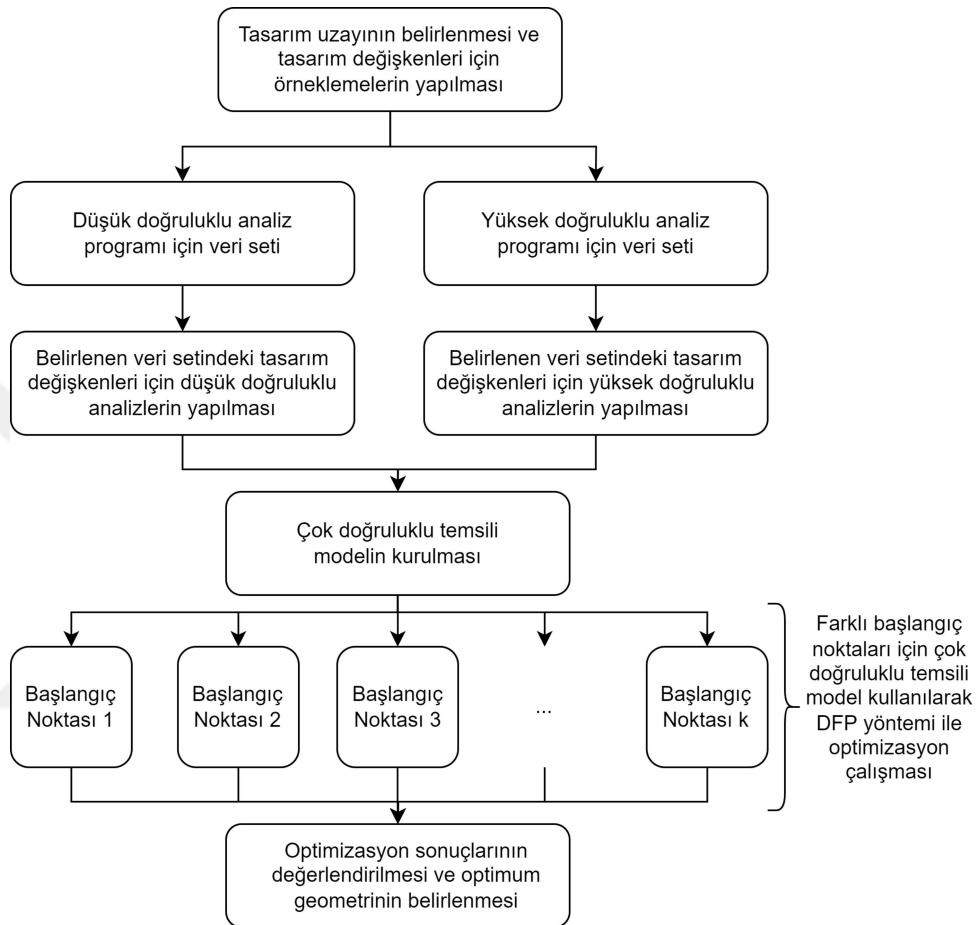
6.1.6 Optimizasyon çalışması

Temsili model oluşturulup test edildikten sonra optimizasyon algoritmasına bağlanarak optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Takip eden bölümde uygulamaya yer verilmiştir.

6.1.6.1 Optimizasyon yöntemi

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde, optimizasyon çalışması farklı epsilon (ϵ_i) değerlerine göre gerçekleştirilir. Bu yöntemin bir dezavantajı ϵ_i parametrelerine karar vermektir. Her bir amaç fonksiyonu için bu parametreler belirlenmelidir. Bu çalışmada bu parametreler için yaklaşık değerler kullanılmıştır. Bu yaklaşık değerler

daha önce temsili modeller kurulurken belirlenmiştir. Tez kapsamında bahsedilen bu optimizasyon yöntemleri bir kod çatısı altında toplanmış, oluşturulan altyapı ve algoritma aşağıdaki şemada verilmiştir.



Şekil 6.11 : Çok-doğruluklu optimizasyon için akış şeması

6.1.6.2 Tek-amaçlı optimizasyon

Bahsedilen optimizasyon yöntemi programlandıktan sonra mevcut çalışma için uygulanmıştır. İlk olarak tek amaçlı bir optimizasyon çalışması yapılmıştır. Burada amaç fonksiyonu sonik patlama seviyesinin minimizasyonu olarak belirlenmiştir. Ayrıca penaltı fonksiyonu yöntemine alternatif olarak Genetik Algoritma kullanılarak da optimizasyon çalışması yapılmış, elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Aşağıdaki

denklem sisteminde optimizasyon problemi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
 & \min_{s \in S} \frac{\Delta P(s)}{\Delta P_{base}} \\
 \text{kısıt } & g_1(s) = \frac{C_D(s)}{C_{D_{base}}} - 1 \leq 0, \quad g_1(s) \in \Re \\
 & g_2(s) = \frac{C_{L_{base}}}{C_L(s)} - 1 \leq 0, \quad g_2(s) \in \Re \\
 & S = \{s \in \Re, s_L \leq s \leq s_U\} \\
 & s = (A_{ld1}, A_{ld2}, A_{ch}, C_{tp}, X_{tp}) \quad (6.4) \\
 & -10 \leq A_{ld1} \leq 0 \\
 & 0 \leq A_{ld2} \leq 10 \\
 & -2 \leq A_{ch} \leq 10 \\
 & 1 \leq C_{tp} \leq 3 \\
 & 30 \leq X_{tp} \leq 45
 \end{aligned}$$

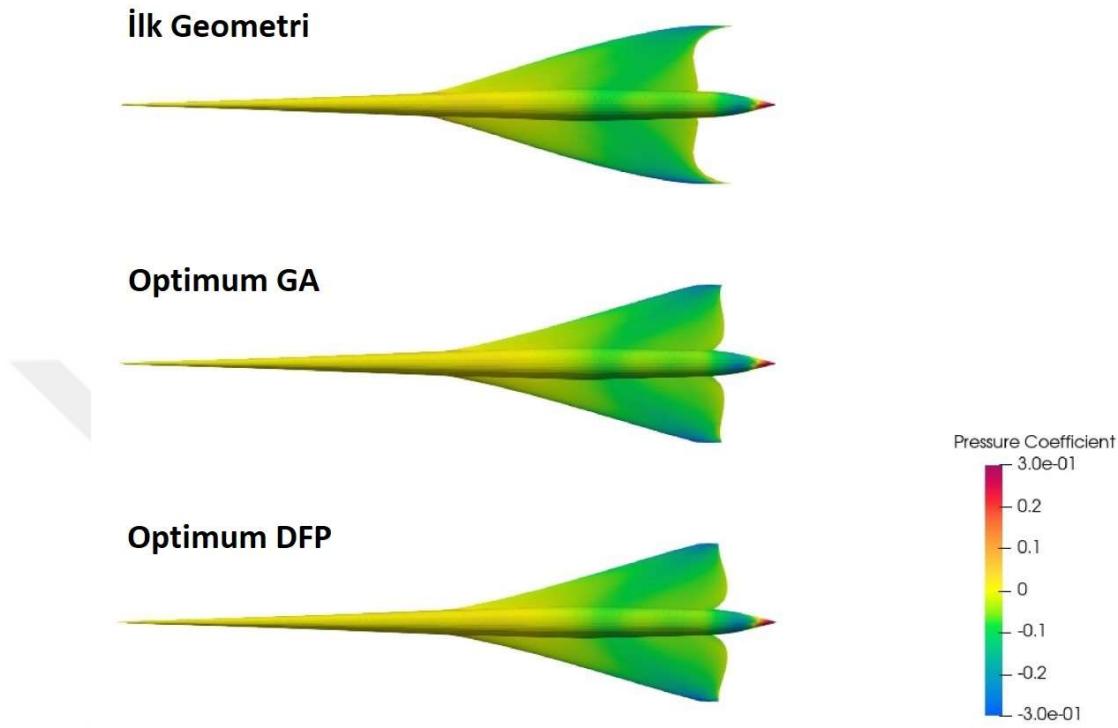
Optimizasyon çalışmasında amaç minimum sonik patlama değerini veren optimum kanat şeklini elde etmektir. Ancak çalışma sonunda elde edilecek geometrinin başlangıç geometrisine göre daha az C_L , daha fazla C_D değerine sahip olmaması gerekmektedir. Bu nedenle denklem sisteminde de görüleceği üzere bu aerodinamik katsayılar kısıtlama olarak verilmiştir. Elde edilen optimum geometri parametreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Tablodan da görüleceği üzere sonik patlama değeri için %15 iyileşme elde edilmiştir.

Çizelge 6.5 : Optimum parametreler ve sonuçlar

Metrik	Başlangıç Değeri	Optimum Penaltı DFP Yöntemi	Optimum GA
A_{ld1}	-5	-0.0004	-0.0901
A_{ld2}	-1	-0.0589	-0.5419
A_{ch}	1	4.8183	4.4528
$C_{tp}(m)$	2.4	1.0875	1.3917
$X_{tp}(m)$	34	34.2489	34.1102
C_L	0.0693	0.0693	0.0693
C_D	0.0066	0.0066	0.0066
$\Delta P(psf)$	-0.6745	-0.5673	-0.574

Sonuçlardan görüleceği üzere Genetik Algoritma kısıtlamalara tam olarak uymaktadır. Ancak penaltı DFP yöntemi bazen kısıtlamaları ihlal etmektedir. Bu nedenle penaltı

parametrelerinin seçimine dikkat edilmelidir. Aşağıdaki şekilde elde edilen optimum geometriler verilmiştir.



Şekil 6.12 : Optimum geometriler

Penaltı katsayılarının uygun ayarlaması ile Genetik Algoritma ve penaltı DFP yöntemlerinin oldukça yakın sonuç verdiği görülmektedir. Ancak kısıtlamaların sınırlarındaki küçük değişiklikler amaç fonksiyonunu büyük oranda değiştirebilmektedir. Bu nedenle penaltı DFP yöntemi kısıtlama sınırlarının esnek olduğu problemler için daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Aşağıdaki tabloda ise elde edilen optimum geometrileri temsili model yerine direkt olarak analiz programları ile elde edilen sonuçları görülmektedir.

Çizelge 6.6 : Optimum geometri sonuçları

		C_L	C_D	$\min \Delta P$ (psf)
Genetik Algoritma	SU2	0.07	0.0067	-0.5606
	PANAIR	0.0675	0.0062	-0.6576
	Temsili Model	0.0693	0.0066	-0.574
DFP Penaltı Yöntemi	SU2	0.0696	0.0067	-0.5513
	PANAIR	0.0672	0.0063	-0.6579
	Temsili Model	0.0673	0.0066	-0.5673

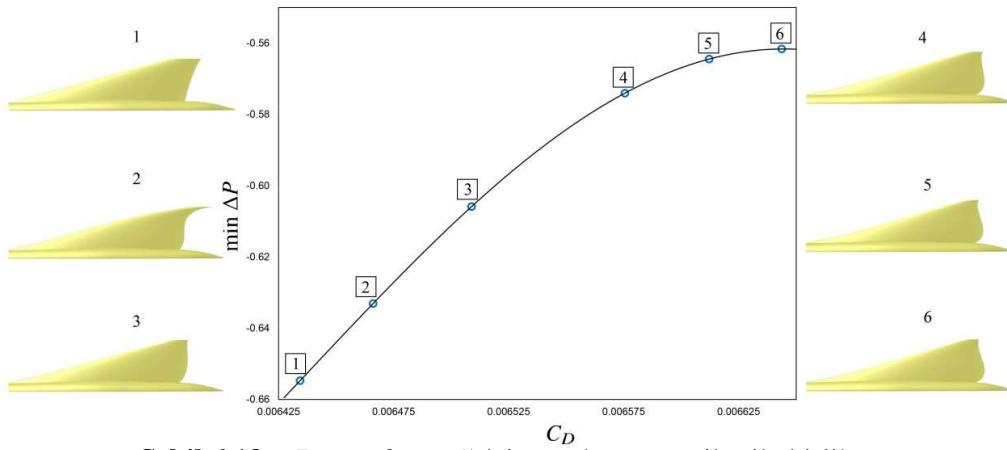
6.1.6.3 Çok-amaçlı optimizasyon

Sadece sonik patlama minimizasyonu için tek amaçlı optimizasyon yaptıktan sonra hem sonik patlama hem de aerodinamik verimlilik için bir çok-amaçlı optimizasyon çalışması yapılmıştır. Bahsedildiği üzere epsilon yöntemi kullanılmıştır. Uçağın taşıması sabit kalacak şekilde eşitlik kısıtlaması olarak verilmiş, sonik patlama ve sürükleme katsayısı minimize edilmeye çalışılmıştır. Problem aşağıdaki denklem sisteminde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
 & \min_{s \in S} \frac{\Delta P(s)}{\Delta P_{base}} \\
 \text{kısıt } & g_1(s) = \frac{C_D(s)}{C_{D_{base}}} - \varepsilon \leq 0, \quad g_1(s) \in \Re \\
 & g_2(s) = \frac{C_L(s)}{C_{L_{base}}} - 1 \leq 0, \quad g_2(s) \in \Re \\
 & S = \{s \in \Re, s_L \leq s \leq s_U\} \\
 & s = (A_{ld1}, A_{ld2}, A_{ch}, C_{tp}, X_{tp}) \tag{6.5} \\
 & -10 \leq A_{ld1} \leq 0 \\
 & 0 \leq A_{ld2} \leq 10 \\
 & -2 \leq A_{ch} \leq 10 \\
 & 1 \leq C_{tp} \leq 3 \\
 & 30 \leq X_{tp} \leq 45
 \end{aligned}$$

Optimizasyon çalışması sonucunda sonik patlama ve sürükleme için bir Pareto Front eğrisi elde edilmiş, Şekil 6.13 verilmiştir.

Şekilden görüleceği üzere kanat ucu veter uzunluğu ve ok açısı arttıkça yerdeki sonik patlama etkisi de artmaktadır. Ancak bu parametrelerin artması ile sürükleme katsayısı azalmaktadır. Sonuç olarak rıjît geometri kabulü ile bir kanat gövde konfigürasyonu için şekil optimizasyonu yapılmıştır.



Şekil 6.13 : Pareto front eğrisi, örnek geometriler ile birlikte

6.2 Çok-Doğruluklu Sonik Patlama Belirsizlik Analizi

Havacılık alanında bir çok sertifikasyon süreci bulunmaktadır, bu durum güvenilir ve sağlam tasarımlar süreçlerini gerektirmektedir. Güvenilir tasarımların gerçekleştirilmesi tasarım ve optimizasyon çalışmalarına belirsizliklerin dahil edilmesi ile mümkün olabilmektedir. Bundan dolayı bu çalışmada ilerde optimizasyon çalışmalarımıza entegre etmek için ve çok-doğruluklu temsili modelleme ve analiz kabiliyetlerimizi göstermek için çok-doğruluklu belirsizlik analizi problemi ele alınmıştır. Bu çalışmada çok-doğruluklu sonik patlama belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Belirsizlik analizi JAXA kanat gövde geometrisi için yapılmış olup, CFD ve sonik patlama analizlerindeki belirsiz parametreler kullanılarak sonik patlama değerindeki belirsizlikler incelenmiştir. Çalışma AIAA Aviation 2021 konferansında sunulmuştur [63].

6.2.1 Problem tanımı

Çalışmada HAD analizlerinde kullanılan Mach sayısı ve hücum açısı, sonik patlama hesaplarında kullanılan yerin irtifası ve yerin yansıtma faktörü belirsiz parametre olarak kullanılarak çok disiplili ve doğruluklu belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Belirsiz değişkenlerin istatistiksel değerleri Tablo 6.7'de verilmiştir.

Çizelge 6.7 : Belirsiz değişkenlerin istatistikleri

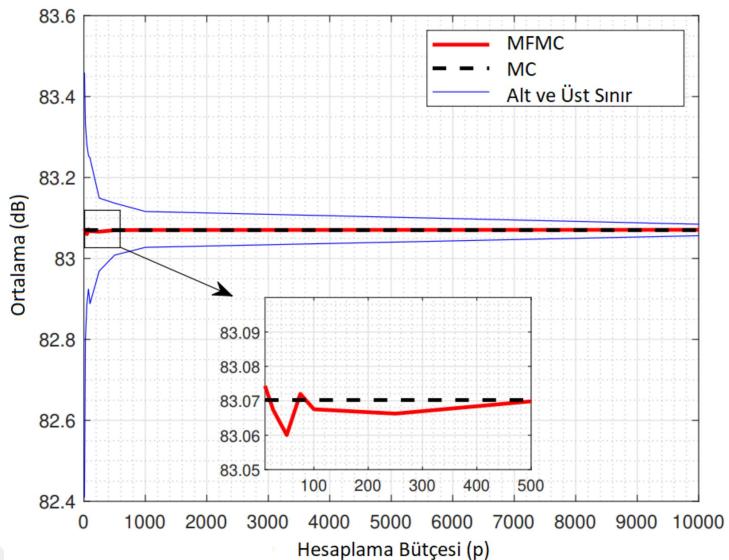
Belirsiz Değişken	İstatistik
Hüküm açısı ($^{\circ}$)	$\mathcal{N} \sim (3.07, 0.1^2)$
Mach Sayısı	$\mathcal{N} \sim (1.6, 0.0016^2)$
Yansıtma faktörü	$\mathcal{U} \sim (1.8, 2)$
Yerin irtifası (ft)	$\mathcal{U} \sim (0, 5000)$

Tablo 6.7'de paylaşılan belirsiz değişkenler için belirlenen değer aralıklarında düşük doğruluklu analiz için 140, yüksek doğruluklu analiz için 70 örnekleme yapılmıştır. Örnekleme yöntemi olarak tasarım uzayını doldurma başarısından dolayı Halton örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Belirlenen örnekleme noktalarında analizler yapılarak, temsili modelleri kurmak için gereken veri-seti oluşturulmuştur. Oluşturulan veri seti kullanılarak çok-doğruluklu Monte Carlo ve Polinom kaos genişleme yöntemleri ile JWB geometrisi için sonik patlama belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Takip eden bölümlerde sırasıyla çok-doğruluklu Monte Carlo ve çok-doğruluklu PCE yöntemleri ile gerçekleştirilen belirsizlik analizlerine yer verilmiştir.

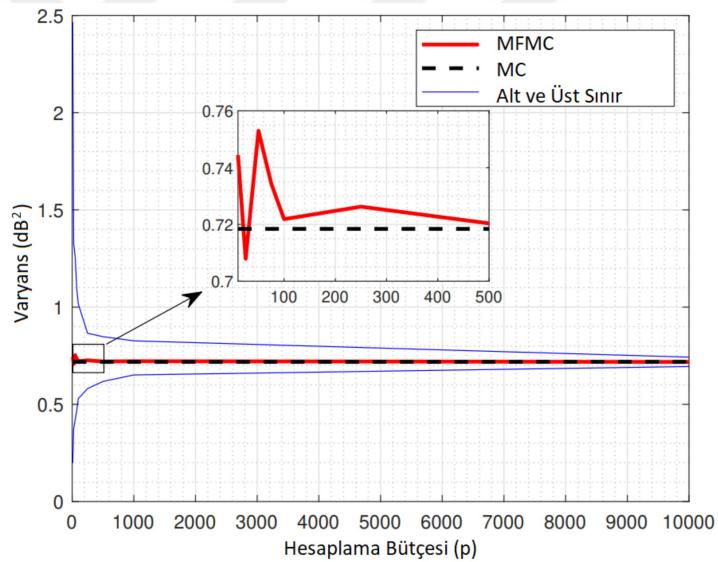
6.2.2 Çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi ile belirsizlik analizi

MFMC tahmini için, belirlenen bütçe içerisinde denklem 2.44 minimize edilerek, m ve α parametrelerinin hesaplanması gerekmektedir. MFMC yönteminin belirlenen bütçe içerisinde yüksek ve düşük doğruluklu analizin kaç defa kullanılacağıının belirlenebilmesi için yöntemlerin analiz sürelerinin (maliyetlerinin) programa verilmesi gereklidir. JWB geometrisi için yapılan analizler referans alındığında SU2 ve Panair programlarının bağılı hesaplama süreleri/maliyetleri sırasıyla 1 ve 0.01 olarak belirlendi. Bu maliyet değerleri kullanılarak farklı bütçe değerleri için MFMC yöntemi ile belirsizlik analizi gerçekleştirildi. Değişen bütçe değerine bağlı olarak hesaplanan ortalama ve varyans değerleri Şekil 6.14 ve 6.15'te verilmiştir.

Düşük bütçeli çok-doğruluklu tahminlerde, yöntem az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucundan yaralanmaktadır. Bundan dolayı yüksek doğruluklu analizin gerçekleştirildiği değişkenlerin tasarım uzayındaki konumuna bağlı olarak MF tahminde yüksek değişimler görülebilmektedir. Bundan dolayı herbir bütçe değeri için



Şekil 6.14 : Değişen bütçe değerlerine bağlı MFMC ortalama tahmini



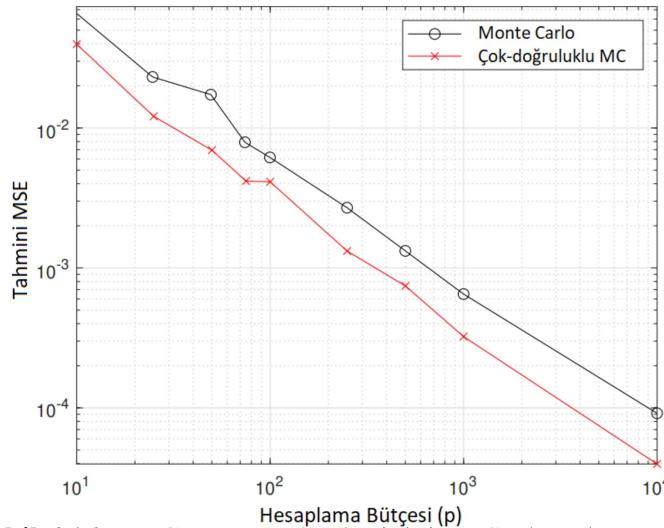
Şekil 6.15 : Değişen bütçe değerlerine bağlı MFMC varyans tahmini

MFMC analizi 100 defa tekrarlanmıştır. Şekil 6.14 ve 6.15'te, 100 tekrar sonucunda elde edilen tahminlerin ortalaması kırmızı çizgi ile gösterilmiştir. Ayrıca tekrarlardaki minimum ve maksimum tahmin değerleri de mavi çizgiler ile belirtilmiştir. Şekillerden de görüldüğü gibi, bütçenin artmasına bağlı olarak tahmin değerlerindeki sapmalar azalmaktadır. Ayrıca bütçenin artması ile MFMC tahmin değerleri MC tahminlerine yakınsamaktadır. Ele alınan problem için bütçe değerinin 500'den büyük olduğu durumlarda MFMC yöntemi, 10^7 örneklemle hesaplanan MC yöntemi sonucuna çok yakın sonuçlar vermektedir.

Çizelge 6.8 : Değişen bütçe değerlerine bağlı olarak MFMC tahmini ve kullanılan analiz sayıları.

Bütçe (p)	50	100	250	500	1000	MC
Yüksek Doğruluklu Analiz Sayısı	43	86	215	430	861	1e+7
Düşük Doğruluklu Analiz Sayısı	694	1389	3473	6946	13893	-
Ortalama (dB)	83.0600	83.0675	83.0663	83.0699	83.0704	83.0702
Standart Sapma (dB)	0.8678	0.8496	0.8522	0.8487	0.8485	0.8475
MFMC Yönteminin Hesaplama Süresi(s)	1.939	6.841	7.650	8.045	15.960	4.710

Değişen bütçe değerleri için MFMC tahmini ve kullanılan analiz sayıları Tablo 6.8'de verilmiştir. Sonuçlardan görülmektedir ki, MFMC yöntemi az sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu ile MC yöntemine yakın sonuçlar vermektedir. Ancak, artan bütçe ile kullanılan yüksek doğruluklu analiz sayısı artmaktadır ve bu durum MFMC tahminlerini daha güvenilir yapmaktadır. Temsili modelin kurulması ve belirsizlik nicelemesinin gerçekleştirilme sürelerinin toplamı Tablo 6.8'de verilmiş olup, belirsizlik analizi sonuçlarının 10-15 saniye gibi kısa bir sürede elde edilebilmektedir.



Şekil 6.16 : MC ve MFMC tahmininin MSE karşılaştırması

MFMC yöntemini MC yöntemi ile kıyaslamak için, farklı sayıda yüksek doğruluklu analiz sonucu kullanılarak MC tahminleri yapılmıştır. Değişen bütçeye bağlı olarak elde edilen MC ve MFMC tahminleri için 10^7 örneklemle ile elde edilen MC sonuçları

doğru sonuç kabul ederek MSE değerleri hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil 6.16'da verilmiştir. Sonuçlardan da görülmektedir ki, az sayıda yüksek doğruluklu analiz ile MFMC yöntemi daha güvenilir sonuçlar vermektedir.

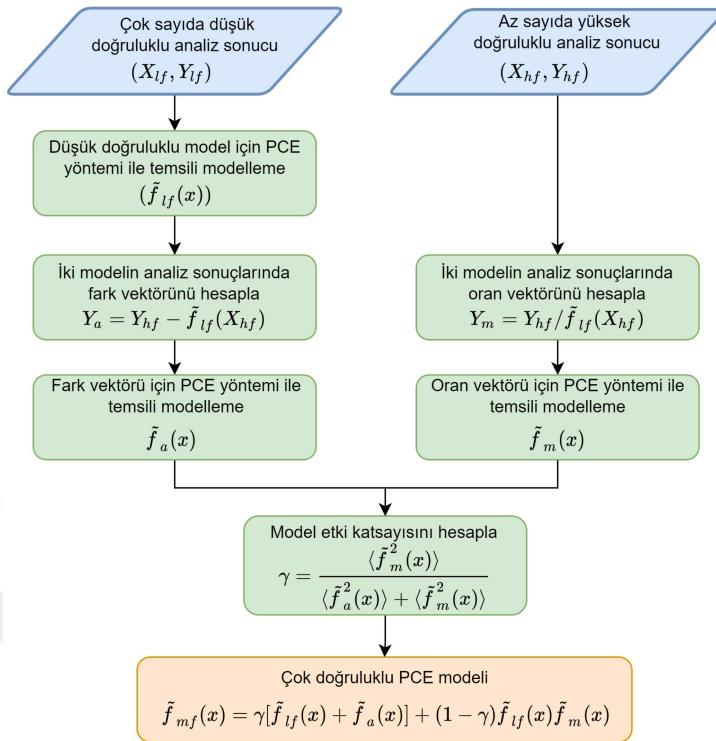
Karşılaştırma çalışmalarını yapabilmek için bu çalışma düşük ve yüksek doğruluklu analizlerden elde edilen veri setlerine PCE yöntemi ile temsili model kurularak gerçekleştirılmıştır.

6.2.3 Çok-doğruluklu polinom kaos genişlemesi yöntemi ile belirsizlik analizi

Polinom kaos yönteminde problem boyutunun artmasına bağlı olarak polinom açılımındaki bilinmeyen katsayıların eksponensiyel olarak artmasından dolayı bilinmeyen katsayıları bulmak için gerekli olan veri sayısında artmaktadır. Bundan sebeple yüksek boyutlu problemler için çok fazla analiz sonucuna ihtiyaç duymasından dolayı uygun bir yöntem değildir. Bu çalışmada 4 değişkenli yani düşük boyutlu bir problem ele alınmış olup, düşük boyutlu bir problem için PCE yönteminin başarısı araştırılmıştır.

PCE yöntemini çok-doğruluklu uygulamalarda kullanabilmek için ekleme ve çarpım düzeltme yaklaşımı kullanılmış olup, yöntemin detayları Bölüm 2'de açıklanmıştır. Çok-doğruluklu PCE yöntemi kurma süreci için genel akış diyagramı Şekil 6.17'de paylaşılmıştır.

Şekil 6.17'de açıklandığı gibi öncelikle çok sayıda bulunan düşük doğruluklu analiz sonucu ile PCE yöntemi ile temsili model kurulmaktadır. Ardından tasarım uzayında yüksek doğruluklu analizlerin yapıldığı tasarım değişkenleri için düşük doğruluklu temsili modelden düşük doğruluklu analiz sonuçları tahmin edilmektedir. X_{hf} tasarım noktalarındaki yüksek doğruluklu model sonucu ve düşük doğruluklu temsili model sonuçları kullanılarak modeller arasındaki fark ve oran vektörleri hesaplanmaktadır. Hesaplanan fark ve oran vektörleri için düşük polinom derecesi için PCE yöntemi ile temsili model kurulmaktadır. Çok-doğruluklu temsili modelin kurulması için gerek son parametre model etki katsayıları hesabı için tasarım uzayında bir çok noktada fark ve oran temsili modellerinin sonuçları hesaplanmaktadır. Bu sonuçlar kullanılarak denklem 2.40'daki gibi model etki katsayıları hesaplanmaktadır. Model etki katsayısunın

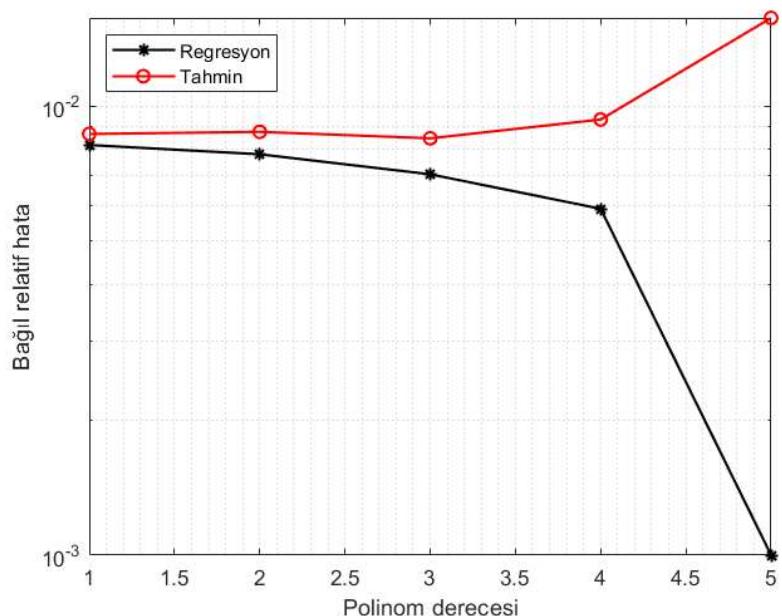


Şekil 6.17 : Çok-doğruluklu PCE yöntemi için akış diyagramı

hesaplanması ile birlikte, çok-doğruluklu PCE temsili modeli denklem 2.37'daki gibi kurulmaktadır.

Polinom kaos yöntemin problemi en iyi şekilde temsil edecek polinom derecesinin belirlenmesi gereklidir. Polinom derecesini belirlemek için tek ve doğru bir yaklaşım olmayıp, literatürdeki bazı çalışmalar test noktalarındaki hata değerini referans alarak polinom derecesini belirlerken bazı çalışmalar çapraz doğrulama hatası (cross-validation error) değerleri referans polinom derecesine karar vermektedir. Bu çalışma kapsamında temsili modeli kurmak için kullanılan polinom derecesi test ve eğitim veri seti noktalarında hesaplanan regresyon ve tahmin hata değerleri referans alınarak belirlenmiştir. Çok-doğruluklu temsili modelleme süreci içerisinde çok sayıda PCE yöntemi ile temsili model kurulmakta olup, takip eden kısımlarda düşük doğruluklu analiz programı kurulurken takip edilen süreç açıklanmıştır. Fark ve oran vektörleri içinde temsili model kurulurken düşük doğruluklu modelin kurulmasına benzer bir süreç izlenmiştir.

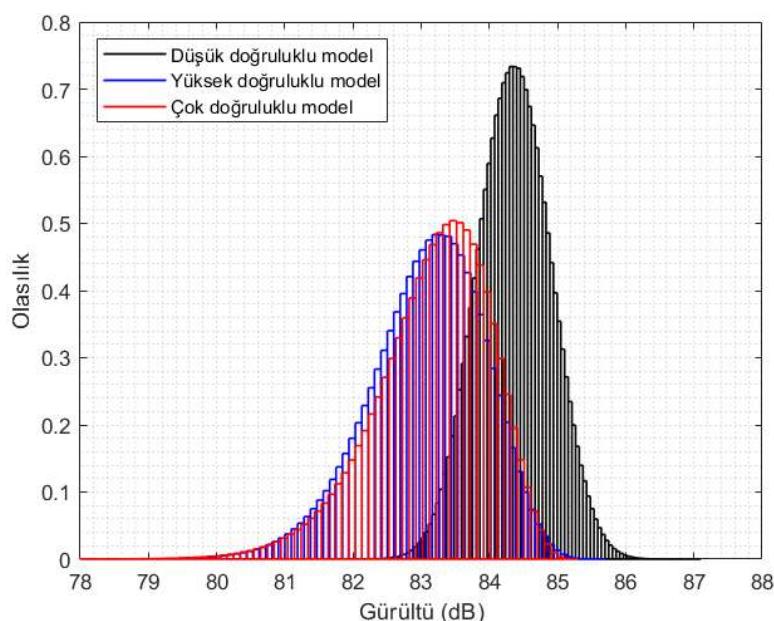
Düşük doğruluklu analiz programı ile toplamda 140 analiz yapılmıştır. Bu 140 analiz sonucundan 100 tanesi eğitim verisi, 40 tanesi test verisi olarak kullanılarak düşük doğruluklu analiz programı için farklı polinom derecesi için temsili model kurulmuştur. Kurulan temsili modeller için eğitim verisini kullanarak regresyon hatası, test verileri kullanılarak tahmin hatası hesaplanmıştır. Hata metriği olarak ortalama bağıl hata metriği kullanılmıştır. Farklı polinom dereceleri için elde edilen hata değerleri Şekil 6.18'de verilmiştir.



Şekil 6.18 : Düşük doğruluklu temsili modelin regresyon ve tahmin hatalı

Şekil 6.18'de gözlemlendiği gibi, regresyon ve tahmin hataları polinom derecesi 4'e kadar azalmaktadır. Polinom derecesinin 4'ten büyük bir değer almasıyla regresyon hatası azalırken, tahmin hatası artış göstermektedir. Bundan dolayı çok-doğruluklu temsili modelin kurulma sürecinde düşük doğruluklu polinom derecesi 4 olarak alınmıştır ve 140 verinin tamamı ile temsili model kurulmuştur. Fark ve oran vektörleri için temsili modelin kurulması sürecinde de benzer bir yol izlenmiştir. Tahmin ve regresyon hataları referans alınarak fark vektörü için kurulan temsili model için polinom derecesini 2 alınmasına oran vektörü için kurulan temsili model için ise polinom derecesinin 3 alınmasına karar verilmiştir.

Gerekli temsili modellerin kurulması ile birlikte çok-doğruluklu PCE modeli oluşturulmuştur. Kurulan çok-doğruluklu temsili model kullanılarak tasarım uzayında 10^7 farklı belirsiz değişken kombinasyonu için tahmin gerçekleştirilmiştir. Elde edilen tahminler kullanılarak istatiksel değerler hesaplanmıştır. Aynı zamanda çok-doğruluklu temsili model kurulurken kullanılan düşük ve yüksek doğruluklu analiz sonuçları kullanılarak düşük ve yüksek doğruluklu temsili model kurulmuştur. Düşük ve yüksek doğruluklu temsili model içinde 10^7 analiz sonucu kullanılarak belirsizlik analizi yapılmıştır. Elde edilen düşük, yüksek ve çok-doğruluklu temsili modeller ile elde edilen sonuçlar Şekil 6.19'da verilmiştir.



Şekil 6.19 : Sonik patlamadaki olasılık dağılımı

Elde edilen istatiksel sonuçlar Çizelge 6.9'da verilmiştir.

Çizelge 6.9 : Sonik patlama değerindeki belirsizlik için istatiksel değerler

Temsili Model	Ortalama (dB)	Standart Sapma (dB)	Hesaplama Süresi (s)
Düşük doğruluklu temsili model	84.3606	0.5345	3.6
Yüksek doğruluklu temsili model	83.0702	0.8475	2.9
Çok-doğruluklu temsili model	83.1606	0.8503	10.6

Şekil 6.19 ve Çizelge 6.9'da görüldüğü gibi, düşük doğruluklu modelin ortalaması ve standart sapması yüksek doğruluklu modelden çok farklı olmasına rağmen, basit bir düzeltme yaklaşımı sonucu elde edilen çok-doğruluklu temsili model yüksek doğruluklu modele çok yakın sonuçlar vermektedir.

6.2.4 Çok-doğruluklu PCE ve MC yöntemlerinin kıyaslanması

MFMC ve MFPCE yöntemleri ile sonik patlama değerindeki belirsizlik için çok-doğruluklu belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca yüksek doğruluklu analiz sonuçları için kurulan temsili model aracılığıyla MC yöntemi ile belirsizlik analizi gerçekleştirilmiştir. Karşılaştırma amacı ile elde edilen yöntemlerin sonuçları Çizelge 6.10'da verilmiştir.

Çizelge 6.10 : Yöntemlerin kıyaslanması

	Düşük doğ. analiz sayısı	Yüksek doğ. analiz sayısı	Ortalama (dB)	Standart Sapma(dB)	Hesaplama Süresi (s)
Monte Carlo	-	1e+7	83.0702	0.8475	4.7
MFMC (p=500)	6946	430	83.0699	0.8487	15.9
MFPCE	70	140	83.1606	0.8503	10.6

MFMC ve MFPCE yöntemleri çok farklı yaklaşımlar olup, çok-doğruluklu yöntemler arasında farklı sınıflandırmalar arasında yer almaktadır. MFPCE yöntemi füzyon yöntemi olup, yöntem sonunda çok-doğruluklu bir temsili model kurulur. MFMC filtreleme sınıfında yer alan bir model yönetim algoritmasıdır. MFMC yönteminde modeller arasındaki korelasyonun rehberliğinde ve belirli bir bütçe içerisinde çok-doğruluklu modelin ortalama tahminindeki varyansı azaltılmasına dayanır. MFPCE yönteminin aksine MFMC yönteminde bir temsili model oluşturulmaz. Yöntemlerin yaklaşımları her ne kadar farklı olsa da Çizelge 6.10'da görüldüğü gibi iki yöntemde MC sonuçlarına yakın sonuçlar vermektedir.

Temelde MFMC yöntemi yüksek boyutlu belirsizlik analizi için geliştirilmiş bir yöntemdir. MFPCE yöntemi ise aksine düşük boyutlu problemler için kullanılmaktadır. MFPCE yönteminin yüksek boyutlar kullanılmamasının nedeni boyutun artmasına bağlı olarak modelin kurulması için gereken analiz sayısının eksponensiyel olarak artış göstermesidir. Bu çalışmada düşük boyutlu bir problem

için uygulama yapılmış olup, sonuçlardan da görüldüğü gibi MFPCE yöntemi daha az sayıda düşük ve yüksek doğruluklu analiz sonucu ile düzgün bir tahmin yapabilmektedir. MFMC yöntemi ise daha fazla sayıda düşük ve yüksek doğruluklu analiz sonucu kullanmakta olup, bu durum MFMC yönteminin düşük boyutlu problemler için verimli bir yöntem olmadığı göstermektedir.



7. ÖZET ve GELECEK ÇALIŞMALAR

Çalışma kapsamında çok-doğruluklu temsili modelleme yöntemlerinin ses-üstü uçak optimizasyon çalışmalarına entegresyonu sunulmuştur. Çok-doğruluklu modelleme temelli optimizasyon, belirsizlik analizi yöntemlerinin tek doğruluklu temsili modelleme yöntemlerine göre kazancı değerlendirilmeye çalışılmıştır. Çok-doğruluklu modelleme sürecine öncelikle analitik fonksiyonlar ile başlanmıştır, geliştirilen kodlar anatilik fonksiyonlar üzerinden doğrulanmıştır.

Analitik denklemler üzerinden yöntemlerin avantaj ve dezavantajlarının araştırılmasıından sonra, ses-üstü uçak kanadı optimizasyon çalışmasına geçilmiştir. Çalışma kapsamında uçak kanadının üst görünüşü 5 değişken ile parametrize edilmiştir. Belirlenen tasarım uzayında 5 değişken için yapılan örneklemeler için düşük ve yüksek doğruluklu analizler gerçekleştirilmiştir. Oluşturulan geometriler için yapılan analiz sonuçları kullanılarak co-Kriging yöntemi ile temsili model kurulmuştur. Kurulan çok-doğruluklu temsili model kullanılarak optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Çok-doğruluklu modelin kurulması süresince 309 düşük doğruluklu, 105 yüksek doğruluklu analiz sonucu kullanılmıştır. Düşük doğruluklu temsili model kurmak için kullanılan analiz sayısı referans alınarak, çok-doğruluklu temsili modelleme ile yaklaşık olarak %66 zaman tasarıfu sağlandığı gözlemlenmiştir. Optimizasyon çalışmasının ardından sonik patlama belirsizlik analizi ele alınmıştır. Sonik patlama değerindeki belirsizliği araştırmak adına belirlenen 4 belirsiz değişken için sonik patlama değerindeki belirsizlik araştırılmıştır. Belirsizlik analizi çok-doğruluklu PCE yöntemi ile kurulan temsili model kurularak ve çok-doğruluklu Monte Carlo yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çok-doğruluklu PCE yönteminin ele alınan düşük boyutlu problemler için daha verimli olduğu gözlemlenmiştir. Çok-doğruluklu PCE yöntemi ile temsili modelin kurulması süresince 140 düşük, 70 yüksek doğruluklu analiz kullanılmış olup, kullanılan analiz sayıları referans alındığında çok-doğruluklu

temsili modelin bu problem için yaklaşık olarak %50 mertebelerinde zaman kazancı sağladığı gözlemlenmiştir.

Yüksek lisans tez çalışması kapsamında çok-doğruluklu modelleme yöntemlerinin çok disiplinli ses-üstü optimizasyon ve belirsizlik analizi sürecine entegresyonu ele alınmıştır. Çok-doğruluklu modelleme yönteminin, tek doğruluklu modelleme yön temine göre zaman ve hesaplama kazancı sunulmaya çalışılmıştır. Gelecek çalışmalar olarak, çok-doğruluklu modelleme yöntemlerinin belirsizlik altında gerçekleştirilen optimizasyon çalışmalarına verimli bir şekilde entegrasyonu planlanmaktadır. Ayrıca çok-doğruluklu modelleme yöntemlerinin yüksek boyutlu problemlerdeki başarılarının araştırılması hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] ((accessed February 2020)). Pointwise Solutions, <https://www.pointwise.com/solutions/>.
- [2] **Park, M.A. ve Morgenstern, J.M.** (2014). Summary and Statistical Analysis of the First AIAA Sonic Boom Prediction Workshop, *32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2014-2006>.
- [3] **Loseille, A.** INRIA-GAMMA3 Contribution 2st AIAA Sonic-Boom workshop, <https://lbpw-ftp.larc.nasa.gov/sbpw2/workshop/sbpw2-talks-nearfield/12-sbpw2-inria-loseille-frazza-alauzet.pdf>.
- [4] **Demiroglu, Y., Yildiz, S. ve Nikbay, M.** (2021). Multi-fidelity Sonic Boom Minimization of a Supersonic Aircraft by Parametric Wing Shape Design, *AIAA Scitech 2021 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2021-1009>.
- [5] **Peherstorfer, B., Willcox, K. ve Gunzburger, M.** (2018). Survey of Multifidelity Methods in Uncertainty Propagation, Inference, and Optimization, *SIAM Review*, 60(3), 550–591, <https://doi.org/10.1137/16m1082469>.
- [6] **Christen, J.A. ve Fox, C.** (2005). Markov chain Monte Carlo Using an Approximation, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 14(4), 795–810, <https://doi.org/10.1198/106186005x76983>.
- [7] **Meng, X. ve Karniadakis, G.E.** (2020). A composite neural network that learns from multi-fidelity data: Application to function approximation and inverse PDE problems, *Journal of Computational Physics*, 401, 109020, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.109020>.
- [8] **West, T.K. ve Phillips, B.D.** (2018). Multifidelity Uncertainty Quantification of a Commercial Supersonic Transport, *2018 Applied Aerodynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2018-2851>.
- [9] **Stoldt, H.H., Korobenko, A., Ziade, P. ve Johansen, C.T.** (2021). Verification and Validation of High-Fidelity Open-Source Simulation Tools for Supersonic Aircraft Aerodynamic Analysis, *Journal of Verification, Validation and Uncertainty Quantification*, 6(4),

<https://doi.org/10.1115/1.4052150>, 041005, https://asmedigitalcollection.asme.org/verification/article-pdf/6/4/041005/6755920/vvujq_006\04\041005.pdf.

- [10] **Peherstorfer, B., Beran, P.S. ve Willcox, K.E.** (2018). Multifidelity Monte Carlo estimation for large-scale uncertainty propagation, *2018 AIAA Non-Deterministic Approaches Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2018-1660>.
- [11] **Peherstorfer, B., Gunzburger, M. ve Willcox, K.** (2018). Convergence analysis of multifidelity Monte Carlo estimation, *Numerische Mathematik*, 139(3), 683–707, <https://doi.org/10.1007/s00211-018-0945-7>.
- [12] **Peherstorfer, B., Willcox, K. ve Gunzburger, M.** (2016). Optimal Model Management for Multifidelity Monte Carlo Estimation, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 38(5), A3163–A3194, <https://doi.org/10.1137/15m1046472>.
- [13] **Ng, L.W.T. ve Willcox, K.E.** (2014). Multifidelity approaches for optimization under uncertainty, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 100(10), 746–772, <https://doi.org/10.1002/nme.4761>.
- [14] **Ng, L.W.T. ve Eldred, M.** (2012). Multifidelity Uncertainty Quantification Using Non-Intrusive Polynomial Chaos and Stochastic Collocation, *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference
20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference
14th AIAA*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2012-1852>.
- [15] **Wiener, N.** (1938). The Homogeneous Chaos, *American Journal of Mathematics*, 60, 897.
- [16] **Askey, R.A. ve Wilson, J.A.** (1985). Some basic hypergeometric orthogonal polynomials that generalize Jacobi polynomials, *Memoirs of the American Mathematical Society*, 54, 0–0.
- [17] **Xiu, D. ve Karniadakis, G.E.** (2002). The Wiener–Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24(2), 619–644, <https://doi.org/10.1137/s1064827501387826>.
- [18] **Hosder, S., Walters, R. ve Balch, M.** (2007). Efficient Sampling for Non-Intrusive Polynomial Chaos Applications with Multiple Uncertain Input Variables, *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2007-1939>.

- [19] **Le Maître, O.P., Knio, O.M., Najm, H.N. ve Ghanem, R.G.** (2001). A Stochastic Projection Method for Fluid Flow: I. Basic Formulation, *Journal of Computational Physics*, 173(2), 481–511, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999101968895>.
- [20] **Smolyak, S.** (1963). Quadrature and interpolation formulas for tensor products of certain classes of functions, *Sov. Math. Dokl.*, 4, 240–243.
- [21] **Krigé, D.G.** (1951). A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand.
- [22] **Matheron, G.** (1963). Principles of geostatistics, *Economic Geology*, 58(8), 1246–1266, <https://doi.org/10.2113/gsecongeo.58.8.1246>, <https://pubs.geoscienceworld.org/segweb/economicgeology/article-pdf/58/8/1246/3481854/1246.pdf>.
- [23] **Sacks, J., Welch, W.J., Mitchell, T.J. ve Wynn, H.P.** (1989). Design and Analysis of Computer Experiments, *Statistical Science*, 4(4), <https://doi.org/10.1214/ss/1177012413>.
- [24] **Rasmussen, C. ve Williams, C.** (2006). *Gaussian Processes for Machine Learning*, Adaptive Computation and Machine Learning, MIT Press, Cambridge, MA, USA.
- [25] **Morales, J.L. ve Nocedal, J.** (2011). Remark on “algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound constrained optimization”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 38(1), 1–4, <https://doi.org/10.1145/2049662.2049669>.
- [26] **Kraft, D.** (1988). *A software package for sequential quadratic programming*, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt Köln: Forschungsbericht, Wiss. Berichtswesen d. DFVLR, <https://books.google.com.tr/books?id=4rKaGwAACAAJ>.
- [27] **Storn, R. ve Price, K.** (1997). *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341–359, <https://doi.org/10.1023/a:1008202821328>.
- [28] **Powell, M.J.D.**, (1994). A Direct Search Optimization Method that Models the Objective and Constraint Functions by Linear Interpolation, **S. Gomez ve J.P. Hennart**, (düzenleyenler), Advances in Optimization and Numerical Analysis, cilt275 of *Mathematics and its Applications*, Springer, s.51–67, <https://scholar.google.com/scholar?cluster=5293171768441104503>.
- [29] **Forrester, A.I.J., Sobester, A. ve Keane, A.J.** (2008). *Engineering Design via Surrogate Modelling*, Wiley, <https://doi.org/10.1002/9780470770801>.

- [30] **Kennedy, M.** (2000). Predicting the output from a complex computer code when fast approximations are available, *Biometrika*, 87(1), 1–13, <https://doi.org/10.1093/biomet/87.1.1>.
- [31] **Forrester, A.I., Sóbester, A. ve Keane, A.J.** (2007). Multi-fidelity optimization via surrogate modelling, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 463(2088), 3251–3269, <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.1900>.
- [32] **Alexandrov, N.M., Lewis, R.M., Gumbert, C.R., Green, L.L. ve Newman, P.A.** (2001). Approximation and Model Management in Aerodynamic Optimization with Variable-Fidelity Models, *Journal of Aircraft*, 38(6), 1093–1101, <https://doi.org/10.2514/2.2877>.
- [33] **Alexandrov, N.M., Dennis, J.E., Lewis, R.M. ve Torczon, V.** (1998). A trust-region framework for managing the use of approximation models in optimization, *Structural Optimization*, 15(1), 16–23, <https://doi.org/10.1007/bf01197433>.
- [34] **Jones, D.R., Schonlau, M. ve Welch, W.J.** (1998). Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, *Journal of Global Optimization*, 13(4), 455–492, <https://doi.org/10.1023/a:1008306431147>.
- [35] **Song, J., Chen, Y. ve Yue, Y.** (2019). A General Framework for Multi-fidelity Bayesian Optimization with Gaussian Processes, *Proceedings of the Twenty-Second International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, cilt 89 of *Proceedings of Machine Learning Research*, PMLR, s.3158–3167, <https://proceedings.mlr.press/v89/song19b.html>.
- [36] **Fernandez, G., Park, C., Kim, N. ve Haftka, R.** (2016). Review of multi-fidelity models, *arXiv preprint arXiv:1609.07196*.
- [37] **Quick, J., Hamlington, P.E., King, R. ve Sprague, M.A.** (2019). Multifidelity Uncertainty Quantification with Applications in Wind Turbine Aerodynamics, *AIAA Scitech 2019 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2019-0542>.
- [38] **Chaudhuri, A., Jasa, J., Martins, J.R.R.A. ve Willcox, K.E.** (2018). Multifidelity Optimization Under Uncertainty for a Tailless Aircraft, *2018 AIAA Non-Deterministic Approaches Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2018-1658>.
- [39] **Alexandrov, N.M., Lewis, R.M., Gumbert, C.R., Green, L.L. ve Newman, P.A.** (2001). Approximation and Model Management in Aerodynamic Optimization with Variable-Fidelity Models, *Journal of Aircraft*, 38(6), 1093–1101, <https://doi.org/10.2514/2.2877>.

- [40] Choi, S., Alonso, J.J., Kroo, I.M. ve Wintzer, M. (2008). Multifidelity Design Optimization of Low-Boom Supersonic Jets, *Journal of Aircraft*, 45(1), 106–118, <https://doi.org/10.2514/1.28948>.
- [41] Huang, X., Dudley, J., Haftka, R.T., Grossman, B. ve Mason, W.H. (1996). Structural Weight Estimation for Multidisciplinary Optimization of a High-Speed Civil Transport, *Journal of Aircraft*, 33(3), 608–616, <https://doi.org/10.2514/3.46989>.
- [42] P.T.Rohl, D.P.Schrage ve Mavris, D. (1995). Combined Aerodynamic and Structural Optimization of a High-Speed Civil Transport Wing, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), <https://doi.org/10.2514/6.1995-1222>.
- [43] Kroo, I.M., Willcox, K., March, A.J., Haas, A.N., Rajnarayan, D.G. ve Kays, C. (2010). Multifidelity Analysis and Optimization for Supersonic Design.
- [44] Lukaczyk, T., Palacios, F. ve Alonso, J. (2012). Response Surface Methodologies for Low-Boom Supersonic Aircraft Design Using Equivalent Area Distributions, *12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2012-5705>.
- [45] Fenrich, R.W. ve Alonso, J.J. (2017). Reliable Multidisciplinary Design of a Supersonic Nozzle Using Multifidelity Surrogates, *18th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2017-3826>.
- [46] MacDonald, T. ve Alonso, J.J. (2020). Multi-Fidelity Wing Optimization Utilizing 2D to 3D Mapping in Transonic Conditions, *AIAA Scitech 2020 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2020-1295>.
- [47] Choi, S., Alonso, J. ve Kroo, I. (2005). Multi-Fidelity Design Optimization Studies for Supersonic Jets Using Surrogate Management Frame Method, *23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2005-5077>.
- [48] Padron, A., Alonso, J. ve Eldred, M. (2016). Multi-fidelity Methods in Aerodynamic Robust Optimization.
- [49] West, T.K. ve Phillips, B.D. (2020). Multifidelity Uncertainty Quantification of a Commercial Supersonic Transport, *Journal of Aircraft*, 57(3), 491–500, <https://doi.org/10.2514/1.c035496>.
- [50] West, T.K. ve Gumbert, C. (2017). Multifidelity, Multidisciplinary Uncertainty Quantification with Non-Intrusive Polynomial Chaos, *58th*

AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2017-1936>.

- [51] **Wang, F., Xiong, F., Chen, S. ve Song, J.** (2019). Multi-fidelity Uncertainty Propagation Using Polynomial Chaos and Gaussian Process Modeling, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 60(4), 1583–1604, <https://doi.org/10.1007/s00158-019-02287-7>.
- [52] **Ng, L.W.T., Huynh, D.B.P. ve Willcox, K.** (2012). Multifidelity Uncertainty Propagation for Optimization Under Uncertainty, *12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2012-5602>.
- [53] **Quick, J., Hamlington, P.E., King, R. ve Sprague, M.A.** (2019). Multifidelity Uncertainty Quantification with Applications in Wind Turbine Aerodynamics, *AIAA Scitech 2019 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2019-0542>.
- [54] **Peherstorfer, B.** (2019). Multifidelity Monte Carlo Estimation with Adaptive Low-Fidelity Models, *SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification*, 7(2), 579–603, <https://doi.org/10.1137/17m1159208>.
- [55] **Arora, J.S.** (2012). *Introduction to Optimum Design*, Elsevier, <https://doi.org/10.1016/c2009-0-61700-1>.
- [56] **Davidon, W.** (1959). VARIABLE METRIC METHOD FOR MINIMIZATION, *Teknik Rapor*, <https://doi.org/10.2172/4252678>.
- [57] **Fletcher, R. ve Powell, M.J.D.** (1963). A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization, *The Computer Journal*, 6(2), 163–168, <https://doi.org/10.1093/comjnl/6.2.163>.
- [58] **Ishikawa, H., Tanaka, K., Makino, Y. ve Yamamoto, K.** (2010). Sonic-boom prediction using euler CFD codes with structured/unstructured overset method, *I*, 744–751.
- [59] **Kulfan, B.M.** (2008). Universal Parametric Geometry Representation Method, *Journal of Aircraft*, 45(1), 142–158, <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.29958>.
- [60] **Ueno, A., Kanamori, M. ve Makino, Y.** (2016). Multi-fidelity Low-boom Design Based on Near-field Pressure Signature, *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2016-2033>.
- [61] **Park, M.A. ve Nemeć, M.** (2019). Nearfield Summary and Statistical Analysis of the Second AIAA Sonic Boom Prediction Workshop, *Journal of Aircraft*, 56(3), 851–875, <https://doi.org/10.2514/1.c034866>.

- [62] **Carpenter, F.L., Cizmas, P., Bolander, C.R., Giblette, T.N. ve Hunsaker, D.F.** (2019). A Multi-Fidelity Prediction of Aerodynamic and Sonic Boom Characteristics of the JAXA Wing Body, *AIAA Aviation 2019 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2019-3237>.
- [63] **Tekaslan, H.E., Yildiz, S., Demiroglu, Y. ve Nikbay, M.** (2021). Implementation of Multidisciplinary Multi-Fidelity Uncertainty Quantification Methods in Sonic Boom Prediction, *AIAA Aviation 2021 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, <https://doi.org/10.2514/6.2021-3100>.
- [64] **Rallabhandi, S.K.** (2011). Advanced Sonic Boom Prediction Using the Augmented Burgers Equation, *Journal of Aircraft*, 48(4), 1245–1253, <https://doi.org/10.2514/1.c031248>.



ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Şühmehmet Yıldız

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Y. Lisans:** Ocak 2022, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı.
- **Lisans:** Ocak 2019, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü.

MESLEKİ DENYEYİMLER:

- **Araştırma Görevlisi, Aralık 2019 – ...**, <http://global.itu.edu.tr/> İstanbul Teknik Üniversitesi, <http://www.uubf.itu.edu.tr/en/homepage> Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi: Uçak Mühendisliği Departmanı
- **Araştırmacı, Eylül 2019 – ...**, [http://https://aeromdo.itu.edu.tr/](https://aeromdo.itu.edu.tr/) İstanbul Teknik Üniversitesi AeroMDO Lab
- **Araştırmacı Öğrenci, Eylül 2018 – Haziran 2019**, <http://arc.itu.edu.tr/> İstanbul Teknik Üniversitesi Havacılık Araştırma Merkezi
- **Araştırmacı Öğrenci, Nisan 2017 – Kasım 2017**, <https://www.tai.com.tr/en/> Turkish Aerospace Industries, Inc. (TAI): Arge Projesi - Çok Hafif Uçak Tasarım Projesi (Very Light Aircraft Design-VLA)

ARAŞTIRMA PROJELERİ

- **NATO-Araştırma Görev Grubu, Ocak 2020 – Aralık 2022** Applied Vehicle Technology -331 (AVT-331) : Goal-driven, multi-fidelity approaches for military vehicle system-level design.
- **TÜBİTAK 1001 Projesi, Eylül 2019 – Nisan 2022**, Ses-Üstü Uçak Tasarımı İçin Sonik Patlama Aeroelastisite ve İtki Sistemlerinin Bütünleştirilen Çok Doğruluklu ve Çok Disiplinli Yöntemlerin Geliştirilmesi Proje No: 218 M 471.
- **GE-ITU Araştırma Projesi, Eylül 2021 – Mart 2022**, Development of Multi-Fidelity Surrogate Model and Multi-Objective Optimization Code
- **İTÜ BAP - Yüksek Lisans Tez Projesi, Aralık 2019 – Şubat 2022**, Ses-Üstü Uçaklarda Çok-Disiplinli ve Çok-Sadakatlı Optimizasyon Yöntemlerinin Uygulaması MYL-2019-42352.

YAYINLAR

- Yildiz, S., Solak, H.P., & Nikbay, M., 2022. Multi-Fidelity Low-Rank Approximations for Uncertainty Quantification of a Supersonic Aircraft Design. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, Algorithms. (Değerlendirme Sürecinde)
- Yildiz, S., Solak, H.P., Goren, O., & Nikbay, M., 2022. Advanced Experiments on Gaussian Process-based Multi-fidelity Methods over Diverse Mathematical Characteristics. *The 8th European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering*. 5-9 Haziran, Oslo, Norveç. (Değerlendirme Sürecinde)
- Solak, H.P., Yildiz, S., Goren, O., & Nikbay, M., 2022. A Learning Performance Assesment of Surrogate Modelling Methods over Diverse Mathematical Characteristics. *AIAA Aviation 2022*. (Değerlendirme Sürecinde)
- Yildiz, S., Cakmak, E., Kara, E. & Nikbay, M., 2021. Uncertainty Quantification of Aeroelastic Systems Using Active Learning Gaussian Process. *ECCOMAS - AeroBest 2021.*, 21-23 Temmuz 2021, Lizbon, Portekiz. ISBN:978-989-99424-8-6
- Tekaslan H., Yildiz, S., Demiroglu, Y. & Nikbay, M., 2021. Implementation of Multidisciplinary Multi-Fidelity Uncertainty Quantification Methods in Sonic Boom Prediction. *AIAA Aviation 2021.*, Temmuz 2021. doi:10.2514/6.2021-3100.
- Demiroglu, Y., Yildiz S., & Nikbay, M., 2021. Multi-fidelity Sonic Boom Minimization of a Supersonic Aircraft by Parametric Wing Shape Design. *AIAA SciTech 2021*. Ocak 2021. 10.2514/6.2021-1009.
- Yildiz, S., Demiroglu, Y. & Nikbay, M., 2020. Ses-Üstü Bir Uçak Modelinin Gövdesi için Sonik Patlama Optimizasyonu. *VIII. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*. Eylül 2020, Ankara, Türkiye.
- Yildiz, S. & Yukselen, M.A., 2019. A Genetic Algorithm Based Design Optimization Method for Wing-Tail Combinations of UAVs. *10th Ankara International Aerospace Conference*. Eylül 2019, Ankara, Türkiye.