Young-Tableaus

Permutation P:
„Anordnung“, spez. Reihenfolge von Elementen
z.B. Operator $\hat{P} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & a_1 \end{pmatrix} \equiv$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Reihenfolge}\\ \text{der Spalten}\\ \text{egal}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{repräsentierbar}\\ \text{durch}\\ \text{Zyklus}}}$$

Permutationsgruppe S_n:
$= n!$ versch. Permutationen des Sets von n Sy

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & a_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- permutiert Sequenz $a_1a_2a_3$ zu $a_2a_3a_1$
- Anwendung auf z.B. 1: $(123)1 = 2$
- Zyklusrepräsentation $\leftrightarrow$ Reihenfolge der Spalten egal

Permutation endlichen Sets = Produkt von Zyklen (ungleicher Elemente):
$P_c = P_aP_b$, wobei P_b vor P_a angewandt wird
$\leftrightarrow$ **Transposition**: Zyklus mit 2 Symbolen
Zyklen ohne gleiche Elemente kommutieren, bei Element in beiden Zyklen nicht

$$A = \sum_Q (-1)^q Q$$

$$S = \sum_P P$$

[3]	[21]		$[1^3]$
$\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1 & 2 & 3 \\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \cline{1-1}\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \\ \cline{1-1}\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|}\hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline\end{array}$
A fällt weg	S bzgl. Indizes 1 und 2; A bzgl. Indizes 1 und 3	S bzgl. Indizes 1 und 3; A bzgl. Indizes 1 und 2	S fällt weg
$f_S^{(3)}$ $= Ya_1b_2c_3 = Sa_1b_2c_3$ $= \sum_P Pa_1b_2c_3$ $= a_1b_2c_3 + a_1b_3c_2 + a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 + a_3b_2c_1$	$f_1^{(3)}$ $A\left(Sa_1b_2c_3\right)$ $= A\left(a_1b_2c_3 + a_2b_1c_3\right)$ $= a_1b_2c_3 - a_3b_2c_1 + a_2b_1c_3 - a_2b_3c_1$	$f_2^{(3)}$ $= A\left(Sa_1b_2c_3\right)$ $= A\left(a_1b_2c_3 + a_3b_2c_1\right)$ $= a_1b_2c_3 - a_2b_1c_3 + a_3b_2c_1 - a_3b_1c_2$	$f_A^{(3)}$ $= Ya_1b_2c_3 = Aa_1b_2c_3$ $= \sum_Q (-1)^q Qa_1b_2c_3$ $= a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1$ $= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$\left|\frac{3}{2} \quad \frac{3}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad -\frac{3}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 3 \\ \hline\end{array}$:

$\left|\frac{3}{2} \quad \frac{3}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{3}{2} \quad -\frac{3}{2}\right\rangle$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 \\ \cline{1-1}\end{array}$:

$\left|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 3 \\ \hline 2 \\ \cline{1-1}\end{array}$:

$\left|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle$

$\left|\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$:

$$\left|\frac{3}{2} \qquad \underbrace{\frac{3}{2}}_{\substack{\text{nur}\\ \text{Spin-up}}}\right\rangle = (\alpha\alpha\alpha)$$

$$\left|\frac{3}{2} \qquad \underbrace{\frac{1}{2}}_{\substack{1\ \alpha\text{-Spin im}\\ \text{Überschuss}}}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[(\alpha\alpha\beta) + (\beta\alpha\alpha) + (\alpha\beta\alpha)\right]$$

$$\left|\frac{3}{2} \qquad \underbrace{-\frac{1}{2}}_{\substack{1\ \beta\text{-Spin im}\\ \text{Überschuss}}}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[(\beta\beta\alpha) + (\alpha\beta\beta) + (\beta\alpha\beta)\right]$$

$$\left|\frac{3}{2} \qquad \underbrace{-\frac{3}{2}}_{\substack{\text{nur}\\ \text{Spin-down}}}\right\rangle = (\beta\beta\beta)$$

$\begin{array}{ll}\boxed{1} & \boxed{2}\\ \boxed{3} & \end{array}$:

$\left|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\alpha\alpha\beta) - (\beta\alpha\alpha)\right]$

$\left|\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\alpha\beta\beta) - (\beta\alpha\beta)\right]$

$\begin{array}{ll}\boxed{1} & \boxed{3}\\ \boxed{2} & \end{array}$:

$\left|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\alpha\beta\alpha) - (\beta\alpha\alpha)\right]$

$\left|\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\alpha\beta\beta) - (\beta\alpha\beta)\right]$

$$\Psi = |LSM_LM_S\rangle \equiv \left|{}^{2S+1}LM_LM_S\right\rangle$$

$|2 \quad 2\rangle$

$|2 \quad 1\rangle$

$|2 \quad 0\rangle$

$|2 \quad -1\rangle$

$|2 \quad -2\rangle$

$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$:

$|3 \quad M_L\rangle$ mit $M_L \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \\ \cline{1-1} \end{array}$:

$|2 \quad M_L\rangle$ mit $M_L \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,
$|1 \quad M_L\rangle$ mit $M_L \in \{-1, 0, 1\}$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \cline{1-1} \end{array}$:

$|2 \quad M_L\rangle$ mit $M_L \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,
$|1 \quad M_L\rangle$ mit $M_L \in \{-1, 0, 1\}$

$$(1 \quad 1 \quad 0) = p_{+1}(1)p_{+1}(2)p_0(3)$$

$$\left| \underbrace{\underbrace{\overbrace{p}}_{je\ in\ p\ Orbital}{}^{\overbrace{3}^{3\ Elektronen}}}_{Elektronenkonfiguration} \quad \underbrace{{}^{\overbrace{2}^{2S+1 \Leftrightarrow S=\frac{1}{2}}}\underbrace{D}_{L=2}}_{Termsymbol} \quad \underbrace{2}_{M_L} \quad \underbrace{\frac{1}{2}}_{M_S} \right\rangle$$

$$\Psi = \left| p^3 \quad {}^2D \quad 2 \quad \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[|2 \quad 2\rangle_{II} \left| \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\rangle - |2 \quad 2\rangle_{I} \left| \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\rangle \right]$$