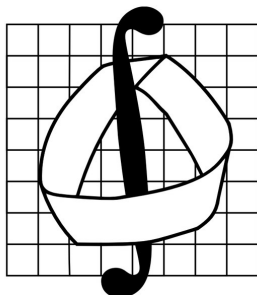


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической механики и мехатроники



ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

Адаптивное управление антропоморфным экзоскелетом

студент 6 курса, 622 группы

Низовский Константин Андреевич

Руководитель:

д. ф.-м. н., профессор

В. Е. Павловский

Москва 2019

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Уравнения движения</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Определение параметров системы</b>	<b>14</b>
4.1	Инициализация . . . . .	16
4.2	Мутация . . . . .	17
4.3	Рекомбинация . . . . .	18
4.4	Отбор . . . . .	18
4.5	Условие прерывания . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Выбор гиперпараметров</b>	<b>19</b>
5.1	Стратегия . . . . .	20
5.2	Размер популяции . . . . .	20
5.3	Мутационный коэффициент . . . . .	21
5.4	Рекомбинационный коэффициент . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Симуляция работы программы в среде моделирования «Универсальный Механизм»</b>	<b>23</b>
<b>7</b>	<b>Выводы</b>	<b>28</b>
<b>8</b>	<b>Список литературы</b>	<b>29</b>

# 1 Введение

В данной работе рассматривается механизм, называемый экзоскелетом. Это устройство предназначено для восполнения утраченных функций человека, увеличения силы мышц и расширения амплитуды движений за счёт внешнего каркаса и приводящих частей. Рассматриваемый экзоскелет предназначен для восстановления двигательной функции у людей, которые долго находились без движения, и в силу каких-либо причин утратили способность передвигаться самостоятельно. Согласно медицинским исследованиям, если ноги пациента будут повторять движения, аналогичные естественным движениям человека, например ходьбу, шанс на успешную реабилитацию существенно повышается.

## 2 Постановка задачи

В настоящей задаче рассматривается 4-звенная модель ноги экзоскелета. На схеме 1 МО - таз, неподвижно закреплен в пространстве. ОС - бедро, СВ - голень, ВА - стопа. К каждому звену жестко прикреплены соответствующие звенья ноги человека. Длины звеньев экзоскелета и человека известны и совпадают. Также известны массы и моменты инерции каждого звена ноги экзоскелета.

Требуется создать алгоритм, осуществляющий управление данной механической системой с достаточной точностью. Проблема заключается в том, что на практике затруднительно вычислить массы, моменты инерции и положение центра масс каждого звена ноги человека по отдельности. Для этого предлагается провести некоторое "тестовое" движение, которое позволит определить недостающие величины. Далее подстановка полученных значений и обобщенных координат реализуемого движения в уравнения движения позволит получить зависимость моментов, которые вносят электродвигатели, от времени.

В работе делаются следующие предположения:

- предполагается, что управление происходит за счет создания моментов в шарнирах при помощи электродвигателей;
- в шарнирах действуют диссипативные силы, а именно, сила вязкого трения, вызванная наличием масла в редукторах;
- все шарниры и силы действуют в одной плоскости  $(X, Y)$ , рассматривается плоская задача движения механизма по некоторой кривой;
- кроме силы тяжести на ногу не действуют внешние силы;
- центр масс каждого звена находится на его оси симметрии

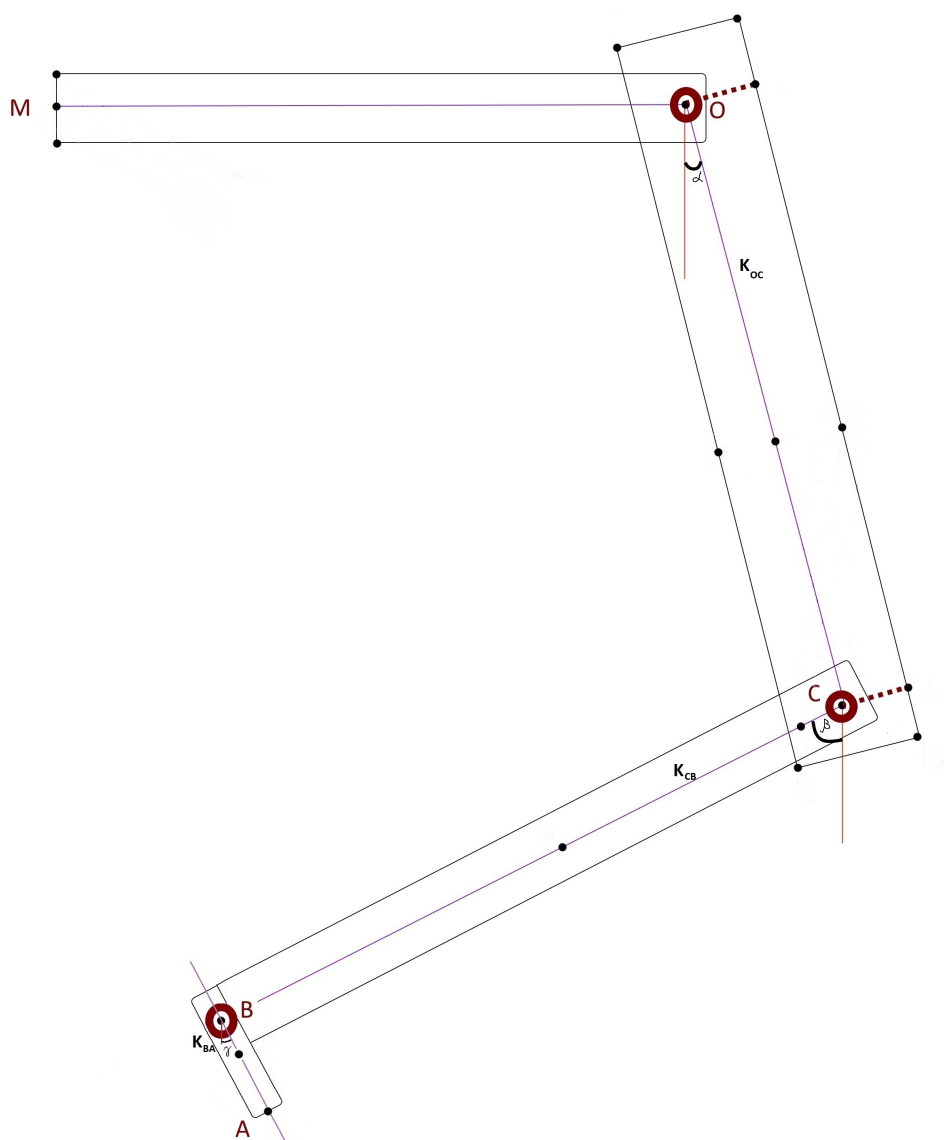


Рис. 1: Схема ноги

### 3 Уравнения движения

Выпишем уравнения Лагранжа второго рода в рамках поставленной задачи.

В данной системе три степени свободы. Аналогично выкладкам из [5], выберем обобщённые координаты  $\alpha, \beta, \gamma$  - углы отклонения оси симметрии каждого звена (бедро, голень, стопа) от вертикали.

Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий тел и имеет вид:

$$T = T_{OC} + T_{CB} + T_{BA}$$

где  $T_{XY}$  - энергия звена XY

При вычислении кинетической энергии звена пользуемся формулой (1.2) из [5]:

$$T = \frac{1}{2}(m\vec{V}^2 + 2m[\vec{V} \times \vec{\omega}] * \vec{k} + J\vec{\omega}^2)$$

Здесь  $\vec{r}$  - радиус-вектор центра масс (начало этого вектора в полюсе),  $\vec{V}$  - скорость полюса (точки, относительно которой считается энергия),  $\vec{\omega}$  - угловая скорость тела.

Кинетическая энергия всей системы имеет вид:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} (d\alpha^2 (m_{BA}l_{OC}^2 + m_{CB}l_{OC}^2 + J_{OC}) + d\beta^2 (m_{BA}l_{CB}^2 + J_{CB}) + \\ & 2d\beta d\gamma k_{BA}l_{CB} \cos(\beta - \gamma) + 2d\alpha d\gamma k_{BA}l_{OC} \cos(\alpha - \gamma) + d\gamma^2 J_{BA} + \\ & d\alpha d\beta (2k_{CB}m_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta) + 2l_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta)) \end{aligned}$$

Потенциальная энергия:

$$V = -gm_{\text{BA}} (k_{\text{BA}} \cos(\gamma) + \cos(\beta)l_{\text{CB}} + \cos(\alpha)l_{\text{OC}}) - gm_{\text{CB}} (\cos(\beta)k_{\text{CB}} + \cos(\alpha)l_{\text{OC}}) - g \cos(\alpha)k_{\text{OC}}m_{\text{OC}}$$

Функция Лагранжа:

$$L = \frac{1}{2} \left( m_{\text{BA}} \left( \dot{\beta}^2 l_{\text{CB}}^2 + \dot{\alpha}^2 l_{\text{OC}}^2 \right) + 2 \left( \dot{\beta} \dot{\gamma} k_{\text{BA}} l_{\text{CB}} \cos(\beta - \gamma) + \dot{\alpha} \dot{\gamma} k_{\text{BA}} l_{\text{OC}} \cos(\alpha - \gamma) \right) + \dot{\gamma}^2 J_{\text{BA}} + 2 \dot{\alpha} \dot{\beta} l_{\text{CB}} l_{\text{OC}} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \left( m_{\text{CB}} \left( 2 \dot{\alpha} \dot{\beta} k_{\text{CB}} l_{\text{OC}} \cos(\alpha - \beta) + \dot{\alpha}^2 l_{\text{OC}}^2 \right) + \dot{\beta}^2 J_{\text{CB}} \right) + \frac{\dot{\alpha}^2 J_{\text{OC}}}{2} + gm_{\text{BA}} (k_{\text{BA}} \cos(\gamma) + \cos(\beta)l_{\text{CB}} + \cos(\alpha)l_{\text{OC}}) + gm_{\text{CB}} (\cos(\beta)k_{\text{CB}} + \cos(\alpha)l_{\text{OC}}) + g \cos(\alpha)k_{\text{OC}}m_{\text{OC}} \right)$$

Опишем неконсервативные силы, действующие на механизм.

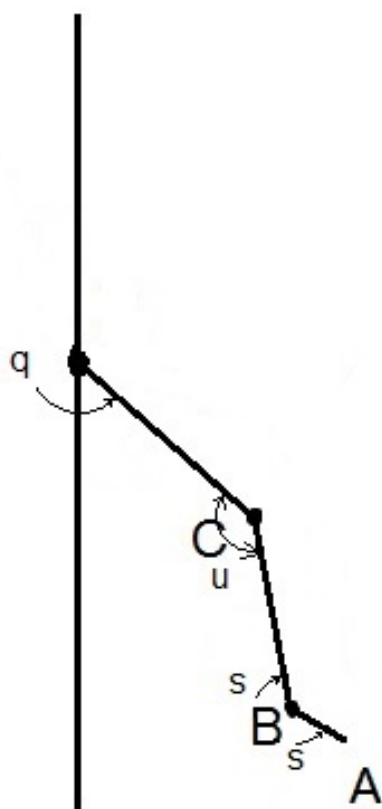


Рис. 2

$q$  - равнодействующий момент сил между корпусом и бедрами;

$u$  - равнодействующий момент сил в коленных суставах;

$s$  - равнодействующий момент сил в голеностопных суставах;

Составим выражение для элементарной работы  $\delta W$  всех сил, приложенных к системе:

$$\delta W = (q - u)\delta\alpha + (u - s)\delta\beta + s\delta\gamma$$

Таким образом,



$$Q_\alpha = q - u$$

$$Q_\beta = u - s$$

$$Q_\gamma = s$$

Уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( 2\dot{\alpha}\dot{\gamma}k_{BA}l_{OC} \sin(\alpha - \gamma) + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}l_{CB}l_{OC} \sin(\alpha - \beta) \right) + \frac{1}{2} (-2\dot{\gamma}k_{BA}(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})l_{OC} \sin(\alpha - \gamma) + \\ & 2\ddot{\alpha}m_{BA}l_{OC}^2 + 2\ddot{\gamma}k_{BA}l_{OC} \cos(\alpha - \gamma) - 2\dot{\beta}l_{CB}(\dot{\alpha} - \dot{\beta})l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + 2\ddot{\beta}l_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta) + \\ & g \sin(\alpha)m_{BA}l_{OC} + \dot{\alpha}\dot{\beta}k_{CB}m_{CB}l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}m_{CB}(-2d\beta k_{CB}(d\alpha - d\beta)l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + \\ & 2\ddot{\beta}k_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta) + 2\ddot{\alpha}l_{OC}^2 + g \sin(\alpha)m_{CB}l_{OC} + \ddot{\alpha}J_{OC} + g \sin(\alpha)k_{OC}m_{OC} = q - u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( 2\dot{\beta}\dot{\gamma}k_{BA}l_{CB} \sin(\beta - \gamma) - 2\dot{\alpha}\dot{\beta}l_{CB}l_{OC} \sin(\alpha - \beta) \right) + \frac{1}{2} \left( -2\dot{\gamma}k_{BA}l_{CB}(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) \sin(\beta - \gamma) + \right. \\ & 2\ddot{\beta}m_{BA}l_{CB}^2 + 2\ddot{\gamma}k_{BA}l_{CB} \cos(\beta - \gamma) - 2\dot{\alpha}l_{CB}(\dot{\alpha} - \dot{\beta})l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + 2\ddot{\alpha}l_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta) + \\ & g \sin(\beta)m_{BA}l_{CB} - \dot{\alpha}\dot{\beta}k_{CB}m_{CB}l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \left( -2\dot{\alpha}k_{CB}m_{CB}(\dot{\alpha} - \dot{\beta})l_{OC} \sin(\alpha - \beta) + \right. \\ & \left. 2\ddot{\alpha}k_{CB}m_{CB}l_{OC} \cos(\alpha - \beta) + 2\ddot{\beta}J_{CB} + g \sin(\beta)k_{CB}m_{CB} = u - s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\dot{\beta}\dot{\gamma}k_{BA}l_{CB} \sin(\beta - \gamma) + \frac{1}{2} \left( 2 \left( -\dot{\beta}k_{BA}l_{CB}(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) \sin(\beta - \gamma) + \ddot{\beta}k_{BA}l_{CB} \cos(\beta - \gamma) - \right. \right. \\ & \left. \dot{\alpha}k_{BA}(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})l_{OC} \sin(\alpha - \gamma) + \ddot{\alpha}k_{BA}l_{OC} \cos(\alpha - \gamma) + 2\ddot{\gamma}J_{BA} - \dot{\alpha}\dot{\gamma}k_{BA}l_{OC} \sin(\alpha - \gamma) + \right. \\ & \left. gk_{BA}m_{BA} \sin(\gamma) = s \end{aligned}$$

Поскольку алгоритм предполагает многократное численное решение данных уравнений, предлагается воспользоваться модулем *scipy* языка

*python*. Этот модуль основан на библиотеке LSODA, написанной на языке Fortran. Он решает систему дифференциальных уравнений методом Адамса (нежёсткий случай) либо методом BDF (жёсткий случай). Переключение между методами происходит автоматически, сведения о производительности, а также подробное описание программы, указаны в [7]. Решение уравнений подобным методом предполагает приведение системы к нормальной форме. Её можно получить, например, поочередно выражая и подставляя в другие уравнения:  $\ddot{\gamma}$  - из 3-го,  $\ddot{\beta}$  - из 2-го, и  $\ddot{\alpha}$  - из 1-го.

Итоговый вид системы уравнений таков:

$$\dot{\alpha}1 = \ddot{\alpha}$$

$$\dot{\beta}1 = \ddot{\beta}$$

$$\dot{\gamma}1 = \ddot{\gamma}$$

$$\begin{aligned} & (J_{BA} (2\beta 1^2 \sin(\alpha - \beta) l_{OC} m_{BA} l_{CB}^3 + (2k_{BA} l_{OC} (\sin(\alpha - \gamma) m_{BA} - \\ & \cos(\alpha - \beta) \sin(\beta - \gamma) \gamma 1^2 + \alpha 1^2 \sin(2(\alpha - \beta)) l_{OC}^2 + 2l_{OC} m_{BA} (-g \cos(\alpha - \beta) \sin(\beta) + \\ & g \sin(\alpha) m_{BA} + (\sin(\alpha - \beta) k_{CB} \beta 1^2 + g \sin(\alpha)) m_{CB} + 2m_{BA} (-q + u + g \sin(\alpha) k_{OC} m_{OC}) l_{CB}^2 \\ & - 2 \cos(\alpha - \beta) l_{OC} (s - u + k_{CB} (-2 \sin(\alpha - \beta) l_{OC} \alpha 1^2 + \gamma 1^2 \sin(\beta - \gamma) k_{BA} + \\ & g \sin(\beta) (m_{BA} + 1) m_{CB} l_{CB} + 2 \cos(\alpha - \beta) k_{CB} l_{OC} m_{CB} (-s + u + k_{CB} (\alpha 1^2 \sin(\alpha - \beta) l_{OC} - \\ & g \sin(\beta) m_{CB} + 2J_{CB} (-q + u + l_{OC} (\sin(\alpha - \beta) (l_{CB} + k_{CB} m_{CB}) \beta 1^2 + \gamma 1^2 \sin(\alpha - \gamma) k_{BA} + \\ & g \sin(\alpha) (m_{BA} + m_{CB}) + g \sin(\alpha) k_{OC} m_{OC} - k_{BA} (2\gamma 1^2 \cos(\beta - \gamma) \sin(\alpha - \beta) k_{BA}^2 l_{OC} l_{CB}^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& sl_{OC} (l_{CB} (l_{CB} (-2m_{BA} \cos(\alpha - \gamma) + \cos(\alpha - \gamma) + \cos(\alpha - 2\beta + \gamma)) + \\
& 2 \cos(\alpha - \beta) \cos(\beta - \gamma) k_{CB} m_{CB} - 2 \cos(\alpha - \gamma) J_{CB} + k_{BA} (2\beta 1^2 l_{OC} (\cos(\beta - \gamma) \sin(\alpha - \gamma) \\
& - \cos(\alpha - \gamma) \sin(\beta - \gamma) m_{BA} l_{CB}^3 + (2(-q + u + g \sin(\alpha) k_{OC} m_{OC}) \cos^2(\beta - \gamma) + \\
& \alpha 1^2 l_{OC}^2 (\sin(2(\alpha - \beta)) + \sin(2(\alpha - \gamma)) - \sin(2(\alpha - \gamma)) m_{BA}) + l_{OC} (g m_{BA} (\sin(\alpha - 2\beta) + \\
& \sin(\alpha - 2\gamma) + 2 \cos(\alpha - \gamma) \sin(\gamma) m_{BA} + 2 \cos(\beta - \gamma) (\sin(\alpha - \gamma) k_{CB} \beta 1^2 + \\
& g \cos(\beta - \gamma) \sin(\alpha) m_{CB} l_{CB}^2 + l_{OC} (k_{CB} (\alpha 1^2 (\sin(2(\alpha - \beta)) + \sin(2(\alpha - \gamma))) l_{OC} - \\
& 2g \cos(\beta - \gamma) (\cos(\alpha - \gamma) \sin(\beta) + \cos(\alpha - \beta) \sin(\gamma) m_{BA}) m_{CB} - 2 \cos(\alpha - \gamma) (\sin(\beta - \\
& \gamma) J_{CB} \beta 1^2 + (s - u) \cos(\beta - \gamma) l_{CB} + 2 \cos(\alpha - \gamma) J_{CB} l_{OC} (g \sin(\gamma) m_{BA} - \alpha 1^2 \sin(\alpha - \gamma) l_{OC})) / \\
& ((2 \cos^2(\beta - \gamma) J_{OC} l_{CB}^2 + l_{OC}^2 (2 J_{CB} \cos^2(\alpha - \gamma) + l_{CB} (l_{CB} ((\cos(2(\alpha - \gamma)) + \\
& \cos(2(\beta - \gamma)) + 2) m_{BA} - 4 \cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \gamma) \cos(\beta - \gamma) + 2 \cos(\beta - \gamma) (\cos(\beta - \gamma) l_{CB} - \\
& 2 \cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \gamma) k_{CB} m_{CB} k_{BA}^2 + 2 J_{BA} (\cos^2(\alpha - \beta) l_{CB}^2 l_{OC}^2 + \cos^2(\alpha - \beta) k_{CB}^2 m_{CB}^2 l_{OC}^2 - \\
& (J_{CB} + l_{CB} (l_{CB} m_{BA} - 2 \cos^2(\alpha - \beta) k_{CB})) m_{CB} l_{OC}^2 - (m_{BA} l_{CB}^2 + J_{CB}) (m_{BA} l_{OC}^2 + J_{OC})) = \\
& \dot{\alpha} 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (J_{BA} (2 J_{OC} (s - u + l_{CB} (-\sin(\alpha - \beta) l_{OC} \alpha 1^2 + \gamma 1^2 \sin(\beta - \gamma) k_{BA} + g \sin(\beta) m_{BA}) + \\
& k_{CB} (g \sin(\beta) - \alpha 1^2 \sin(\alpha - \beta) l_{OC}) m_{CB} - l_{OC} (\beta 1^2 \sin(2(\alpha - \beta)) l_{OC} l_{CB}^2 + \\
& 2 (k_{BA} l_{OC} (\cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha - \gamma) - \sin(\beta - \gamma) (m_{BA} + m_{CB})) \gamma 1^2 + \\
& \alpha 1^2 \sin(\alpha - \beta) l_{OC}^2 (m_{BA} + m_{CB}) + l_{OC} (g m_{BA} (\cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha) - \sin(\beta) m_{BA}) + \\
& (\sin(2(\alpha - \beta)) k_{CB} \beta 1^2 + g \cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha) - g \sin(\beta) m_{BA}) m_{CB} + \cos(\alpha - \beta) (-q + u + \\
& g \sin(\alpha) k_{OC} m_{OC} l_{CB} + 2 (\alpha 1^2 \sin(\alpha - \beta) k_{CB} m_{CB} (m_{BA} + m_{CB}) l_{OC}^2 + (m_{BA} (-s + u + \\
& g \cos(\alpha) \sin(\alpha - \beta) k_{CB} m_{CB} + m_{CB} (-s + u + k_{CB} (\cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha - \gamma) k_{BA} \gamma 1^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(\alpha-\beta) \left( \cos(\alpha-\beta)k_{CB}\beta 1^2 + g \cos(\alpha) \right) m_{CB}l_{OC} + \cos(\alpha-\beta)k_{CB}m_{CB} (-q + u + \\
& g \sin(\alpha)k_{OC}m_{OC} + k_{BA} \left( 2 \cos(\beta-\gamma)J_{OC}l_{CB} \left( s + k_{BA} \left( \sin(\alpha-\gamma)l_{OC}\alpha 1^2 + \right. \right. \right. \\
& \beta 1^2 \sin(\beta-\gamma)l_{CB} - g \sin(\gamma)m_{BA} + l_{OC} \left( 2\gamma 1^2 \cos(\alpha-\gamma) \sin(\alpha-\beta)l_{CB}l_{OC}k_{BA}^2 + \right. \\
& \left. \left. \left( \beta 1^2 l_{OC} \left( 2 \cos(\alpha-\gamma) \sin(\alpha-2\beta+\gamma) + \sin(2(\beta-\gamma)) \right) (m_{BA} + m_{CB}) \right) l_{CB}^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. 2 \left( \alpha 1^2 \left( \cos(\beta-\gamma) \sin(\alpha-\gamma) (m_{BA} + m_{CB}) - \cos(\alpha-\gamma) \sin(\beta-\gamma) \right) l_{OC}^2 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left( gm_{BA} \left( \cos(\alpha-\gamma) \sin(\alpha-\beta+\gamma) - \cos(\beta-\gamma) \sin(\gamma)m_{BA} \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left( \cos(\alpha-\gamma) \sin(\alpha-2\beta+\gamma)k_{CB}\beta 1^2 + g \cos(\beta-\gamma) \left( \cos(\alpha-\gamma) \sin(\alpha) - \sin(\gamma)m_{BA} \right) \right) \right. \right. \\
& m_{CB}l_{OC} + \cos(\alpha-\gamma) \cos(\beta-\gamma) (-q + u + g \sin(\alpha)k_{OC}m_{OC}) l_{CB} + 2 \cos(\alpha-\gamma)l_{OC} \\
& \left( (u-s) \cos(\alpha-\gamma) - k_{CB} \left( \sin(\beta-\gamma)l_{OC}\alpha 1^2 + g \cos(\alpha-\gamma) \sin(\beta) - \right. \right. \\
& g \cos(\alpha-\beta) \sin(\gamma)m_{BA}m_{CB}k_{BA} + 2sl_{OC} \left( l_{CB} \left( \cos(\beta-\gamma) (m_{BA} + m_{CB}) - \right. \right. \\
& \cos(\alpha-\beta) \cos(\alpha-\gamma) - \cos(\alpha-\beta) \cos(\alpha-\gamma)k_{CB}m_{CB} \right) / \left( \left( 2 \cos^2(\beta-\gamma)J_{OC}l_{CB}^2 + \right. \right. \\
& l_{OC}^2 \left( 2J_{CB} \cos^2(\alpha-\gamma) + l_{CB} \left( l_{CB} \left( \cos(2(\alpha-\gamma)) + \cos(2(\beta-\gamma)) \right) + 2 \right) m_{BA} - \right. \\
& \left. 4 \cos(\alpha-\beta) \cos(\alpha-\gamma) \cos(\beta-\gamma) + 2 \cos(\beta-\gamma) \left( \cos(\beta-\gamma)l_{CB} - \right. \right. \\
& \left. 2 \cos(\alpha-\beta) \cos(\alpha-\gamma)k_{CB}m_{CB}k_{BA}^2 + 2J_{BA} \left( \cos^2(\alpha-\beta)l_{CB}^2l_{OC}^2 + \cos^2(\alpha-\beta)k_{CB}^2m_{CB}^2l_{OC}^2 - \right. \right. \\
& \left. \left. \left( J_{CB} + l_{CB} \left( l_{CB}m_{BA} - 2 \cos^2(\alpha-\beta)k_{CB} \right) \right) m_{CB}l_{OC}^2 - \left( m_{BA}l_{CB}^2 + J_{CB} \right) \left( m_{BA}l_{OC}^2 + J_{OC} \right) \right) =
\end{aligned}$$

$$\ddot{\beta}1$$

$$\begin{aligned}
& (J_{OC}l_{CB}(-\gamma 1^2 \sin(2(\beta - \gamma))l_{CB}k_{BA}^2 + 2(-\beta 1^2 \sin(\beta - \gamma)m_{BA}l_{CB}^2 + \\
& (l_{OC}(\cos(\beta - \gamma)\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha - \gamma)m_{BA})\alpha 1^2 + gm_{BA}(\sin(\gamma)m_{BA} - \\
& \cos(\beta - \gamma)\sin(\beta)l_{CB} + \cos(\beta - \gamma)(-s + u + k_{CB}(\alpha 1^2 \sin(\alpha - \beta)l_{OC} - g\sin(\beta))m_{CB})k_{BA} - \\
& 2sl_{CB}m_{BA} - J_{CB}(2J_{OC}(s + k_{BA}(\sin(\alpha - \gamma)l_{OC}\alpha 1^2 + \beta 1^2 \sin(\beta - \gamma)l_{CB} - g\sin(\gamma)m_{BA})) + \\
& l_{OC}(\gamma 1^2 \sin(2(\alpha - \gamma))l_{OC}k_{BA}^2 + 2(l_{CB}l_{OC}(\cos(\alpha - \gamma)\sin(\alpha - \beta) + \\
& \sin(\beta - \gamma)(m_{BA} + m_{CB})\beta 1^2 + \alpha 1^2 \sin(\alpha - \gamma)l_{OC}^2(m_{BA} + m_{CB}) + \\
& l_{OC}(gm_{BA}(\cos(\alpha - \gamma)\sin(\alpha) - \sin(\gamma)m_{BA}) + \\
& (\cos(\alpha - \gamma)(\sin(\alpha - \beta)k_{CB}\beta 1^2 + g\sin(\alpha)) - g\sin(\gamma)m_{BA})m_{CB} + \\
& \cos(\alpha - \gamma)(-q + u + g\sin(\alpha)k_{OC}m_{OC})k_{BA} + 2sl_{OC}(m_{BA} + m_{CB}) + \\
& l_{OC}(\gamma 1^2 l_{CB}l_{OC}(2\cos(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta - 2\gamma)k_{CB}m_{CB} + \\
& l_{CB}(-2\cos(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta - 2\gamma)(m_{BA} - 1) - \sin(2(\beta - \gamma))m_{CB})k_{BA}^2 + \\
& (2\beta 1^2 l_{OC}(\cos(\alpha - \beta)\sin(\alpha - \gamma) - m_{BA}(\cos(\alpha - \gamma)\sin(\alpha - \beta) + \\
& \sin(\beta - \gamma)(m_{BA} + m_{CB})l_{CB}^3 + (\alpha 1^2(2\cos(\alpha - \beta)\sin(\beta - \gamma) + \\
& (-2m_{BA}\sin(\alpha - \gamma) + \sin(\alpha - \gamma) + \sin(\alpha - 2\beta + \gamma))(m_{BA} + m_{CB})l_{OC}^2 + \\
& (2g(m_{BA} - 1)m_{BA}(\sin(\gamma)m_{BA} - \cos(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta - \gamma)) + \\
& (2g\sin(\gamma)m_{BA}^2 - (2\cos(\alpha - \gamma)\sin(\alpha - \beta)k_{CB}\beta 1^2 + g(\sin(2\alpha - \gamma) + \sin(2\beta - \gamma) + \\
& 2\sin(\gamma))m_{BA} + 2\cos(\alpha - \beta)(2\sin(\alpha - \gamma)k_{CB}\beta 1^2 + g\cos(\beta - \gamma)\sin(\alpha))m_{CB}l_{OC} + \\
& (-2m_{BA}\cos(\alpha - \gamma) + \cos(\alpha - \gamma) + \cos(\alpha - 2\beta + \gamma))(-q + u + g\sin(\alpha)k_{OC}m_{OC})l_{CB}^2 + \\
& (2\alpha 1^2 k_{CB}m_{CB}(2\cos(\alpha - \beta)\sin(\beta - \gamma) + \cos(\beta - \gamma)\sin(\alpha - \beta)(m_{BA} + m_{CB}))l_{OC}^2 + \\
& (2k_{CB}(\cos(\alpha - \beta)\sin(\alpha - \gamma)k_{CB}\beta 1^2 + g\cos(\alpha)\cos(\beta - \gamma)\sin(\alpha - \beta))m_{CB}^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2(u-s)\cos(\beta-\gamma) + gk_{CB}(2\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\gamma)\sin(\beta) + (\sin(2\alpha-\gamma) - \\
& (\cos(2(\alpha-\beta)) + 2)\sin(\gamma))m_{BA}m_{CB} + 2(s-u)(\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\gamma) - \cos(\beta-\gamma)m_{BA}) \\
& l_{OC} + 2\cos(\alpha-\beta)\cos(\beta-\gamma)k_{CB}m_{CB}(-q+u+g\sin(\alpha)k_{OC}m_{OC})l_{CB} + 2\cos(\alpha-\beta) \\
& k_{CB}l_{OC}m_{CB}((s-u)\cos(\alpha-\gamma) + k_{CB}(\sin(\beta-\gamma)l_{OC}\alpha^2 + g\cos(\alpha-\gamma)\sin(\beta) - \\
& g\cos(\alpha-\beta)\sin(\gamma)m_{BA}m_{CB}k_{BA} + 2sl_{OC}(k_{CB}^2m_{CB}^2\cos^2(\alpha-\beta) + 2k_{CB}l_{CB}m_{CB}\cos^2(\alpha-\beta) + \\
& l_{CB}^2(\cos^2(\alpha-\beta) - m_{BA}(m_{BA}+m_{CB}))))/(2\cos^2(\beta-\gamma)J_{OC}l_{CB}^2 + \\
& l_{OC}^2(2J_{CB}\cos^2(\alpha-\gamma) + l_{CB}(l_{CB}((\cos(2(\alpha-\gamma)) + \cos(2(\beta-\gamma)) + 2)m_{BA} - \\
& 4\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\gamma)\cos(\beta-\gamma) + 2\cos(\beta-\gamma)(\cos(\beta-\gamma)l_{CB} - 2\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\gamma) \\
& k_{CB}m_{CB}k_{BA}^2 + 2J_{BA}(\cos^2(\alpha-\beta)l_{CB}^2l_{OC}^2 + \cos^2(\alpha-\beta)k_{CB}^2m_{CB}^2l_{OC}^2 - \\
& (J_{CB} + l_{CB}(l_{CB}m_{BA} - 2\cos^2(\alpha-\beta)k_{CB}))m_{CB}l_{OC}^2 - (m_{BA}l_{CB}^2 + J_{CB})(m_{BA}l_{OC}^2 + J_{OC}))) = \\
& \ddot{\gamma}1
\end{aligned}$$

Искомые величины здесь:

$$m_{OC}, m_{CB}, m_{BA}$$

$$J_{OC}, J_{CB}, J_{BA}$$

$$k_{OC}, k_{CB}, k_{BA}$$

## 4 Определение параметров системы

Предлагается воспользоваться доступными данными, такими как рост, вес, пол человека. Благодаря им и статистическим исследованиям процентных соотношений частей тела для разных людей [1], [2], [3], [7] [8] можно примерно определить диапазон, в котором следует искать значение каждой из величин. Имеем 9 таких диапазонов (3 для масс, 3 для

моментов инерции, 3 для длин векторов из полюса к центру масс каждого звена соответственно). Как говорилось ранее, перед работой механизм совершает некоторое калибровочное движение. Установленные в шарнирах потенциометры фиксируют зависимость угла отклонения от некоторой заданной оси от времени. В итоге имеем 3 набора точек  $(x, t)$ . Здесь и далее  $x = \alpha_{rl}$  для бедра,  $x = \beta_{rl}$  для голени и  $x = \gamma_{rl}$  для стопы. Подставив некоторый набор

$$(m_{OC}, m_{CB}, m_{BA}, J_{OC}, J_{CB}, J_{BA}, k_{OC}, k_{CB}, k_{BA})$$

в уравнения движения и численно решив их, можно также получить 3 набора точек  $(x, t)$ . В этом случае, обозначим  $x = \alpha_n$  для бедра,  $x = \beta_n$  для голени и  $x = \gamma_n$  для стопы.

Сравнивая полученные наборы, можно судить о том, как близка наша точка к ответу.

Введем функционал качества

$$F = \max_t ((\alpha_n(t) - \alpha_{rl}(t))^2) + \max_t ((\beta_n(t) - \beta_{rl}(t))^2) + \max_t ((\gamma_n(t) - \gamma_{rl}(t))^2)$$

Заметим, что если набор  $(m_{OC}, m_{CB}, m_{BA}, J_{OC}, J_{CB}, J_{BA}, k_{OC}, k_{CB}, k_{BA})$  близок к реальному, то функционал стремится к 0. В то же время, отдаляясь от реального набора значений, функционал будет больше 0. Рассмотрим 10-мерное пространство, в котором в качестве базиса выступают вектора, соответствующие  $(m_{OC}, m_{CB}, m_{BA}, J_{OC}, J_{CB}, J_{BA}, k_{OC}, k_{CB}, k_{BA}, F)$ . В этом пространстве задана некоторая 9-мерная поверхность. Задача сводится к поиску точки касания поверхности плоскости  $F=0$ , а точнее - к поиску глобального минимума данной поверхности.

Искать глобальный минимум поверхности предлагается методом дифференциальной эволюции. Это метод многомерной математической опти-

мизации, относящийся к классу стохастических алгоритмов оптимизации и использующий идеи генетических алгоритмов.

В конкретной задаче требуется найти такой 9-мерный вектор параметров

$X = (m_{OC}, m_{CB}, m_{BA}, J_{OC}, J_{CB}, J_{BA}, k_{OC}, k_{CB}, k_{BA})^T$ , который должен доставлять минимум функционалу  $F$ . Также имеем 9 граничных условий, задающих область поиска минимума:

$$m_{OC} \in [m_{OC}^{min}, m_{OC}^{max}], m_{CB} \in [m_{CB}^{min}, m_{CB}^{max}], m_{BA} \in [m_{BA}^{min}, m_{BA}^{max}],$$

$$J_{OC} \in [J_{OC}^{min}, J_{OC}^{max}], J_{CB} \in [J_{CB}^{min}, J_{CB}^{max}], J_{BA} \in [J_{BA}^{min}, J_{BA}^{max}],$$

$$k_{OC} \in [k_{OC}^{min}, k_{OC}^{max}], k_{CB} \in [k_{CB}^{min}, k_{CB}^{max}], k_{BA} \in [k_{BA}^{min}, k_{BA}^{max}],$$

Далее будем называть множество  $\{X_{1,g}, \dots, X_{n,g}\}$  векторов, удовлетворяющих граничным условиям, популяцией, а  $g$  - её поколением.

Алгоритм удобно разделить на несколько этапов:

## 4.1 Инициализация

Начальная популяция  $\{X_{i,0}, i = 1, \dots, n\}$  должна максимально равномерно покрывать область поиска. В связи с этим предлагается выбирать вектора с непрерывным равномерным распределением. Так,  $j$ -я координата  $i$ -го вектора задаётся по формуле  $x_{i,0}^j = x_{min}^j + rand(0, 1) * (x_{max}^j - x_{min}^j)$ , где  $rand(0, 1)$  - равномерно распределенная величина на отрезке  $[0, 1]$ .



## 4.2 Мутация

После инициализации каждый вектор из поколения претерпевает операцию мутации. Существуют несколько стратегий мутации:

1)rand1bin:

$$V_{i,g} = X_{r_1^i,g} + H * (X_{r_2^i,g} - X_{r_3^i,g})$$

2)best1bin:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g})$$

3)rand-to-bestbin:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + H * (X_{best,g} - X_{i,g}) + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g})$$

4)best2bin:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g}) + H * (X_{r_3^i,g} - X_{r_4^i,g})$$

5)rand2bin:

$$V_{i,g} = X_{r_1^i,g} + H * (X_{r_2^i,g} - X_{r_3^i,g}) + H * (X_{r_4^i,g} - X_{r_5^i,g})$$

6)rand1exp:

$$V_{i,g} = X_{r_1^i,g} + H * (X_{r_2^i,g} - X_{r_3^i,g})$$

7)best1exp:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g})$$

8)rand-to-best1exp:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + H * (X_{best,g} - X_{i,g}) + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g})$$

9)best2exp:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + H * (X_{r_1^i,g} - X_{r_2^i,g}) + H * (X_{r_3^i,g} - X_{r_4^i,g})$$

10)rand2exp:

$$V_{i,g} = X_{r_1^i,g} + H * (X_{r_2^i,g} - X_{r_3^i,g}) + H * (X_{r_4^i,g} - X_{r_5^i,g})$$

11)currenttobest1bin:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + H * (X_{best,g} - X_{i,g}) + H * (X_{i,g} - X_{r_1^i,g})$$

12)currenttobest1exp

$$V_{i,g} = X_{i,g} + H * (X_{best,g} - X_{i,g}) + H * (X_{i,g} - X_{r_1^i,g})$$

Здесь индексы  $r_1^i, r_2^i, r_3^i, r_4^i, r_5^i$  - случайные целые числа из диапазона  $[1, n]$ . Если суффикс стратегии bin, то используется биномиальное распределение, если exp - экспоненциальное.  $H$  - положительная скалярная величина, отвечающая за изменение вектора.  $X_{best,g}$  - наилучший с точки зрения функционала вектор в поколении  $g$ .

### 4.3 Рекомбинация

После мутации к каждому инициализированному вектору  $X_{i,g}$  и к каждому мутировавшему вектору  $V_{i,g}$  применяется операция рекомбинации. Операция заключается в следующем:

Создаётся новый вектор  $U_{i,g}$  по правилу:

$$u_{i,g}^j = \begin{cases} v_{i,g}^j & \text{если } (rand_j[0, 1) \leq CR) \text{ либо } j = j_{rand} \\ x_{i,g}^j & \text{иначе} \end{cases}$$

Здесь  $u_{i,g}^j, v_{i,g}^j, x_{i,g}^j$  - координаты соответствующих векторов.  $CR$  - задаваемая пользователем константа в диапазоне  $[0, 1)$ , которая определяет количество координат, скопированных из вектора  $V_{i,g}$ . Оператор подставляет  $j$ -ю координату мутировавшего вектора  $V_{i,g}$  на соответствующее место в  $U_{i,g}$  если  $(rand_j[0, 1) \leq CR)$ , либо  $j = j_{rand}$ . Иначе берется  $j$ -я координата вектора  $X_{i,g}$ .

### 4.4 Отбор

Если значения некоторых параметров нового вектора выходят за заданные границы, они переинициализируются так, чтобы граничные усло-

вия соблюдались. Далее, целевая функция (в рамках данной работы  $F$ ) вычисляется на значениях всех полученных векторов  $U_{i,g}$ . Значение целевой функции на  $U_{i,g}$  сравнивается со значением на  $X_{i,g}$ . Если значение на полученном векторе не превосходит значения на начальном, он подставляется в новую популяцию. В противном случае берётся начальный вектор.

## 4.5 Условие прерывания

Перечисленные выше шаги повторяются до тех пор, пока не будет достигнут критерии прерывания. В данном случае это  $\sigma(pop) \leq atol + tol * mean(pop.energy)$ . Здесь  $\sigma(pop)$  среднеквадратичное отклонение популяции,  $mean(pop.energy)$  среднее значение множества значений функционала  $F$  на векторах популяции,  $tol$  и  $atol$  - абсолютный и относительный критерии сходимости, они задаются пользователем и характеризуют точность нахождения решения.

## 5 Выбор гиперпараметров

Гиперпараметры — параметры, значения которых задаются до начала работы алгоритма и не изменяются в процессе.

В данном случае, гиперпараметры - границы (задаются пользователем), стратегия мутации, размер популяции, абсолютная и относительная точность (задается пользователем), мутационный коэффициент ( $G$ ), рекомбинационный коэффициент. Необходимо определить 4 параметра.

Для выбора каждого из гиперпараметров предлагается фиксировать 3 параметра, варьируя 1.

## 5.1 Стратегия

Стратегия	Итераций	Вызовов F	Время	Конечное значение F
best1bin	7	4070	1171.37	1.7e-05
currenttobest1bin	6	2125	469.9	0.0004
randtobest1bin	6	1155	117.8	0.0004
best1exp	10	3715	910.36	7.31e-05
randtobest1exp	11	1880	165.9	0.00017
currenttobest1exp	15	2550	235.34	8.9e-05
rand2bin	5	1540	306.54	0.0002
best2bin	6	1155	121.53	0.0019
best2exp	20	3145	241.9	0.0003
rand1exp	15	3040	437.36	0.0013
rand1bin	5	2710	731.8	0.002
rand2exp	19	3650	464.19	0.0001

.

## 5.2 Размер популяции

Согласно [6], оптимальный размер популяции обычно лежит на отрезке  $[2D, 20D]$ , где  $D$  - размерность поверхности (здесь  $D = 9$ ). Проводим замеры с шагом в 18.

Популяция	Число итераций	Число вызовов F	Время	Конечное значение F
18	7	1534	536.17	7.03e-05
36	8	2064	626.41	0.008
54	13	1776	434.81	0.0003
72	23	2358	318.6	0.00048
90	16	1720	133.73	0.001
108	18	2082	102.06	0.003
126	19	3340	416.1	5.08e-05
144	15	2514	169.45	0.0002
162	21	5734	1050.3	9.04e-06
180	14	2890	191.7	0.0001

Следует отметить, что с уменьшением размера популяции растёт скорость сходимости, однако, вероятность схождения алгоритма при этом снижается.

### 5.3 Мутационный коэффициент

Мутационный коэффициент ищется аналогичным способом на отрезке  $[0,4;1]$  с шагом 0.1.

Н	Число итераций	Число вызовов F	Время	Конечное значение F
0.4	12	1284	390.67	0.0012
0.5	13	752	211.05	0.0004
0.6	8	952	292.24	8.035e-07
0.7	26	726	118.92	0.00016
0.8	21	1066	270.75	2.37e-05
0.9	4	490	165.8	0.006
1.0	7	1714	592.7	3.41e-05

## 5.4 Рекомбинационный коэффициент

Рекомбинационный коэффициент ищется на отрезке  $[0.1,1]$  с шагом 0.1

CR	Число итераций	Число вызовов F	Время	Конечное значение F
0.1	233	4642	376	0.001
0.2	53	1182	124.08	0.003
0.3	23	612	87.23	0.004
0.4	27	2034	592.68	0.004
0.5	14	3270	1183.53	0.002
0.6	11	1716	553.8	0.01
0.7	14	850	219.43	0.0002
0.8	16	1596	464.003	0.001
0.9	7	204	32.3	0.003
1.0	2	1754	670.57	0.0003

## 6 Симуляция работы программы в среде моделирования «Универсальный Механизм»

После реализации алгоритма предлагается проверить его работоспособность на практике. В программе «Универсальный Механизм» была создана физическая 3d-модель экзоскелета с прикрепленной к нему ногой человека.

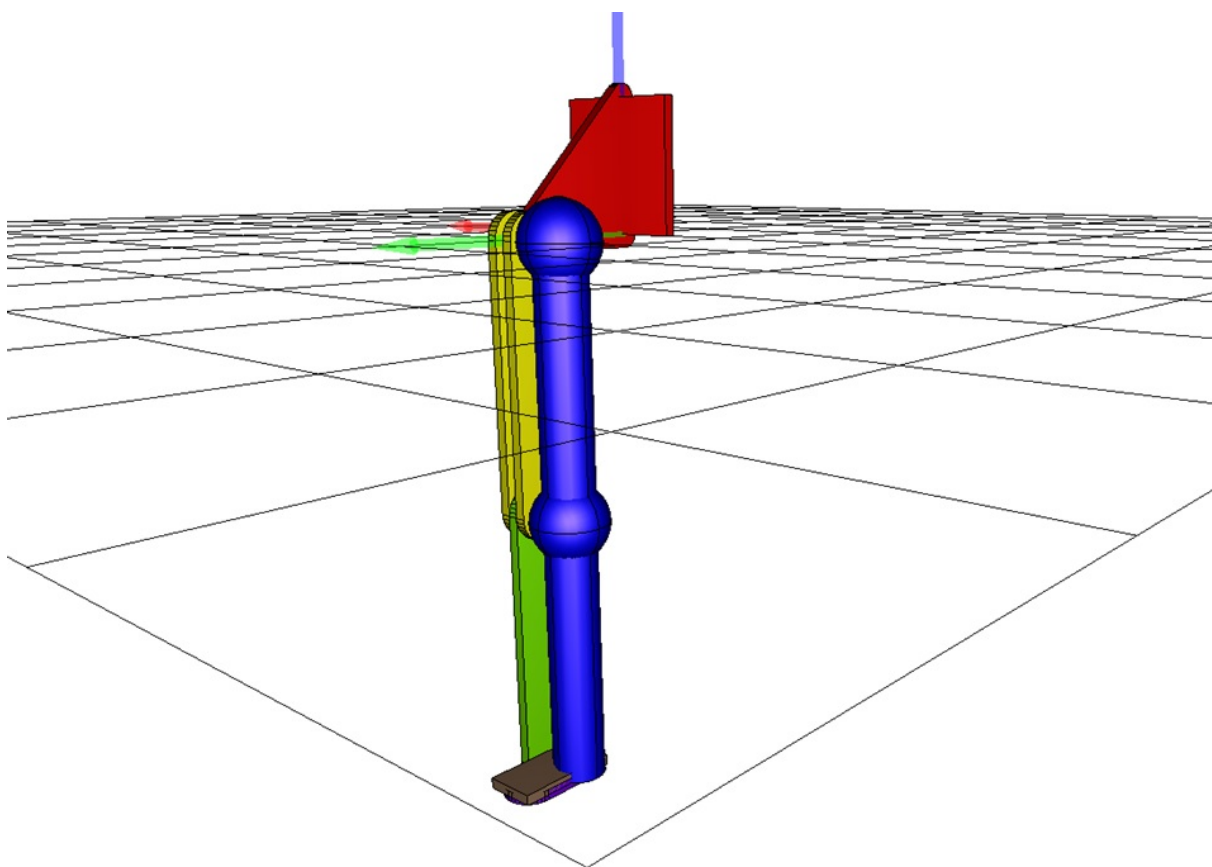


Рис. 3

В силу того, что звенья ноги экзоскелета жестко прикреплены к соответствующим звеньям ноги человека, масса каждого звена - это сумма масс соответствующих звеньев человека и экзоскелета, момент инерции каждого звена - это сумма моментов инерции соответствующих звеньев

человека и экзоскелета.

Параметры ноги (на практике они неизвестны, а здесь будут использоваться лишь для проверки результатов выполнения программы):

Масса бедра - 22кг;

Масса голени - 7кг;

Масса стопы - 2кг;

Момент инерции бедра -  $0.8\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Момент инерции голени -  $0.3\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Момент инерции стопы -  $0.0008\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Расстояния от полюсов до центров тяжести звеньев ( $k$  в формуле [1.2]):

Бедра - 0.18м;

Голени - 0.15м;

Стопы - 0.035м;

Симуляцию будем проводить следующим образом:

Вначале экзоскелет проводит некоторое тестовое движение. Для наглядности можно рассмотреть поднятие ноги вверх с некоторыми постоянными моментами.

Моменты таковы:

$$q = 100$$

$$u = 15$$

$$s = 0.5$$



Важно, чтобы движение было естественным для человека, то есть нога не выгибалась коленом внутрь, а стопа не была слишком задрана или опущена.

Программный комплекс позволяет экспортировать данные в виде таблиц excel либо текстового документа. В качестве экспортируемых данных были выбраны зависимости отклонений осей симметрий каждого звена от вертикали от времени. Во время реальной работы механизма этим данным соответствуют показания потенциометров.

Далее указанные данные подаются на вход программе, которая на их основе вычисляет массы и моменты инерции звеньев ноги человека. В данном случае были получены следующие параметры:

Масса бедра - 22.036кг;

Масса голени - 7.3кг;

Масса стопы - 1.66кг;

Момент инерции бедра -  $0.254\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Момент инерции голени -  $0.0848\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Момент инерции стопы -  $0.0009\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;

Расстояния от полюсов до центров тяжести звеньев:

Бедра - 0.183м;

Голени - 0.156м;

Стопы - 0.033м;

Значение функционала на данных параметрах составляет 0.016277.

Данный результат был достигнут за 3 итерации и 352 вызова функционала F. Время выполнения программы составило 101 секунду.

Таким образом, для поднятия ноги, описанного ранее, графики обобщенных координат от времени следующие:

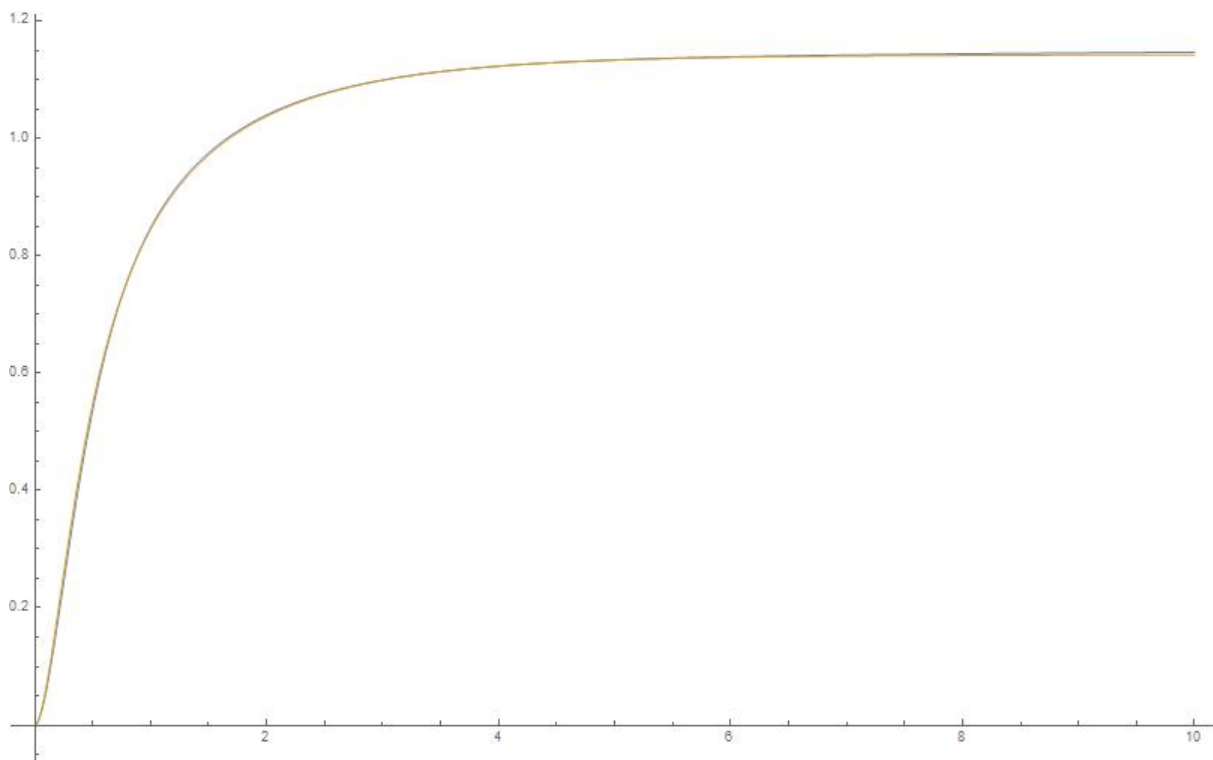


Рис. 4: Для бедра

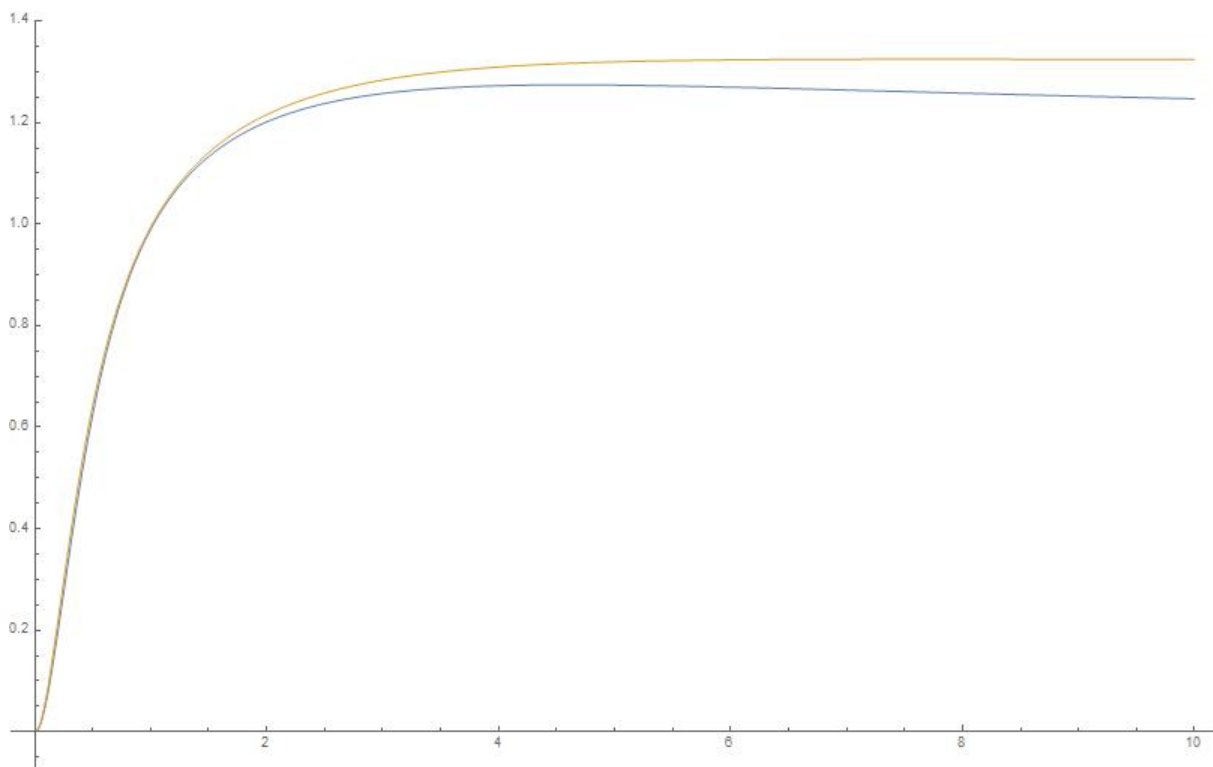


Рис. 5: Для голени

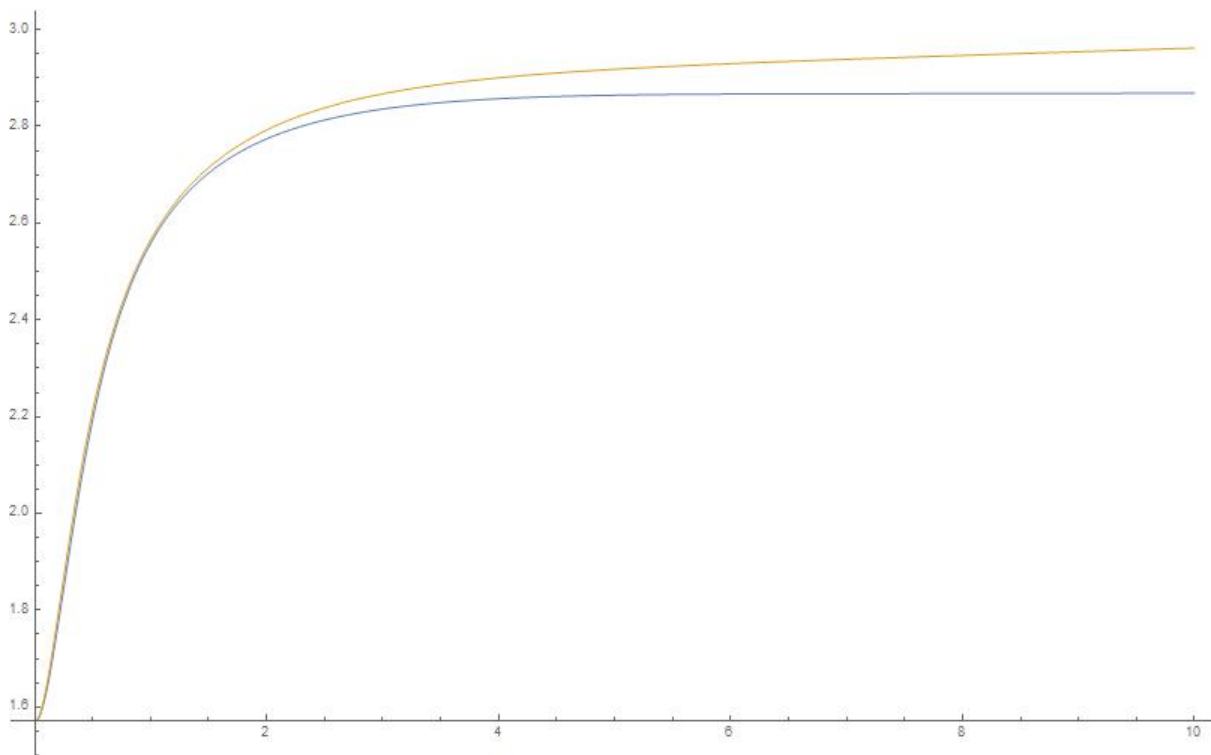


Рис. 6: Для стопы

Как видно, графики практически совпадают. Наибольшее отклонение составляет  $\approx 0.09\pi$ , то есть  $\approx 5^\circ$ . Более того, большая точность может быть нивелирована погрешностью измерения и управления двигателями. Таким образом, используя указанный алгоритм, можно реализовать любое необходимое движение с достаточной точностью.

В случае реальной работы, далее экзоскелет начинает выполнять заданные движения, используя полученные в ходе работы программы данные. Например, шагание ногой или приседание.

## 7 Выводы

В ходе работы была рассмотрена задача по управлению механической системой с неизвестными параметрами.

Была рассмотрена динамическая модель системы ноги экзоскелета и человека, выписаны уравнения движения.

С помощью метода дифференциальной эволюции была решена обратная задача динамики, а именно, реализован алгоритм, определяющий по координатам системы неизвестные параметры.

Был проведён анализ и сравнение производительности алгоритма на различных значениях гиперпараметров.

Для демонстрации алгоритма была создана динамическая модель ноги в среде моделирования "Универсальный Механизм было проведено моделирование работы алгоритма и анализ результатов.

Рассмотренный в работе алгоритм позволяет определить значения неизвестных параметров с приемлемой точностью за сравнительно короткое время. В дальнейшем планируется построить систему управления движением низкого уровня на базе алгоритма и провести натурные эксперименты.

## 8 Список литературы

### Список литературы

- [1] Paolo de Leva (1996) *Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's Segment Inertia Parameters* . *Journal of Biomechanics* 29 (9), pp. 1223-1230
- [2] F. Chandler, R. E. Clauser, C. T. McConville, J. Reynolds, Herbert W. Young, J. (1975). Investigation of Inertial Properties of the Human Body. 171.
- [3] Plagenhoef, S., Evans, F.G. and Abdelnour, T. (1983) *Anatomical data for analyzing human motion. Research Quarterly for Exercise and Sport* 54, 169-178.
- [4] А. М. Формальский *Перемещение антропоморфных механизмов:* М. Наука, 1982 - 368 с.
- [5] Alan Hindmarsh, ODEPACK, *a Systematized Collection of ODE Solvers, in Scientific Computing*, 1983.
- [6] A.K.Qin, V.L.Huang, P.N.Suganthan *Differential Evolution Algorithm With Strategy Adaptation for Global Numerical Optimization*, 2009.
- [7] J.T.McConville, T.D.Churchill, *Anthropometric relationships of body and body segment moments of inertia*, 1980.
- [8] В.М.Зациорский, А.С.Аруин, В.Н. Селуянов *Биомеханика двигательного аппарата человека*.