

---

## Tarea 1 — Introducción al Análisis de Supervivencia (EYP3322)

**Profesora:** Alejandra Tapia

Pontificia Universidad Católica de Chile

**Ayudante:** Nixon Jerez

Facultad de Matemática

---

### Instrucciones

- La tarea consta de 3 preguntas, las cuales debe responder de manera clara y ordenada.
- Su solución debe ser subida a CANVAS en un archivo comprimido `T1_ApellidoNombre.zip` (o `.rar`), el cual debe contener los siguientes archivos:
  - `T1_ApellidoNombre.pdf`: con la solución a todos los problemas y despliegue de gráficas.
  - `T1_ApellidoNombre.r`: conteniendo el código en R con el cual generó las salidas presentadas.
- Puede resolver los problemas que involucren desarrollos a mano utilizando lápiz pasta y letra clara. En caso contrario su solución NO será considerada.
- Antes de enviar el archivo asegúrese de que los archivos se puedan abrir de manera correcta.
- NO se revisarán documentos recibidos después del plazo indicado o bien que contengan archivos erróneos. En este último caso, NO se permitirá el reenvío de archivos.
- La nota de la tarea se calculará a través de la suma del puntaje obtenido, más un punto base.

### Enunciado

**Problema 1** [20 pts] En un estudio se aplicó un veneno a 40 ratones para evaluar su efectividad. El personal acargo realizó un seguimiento vigilando los animales cada 5 minutos hasta que todos murieron, reportando la siguiente tabla.

Tiempo transcurrido	Número de ratones vivos al inicio del intervalo
0 – 5	40
5 – 10	35
10 – 15	28
15 – 20	22
20 – 25	18
25 – 30	13
30 – 35	9
35 – 40	5
40 – 45	5
45 – 50	3

Considerando esta información, estime y grafique la función de supervivencia, densidad y riesgo.

**Problema 2** [10 pts] Sean  $T_1, \dots, T_n$  variables aleatorias *i.i.d.* con función de riesgo común  $\lambda(t)$ . Verifique que la función de hazard de  $T = \min(T_1, \dots, T_n)$ , digamos  $\lambda_T(t)$ , está dada por  $n\lambda(t)$ .

**Problema 3** Considere seis individuos de una cohorte para la evaluación de factores de riesgo para la infección por VIH. El estudio se inició en 01/06/2020, cuando dos de los individuos entraron en el estudio con resultados negativos para la infección. Uno de ellos, al realizar el segundo examen, un mes después, presentó un resultado positivo, y el otro, dos meses después, presentó un resultado positivo. Los otros cuatro individuos entraron en el estudio en 01/07/2020, 01/09/2020, 01/08/2020 y 01/08/2020 y sus respectivas fechas de seroconversión fueron 2, 3, 2 y 5 meses después de la entrada.

- (a) [2 pts] Construya la matriz de datos en la forma clásica y de proceso de conteo.
- (b) [2 pts] Represente gráficamente los tiempos observados de esos individuos.
- (c) [2 pts] ¿Cuáles son los individuos en riesgo el quinto mes de estudio?
- (d) [2 pts] ¿Qué tipo de censura ocurrió en ese estudio?
- (e) [2 pts] ¿En qué situación habría truncamiento?

**Problema 4** El archivo `egyptlives.txt` contiene la edad de muerte de 141 momias egipcias del período romano, 82 hombres y 59 mujeres, que datan del siglo pasado. El conjunto de datos fue recopilado en 1901 por Spiegelberg y analizado por Karl Pearson (1902) en una importante publicación de la prestigiosa revista *Biometrika*. Los tiempos de vida varían de 1 a 96 años, y Pearson argumentó que estos pueden considerarse una muestra aleatoria de una de las mejores clases de vida en esa sociedad, en un momento en que existía un gobierno bastante estable y civil.

- (a) [5 pts] El estimador no-paramétrico natural de la función de supervivencia en ausencia de censura es:

$$S_{\text{emp}}(t) = (1/n) \sum_{i=1}^n I\{T_i > t\} \quad t > 0.$$

Muestre que  $\mathbb{E}(S_{\text{emp}}(t)) = S(t)$  y  $\text{Var } S_{\text{emp}}(t) = (1/n)S(t)\{1 - S(t)\}$ .

- (b) [5 pts] Grafique  $S_{\text{emp}}(t)$  de ambos sexos en una misma figura. *Sugerencia: la función `stat.ecdf` puede ser de gran ayuda.*
- (c) [5 pts] Grafique los tiempos de vida de ambos grupos (sepárelos en dos viñetas preferentemente).
- (d) [5 pts] Basándose en los gráficos anteriores, ¿Qué conclusiones puede obtener?.