## Uporabne formule

$$H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \le 1 + O(\log n)$$

$$\sum_{n=0}^\infty q^n = \frac{1}{1-q} \qquad \sum_{n=0}^b q^n = \frac{1-q^{b+1}}{1-q}$$

$$\sum_{n=a}^\infty q^n = \frac{q^a}{1-q} \qquad \sum_{n=a}^b q^n = \frac{q^a - q^{b+1}}{1-q}$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

$$\frac{1}{(1-x)^n} = \sum_{k=0}^n \binom{n+k-1}{k} x^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{n-k}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

#### Izbori

Imamo n oštevilčenih kroglic. Na koliko načinov lahko izberemo k kroglic?

	s pon.	brez pon.
variacije vrstni red je pomemben	$n^k$	$n^{\underline{k}}$
kombinacije vrstni red ni pomemben	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k}$

## Verjetnostni algoritmi za odločitvene probleme

Odgovarjamo na vprašanje  $\omega \in \Pi$ ?

Las Vegas algoritmi vedno vrnejo pravilen odgovor Monte Carlo algoritmi lahko vrnejo napačen odgovor

- tip 1:  $P(\text{yes} \mid \omega \in \Pi) \ge \frac{1}{2} P(\text{yes} \mid \omega \notin \Pi) = 0$
- tip 2:  $P(\text{yes} \mid \omega \in \Pi) = 1 \ P(\text{yes} \mid \omega \notin \Pi) \le \frac{1}{2}$
- tip 3:  $P(\text{yes} \mid \omega \in \Pi) \geq \frac{3}{4} P(\text{yes} \mid \omega \notin \Pi) \leq \frac{1}{4}$

## Razredi kompleksnosti odločitvenih problemov

- RP (randomized polynomial time): ∃ Monte Carlo tipa 1, ki v najslabšem primeru deluje v polinomskem času.
- co-RP: ∃ Monte Carlo tipa 2, ki v najslabšem primeru deluje v polinomskem
- $\bullet$  BPP (bounded-error probabilistic polynomial time):  $\exists$  Monte Carlo tipa 3, ki v najslabšem primeru deluje v polinomskem času.
- ZPP (zero-error probabilistic polynomial time): ∃ Las Vegas algoritem, ki deluje v pričakovanem polinomskem času. Ali (ekvivalentna definicija): ∃ alg, ki v najslabšem primeru deluje v polinomskem času in vedno vrne pravilen odgovor ali "ne vem" in  $P("ne vem") < \frac{1}{2}$ .

 $ZPP = RP \cap co-RP, P \subset ZPP, RP \cup co-RP \subset BPP$ 

## Neenakost Chernoffa

 $X_1,\dots,X_n$ neodvisne slučajne spremenljivke,  $X_i\in\{0,1\},\,X=\sum_{i=1}^nX_i,$  $\mu = E(X)$ . Potem za vsak  $\delta \in (0,1)$  velja:

$$P(X - \mu \ge \delta\mu) \le e^{-\frac{\delta^2 \mu}{2 + \delta}} \le e^{-\frac{\delta^2 \mu}{3}}$$

$$P(\mu - X \ge \delta\mu) \le e^{-\frac{\delta^2 \mu}{2}} \le e^{-\frac{\delta^2 \mu}{3}}$$

$$P(|X - \mu| \ge \delta\mu) \le 2e^{-\frac{\delta^2 \mu}{3}}$$

## Verjetnostni algoritmi za aproksimacijo

Verjetnostni algoritem izračuna  $(\epsilon, \delta)$ -aproksimacijo za V, če vrne X tako,

$$P(|X - V| \le \epsilon V) \ge 1 - \delta$$

Naj bodo  $X_1, \ldots X_m$  slučajne spremenljivke,  $\mu = E(X_i), Y = \frac{\sum X_i}{m}$ . Če je  $m \geq \frac{3\ln(2/\delta)}{\epsilon^2 \mu}$ , potem velja:

$$P(|X - \mu| \ge \epsilon \mu) \le \delta$$

in Y je  $(\epsilon, \delta)$ -aproksimacija za  $\mu$ 

#### Polinomi

Naj bo $\mathbb F$ polje. Stopnja polinoma  $p\in\mathbb F[x_1,\dots,x_n]$ je  $\deg(p(x_1,\dots,x_n))=$  $deg(p(x,\ldots,x))$ 

#### Predstavitev s polinomi

terka 
$$T=(a_0,\ldots,a_n) \mapsto p_T(x)=\sum_{i=0}^n a_i x^i$$
terka alternativa  $T=(a_0,\ldots,a_n) \mapsto p_T(x_0,\ldots,x_n)=\sum_{i=0}^n a_i x_i$ 
množica  $M=\{a_0,\ldots,a_n\} \mapsto p_M(x)=\prod_{i=0}^n (x-a_i)$ 
množica terk  $\{T_0,\ldots,T_m\} \mapsto p(x,y)=\prod_{i=0}^m (y-p_{T_i}(x))$ 
množica množic  $\{M_0,\ldots,M_m\} \mapsto p(x,y)=\prod_{i=0}^m (y-p_{M_i}(x))$ 

Želimo ugotoviti ali je A=B. Skonstruiramo polinoma  $p_A$  in  $p_B.$ 

Zelimo ugotoviti ali je 
$$A = I$$

za  $i = 0, ..., k$ 
 $r \leftarrow \text{nakljucna vrednost iz } S^n$ 

ce  $p_A(r) \neq p_B(r)$ :

vrni DA

$$P(\mathrm{DA}|A \neq B) \leq \left(\frac{d}{|S|}\right)^{l}$$

### Schwartz-Zippelov izrek

Naj bo  $p \in \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$  in  $\deg(p) = d \geq 0$ . Naj bo  $S \subseteq \mathbb{F}$  poljubna končna Sl. sprem. X in Y sta nekorelirani, če velja: podmnožica. Za naključno izbiro (enakomerno)  $r \in S^n$  velja:

$$P(p(r) = 0) \le \frac{d}{|S|}$$

### Verjetnost

Verjetnost na  $(\Omega, \mathcal{F})$  je preslikava  $P : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$  z lastnostmi:

- $P(A) \ge 0$  za  $\forall A \in \mathcal{F}$
- $P(\Omega) = 1$
- $\bullet$  Za paroma nezdružljive (disjunktne) dogodke  $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ velja števna aditivn ost

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

- $P(\emptyset) = 0$
- P je končno aditivna.
- P je monotona:  $A \subseteq B \implies P(A) \le P(B)$
- $P(A^{\complement}) = 1 P(A)$
- P je zvezna:

$$A_1 \subseteq A_2 \subseteq \cdots \implies P(\bigcup_{i=1}^{\infty}) = \lim_{i \to \infty} P(A_i)$$

$$B_1 \supseteq B_2 \supseteq \cdots \implies P(\bigcap_{i=1}^{\infty}) = \lim_{i \to \infty} P(B_i)$$

## Matematično upanje

Za slučajno spremenljivko  $X:\Omega\to\mathbb{Z}$ 

$$E(X) = \sum_{c \in \mathbb{Z}} cP(X = c)$$

#### Lastnosti

$$E(f(X)) = \sum_{c \in \mathbb{Z}} f(c) P(X = c)$$

Linearnost: za poljubne sl. sprem  $X_1, \ldots, X_n$  velja:

$$E(a_1X_1 + \dots a_nX_n) = a_1E(X_1) + \dots + a_nE(X_n)$$

Če ima |X| mat. up., ga ima tudi X in velja

$$|E(X)| \le E(|X|)$$

Če obstaja  $E(X^2)$  in  $E(Y^2)$ , obstaja tudi E(XY) in velja:

$$|E(XY)| \le E(|XY|) \le \sqrt{E(X^2)E(Y^2)}$$

### Disperzija (varianca)

$$D(X) = E((X - E(X))^{2}) = E(X^{2}) - (E(X))^{2}$$

Lastnosti:

- $D(X) \ge 0$
- $D(X) = 0 \iff P(X = E(X)) = 1$
- $D(aX) = a^2D(X)$

Standardna diviacija/odklon:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

zanjo velja  $\sigma(aX) = |a|\sigma(X)$ .

#### Neodvisnost

Diskretno porazdeljeni sl. sprem. X in Y sta noedvisni, če velja:

$$P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i)P(Y = y_j)$$

za vse i, j.

## Nekoreliranost

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

$$X, Y$$
 neodvisni  $\implies X, Y$  nekorelirani

Če imata X in Y, je nekoreliranost ekvivalentna zvezi:

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y)$$

#### Neenakost Markova

Če je X ne negativna sl. sprem. z mat. up., potem je

$$P(|X| \ge a) \le \frac{E(|X|)}{a} \quad \forall a > 0$$

Če je X celoštevilska ( $metoda\ 1.\ momenta$ ):

$$P(X > 0) \le E(X)$$

### Neenakost Čebiševa

 $\check{\text{C}}\text{e ima }X$  disperzijo, je

$$P(|X - E(X)| \ge a\sigma(X)) \le \frac{1}{a^2} \quad \forall a > 0$$

oziroma za  $\varepsilon := a\sigma(X)$ 

$$P(|X - E(X)| \ge \varepsilon) \le \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

Če je X celoštevilska ( $metoda\ 2.\ momenta$ )

$$P(X > 0) = 1 - P(X \le 0)$$

$$P(X \le 0) \le P(|X - E(X)| \ge E(X)) \le \frac{D(X)}{E^2(X)}$$

## Nakjučni grafi

#### Erdős-Rényi model

 $G \in G(n, p)$  je nakjučni Erdős-Rényi graf z n vozlišči, za katere velja, da je vsak par povezan z verjetnostjo p.

$$E(\text{\it it. povezav v }G(n,p)) = \binom{n}{2}p$$
 
$$E(\deg v) = (n-1)p$$

Pravimo, da ima naključni graf neko lastnost skoraj gotovo (almost surely), če velia

$$\lim_{n \to \infty} P(G \in G(n, p) \text{ ima lastnost}) = 1$$

Naj bo p odvisen od n in  $G \in G(n, p)$ . Velja:

- $np < 1 \implies G$  je skoraj gotovo nepovezan z komponentami velikosti
- $np = 1 \implies G$  ima skoraj gotovo komponento velikosti  $n^{\frac{2}{3}}$
- $np = c > 1 \implies G$  ima skoraj gotovo veliko komponento velikosti dn, kjer je  $d \in (0,1)$
- $np < (1-\varepsilon) \ln n \implies G$  je skoraj gotovo nepovezan z izoliranimi
- $np > (1 + \varepsilon) \ln n \implies G$  je skoraj gotovo povezan.

### Scale-free property

delež vozlišč stopnje k  $\approx k^{-\gamma}$ 

#### Barabási-Albert model

Začnemo zmvozlišči in dodajamo vozlišča. Vsakič, ko dodamo vozlišče  $\boldsymbol{v}$ dodamo še povezave do ostalih voozlišč z verjetnostjo:

$$P(v \sim u) = \frac{\deg u}{\sum_w \deg w}$$

B.A. model ima scale-free property in sicer

delež vozlišč stopnje k = 
$$\frac{2m(m+1)}{k(k+1)(k+2)} \approx k^{-3}$$

## Bachmann-Landauove notacije

$$f(n) \in o(g(n)) \iff \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

$$f(n) \in O(g(n)) \iff \limsup_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$$

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff f(n) \in O(n) \land f(n) \in \Omega(n)$$

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \iff \liminf_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$$

$$f(n) \in \omega(g(n)) \iff \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$$

### Markovske verige

 $\Omega$  ... mnočica stanj  $X_t$  ... stanje v času t

Markovska veriga je zaporedje slučajnih spremenljivk  $X = X_0, X_1, \dots$  za katere velja, da je verjetnost prehoda odvisna le od trenutnega stanja:

$$P(X_{i+1} = x | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_i = x_i) =$$
  
=  $P(X_{i+1} = x | X_i = x_i)$ 

Lahko zahtevamo še, da je verjetnost prehoda neodvisna od časa (time homogeneous):

$$P(X_i + 1 = x | X_i = y) = P(X_1 = x | X_0 = y)$$

Od zdaj naprej se bomo osredotočili na končno množico stanj $\Omega =$  $\{x_1,\ldots,x_n\}$ 

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{ij} \end{bmatrix}_{i,j=1}^n$$
 ... prehodna matrika

 $p_{ij}$  ... verjetnost prehoda iz  $x_i$  v  $x_j$ 

Porazdelitev stanj v času t:

$$q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) & \dots & q_n(t) \end{bmatrix} \quad P(X_t = x_i) = q_i(t)$$

velja

$$q(t) = q(t-1)\mathbf{P} = q(0)\mathbf{P}^t$$

<sup>\*</sup>  $V\check{c}asih\ se\ namesto \in uporablja\ kar = .$ 

#### Stacionarna porazdelitev

 $\pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \dots \pi_n \end{bmatrix}$ je stacionarna porazdelitev, če velja

$$\pi \mathbf{P} = \pi$$
  $\sum_{i} \pi_i = 1$ 

Oznake:

- $f_{i,j}$  verjetnost da  $X_t = x_j$  za nek (dovoj velik) t, če je  $X_0 = x_i$
- $h_{i,j}$  pričakovano število korakov, da pridemo iz stanja  $x_i$  v stanje  $x_j$  (hitting time)
- N(i,t,q(0)) pričakovano število obiskov stanja  $x_i$  po t korakih, če je začetna porazdelitev q(0).

Markovska veriga je  $irreducible\iff \forall i,j\ f_{ij}>0.$  Za take verige velja:

- $\bullet \;\; \exists$ enoloično določena stacionarna porazdelitev
- $f_{i,i} = 1$  in  $h_{i,i} = \frac{1}{\pi_i}$
- $\lim_{t\to\infty} \frac{N(i,t,q(0))}{t} = \pi_i$

Markovska veriga je aperiodična, če  $\nexists c \in \{2, 3, ...\}$ , ki deli vse dolžine ciklov (v grafu prehodov med stanji). Za take verige velja še:

•  $\lim_{t\to\infty} q(0)P^t = \pi$ 

#### Markovske verige v grafu

 ${\cal G}$ povezan nusmerjen graf. Obravnavamo naključne sprehode kot Markovske verige.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{uv} \end{bmatrix}_{u,v \in V(G)} \quad p_{uv} = \begin{cases} \frac{1}{\deg(u)} & \text{\'e } uv \in E(G) \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Velja:

$$\pi = [\pi_v]_{v \in V(G)} \quad \pi_v = \frac{\deg(v)}{2|E(G)|} \quad h_{v,v} = \frac{1}{\pi_v}$$

$$\forall uv \in E(G) : h_{u,v} < 2|E(G)|$$

Pričakovano število korakov, da obiščemo vsa vozlišča je 4(|V(G)|-1)|E(G)|.

Posebna primera  $K_n$ :  $O(n \log n)$  in  $P_n$ :  $O(n^2)$ .

## Markovske verige v usmerjenem grafu

G povezan usmerjen graf v katerem velja  $\deg^+(v) = \deg^-(v)$  za vsa vozlišča v. Vsaka povezava uv ima utež  $w_{uv}$ .

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{uv} \end{bmatrix}_{u,v \in V(G)} \quad p_{uv} = \begin{cases} \frac{w_{uv}}{\deg^+(u)} & \text{\'e } uv \in E(G) \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Velja:

$$\pi = [\pi_v]_{v \in V(G)}$$
  $\pi_v = \frac{\deg^+(v)}{|E(G)|}$   $h_{v,v} = \frac{1}{\pi_v}$ 

\* |E| in  $\deg^+(v)$  sta ozniki za vsoti uteži in ne števila povezav.

## Linearno programiranje

Linearni program dimenzije dznpogoji je problem oblike:

$$\max \quad f(x_1,\dots,x_d) = c_1x_1 + \dots + c_dx_d$$
 p.p. 
$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1d}x_d \le b_1$$
 
$$\vdots$$
 
$$a_{n1}x_1 + \dots + a_{nd}x_d \le b_n$$

Linearne programe lahko rešimo z Seideloviim algoritmom v pričakovanem času  $O(d!\,n)$  (uporabno za majhne konstantne dimenzije).

## Zgoščevalne funkcije (hashing)

Imamo univerzalno množico  $\mathcal U$ velikosti  $|\mathcal U|=u$ in množico Mvelikosti m. Družina zgoščevalnih funkcij

$$H \subseteq \{h : \mathcal{U} \to M\}$$

H je univerzalna  $\iff \forall x, y \in \mathcal{U}, x \neq y$  velja

$$\underset{h \in H}{P}(h(x) = h(y)) \le \frac{1}{m}$$

Hje  $k\text{-neodvisna}\iff \forall$  paroma različne  $x_1,\dots,x_k\in\mathcal{U}$  in  $\forall t_1,\dots,t_k\in M$  velja:

$$\Pr_{h \in H} P(h(x_1) = t_1 \land \dots \land h(x_k) = t_k) \le \frac{1}{m^k}$$

\* h je v tem primeru naključna funkcija iz H $H \text{ je } k\text{-neodvisna} \implies H \text{ je } (k-1)\text{-neodvisna}$ 

## Znani problemi

#### Perfect matching

Naj boGgraf. Popolno ujemanje je podmnožica povezav $M\subseteq E(G),$ tako da vejla

$$\forall e,f\in M\ :\ e\cap f=\emptyset\quad \text{in}\quad \bigcup_{e\in M}e=V(G)$$

G imam popolno ujemanje  $\iff \det(A_G) \neq 0$ 

$$A_G = [a_{ij}]_{i,j=1}^n \qquad a_{ij} = \begin{cases} x_{ij} & \text{ \'e } ij \in E(G), i < j \\ -x_{ij} & \text{ \'e } ij \in E(G), i > j \\ 0 & \text{ sicer} \end{cases}$$

## Min/max prerez (Min/max cut)

Naj boGgraf. Prerez je particija V(G) na U in  $V(G)\setminus U$  tako da se minimizira/maksimizira število povezav med U in  $V(G)\setminus U.$ 

 $\begin{array}{l} \textit{alg rand.min.cut} \\ \textit{whod:} \ \textit{graf} \ G \\ G_0 \leftarrow G \\ i \leftarrow 0 \\ \textit{dokler} \ V(G_i) > 2: \\ e \leftarrow \text{nakljucna povezava} \ v \ G_i \\ G_{i+1} \leftarrow G_i \setminus e \ / \ \text{skrcitev povezave} \ e \\ i \leftarrow i + 1 \\ u, v \leftarrow V(G_{n-2}) \ / \ n = |V(G)| \\ U = \{w \in V(G) \mid w \ \text{je bil skrcen v} \ u\} \\ \textit{wni} \ (U, V(G) \setminus U) \end{array}$ 

Algoritem rand\_min\_cut vrne min. prerez z verjetnostjo  $\frac{2}{n(n-1)}$ 

#### k-SAT

Iščemo rešitev boolove formule oblike:

$$F(\underline{\mathbf{x}}) = C_1(\underline{\mathbf{x}}) \wedge \cdots \wedge C_m(\underline{\mathbf{x}})$$

kjer je vsak člen ( $clause) \ C_i$ disjunkcija k spremenljivk ali pa njihovih negacii:

$$C_i = C_1^i \lor \dots \lor C_k^i \qquad C_j^i = \begin{cases} x_{ij} \\ \neg x_{ij} \end{cases}$$

# Pregled najpogostejših porazdelitev

Porazdelitev	Oznaka	Opis	E(X)	D(X)	Izvor
Bernoullijeva	Ber(p)	P(X = 0) = 1 - p $P(X = 1) = p$	p	pq	Indikator dogodka
Binomska	Bin(n,p)	$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq	Število uspešnih izidov v n neodvisnih poskusih; vsota n neodv. Bernoullijevih sl. spr.
Geometrijska	Geo(p)	$P(X = k) = pq^{k-1}$ $k = 1, 2, \dots$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	Število poskusov do prvega uspešnega izida
Negativna binomska	$\operatorname{NegBin}(n,p)$	$P(X = k) = {k-1 \choose n-1} p^n q^{k-n}$ $k = n, n+1, \dots$	$\frac{n}{p}$	$\frac{nq}{p^2}$	Število poskusov do <i>n</i> -tega uspešnega izida; vsota <i>n</i> neodv. geom. sl. spr.
Poissonova	$\operatorname{Poi}(\lambda)$	$k = n, n + 1, \dots$ $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ $k = 0, 1, \dots$	λ	λ	Število telefonskih klicev, nesreč ipd. v določenem času
Hipergeometrijska	$\begin{array}{c} \operatorname{Hip}(s;r,n) \\ \operatorname{Hip}(r;s,n) \end{array}$	$P(X = k) = \frac{\binom{s}{k} \binom{n-s}{r-k}}{\binom{n}{r}}$	$\frac{rs}{n}$	$\frac{rs(n-r)(n-s)}{n^2(n-1)}$	Število rdečih kroglic v vzorcu velikosti $s$ , če je v škatli skupaj $n$ kroglic, od tega $r$ rdečih
Diskretna enakomerna na množici $M = \{x_1, \dots x_n\}$	$\operatorname{Enak_d}(M)$	$P(X = x_k) = \frac{1}{n}$ $P(X \in A) = \frac{ A \cap M }{ M }$	$\bar{x} := \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}$	$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2 = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 - n  \bar{x}^2$ $= \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - n  \bar{x}^2}{n}$	Slepi izbor
Enakomerna na intervalu	$\operatorname{Enak}_{\operatorname{c}}[a,b]$	$p_X(x) = \frac{1}{b-a}, \ a \le x \le b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{-n}{(b-a)^2}$	Slepi izbor
Normalna	$N(\mu, \sigma)$	$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	μ	$\sigma^2$	Če je $X$ vsota veliko (vsaj 30) neodvisnih sl. spr., je približno $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , kjer je $\mu = E(X)$ in $\sigma = \sqrt{D(X)}$ .
Standardizirana normalna	N(0,1)	$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}  P(a < X < b) = \Phi(b) - \Phi(a)$	0	1	$X \sim N(\mu, \sigma) \Rightarrow \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$
Eksponentna	$\operatorname{Exp}(\lambda)$	$p_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \ x > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	Čas čakanja na dogodek
Gama	$\operatorname{Gama}(n,\lambda)$	$p_X(x) = \frac{\lambda^n x^{n-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(n)}$ $x > 0$	$\frac{n}{\lambda}$	$\frac{n}{\lambda^2}$	Za $n \in \mathbb{N}$ : čas $n$ -te pojavitve dogodka
Hi kvadrat	$\chi^2(n) = \operatorname{Gama}(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})$	$p_X(x) = \frac{x^{n/2 - 1}e^{-x/2}}{2^{n/2}\Gamma(n/2)}$ x > 0	n	2n	Vsota kvadratov $n$ neodvisnih stand. normalnih slučajnih spremenljivk

**Opomba**: q = 1 - p.