Crecimiento y decrecimiento de polígonos mediante paralelas

Nelson González Jhones

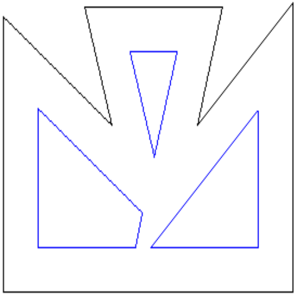
Universidad de la Habana
Facultad de Matemática y Computación

Junio 2007

Descripción del problema

Características

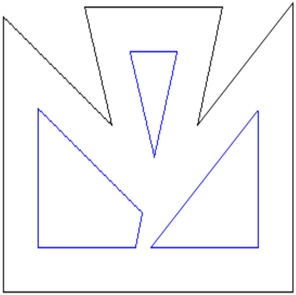
1. El resultado consiste en un conjunto de polígonos P'.
2. A cada segmento en P' le corresponde un único segmento en el polígono original P.
3. Sean los segmentos s y s' tal que $s \in P$ y $s' \in P'$. Si s es el segmento correspondiente de s' entonces s' es paralelo a s y la distancia entre ellos es d.



Descripción del problema

Características

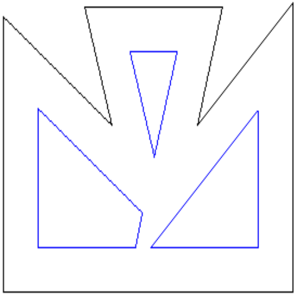
1. El resultado consiste en un conjunto de polígonos P'.
2. A cada segmento en P' le corresponde un único segmento en el polígono original P.
3. Sean los segmentos s y s' tal que $s \in P$ y $s' \in P'$. Si s es el segmento correspondiente de s' entonces s' es paralelo a s y la distancia entre ellos es d.



Descripción del problema

Características

1. El resultado consiste en un conjunto de polígonos P'.
2. A cada segmento en P' le corresponde un único segmento en el polígono original P.
3. Sean los segmentos s y s' tal que $s \in P$ y $s' \in P'$. Si s es el segmento correspondiente de s' entonces s' es paralelo a s y la distancia entre ellos es d.



Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Una forma de abordar el problema

1. Trazar un paralela a cada segmento de P a distancia d.
2. Consecuencias no deseables.
3. Múltiples intersecciones.
4. Poligonal resultante no simple.
5. Regiones no deseables.
6. Eficiente para distancias suficientemente pequeñas.

Algunos ejemplos

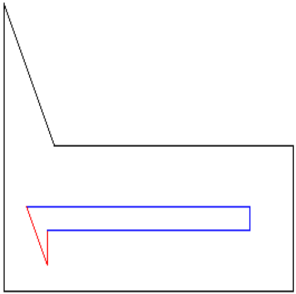


Figura: Consecuencias no deseables

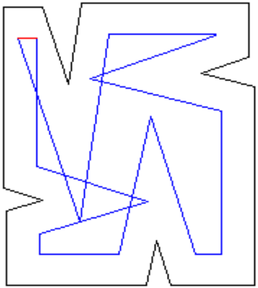


Figura: Poligonal resultante no simple

Plane Sweep

1. Detección de las regiones.
2. Clasificación en deseables o no.
3. Regiones inducidas por intersecciones.

Plane Sweep

1. Detección de las regiones.
2. Clasificación en deseables o no.
3. Regiones inducidas por intersecciones.

Plane Sweep

1. Detección de las regiones.
2. Clasificación en deseables o no.
3. Regiones inducidas por intersecciones.

Soporte

Lema

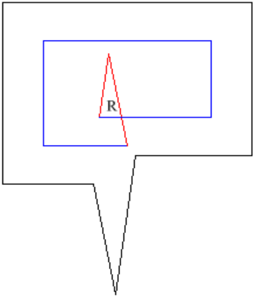
Sean r_1 y r_2 dos rayos que van desde los puntos x_1 y x_2 respectivamente, hasta el infinito. Si x_1 y x_2 pertenecen a una misma región determinada por C, entonces la diferencia entre los cortes de izquierda a derecha y los cortes de derecha a izquierda de C con r_1 y r_2 será la misma.

▸ Detalles de la demostración

Regiones inexistentes

Definición

Se entenderá por *segmento invertido* de P' aquel cuyo sentido se encuentra en oposición con su correspondiente en P.



Nota: Sentido en contra de las manecillas del reloj.

¿Criterios o conjeturas?

Criterio

Si en el resultado se encuentra una cadena de segmentos invertidos de longitud mayor que dos, entonces son eliminados todos los segmentos de la cadena excepto el primero y último.

Criterio

Si se tiene un segmento invertido aislado, significa que, a la distancia dada, ese segmento no debe verse reflejado en el resultado. En consecuencia de esto, es eliminado y es hallada la intersección (si existe) entre los segmentos adyacentes a este.

Criterio

Teniendo un par de segmentos invertidos, no eliminar aquel que luego de la eliminación de su adyacente invertido deje de serlo. En caso de que esto sea imposible ambos son eliminados, por otra parte en el caso de tener reflexividad no se llegó a contar con un criterio sólido sobre cual, de los dos segmentos, debiera eliminarse.

¿Criterios o conjeturas?

Criterio

Si en el resultado se encuentra una cadena de segmentos invertidos de longitud mayor que dos, entonces son eliminados todos los segmentos de la cadena excepto el primero y último.

Criterio

Si se tiene un segmento invertido aislado, significa que, a la distancia dada, ese segmento no debe verse reflejado en el resultado. En consecuencia de esto, es eliminado y es hallada la intersección (si existe) entre los segmentos adyacentes a este.

Criterio

Teniendo un par de segmentos invertidos, no eliminar aquel que luego de la eliminación de su adyacente invertido deje de serlo. En caso de que esto sea imposible ambos son eliminados, por otra parte en el caso de tener reflexividad no se llegó a contar con un criterio sólido sobre cual, de los dos segmentos, debiera eliminarse.

¿Criterios o conjeturas?

Criterio

Si en el resultado se encuentra una cadena de segmentos invertidos de longitud mayor que dos, entonces son eliminados todos los segmentos de la cadena excepto el primero y último.

Criterio

Si se tiene un segmento invertido aislado, significa que, a la distancia dada, ese segmento no debe verse reflejado en el resultado. En consecuencia de esto, es eliminado y es hallada la intersección (si existe) entre los segmentos adyacentes a este.

Criterio

Teniendo un par de segmentos invertidos, no eliminar aquel que luego de la eliminación de su adyacente invertido deje de serlo. En caso de que esto sea imposible ambos son eliminados, por otra parte en el caso de tener reflexividad no se llegó a contar con un criterio sólido sobre cual, de los dos segmentos, debiera eliminarse.

Nuevas regiones inexistentes

Segundo Criterio

Teniendo un par de segmentos s_1 y s_2 consecutivos en P', que no lo son en P. Si s_1 está a la izquierda (a la derecha) de s_2 en P' y s_1 se encuentra a la derecha (a la izquierda) de s_2 en P entonces s_1 es considerado como invertido por este criterio. De forma análoga es analizada la posición de s_2 respecto a s_1.

Segundo Criterio

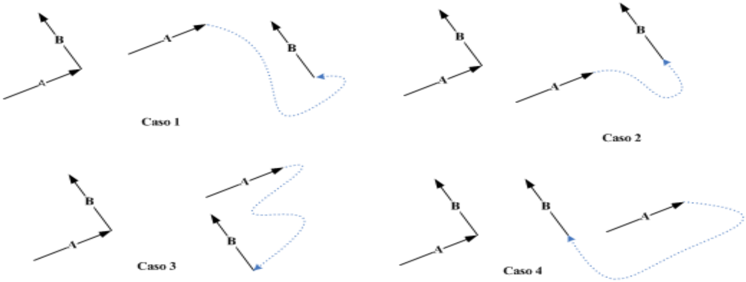


Figura: En el **Caso 1** B está invertido , en el **Caso 2** ninguno de los dos están invertidos, en el **Caso 3** ambos están invertidos y en el **Caso 4** A está invertido.

Resultados

- La eliminación local provoca la eliminación de segmentos que deberian aparecer en el resultado
- Eficiente para distancias pequeñas.
- Intersecciones con la original parcial y completamente.

Resultados

- La eliminación local provoca la eliminación de segmentos que deberian aparecer en el resultado
- Eficiente para distancias pequeñas.
- Intersecciones con la original parcial y completamente.

Resultados

- La eliminación local provoca la eliminación de segmentos que deberian aparecer en el resultado
- Eficiente para distancias pequeñas.
- Intersecciones con la original parcial y completamente.

Ejemplos

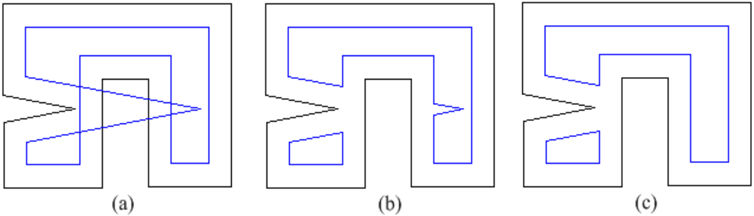


Figura: (a) Resultado directo de hacer la paralela a cada segmento, (b) resultado de la eliminación de las regiones no deseables y (c) resultado de la especificación.

Ejemplos

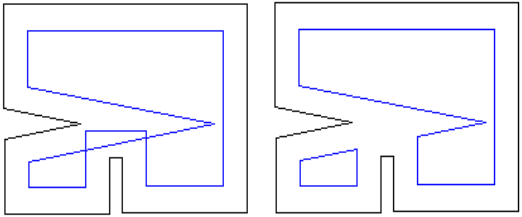


Figura: Corte parcial con el polígono original

Esqueleto recto

¿Qué es el esqueleto recto?

Un esqueleto recto sobre un grafo plano G es una partición del plano en regiones de forma tal que, cada región refleja, de manera apropiada, la forma geométrica de G.

Definición

El esqueleto recto, de un polígono simple en el plano, queda definido por el rastro que dejan los vértices del polígono inicial cuando este se ve encogido o ensanchado, moviéndose de cada una de sus aristas a una misma velocidad.

Esqueleto recto

¿Qué es el esqueleto recto?

Un esqueleto recto sobre un grafo plano G es una partición del plano en regiones de forma tal que, cada región refleja, de manera apropiada, la forma geométrica de G.

Definición

El esqueleto recto, de un polígono simple en el plano, queda definido por el rastro que dejan los vértices del polígono inicial cuando este se ve encogido o ensanchado, moviéndose de cada una de sus aristas a una misma velocidad.

Ejemplo

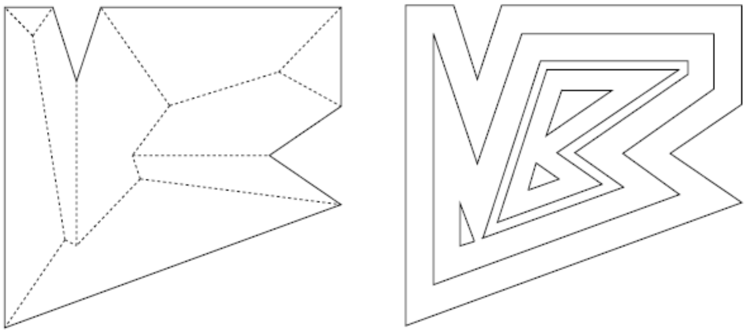


Figura: Esqueleto recto y jerarquía de polígonos.

Eventos

1. *Evento de arista*: La longitud de una arista se reduce a cero, la arista se desvanece.
2. *Evento de división*: Una arista es dividida, un vértice reflexivo se mueve hacia esta arista dividiendo el polígono entero.

Eventos

1. *Evento de arista*: La longitud de una arista se reduce a cero, la arista se desvanece.
2. *Evento de división*: Una arista es dividida, un vértice reflexivo se mueve hacia esta arista dividiendo el polígono entero.

Preliminares

Definición

Vértice reflexivo de un polígono: vértice cuyas aristas incidentes forman un ángulo mayor que π en el interior del polígono. Vértice convexo: vértice que no es reflexivo.

Definición

Arco reflexivo arco que contiene, en la frontera de la cuña en la que él se encuentra, a ambas aristas que definen dicha cuña.

Preliminares

Definición

Vértice reflexivo de un polígono: vértice cuyas aristas incidentes forman un ángulo mayor que π en el interior del polígono. Vértice convexo: vértice que no es reflexivo.

Definición

Arco reflexivo arco que contiene, en la frontera de la cuña en la que él se encuentra, a ambas aristas que definen dicha cuña.

Propiedades básicas

Lema

$S(P)$ es un árbol y consiste en exactamente n caras conectadas, $n-2$ nodos y $2n-3$ arcos.

Detalles de la demostración

Propiedades básicas

Lema

Arcos reflexivos de $S(P)$ sólo emanan de vértices reflexivos de P.

▸ Detalles de la demostración

Propiedades básicas

Lema

$S(P)$ particiona a P en polígonos monótonos. Cada uno de estos polígonos representa la cara de una arista y es monótono en la dirección de esta última.

Cómputo del esqueleto recto

- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

Cómputo del esqueleto recto

- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

Cómputo del esqueleto recto

- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

Cómputo del esqueleto recto

- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

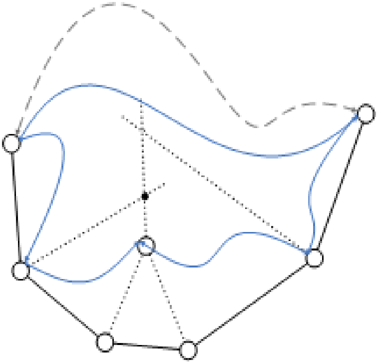
Cómputo del esqueleto recto

- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

Cómputo del esqueleto recto

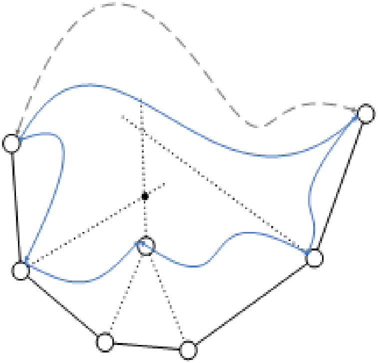
- $S(P)$ estructura arbórea
- Lista circular de árboles LCA
- Cada subárbol de $S(P)$ tiene asosiado dos aristas de P y una arco sobre la bisectriz de dichas aristas
- Mezcla entre árboles adyacentes en la LCA: *mezcla de unión* y *mezcla de corte*
- Almacenar las intersecciones *válidas* en una cola de prioridad
- Prioridad a la menor distancia a la arista de P.

Intersección Válida



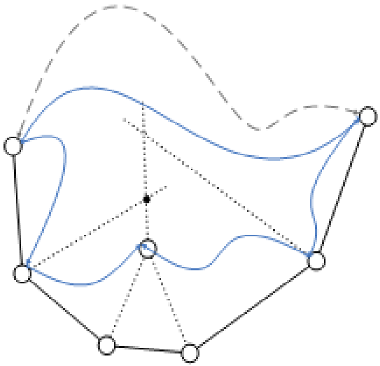
- Intersección con ambos adyacentes
- Punto de intersección más cercano a la raíz
- Punto de intersección común. Tratamiento secuencial

Intersección Válida



- Intersección con ambos adyacentes
- Punto de intersección más cercano a la raíz
- Punto de intersección común. Tratamiento secuencial

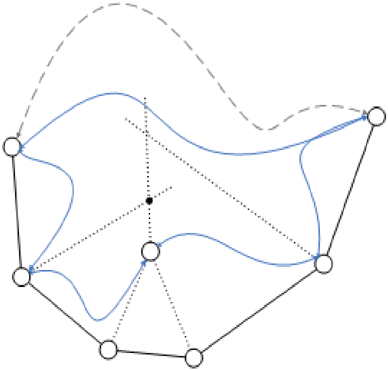
Intersección Válida



- Intersección con ambos adyacentes
- Punto de intersección más cercano a la raíz
- Punto de intersección común. Tratamiento secuencial

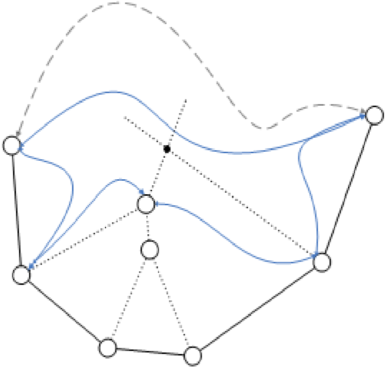
Mezcla de unión

- Los arcos de dos árboles (adyacentes) se intersectan.
- Se forma un nuevo árbol. Se calcula un nuevo arco.
- $|LCA| = |LCA| - 1$
- Posible nueva intersección.



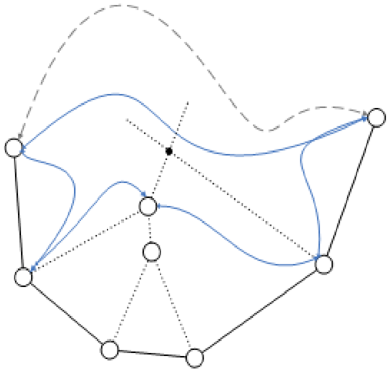
Mezcla de unión

- Los arcos de dos árboles (adyacentes) se intersectan.
- Se forma un nuevo árbol. Se calcula un nuevo arco.
- $|LCA| = |LCA| - 1$
- Posible nueva intersección.



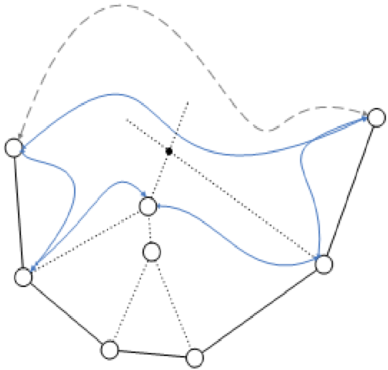
Mezcla de unión

- Los arcos de dos árboles (adyacentes) se intersectan.
- Se forma un nuevo árbol. Se calcula un nuevo arco.
- $|LCA| = |LCA| - 1$
- Posible nueva intersección.



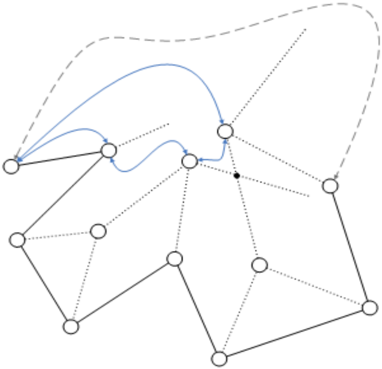
Mezcla de unión

- Los arcos de dos árboles (adyacentes) se intersectan.
- Se forma un nuevo árbol. Se calcula un nuevo arco.
- $|\text{LCA}| = |\text{LCA}| - 1$
- Posible nueva intersección.



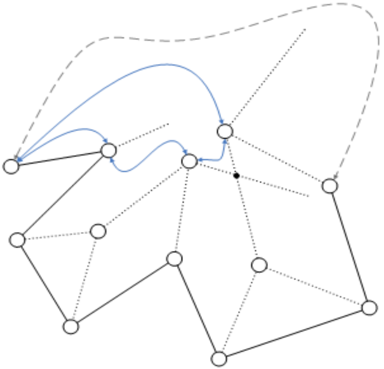
Mezcla de corte

- El arco de un árbol se intersecta con el arco de un subárbol A_s de su correspondiente adyacente.
- A_s subárbol de la ladera próxima.
- Se forma un nuevo árbol.
- Reinserción de árboles.
- $|LCA|$ no disminuye.



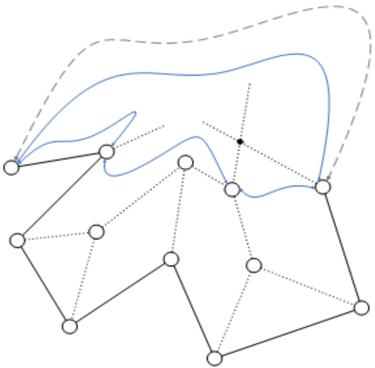
Mezcla de corte

- El arco de un árbol se intersecta con el arco de un subárbol A_s de su correspondiente adyacente.
- A_s subárbol de la ladera próxima.
- Se forma un nuevo árbol.
- Reinserción de árboles.
- $|LCA|$ no disminuye.



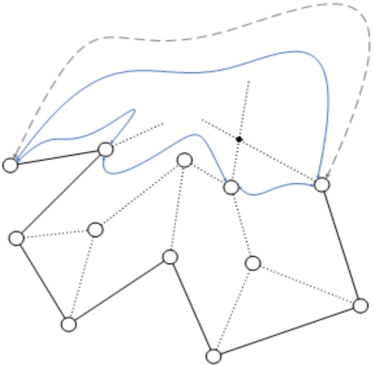
Mezcla de corte

- El arco de un árbol se intersecta con el arco de un subárbol A_s de su correspondiente adyacente.
- A_s subárbol de la ladera próxima.
- Se forma un nuevo árbol.
- Reinserción de árboles.
- $|LCA|$ no disminuye.



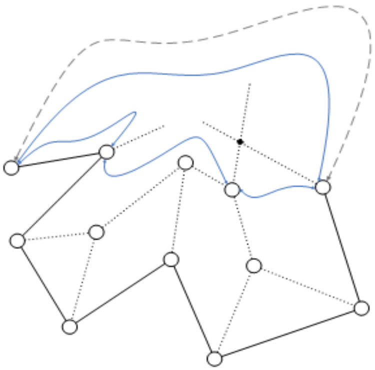
Mezcla de corte

- El arco de un árbol se intersecta con el arco de un subárbol A_s de su correspondiente adyacente.
- A_s subárbol de la ladera próxima.
- Se forma un nuevo árbol.
- Reinserción de árboles.
- $|$LCA$|$ no disminuye.



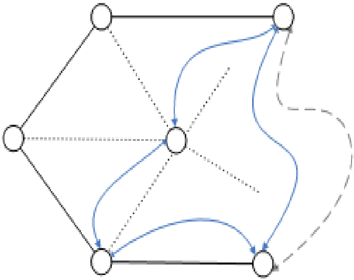
Mezcla de corte

- El arco de un árbol se intersecta con el arco de un subárbol A_s de su correspondiente adyacente.
- A_s subárbol de la ladera próxima.
- Se forma un nuevo árbol.
- Reinserción de árboles.
- $|LCA|$ no disminuye.



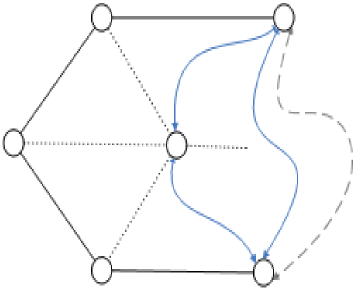
Intersección por sobre un nodo

- Puede ocurrir en ambos tipos de mezcla.
- No se crea un nuevo nodo.
- Se calcula una nuevo arco (bisectriz).
- Correspondencia con eventos simultáneos.



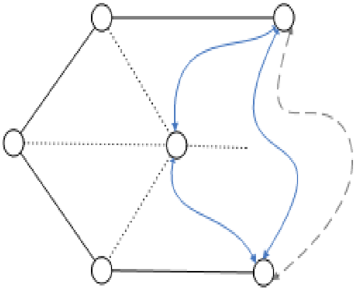
Intersección por sobre un nodo

- Puede ocurrir en ambos tipos de mezcla.
- No se crea un nuevo nodo.
- Se calcula una nuevo arco (bisectriz).
- Correspondencia con eventos simultáneos.



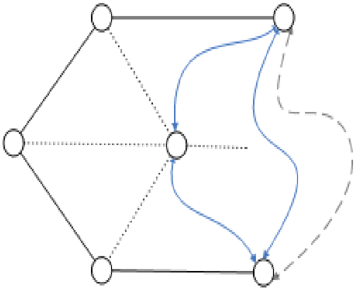
Intersección por sobre un nodo

- Puede ocurrir en ambos tipos de mezcla.
- No se crea un nuevo nodo.
- Se calcula una nuevo arco (bisectriz).
- Correspondencia con eventos simultáneos.

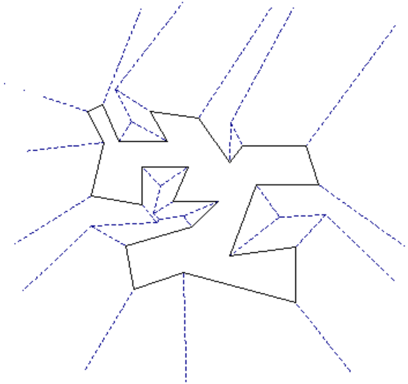


Intersección por sobre un nodo

- Puede ocurrir en ambos tipos de mezcla.
- No se crea un nuevo nodo.
- Se calcula una nuevo arco (bisectriz).
- Correspondencia con eventos simultáneos.

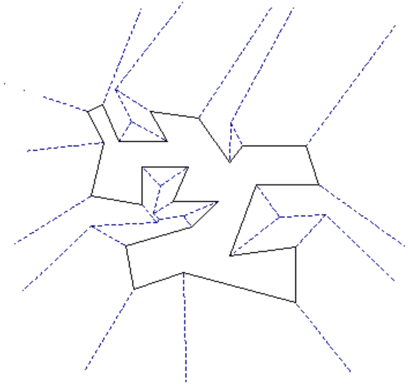


Esqueleto hacia el exterior



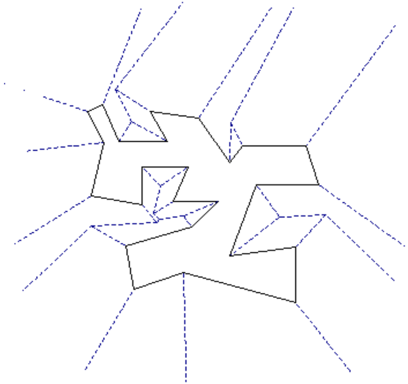
- Existencia de caras abiertas.
- Árboles que no se mezclan .
- $|LCA| > 1$.

Esqueleto hacia el exterior



- Existencia de caras abiertas.
- Árboles que no se mezclan .
- $|LCA| > 1$.

Esqueleto hacia el exterior



- Existencia de caras abiertas.
- Árboles que no se mezclan .
- $|LCA| > 1$.

Análisis

Definición

Árbol reflexivo: árbol que tiene un arco reflexivo conectado a su raíz.

Presupuesto

Una mezcla de corte sólo es inducida por un arbol reflexivo.

Análisis

Definición

Árbol reflexivo: árbol que tiene un arco reflexivo conectado a su raíz.

Presupuesto

Una mezcla de corte sólo es inducida por un arbol reflexivo.

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$
- Tiempo de ejecución para polígonos convexos según el caso
  1. Construcción de $S(P)$ hacia el exterior de P $O(n)$
  2. Construcción de $S(P)$ hacia el interior de P $O(n \log n)$ (complejidad presupuesta)
- Para polígonos no convexos se está analizando un costo amortizado del algoritmo.

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$
- Tiempo de ejecución para polígonos convexos según el caso
  1. Construcción de $S(P)$ hacia el exterior de P $O(n)$
  2. Construcción de $S(P)$ hacia el interior de P $O(n \log n)$ (complejidad presupuesta)
- Para polígonos no convexos se está analizando un costo amortizado del algoritmo.

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$
- Tiempo de ejecución para polígonos convexos según el caso
  1. Construcción de $S(P)$ hacia el exterior de P $O(n)$
  2. Construcción de $S(P)$ hacia el interior de P $O(n \log n)$ (complejidad presupuesta)
- Para polígonos no convexos se está analizando un costo amortizado del algoritmo.

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$
- Tiempo de ejecución para polígonos convexos según el caso
  1. Construcción de $S(P)$ hacia el exterior de P $O(n)$
  2. Construcción de $S(P)$ hacia el interior de P $O(n \log n)$ (complejidad presupuesta)
- Para polígonos no convexos se está analizando un costo amortizado del algoritmo.

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$
- Tiempo de ejecución para polígonos convexos según el caso
  1. Construcción de $S(P)$ hacia el exterior de P $O(n)$
  2. Construcción de $S(P)$ hacia el interior de P $O(n \log n)$ (complejidad presupuesta)
- Para polígonos no convexos se está analizando un costo amortizado del algoritmo.

Relación entre las caras del esqueleto y las aristas de la poligonal resultante.

- Recorrido por las caras de $S(P)$
- $p(e)$ recta paralela a la arista e a distancia d
- Búsqueda de las intersecciones entre $p(e)$ y los arcos que conforman la cara que involucra a e

Relación entre las caras del esqueleto y las aristas de la poligonal resultante.

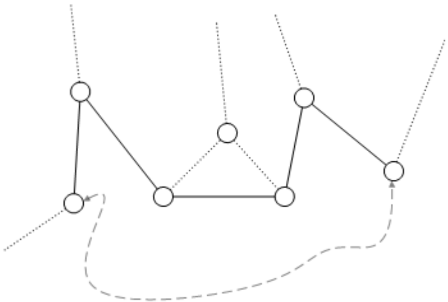
- Recorrido por las caras de $S(P)$
- $p(e)$ recta paralela a la arista e a distancia d
- Búsqueda de las intersecciones entre $p(e)$ y los arcos que conforman la cara que involucra a e

Relación entre las caras del esqueleto y las aristas de la poligonal resultante.

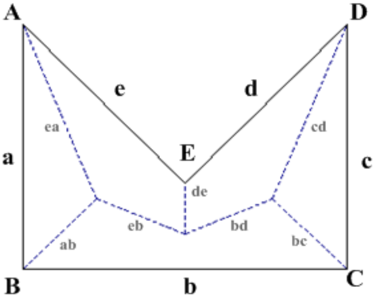
- Recorrido por las caras de $S(P)$
- $p(e)$ recta paralela a la arista e a distancia d
- Búsqueda de las intersecciones entre $p(e)$ y los arcos que conforman la cara que involucra a e

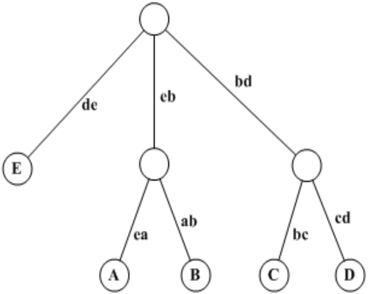
Contrucción de la poligonal resultante a partir del esqueleto recto

Cara abierta: representa la cara formada por los arcos de la laderas cercanas de dos árboles en la LCA adyacentes.

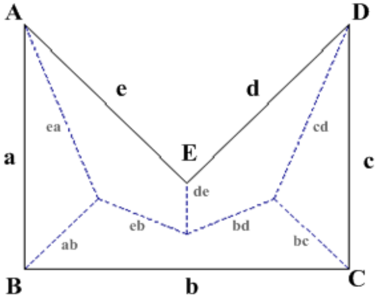


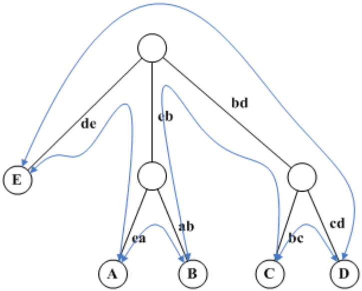
$S(P)$ en una vista arbórea





$S(P)$ en una vista arbórea





Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$ ya que se almacena el conjunto resultado a medida en que se va obteniendo
- Tiempo de ejecución determinado por el recorrido por las caras de $S(P)$. $O(n)$
  - Se pasa sobre cada arco arco dos veces
  - Número de arcos acotado por $2n - 3$

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$ ya que se almacena el conjunto resultado a medida en que se va obteniendo
- Tiempo de ejecución determinado por el recorrido por las caras de $S(P)$. $O(n)$
  - Se pasa sobre cada arco arco dos veces
  - Número de arcos acotado por $2n - 3$

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$ ya que se almacena el conjunto resultado a medida en que se va obteniendo
- Tiempo de ejecución determinado por el recorrido por las caras de $S(P)$. $O(n)$
  - Se pasa sobre cada arco arco dos veces
  - Número de arcos acotado por $2n - 3$

Análisis

- Complejidad espacial $O(n)$ ya que se almacena el conjunto resultado a medida en que se va obteniendo
- Tiempo de ejecución determinado por el recorrido por las caras de $S(P)$. $O(n)$
  - Se pasa sobre cada arco arco dos veces
  - Número de arcos acotado por $2n - 3$

Conclusiones

1. Presentación de un algoritmo para el cómputo del conjunto de polígonos resultante del crecimiento o decrecimiento de un polígono mediante paralelas.
2. Evidencia de la complejidad de una solución directa a este problema.
3. Detalles de implementación del algoritmo de construcción del esqueleto recto de un polígono simple.
4. Algoritmo para la obtención del conjunto resultado a partir de dicho esqueleto.

Conclusiones

1. Presentación de un algoritmo para el cómputo del conjunto de polígonos resultante del crecimiento o decrecimiento de un polígono mediante paralelas.
2. Evidencia de la complejidad de una solución directa a este problema.
3. Detalles de implementación del algoritmo de construcción del esqueleto recto de un polígono simple.
4. Algoritmo para la obtención del conjunto resultado a partir de dicho esqueleto.

Conclusiones

1. Presentación de un algoritmo para el cómputo del conjunto de polígonos resultante del crecimiento o decrecimiento de un polígono mediante paralelas.
2. Evidencia de la complejidad de una solución directa a este problema.
3. Detalles de implementación del algoritmo de construcción del esqueleto recto de un polígono simple.
4. Algoritmo para la obtención del conjunto resultado a partir de dicho esqueleto.

Conclusiones

1. Presentación de un algoritmo para el cómputo del conjunto de polígonos resultante del crecimiento o decrecimiento de un polígono mediante paralelas.
2. Evidencia de la complejidad de una solución directa a este problema.
3. Detalles de implementación del algoritmo de construcción del esqueleto recto de un polígono simple.
4. Algoritmo para la obtención del conjunto resultado a partir de dicho esqueleto.

Preguntas

- En el trabajo se define el esqueleto recto como: el rastro que dejan los vértices del polígono inicial cuando este se va encogiendo o ensanchando, moviéndose cada una de sus aristas a una misma velocidad. Esta definición contiene la solución del problema que intenta resolver la tesis. Entonces; ¿No podría pensarse en un algoritmo que, dando una cantidad de pasos x del método para calcular el esqueleto recto del polígono, encuentre la solución de este problema, sin necesidad de completar el esqueleto y sin tener que realizar el algoritmo siguiente de calcular el polígono buscado a partir de las caras obtenidas con el esqueleto?

Preguntas

- ¿Cómo son tratados los errores numéricos en el trabajo y que consecuencias podrían tener en la aplicación del algoritmo dado? ¿Podrían llevar a una secuencia incorrecta de eventos que creen una solución no deseada?

Respuestas

Respuesta 1

- Vértices reflexivos
- Mezcla de corte

Respuesta 2

- Aproximación con epsilon
- Eventos múltiples
- Conocimiento previo

Respuestas

Respuesta 1

- Vértices reflexivos
- Mezcla de corte

Respuesta 2

- Aproximación con epsilon
- Eventos múltiples
- Conocimiento previo

Respuestas

Respuesta 1

- Vértices reflexivos
- Mezcla de corte

Respuesta 2

- Aproximación con epsilon
- Eventos múltiples
- Conocimiento previo

Respuestas

Respuesta 1

- Vértices reflexivos
- Mezcla de corte

Respuesta 2

- Aproximación con epsilon
- Eventos múltiples
- Conocimiento previo

Respuestas

Respuesta 1

- Vértices reflexivos
- Mezcla de corte

Respuesta 2

- Aproximación con epsilon
- Eventos múltiples
- Conocimiento previo

Apéndice

Propiedades básicas

Lema

$S(P)$ es un árbol y consiste en exactamente n caras conectadas, $n-2$ nodos y $2n-3$ arcos.

Demostración.

La construcción de una cara $f(e)$ comienza en su arista, e, de P. $f(e)$ no puede ser dividida aún cuando e parezca serlo. La construcción de $f(e)$ está completa cuando (cada parte de) e ha sido reducida a cero. Como e no puede reaparecer otra vez, $f(e)$ es conexa, y $S(P)$ es acíclico. Lo que significa que $S(P)$ es un árbol con n vértices de P como hojas y tiene $n-2$ nodos y $2n-3$ arcos. $\square$

Regresar

Propiedades básicas

Lema

Arcos reflexivos de $S(P)$ sólo emanan de vértices reflexivos de P.

Demostración.

Sea vu un arco emanado por algún vértice v de P. Entonces u es un nodo que corresponde a un evento de arista o a un evento de división. Es suficiente mostrar que, después del evento, $S(P)$ continúa en u con arcos convexos solamente.

En el primer caso, sea vw la arista desvanecida. Dado que el arco wu se encuentra con vu en u, u es un vértice convexo del polígono encogido en el momento que el evento toma lugar. En el otro caso, el polígono se divide en u. Es obvio que, en ese momento u es un vértice convexo de ambos nuevos polígonos.

En conclusión, cada nuevo vértice generado durante el proceso de encogimiento es convexo. Entonces los arcos que parten de u son convexos también. □

Soporte

Lema

Sean r_1 y r_2 dos rayos que van desde los puntos x_1 y x_2 respectivamente, hasta el infinito. Si x_1 y x_2 pertenecen a una misma región determinada por C, entonces la diferencia entre los cortes de izquierda a derecha y los cortes de derecha a izquierda de C con r_1 y r_2 será la misma.

Demostración.

Sea z una curva orientada que pase por los puntos x_1 y x_2. Supóngase que se realizan dos recorridos sobre z a partir de los puntos x_1 y x_2 en sentidos contrarios. Sean d_1 y i_1 los cortes de derecha a izquierda y los cortes de izquierda a derecha respectivamente, de z con C en el recorrido a partir de x_1. Así mismo, d_2 y i_2 representan los cortes del recorrido a partir de x_2. Supóngase además, que entre x_1 y x_2, z no corta a C. Entonces se cumple que $d_1 + i_2 = d_2 + i_1$ ya que C es cerrada y por tanto $d_1 - i_1 = d_2 - i_2$.

En particular, los recorridos a partir de x_1 y x_2 pueden ser rectos y con esto queda terminada la demostración. □

Regresar