

1. **(A)(M)** Eine Münze wird 3 mal geworfen, man weiß daß dabei Kopf zumindest 2 mal vorkommt. Wie groß ist die (bedingte) Wahrscheinlichkeit für Zahl beim 3. Wurf? Dazu wird eine Routine für den Münzwurf benötigt, sowie ein Hauptprogramm, dass einen geeigneten Versuchsaufbau simuliert und auswertet (siehe "HowToSimulate.zip").

2. **(A)(M)** Die Zufallsvariable  $X$  sei wie folgt verteilt:

k	1	2	3
$P[X=k]$	0.25	0.15	0.60

Gesucht sind Erwartungswert und Varianz, und zwar a) durch analytische Berechnung gemäß der Definitionen und b) durch Schätzung aus einer Simulation dieser Variable mit  $n = 2000$  Versuchen.

3. **(A)** Für ein radioaktives Präparat sei  $X$  die Wartezeit auf den nächsten Zerfall mit  $X \sim E_{1/\tau}$ , wobei  $\tau$  die durchschnittliche Lebensdauer eines Teilchens ist ( $1/\tau$  spielt die Rolle von  $\lambda$  in unserer Definition der Exponentialverteilung). Berechnen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer für  $\tau$ . Hinweis: Die Dichte von  $X$  ist gegeben durch

$$f_X(x) = \frac{1}{\tau} e^{-x/\tau}$$

4. Gegeben sei eine diskrete Gleichverteilung auf dem Wertebereich  $W_X = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ . Es gilt also:  $P[X = k] = \frac{1}{m}$  für alle  $k \in W_X$ . Im Folgenden wird  $m$  als unbekannt vorausgesetzt. Es wird eine Stichprobe  $x_1, x_2, \dots, x_n$  der Größe  $n$  gezogen.
- a) **(A)(+)** Zeigen Sie, dass  $\hat{m} = 2\bar{x} - 1$  ein erwartungstreuer Schätzer für  $m$  ist.
- b) **(M)** Illustrieren Sie dieses Ergebnis durch Simulation.
- c) **(A)** Bei einer Veranstaltung wurden Einlasskarten mit den Nummern 1,2,3,... verkauft. Bei der Tombola wurden aus allen Eintrittskarten die Nummern 34, 56, 17, 22, 23, 88 gezogen. Wieviele Besucher waren in etwa bei der Veranstaltung? Warum ist diese Anwendung nicht des Schätzers nicht ganz korrekt?
5. **(M)** In einer Gruppe von Personen wählt jeder zufällig und unabhängig von den anderen 2 "Freunde" aus. Jeder Freund kann natürlich von mehreren Personen als solcher ausgewählt werden.  $X$  bezeichnet die Anzahl der Personen, die von niemandem gewählt werden. Schätzen Sie den Erwartungswert von  $X$  durch eine geeignete Simulation.