

### 0.0.1 组合恒等式（帕斯卡（Pascal）恒等式）

$$1. C(n+1, k) = C(n, k-1) + C(n, k)$$

$$2. C(n, n) = 1$$

- 举例：假设我们有 5 个球（标记为 1,2,3,4,5），要取出 2 个球的概率等于：  
 $C(5, 2) = C(4, 1) + C(4, 2)$ 
  - 情况 1：必须包含第 5 号球  $\rightarrow C(4, 1)$
  - 情况 2：不包含第 5 号球  $\rightarrow C(4, 2)$
- 用途：如果只是计算单个组合数，直接使用组合数公式，通常是最直接和简单的方法，然而，递推关系在某些情况下更为有用，以下是一些场景：
  - 动态规划
  - 算法设计
  - 大规模计算 ##### 附：组合数公式
- $C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- $C(n, k) = \prod_{i=0}^{k-1} \frac{n-i}{i+1} = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-k+1) / (1 * 2 * 3 * \dots * k)$
- 组合数公式的含义是：
  - 分子  $n!$  表示从  $n$  个元素中选取所有元素的所有可能排列数。
  - 分母  $r!(n-r)!$  则是对选取的  $r$  个元素进行排列的数量和剩下的  $n-r$  个元素进行排列的数量的乘积。
- 代码示例：

```
def combination(n, k):
    if k == 0:
        return 1
    if k > n:
        return 0

    result = 1
    for i in range(k):
        result *= (n - i)
        result //= (i + 1)

    return result
```