

## 《概率论与数理统计》期末试卷 (A 卷)

2012/2013 学年第一学期 班级 \_\_\_\_\_  
学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 考试成绩 \_\_\_\_\_

一. (10 分) 某工厂有三条流水线生产同一种产品, 该三条流水线的产量分别占总产量的 20%、30% 和 50%, 又这三条流水线的不合格品率依次为 0.05、0.02、0.04。现从出厂产品中任取一件, 求恰好抽到不合格品的概率。

二. (15 分) 设二维随机向量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} ae^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

求: 1).  $a$  的值; 2).  $P(X + Y < 1)$ ; 3).  $X$  与  $Y$  是否独立?

三. (15 分) 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 试用切比雪夫不等式证明:

$$P(0 < X < 2\lambda) \geq \frac{\lambda - 1}{\lambda}$$

四. (20 分) 设  $X_1, \dots, X_n$  为取自  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值和样本方差, 又设  $X_{n+1} \sim N(\mu, \sigma^2)$  且与  $X_1, \dots, X_n$  独立, 求  $\frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$  的分布。

五. (20 分) 设总体  $X$  具有密度函数

$$p(x) = \begin{cases} \sqrt{\alpha} x^{\sqrt{\alpha}-1} & 0 < x < 1; \\ 0 & \text{其他.} \end{cases}$$

$X_1, \dots, X_n$  为来自  $X$  的一个样本, 求参数  $\alpha$  的矩估计和极大似然估计。

六. (20 分) 设甲乙两台机床生产同一种产品, 今从甲机床生产的产品中抽取 10 件, 测得平均重量为 130 克, 从乙机床生产的产品中抽取 20 件, 测得平均重量为 120 克。假定两台机床生产的产品重量都服从正态分布, 方差分别为  $\sigma_1^2 = 20, \sigma_2^2 = 40$ 。问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下, 两台机床生产的产品平均重量是否有显著差异? ( $Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$ )