南京大学数学课程试卷（商学院17级）

2018/2019 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A卷)

考试时间 2019.1.2 系别 ________ 学号 ________ 姓名________

题号	一 48	二 12	三 10	四 10	五 10	六 10	合计
得分							

$\Phi(1.0)=0.8413$, $\Phi(1.28)=0.90$, $\Phi(1.5)=0.9332$ $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.977$ $t_{0.025}(16)=2.1199$, $t_{0.05}(16)=1.7459$

得 分

一、填空题（共 48 分，每题 4 分）

1. 在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的记念章，任选 3 人记录其记念章的号码，则最大号码为 5 的概率是：______。

2. 假设 $X\sim N(\mu,4)$，μ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的一个样本，则

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, \sum_{i=1}^{n-1}X_i-X_n, \sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2/4$ 中为统计量的有______个

3. 已知 $T\sim t(n)$，则 $\frac{1}{T^2}\sim$ ________，$X_1,\cdots,X_{10}$ 为来自正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，

则 $\frac{\sum_{i=1}^{10}(X_i-\overline{X})^2}{\sigma^2}\sim$ __________

4. 设总体 $X\sim U(2,6)$，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为其样本，则样本均值的期望 $E(\overline{X})=$ ______，

$ES^2=$ _____

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1,X_2,X_3 为其样本，则当常数 $a=$ ______

时，$\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+aX_2+\frac{1}{6}X_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，并且 μ 未知，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为一个样本，则对假设

$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$ 进行检验时，采用的统计量为_________

7. 设 $X\sim N(\mu,9)$，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为一个样本，则 μ 的一个置信度为 0.95 的置信区间为

____

8. 设 $X \sim N(-3,16)$，且 $P\{X > c\} = P\{X \le c\}$，则 $c =$ ________。

9. 设 n_A 是 n 次独立重复试验中 A 发生的次数，$P(A) = p$，则对任意 $\varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{n_A}{n} - p\right| \ge \varepsilon\right\} \le \text{\_\_\_\_\_\_\_\_}。$$

10. 设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 是未知参数，利用总体 X 的如下样本值 3，2，1，1，2，2，3；

则 θ 最大似然估计值为 __________

11. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{n+1}$ 是来自正态总体 N(12,4) 的样本，

$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})$, 则 $\frac{X_{n+1} - \overline{X}}{S}\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ 服从________ 分布。

12. 设 $X_1, \cdots X_{100}$ 是取自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，则 $P(-0.1 < \overline{X} < 0.1) =$ _____。

得 分

二、(12 分)设随机变量 X 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1 \\ 0\ , & |x|\ge 1 \end{cases}$

试求：(1) 系数 A；(2) X 落在 (-0.5, 0.5) 内的概率；(3)X 的分布函数 F(x)；(4) Y=arcsinX 的密度函数，并说明 Y 服从什么分布.

得 分

三、（10 分）计算器在进行加法时将每个数舍入最靠近它的整数，设所有的误差相互独立且服从(-0.5,0.5)上的均匀分布，求：

(1) 若将 1200 个数相加，误差总和的绝对值超过 15 的概率。

(2) 最多多少个数相加使得误差总和的绝对值小于 10 的概率不小于 0.9。

得 分

四、（10 分）设 $X_1,\ldots X_n$ 是来自总体 X 的一个样本，X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x-\mu}{\theta}} & x\ge\mu\\ 0 & x<\mu\end{cases}$$,用矩估计法估计θ和μ的估计量。

得 分

五、（10 分）考察甲、乙两台包装机的包装质量有无差异，分别抽取了 9 袋产品，分别测得两组数据（单位：kg），计算得甲包装机包装重量的均值 $\overline{X}$ =22，样本方差 $S_1^{\,2}=1.6$，乙包装机包装重量的均值 $\overline{Y}=20$，样本方差 $S_2^{\,2}=2.4$，问在两台包装机的包装质量有无显著差异？(显著水平α=0.05)设两台包装机的包装重量 X,Y 都服从正态分布，且方差相同。

得 分

六、（10 分）已知 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是取自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，其中 σ^2 未知。已知 $\sigma_1^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，$\sigma_2^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$（1）证明：$\sigma_1^2$，$\sigma_2^2$ 都是 σ^2 的无偏估计；（2）比较 σ_1^2，σ_2^2 哪个更有效，即均方误差较小；（3）证明 σ_1^2，σ_2^2 都是 σ^2 的相合估计。

装订线内不要答题

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊