南京大学数学课程试卷 （商学院 15 级）

2016/2017 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2016.12.28 系别 ______ 学号 ______ 姓名 ______

题号	一 36	二 10	三 12	四 12	五 10	六 10	七 10	合计
得分								

$\Phi(1.0)=0.8413$, $\Phi(1.28)=0.90$, $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.977$

$\Phi(2.33)=0.99$, $t_{0.025}(8)=2.306$, $t_{0.025}(9)=2.262$, $t_{0.05}(8)=1.86$, $t_{0.05}(9)=1.83$

$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$, $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$, $\chi^2_{0.05}(8)=15.507$, $\chi^2_{0.05}(9)=16.919$

一.（6 分×6=36 分）

1．给定 $p=P(A)$, $q=P(B)$, $r=P(A\cup B)$, 求 $P(A\overline{B})$ 及 $P(\overline{A}\,\overline{B})$.

2．设随机变量 $X_i \sim N(2, 3^2)$, $i=1,2,\cdots 10$, 且相互独立, 求 $E[2X_1\sum_{i=1}^{10}X_i]$.

3. 设$\{X_n\}$为相互独立的随机变量序列，且有 $P(X_k=\sqrt{\ln k})=P(X_k=-\sqrt{\ln k})=\frac{1}{2}$, $k=1, 2, \cdots$.

试证：$\forall\varepsilon>0$，有 $\lim_{n\to\infty}P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k\right|\geq\varepsilon\right)=0$. 即$\{X_k\}$服从大数定律.

由 扫描全能王 扫描创建

4. 设总体X与Y相互独立，且都服从N(0，σ^2)，(X_1, X_2, X_3)和(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)分别是来自X和Y的样本，求统计量T=$\dfrac{\sum_{i=1}^{3} X_i^2}{\sum_{i=1}^{4}(Y_i-\bar{Y})^2}$ 的分布（如有自由度，须给出）.

5. 设总体X的方差DX=1，根据来自X的容量为100的样本，测得样本均值$\bar{x}=5$，求X的数学期望μ=EX的置信度为95%的置信区间.

6. 设总体X～N（μ，5^2），在α=0.05 的水平上检验 $H_0: \mu=0$　　H_1：$\mu \neq 0$.
如果所选取的拒绝域为W={$|\bar{X}| \geq 1.96$}，问样本容量n应取多大.

二.(10分)设事件A在一次试验中发生的概率为$\frac{1}{4}$. 如果做了四次伯努利独立试验,事件A均未发生,则事件B也不发生；如果四次伯努利试验中事件A发生一次,则事件B发生的概率为$\frac{2}{3}$；而四次试验中若事件A发生两次及两次以上,则事件B一定发生. 试求：(1)P(B)；(2)若已知事件B已经发生, 问四次试验中事件A至少发生两次及两次以上的概率.

由 扫描全能王 扫描创建

三. (12 分)设(X,Y)~p(x, y)=$\begin{cases} 2-x-y, & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，试求：(1)边际密度 $p_X(x)$ 和 $p_Y(y)$；(2)X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

四. (12 分)试利用(1)切比雪夫不等式；(2)中心极限定理分别确定至少应投掷一枚均匀硬币多少次，才能使得出现“正面向上”的频率在 0.4～0.6 之间的概率不小于 0.9 .

五. (10 分)设总体 X 的概率分布为 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta & \theta & 1-2\theta \end{pmatrix}$， θ>0 未知，今有其容量为 16 的样本值，其中 1 出现 7 次，2 出现 6 次，3 出现 3 次，试求 θ 的矩估计值和极大似然估计值.

由 扫描全能王 扫描创建

六. (10 分)已知总体 X 服从正态分布 N（μ, σ^2），其中 μ 为已知常数, X_1, X_2, ⋯ X_n 是取自总体 X 的一个样本，如果用统计量 $\hat{\sigma}=\frac{c}{n}\sum_{i=1}^{n}|X_i-\mu|$ 作为 σ 的无偏估计, (1)求常数 c; (2)此估计是一致估计吗?(说明理由).

七. (10 分)用机器包装某种饮料,已知重量 X～N(μ, σ^2)，要求每盒重量为 500 克,均方误差 σ 不超过 10 克,今抽查 9 盒,测得平均重量为 $\bar{x}$=490 克，标准差为 s=16 克,问这台自动包装机工作是否正常(α=0.05).

由 扫描全能王 扫描创建