9. 将 $F(A,B,C,D)=A+D$ 分别表示为最小项之和与最大项之积……

221900180 田永铭 数字系统设计基础 作业2 P7

1. $\oplus$ 为异或，化简：

① $x\oplus 0 = x$. ② $x\oplus 1=\bar{x}$ ③ $x\oplus x=0$ ④ $x\oplus\bar{x}=1$.

2. $\odot$:= $1\odot 1=1$ $1\odot 0=0$ $0\odot 1=0$ $0\odot 0=1$.

① $x\odot y = x\cdot y+\bar{x}\cdot\bar{y}$. 证明：当 $y=1$ 时，左式 $= x\odot 1=\begin{cases}1, x=1\\0, x=0\end{cases}$，右式 $= x\cdot 1+\bar{x}\cdot 0=\begin{cases}1, x=1\\0, x=0\end{cases}$.

左式=右式.

当 $y=0$ 时，左式 $= x\odot 0=\begin{cases}1, x=0\\0, x=1\end{cases}$，右式 $= x\cdot 0+\bar{x}\cdot 1=\begin{cases}0, x=1\\1, x=0\end{cases}$.

左式=右式 ∴得证.

② $x\odot y=\overline{(x\oplus y)}$. 证明：$1\odot 1=1=\overline{1\oplus 1}$，$1\odot 0=0=\overline{1\oplus 0}$，$0\odot 1=0=\overline{0\oplus 1}$，$0\odot 0=1=\overline{0\oplus 0}$. ∴得证.

③ $x\odot y=y\odot x$. 证明：由②：$x\odot y=\overline{x\oplus y}$，$y\odot x=\overline{y\oplus x}$，而异或的定义具有对称性，

∴ $\overline{x\oplus y}=\overline{y\oplus x}$，∴ $x\odot y=y\odot x$.

3. 证等式成立：

① $x\oplus y=(x+y)(\overline{xy})$. 证明：若 $y=1$ 时，左式 $=x\oplus 1=\bar{x}$，右式 $=(x+1)(\bar{x})=x\bar{x}+\bar{x}=0+\bar{x}=\bar{x}$.

∴左式=右式.

当 $y=0$ 时，左式 $=x\oplus 0=x$，右式 $=(x+0)(\overline{0x})=(x+0)\cdot 1=x$. 左式=右式.

∴得证.

② $x\oplus y=(x\cdot\bar{y})+(\bar{x}\cdot y)$. 证明：当 $y=1$ 时左式 $=x\oplus 1=\bar{x}$，右式 $=(x\cdot 0)+(\bar{x}\cdot 1)=0+\bar{x}=\bar{x}=$ 左式.

当 $y=0$ 时左式 $=x\oplus 0=x$，右式 $=(x\cdot 1)+(\bar{x}\cdot 0)=x+0=x=$ 左式.

∴得证.

4. 求对偶：

(1) $x+y$ 对偶：$\bar{x}\cdot\bar{y}$.

(2) $\bar{x}\cdot\bar{y}$ 对偶：$\bar{x}+\bar{y}$.

(3) $x\cdot y\cdot z+\bar{x}\cdot\bar{x}\cdot\bar{x}$ 对偶：$(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})\cdot(\bar{x}+\bar{x}+\bar{x})$ ~~$=(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})\cdot\bar{x}=\ldots$~~.

(4) $x\bar{z}+x\cdot 0+\bar{x}\cdot 1$ 对偶：$(\bar{x}+z)\cdot(\bar{x}+1)\cdot(x+0)$ ~~$=\ldots$~~

5. 证明或证否：

(1) $x\oplus(y\oplus z)=(x\oplus y)\oplus z$. 证明：当 $z=1$ 时，左式 $=x\oplus(y\oplus 1)=x\oplus\bar{y}$，右式 $=(x\oplus y)\oplus 1=\overline{x\oplus y}$

左式 $=(x\cdot\bar{\bar{y}}+\bar{x}\cdot\bar{y})$，右式 $=\overline{x\cdot\bar{y}+\bar{x}\cdot y}$ $=(\bar{x}+y)\cdot(x+\bar{y})$

$= x\cdot y+\bar{x}\cdot\bar{y}$ $=\bar{x}\cdot\bar{y}+x\cdot y=$ 左式.

当 $z=0$ 时左式 $=x\oplus(y\oplus 0)=x\oplus y$，右式 $=(x\oplus y)\oplus 0=x\oplus y=$ 左式

∴得证.

(2) $x+(y\oplus z)=(x+y)\oplus(x+z)$：

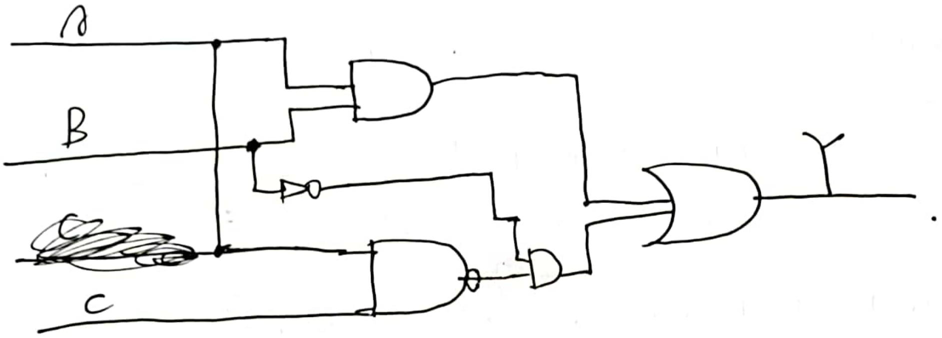
证否：当 $x=1$ 时，左式 $=1$，右式 $=(1+y)\oplus(1+z)=1\oplus 1=0$ ≠左式. ∴证否.

(3) $x\oplus(y+z)=(x\oplus y)+(x\oplus z)$.

证否：当 $x=1$ 时，左式 $=\overline{y+z}$，右式 $=\bar{y}+\bar{z}$，左式 $=\bar{y}\cdot\bar{z}$ 显然 ≠ $\bar{y}+\bar{z}=$ 右式.

∴证否.

6. 以逻辑电路图描述 $Y=AB+\bar{A}C\bar{B}$.



2

$+\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$

$D+\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$

7. 代数法化简:

(1) $\overline{\overline{X\bar{Y}+XYZ}+X(Y+X\bar{Y})}=\overline{\overline{X\cdot\bar{Y}\cdot Z}+XY+X\bar{Y}}=\overline{\bar{X}+Y+Z+X}$

$=\bar{1}=0$.

(2) $(A+B)(\bar{A}+C)(B+C)=(A\bar{A}+AC+B\bar{A}+BC)(B+C)=(AC+B\bar{A}+BC)(B+C)$

$=\cancel{AB}+AC+\cancel{\bar{A}B}+\cancel{\bar{A}BC}+BC\cancel{+BC}=AC+BC\cancel{=C(A+B)=(A+B)C}$

$\cancel{+\bar{A}B}+\bar{A}B$

(3) $XY+\overline{XZ}+X\bar{Y}Z(XY+Z)=XY+\overline{XZ}+0+X\bar{Y}Z=X(Y+\bar{Y}Z)+\overline{XZ}=X(Y+Z)+\overline{XZ}$

$=XY+XZ+\overline{XZ}=1$.

8. 证明下列公式:

(1) $XY+YZ+\bar{Y}Z=XY+Z$;

证明: ~~左式=Y~~ 当Z=1时, 左式 $=XY+Y+\bar{Y}=XY+1=1$, 右式 $=XY+1\cancel{=XY}$

$=1=$左式.

当Z=0时, 左式=XY, 右式=XY=左式. ∴得证.

(2) $AB+\bar{A}B+\bar{A}\bar{B}=\bar{A}+B$.

证明: 左式 $=AB+\bar{A}B+\bar{A}\bar{B}=AB+\bar{A}(B+\bar{B})=AB+\bar{A}=\cancel{A\bar{A}+B\bar{A}}=\cancel{0+B\bar{A}}$

$(A+\bar{A})\cdot(B+\bar{A})=1\cdot(B+\bar{A})=\bar{A}+B=$右式

∴得证.

(3) $A+\bar{A}B+A\bar{B}=A+B$.

证明: 左式 $=A+\bar{A}B+A\bar{B}=(A+\bar{A})\cdot(A+B)+A\bar{B}=A+B+A\bar{B}=A+(B+A)\cdot(B+\bar{B})$

$=A+B+A=A+B=$右式 ∴得证

(4) $\bar{A}BC+A\bar{B}C+AB\bar{C}+ABC=AB+BC+AC$:

证明: 左式 $=(\bar{A}BC+ABC)+A\bar{B}C+AB\bar{C}=BC+A(\bar{B}C+B\bar{C})$ ~~=BC+A(B+B)(B+C)(C+B)(C+C)~~

~~=BC+A(B+C)(C+B)~~

~~=BC+A(B+C)(B+C)~~

~~=BC+AC~~

① 当A=0时, 左式=BC+0=BC, 右式=0+BC+0=BC=左式.

② 当A=1时, 左式 $=BC+\bar{B}C+B\bar{C}=B+\bar{B}C=B+C$, 右式 $=B+BC+C$ ∗

$=B+C+(B\cdot C)=(B+C+B)(B+C+C)=B+C=$左式.

∴得证.

16 9. 将 $F(A,B,C,D)=A+D$ 分别表示为最小项之和与最大项之积形式. P2

$F(A,B,C,D)=A+D = A(B+\bar{B})\cdot(C+\bar{C})\cdot(D+\bar{D}) + D\cdot(A+\bar{A})\cdot(B+\bar{B})\cdot(C+\bar{C})$

$= ABCD + ABC\bar{D} + AB\bar{C}D + AB\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
$+ \cancel{ABCD} + \cancel{AB\bar{C}D} + \cancel{A\bar{B}CD} + \cancel{A\bar{B}\bar{C}D} + \bar{A}BCD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$

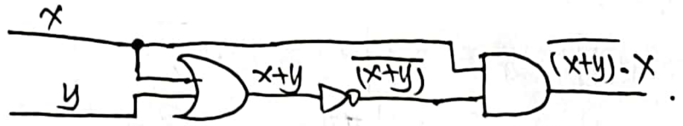
$= \sum m(1,3,5,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$.

$F(A,B,C,D) = \prod M(0,2,4,6)$.

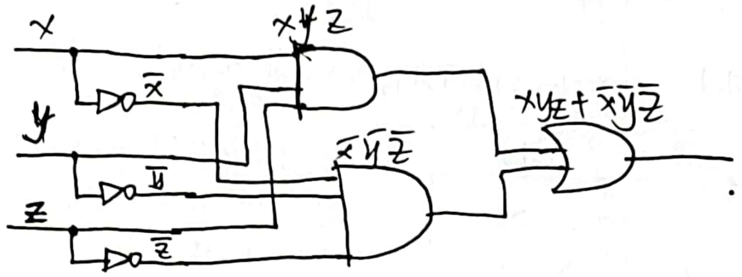
10. 用反相器、与门和或门产生下列电路.

(1) $\bar{x}+y$:

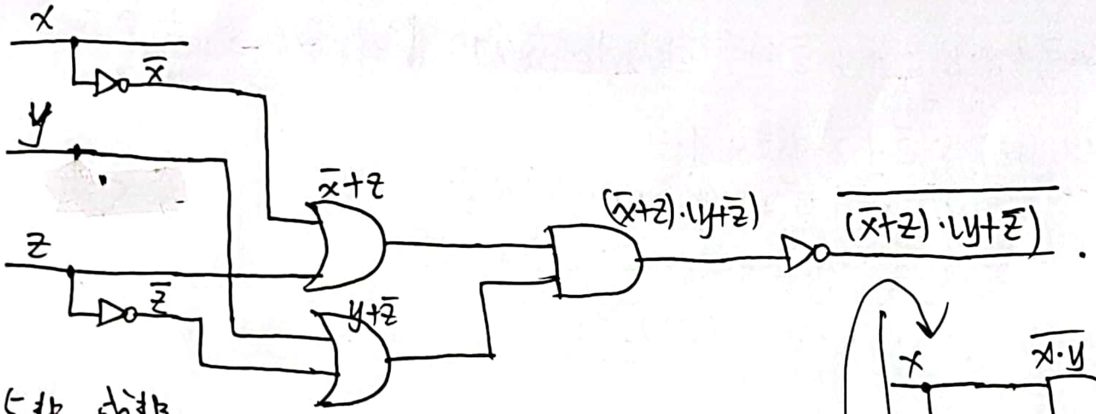
(2) $\overline{(x+y)}\cdot x$:



(3) $xyz+\bar{x}\bar{y}\bar{z}$:

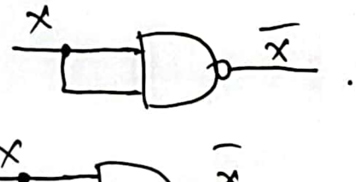


(4) $\overline{(\bar{x}+z)\cdot(y+\bar{z})}$:

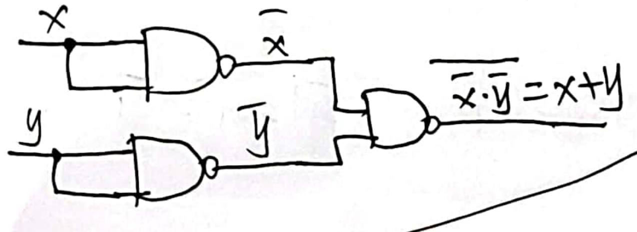


11. 与非、或非.

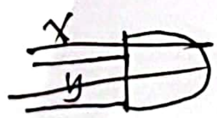
与非构造: (1) $\bar{x}$:

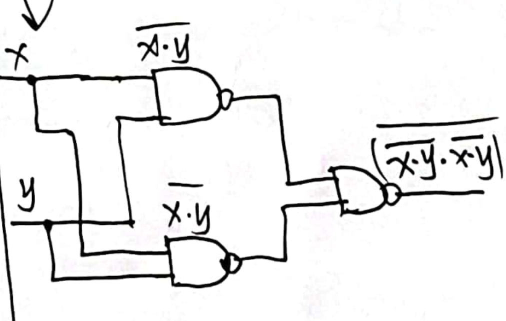


(2) $x+y$:



(3) $x\cdot y$

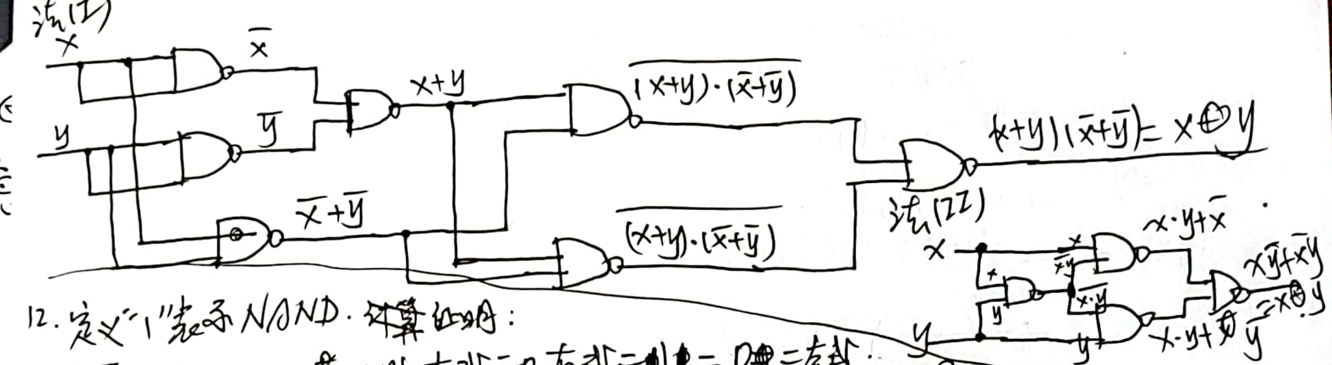




而 $\overline{\overline{x\cdot y}\cdot\overline{x\cdot y}}$
$=\overline{\overline{x\cdot y}}=x\cdot y$.

(4) $x\oplus y$: $x\oplus y=(x+y)\cdot(\bar{x}+\bar{y})=\overline{\overline{(x+y)(\bar{x}+\bar{y})}}=\overline{\bar{x}\cdot\bar{y}+x\cdot y}$

法(I)



12. 定义"|"表示NAND. 试算证明:

(1) $\bar{x}=x|x$: 当$x=1$时, 左式$=0$, 右式$=1|1=0=$左式. 当$x=0$时左式$=1$, 右式$=0|0=1=$左式. ∴得证.

(2) $x\cdot y=(x|y)|(x|y)$. 右式$=(x|y)|(x|y)=\overline{xy}\,|\,\overline{xy}=\overline{\overline{xy}\cdot\overline{xy}}=xy+xy=xy=$左式, 得证

(3) $x+y=(x|x)|(y|y)$. 右式$=(x|x)|(y|y)=\overline{xx}\,|\,\overline{yy}=\overline{\overline{xx}\cdot\overline{yy}}=xx+yy=x+y=$左式得证

13. 以卡诺图化简: $F(A,B,C,D)=\sum m(1,3,5,8,9,11,15)+d(12,13)$.

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	d
01		1		
11		d	1	φ
10	1	1	1	

取式

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	
01		1		
11		1	1	
10	1	1	1	

$AB\bar{C}D+ABCD+\bar{A}\bar{B}\bar{C}D+\bar{A}B\bar{C}D$
$+A\bar{B}\bar{C}\bar{D}+A\bar{B}\bar{C}D+\bar{C}D$
$=ABD+ABCD+A\bar{B}\bar{C}D+A\bar{B}\bar{C}+\bar{C}D$
$=ABD+A\bar{B}\bar{C}+\bar{C}D$.

14. 构造$F(x,y,z)=x\cdot\bar{z}+x\cdot y\cdot z+y\cdot\bar{z}$的卡诺图, 找出蕴含项、素质蕴含项、实质蕴含项.

xy \ z	0	1
00		
01	1	
11	1	1
10	1	

$F(x,y,z)=x\cdot\bar{z}+x\cdot y\cdot z+y\cdot\bar{z}$
$=x\cdot(y+\bar{y})\cdot\bar{z}+xyz+(x+\bar{x})y\bar{z}$
$=xy\bar{z}+x\bar{y}\bar{z}+xyz+\cancel{xy\bar{z}}+\bar{x}y\bar{z}$
$=\sum m(2,4,6,7)$.

蕴含项: xy、$y\bar{z}$、$x\bar{z}$.
素质蕴含项: xy、$y\bar{z}$、$x\bar{z}$.
实质蕴含项: xy、$y\bar{z}$、$x\bar{z}$.

15. 实现一个楼梯间灯泡系统, 可用楼下和楼上两个开关S_1、S_2控制.

(1) 真值表:

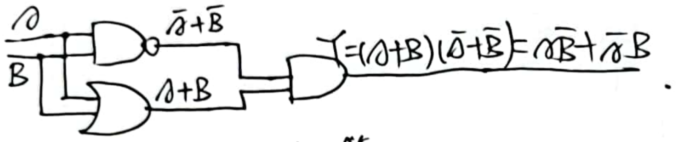
S_1	S_2	Out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(2) 表达式:

$F_{(S_1,S_2)}=S_1\oplus S_2=(S_1+S_2)(\bar{S_1}+\bar{S_2})=S_1\bar{S_2}+\bar{S_1}S_2$.

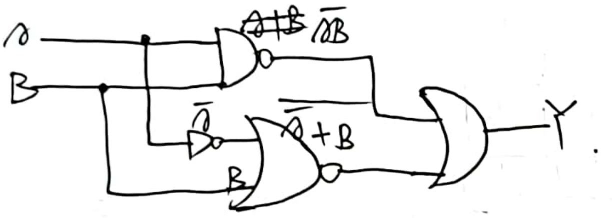
16. 用尽量少的门电路实现异或函数：$Y=A\bar{B}+\bar{A}B$. P3

$Y=A\bar{B}+\bar{A}B=(A+B)(\bar{A}+\bar{B})$.



(3个)

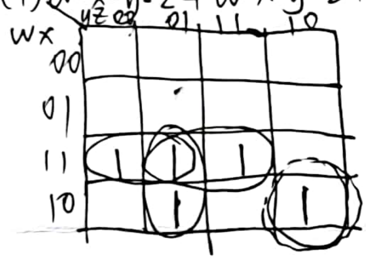
17. 写出布尔表达式并化简：



$Y=\overline{AB}+\overline{\bar{A}+B}=\bar{A}+\bar{B}+(A\cdot\bar{B})=\bar{A}+\bar{B}$.

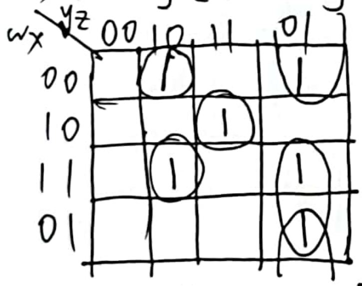
18. 以卡诺图转换成最小展开和式.

(1) $w\cdot x\cdot y\cdot z+w\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+w\cdot x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+w\cdot\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+w\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z$



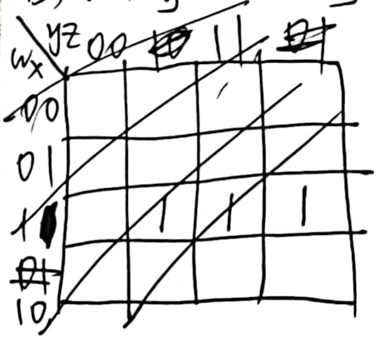
原式 $=w\bar{x}y\bar{z}+wx\bar{y}+wxz+w\bar{y}z$.

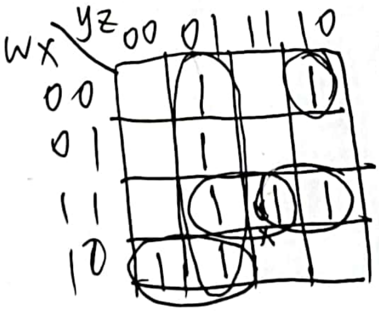
(2) $w\cdot x\cdot y\cdot\bar{z}+w\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+w\cdot\bar{x}\cdot y\cdot z+\bar{w}\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z$.



原式 $=\bar{w}\bar{x}y\bar{z}+wxy\bar{z}+w\bar{x}yz+\bar{w}\bar{y}z+x\bar{y}z$.

(3) $w\cdot x\cdot y\cdot z+w\cdot x\cdot y\cdot\bar{z}+w\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+w\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z+w\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+\bar{w}\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z$.





原式 $=\bar{w}\bar{x}y\bar{z}+w\bar{x}\bar{y}+wxy+\bar{y}z$.

(4) $w\cdot x\cdot y\cdot z+w\cdot x\cdot y\cdot\bar{z}+w\cdot x\cdot\bar{y}\cdot z+w\cdot\bar{x}\cdot y\cdot z+w\cdot\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+\bar{w}\cdot x\cdot y\cdot z+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot y\cdot z+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+\bar{w}\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z$

原式 $=\bar{w}\bar{x}z+wxz+yz+wy+\bar{x}y$.

19. 题略. 阈值门.

由题: $w_1x_1+w_2x_2+\dots+w_nx_n \ge T$ iff $y=1$,

∴ $-x_1+x_2+2x_3 \ge \frac{1}{2}$ iff $y=1$.

列真值表

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

观察到: x_3为1, y必为1.

∴表达式为 $\cancel{y=\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3}$

$\cancel{=\bar{x}_1x_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1x_3}$ $y=x_3+\bar{x}_1\cdot x_2$.

$\cancel{=x_3+\bar{x}_1x_2x_3=\bar{x}_1x_2x_3}$

$\cancel{\therefore y=\bar{x}_1x_2x_3+x_3}$ $\cancel{\therefore y=\bar{x}_1x_2x_3}$.

20. 在n个输入变量上可定义多少个逻辑函数?

$2^{(2^n)}$ 个.