数理逻辑(2024 春)作业 -OI

I 证明

(Enderton, Ex I.I.2) 不存在长度为 2, 3 或 6 的 wff, 但其他任意正整数长度的 wff 均可能存在。

2 证明

(Enderton, Ex I.I.3) 令 α 是一个 wff; 设 c 为二元联词 (\wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow) 在 α 中出现的次数, s 是命题符号 ($\{\mathbf{A}_i,\ldots\}$) 在 α 中出现的次数 (例如,若 α 是 $(\mathbf{A} \to (\neg \mathbf{A}))$,则 c=1, s=2)。使用归纳法证明 s=c+1。

3 证明

令 $S'=\{lpha\mid$ 存在有穷构造序列 $\langlelpha_0,lpha_1,\dots,lpha_n
angle$ 使得 $lpha_n=lpha$ 且对任意 $i\le n$ 满足定义 1.4 的 3 个条件之一},证明 S'=S。(S 由定义 1.2 给出)