南京大学数学课程试卷（商学院18级）

2019/2020 学年 第 二 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A卷)

考试时间 2019.12.30 系别 ____________ 学号 __________ 姓名____________

题号	一 36	二 12	三 10	四 10	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

$\Phi(1.0)=0.8413$, $\Phi(1.28)=0.90$, $\Phi(1.38)=0.9162$, $\Phi(1.58)=0.943$, $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.977$ $\Phi(2.33)=0.99$, $t_{0.025}(8)=2.306$, $t_{0.025}(9)=2.262$, $t_{0.05}(8)=1.86$, $t_{0.05}(9)=1.83$, $t_{0.025}(15)=2.131$, $t_{0.05}(15)=1.750$, $t_{0.025}(16)=2.12$, $t_{0.05}(16)=1.746$ $t_{0.025}(48)=2.01$, $t_{0.025}(49)=2.009$, $t_{0.05}(48)=1.679$, $t_{0.05}(49)=1.678$, $\chi^2_{0.025}(8)=17.535$, $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$, $\chi^2_{0.025}(10)=20.483$, $\chi^2_{0.05}(8)=15.507$ $\chi^2_{0.05}(9)=16.919$ $\chi^2_{0.05}(10)=18.3$, $\chi^2_{0.1}(9)=14.68$, $\chi^2_{0.1}(10)=16$, $\chi^2_{0.25}(9)=11.4$, $\chi^2_{0.25}(10)=12.5$

一.（6 分×6=36 分）

1．三人独立地去破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为$\frac{1}{5}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，问此密码被译出的概率是多少？

2. 设随机变量 X, Y, Z 相互独立, 且 $X\sim U[0，6]$, $Y\sim N(0, 4)$, $Z\sim P(3)$，设 $W=X-2Y+3Z+4$, 求期望 E(W) 和方差 D(W).

3．设 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 和 Y_1,Y_2，$\cdots$ Y_{15}相互独立且都是总体$\xi\sim N(20, 3)$的样本，求 $P(|\overline{X}-\overline{Y}|>\sqrt{2})$.

4．设总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ 是样本，样本均值 $\overline{X}$，样本方差 $S^2=\dfrac{1}{15}\sum\limits_{i=1}^{16}(X_i-\overline{X})^2$，试求满足 $P(\overline{X}>\mu+kS)=0.95$ 的 k 值.

5．设某铁矿区的磁化率服从 $N(\mu,\sigma^2)$ 分布．现从中抽取了 n=49 的样本，计算得 $\bar{x}=0.132$，$S=\sqrt{\dfrac{1}{48}\sum\limits_{i=1}^{49}(x_i-\bar{x})^2}=0.07$．求磁化率的数学期望 μ 的置信度为 95%的置信区间.

6．对总体 X，有 $EX=\mu$，$DX=\sigma^2$ 均存在，$X_1, X_2, \cdots\ X_n$ 为样本，设 $\hat{\mu}_1=\overline{X}$ 和 $\hat{\mu}_2=\sum\limits_{i=1}^{n}C_iX_i$（其中 $C_i>0,\ \sum\limits_{i=1}^{n}C_i=1$）为 μ 的两个估计量．(1) 证明 $\hat{\mu}_1$ 和 $\hat{\mu}_2$ 都是 μ 的无偏估计；(2) 比较 $\hat{\mu}_1$ 和 $\hat{\mu}_2$ 的有效性.

二. (12 分)某商店正在销售一批产品共 10 件，其中有 3 件次品，其余是正品。某顾客去选购时，商店已售出 2 件，该顾客从剩下的 8 件中任意选购一件，试求：（1）该顾客购到正品产品的概率；（2）若已知该顾客购到正品产品，则已售出的两件产品都是次品的概率.

三．(10 分)设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim E(3)$，$Y \sim E(4)$，求 $Z=3X+4Y$ 的概率密度．

四．(10 分)检验员逐个地检查某种产品，每次花 10 秒钟检查一个，但也有可能有的产品需要重复检查一次再用去 10 秒钟．假定每个产品需要重复检查的概率为$\frac{1}{2}$，求在 8 小时内检查员检查的产品数不少于 1900 个的概率．

五．(10 分)从正态总体 $N(\mu, 0.5^2)$中抽取样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$，(1) 已知$\mu=0$，求概率$P(\sum_{i=1}^{10} X_i^2 \geq 4)$；(2) μ未知，求概率$P(\sum_{i=1}^{10}(X_i-\overline{X})^2 \geq 2.85)$．

六. (12 分)设总体 X 的密度函数为 p(x; θ)= $\begin{cases} \dfrac{2}{\theta^2}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & 其它 \end{cases}$, $X_1, X_2, \cdots\ X_n$ 为样本, (1)求θ的矩估计$\hat{\theta}$； (2)此估计量$\hat{\theta}$是无偏和一致的吗？说明理由.

七. (10 分)一种元件，要求其平均使用寿命不得低于 1000 小时，今从这批元件中随机地抽取 25 件，测得其平均寿命为 950 小时. 已知该种元件寿命 X 服从标准差σ=100 小时的正态分布.（1）试在显著水平α=0.05 下确定这批元件是否合格？（2）求μ=EX 的置信度为 95%的置信区间.