HW1

PB21071416 张郑飞扬

1、用真值表法判定以下公式类型。

(1) $\neg(P \wedge Q \to Q)$

(2) $(P \to (P \vee Q)) \vee (P \to R)$

(3) $(P \vee Q) \to (P \wedge R)$

解：(1)

$\neg$	$(P$	$\wedge$	Q	$\to$	$Q)$
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1

可见，所有情况真值都为0，是永假公式

(2)

$(P$	$\to$	$(P$	$\vee$	$Q))$	$\vee$	$(P$	$\to$	$R)$
0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

可见，所有情况真值都是1，是永真公式

(3)

$(P$	$\vee$	$Q)$	$\rightarrow$	$(P$	$\wedge$	$R)$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

可见，真值可取0也可取1，故该式是一可满足式.

2、设公式 $A=P\rightarrow Q$，$B=P\wedge\neg Q$，用真值表验证公式 A 和 B 适合德摩根律：

$$\neg(A\vee B)\Leftrightarrow\neg A\wedge\neg B$$

证明：列真值表

P	Q	A	B	$\neg(A\vee B)$	$\neg A\wedge\neg B$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

可见，左右两式有相同的真值表，那么左式$\Leftrightarrow$右式，证毕.

3、用等值演算求证：

(1) $P \to (Q \to R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \to R$.

(2) $(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow R$.

证明：

(1) $P \to (Q \to R)$

$\Leftrightarrow P \to (\neg Q \vee R)$ （蕴含等值式）

$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee R)$ （蕴含等值式）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \vee R$ （∨的结合律）

$\Leftrightarrow \neg (P \wedge Q) \vee R$ （德·摩根定律）

$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \to R$ （蕴含等值式） 证毕.

(2) $(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R)$

$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R)$ （∧的结合律）

$\Leftrightarrow R \wedge ((\neg P \wedge \neg Q) \vee P \vee Q)$ （∧在∨上的分配律）

$\Leftrightarrow R \wedge (\neg (P \vee Q) \vee P \vee Q)$ （德·摩根定律）

$\Leftrightarrow R \wedge T$ （排中律）

$\Leftrightarrow R$ （幺律）

证毕.