

1、布尔运算符 \oplus 的定义如下: $1\oplus 1=0$, $1\oplus 0=1$, $0\oplus 1=1$, $0\oplus 0=0$ 。此算子称为“异或”(XOR)算子。

化简下列表达式。

- a) $x\oplus 0$
- b) $x\oplus 1$
- c) $x\oplus x$
- d) $x\oplus \bar{x}$

2、定义布尔运算符 \odot : $1\odot 1=1$, $1\odot 0=0$, $0\odot 1=0$, $0\odot 0=1$, 证明下列各等式成立。(\oplus 为异或运算符)

- a) $x\odot y = x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y}$
- b) $x\odot y = \overline{(x\oplus y)}$
- c) $x\odot y = y\odot x$

3、证明下面的恒等式成立。

- a) $x\oplus y = (x + y)\overline{(xy)}$
- b) $x\oplus y = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$

4、求下列布尔表达式的对偶。

- a) $x+y$
- b) $\bar{x} \cdot \bar{y}$
- c) $x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{x} \cdot \bar{x}$
- d) $x\bar{z} + x \cdot 0 + \bar{x} \cdot 1$

5、证明下列等式成立或不成立。

- a) $x\oplus(y\oplus z) = (x\oplus y)\oplus z$
- b) $x + (y\oplus z) = (x + y)\oplus(x + z)$
- c) $x\oplus(y + z) = (x\oplus y) + (x\oplus z)$

6、

用逻辑电路图表示以下逻辑函数

$$Y = AB + \overline{AC} \bar{B}$$

7、代数法化简

(1)

$$\overline{\overline{XY} + XYZ + X(Y + XY)}$$

(2)

$$(A + B)(\bar{A} + C)(B + C)$$

(3)

$$XY + \bar{X}\bar{Z} + X\bar{Y}Z(XY + Z)$$

8、证明以下公式成立

$$(1) XY + YZ + \bar{Y}Z = XY + Z$$

$$(2) AB + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B} = \bar{A} + B$$

$$(3) A + \bar{A}B + A\bar{B} = A + B$$

$$(4) \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC = AB + BC + AC$$

9、将逻辑函数 $F(A, B, C, D) = A + D$ 分别表示为最小项之和的形式以及最大项之积的形式。

10、用反相器、与门和或门构造产生下列输出的电路。

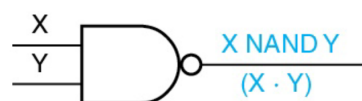
a) $\bar{x} + y$

b) $\overline{(x + y)} \cdot x$

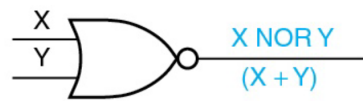
c) $xyz + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$

d) $\overline{(\bar{x} + z) \cdot (y + \bar{z})}$

11、与非(NAND) 门和或非(NOR) 门也是电路中常用的两种门，如果使用这两种门来表示电路，就没有必要使用其他类型的门了。这两种门的记号如下：



X	Y	X NAND Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



X	Y	X NOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

使用与非门构造具有下列输出的电路：

a) \bar{x}

b) $x + y$

c) $x \cdot y$

d) $x \oplus y$

12、定义运算符“|”或“NAND”如下： $1|1=0$ 且 $1|0=0|1=0|0=1$ 。证明下列式子：

a) $\bar{x} = x|x$

b) $x \cdot y = (x|y)|(x|y)$

c) $x + y = (x|x)|(y|y)$

13、

用卡诺图化简以下逻辑函数(d 表示无关项):

$$F(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 5, 8, 9, 11, 15) + d(2, 3)$$

14、构造 $F(x, y, z) = x \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z + y \cdot \bar{z}$ 的卡诺图。使用此卡诺图找出 $F(x, y, z)$ 的蕴含项、质蕴含项和实质蕴含项。

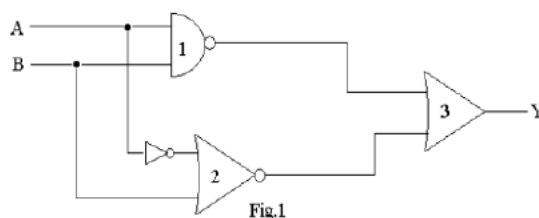
题目15. 实现一个楼梯间的灯泡控制系统，灯泡可以分别用楼下和楼上的两个开关 S_1 和 S_2 控制：

(1) 写出这个系统的真值表。

(2) 写出SOP形式的逻辑表达式。

题目16. 用尽量少的门电路实现异或函数： $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$

题目17. 写出Fig.1所示逻辑电路的布尔表达式，并将其化简。



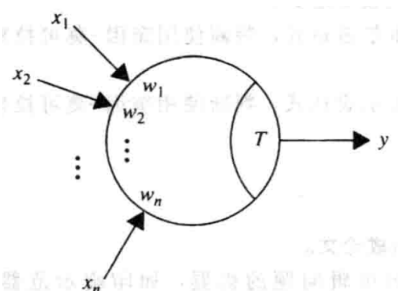
18、用卡诺图找出下列关于变元 w 、 x 、 y 和 z 的函数的一个极小展开式，且此展开式具有积之和的形式。

a) $w \cdot x \cdot y \cdot z + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$

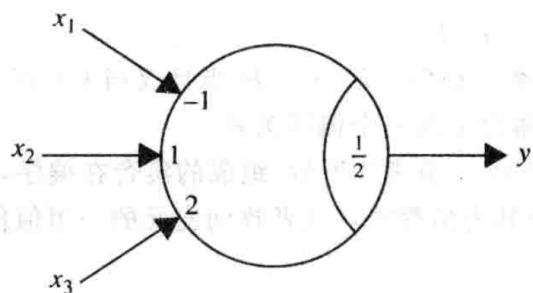
b) $w \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$

- c) $w \cdot x \cdot y \cdot z + w \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z$
 $+ \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$
- d) $w \cdot x \cdot y \cdot z + w \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot z$
 $+ \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$

19、给定布尔变元 x_1, x_2, \dots, x_n 的一组输入值，阈值门产生输出 y ，其中 y 为 0 或 1。每个阈值门都有一个阈值 T 以及一组权 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ，其中 T 和 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 都是实数。阈值门的输出 y 是 1 当且仅当 $\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \dots + \omega_n x_n \geq T$ 。具有阈值 T 和权 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 的阈值门如下入所示：



阈值门表示了一个布尔函数。试找出由下面阈值门表示的布尔函数的布尔表达式。



题目20. 在 n 个输入变量上可以定义多少个逻辑函数