

# 第二次作业参考答案

By 朱映

问题：

- 1.对各种推导依据掌握正确，牢固（蕴含等值式，德摩根律等不要用错）；
- 2.排中律，零律，幺律正确使用；
- 3.注意交和并的符号优先级关系；

1. 将下面公式化成与之等值的并且仅含 $\{\neg, \wedge\}$ 中联结词的公式。

1.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

已知 $\neg P \rightarrow Q \Leftrightarrow P \vee Q$ ,

$$\begin{aligned} & P \rightarrow (Q \rightarrow R) \\ \Leftrightarrow & P \rightarrow (\neg Q \vee R) && \text{蕴涵等值式} \\ \Leftrightarrow & \neg P \vee (\neg Q \vee R) && \text{蕴涵等值式} \\ \Leftrightarrow & \neg(P \wedge \neg(\neg Q \vee R)) && \text{蕴涵等值式(该步可省略)} \\ \Leftrightarrow & \neg(P \wedge Q \wedge \neg R) && \text{德摩根律} \end{aligned}$$

2.  $\neg(P \rightarrow Q) \vee R$

$$\begin{aligned} & \neg(P \rightarrow Q) \vee R \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg P \vee Q) \vee R && \text{蕴涵等值式} \\ \Leftrightarrow & (P \wedge \neg Q) \vee R && \text{德摩根律} \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg R) && \text{德摩根律} \end{aligned}$$

3.  $P \leftrightarrow Q$

$$\begin{aligned} & P \leftrightarrow Q \\ \Leftrightarrow & (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) && \text{等价等值式} \\ \Leftrightarrow & (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P) && \text{蕴涵等值式} \\ \Leftrightarrow & \neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg(Q \wedge \neg P) && \text{德摩根律} \end{aligned}$$

2. 将题 1 中公式化成与之等值的并且仅含 $\{\neg, \vee\}$ 中联结词的公式。

1.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

已知 $\neg P \rightarrow Q \Leftrightarrow P \vee Q$ ,

$$\begin{aligned} & P \rightarrow (Q \rightarrow R) \\ \Leftrightarrow & P \rightarrow (\neg Q \vee R) && \text{蕴涵等值式} \\ \Leftrightarrow & \neg P \vee \neg Q \vee R && \text{蕴涵等值式} \end{aligned}$$

2.  $\neg(P \rightarrow Q) \vee R$

$$\neg(P \rightarrow Q) \vee R$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee R \quad \text{蕴涵等值式}$$

$$3. P \leftrightarrow Q$$

$$P \leftrightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \quad \text{等价等值式}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P) \quad \text{蕴涵等值式}$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P)) \quad \text{德摩根律}$$

3. 用等值演算分别求下列公式的析取范式和合取范式。（推导出合理范式即可）

$$1. (\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \vee P)$$

$$(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \rightarrow (\neg Q \vee P) \quad \text{蕴涵等值式}$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee (\neg Q \vee P) \quad \text{蕴涵等值式}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg Q \vee P) \quad \text{德摩根律 (析取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg Q \vee P \quad \text{(析取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee P) \wedge (\neg Q \vee \neg Q \vee P) \quad \text{分配律 (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee P \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee P) \quad \text{幂等律, 交换律 (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow \neg Q \vee P \quad \text{排中律, 幺律 (析取范式/合取范式)}$$

$$2. \neg(\neg P \vee Q) \wedge Q$$

$$\neg(\neg P \vee Q) \wedge Q$$

$$\Leftrightarrow P \wedge \neg Q \wedge Q \quad \text{德摩根律 (析取范式/合取范式)}$$

$$3. (P \vee (Q \wedge R)) \rightarrow (P \vee Q \vee R)$$

$$(P \vee (Q \wedge R)) \rightarrow (P \vee Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \vee (Q \wedge R)) \vee (P \vee Q \vee R) \quad \text{蕴涵等值式}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg(Q \wedge R)) \vee (P \vee Q \vee R) \quad \text{德摩根律}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee (P \vee Q \vee R) \quad \text{德摩根律}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R) \vee P \vee Q \vee R \quad \text{分配律 (析取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee (P \vee Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee P \vee Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg R \vee P \vee Q \vee R) \quad \text{分配律 (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee Q \vee \neg R \vee R) \quad \text{交换律 (合取范式)}$$