第七次作业参考答案

By 梁文艺 朱映

第七次作业最大问题：

1. 证明要求完整清晰，不能模糊。特别是第二题，要写出存在一个有限证明序列，才能说明这是一个有限的集合

---

1. **求证** $\vdash p(x_1,\dots,x_n) \Rightarrow \vdash p(p_1,\dots,p_n)$**，其中** $p_1,\dots,p_n$ **是任意的公式。**
   证明：
   1. 可靠性：$\vdash p(x_1,\dots,x_n) \Rightarrow \vDash p(x_1,\dots,x_n)$
   2. 由于后式是永真式，和变元的真假无关，可得$\vDash p(p_1,\dots,p_n)$
   3. 完备性（或完全性）：$\vDash p(p_1,\dots,p_n) \Rightarrow \vdash p(p_1,\dots,p_n)$
      得证。

---

2. **求证，若** $\Gamma \vDash p$**，则定有** Γ **的有限子集** Σ**，使得** $\Sigma \vDash p$**。**
   证明：
   由L的完备性：$\Gamma \vdash p \Rightarrow \Gamma \vDash p$，
   存在一个 p 从 Γ 的证明序列：
   $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}, p_n (= p)$
   $p_i \in \Gamma$ 或为公理，取 $p_i \in \Gamma$ 构成公式集 Σ，则 $|\Sigma| \le n$ 且 Σ 为 Γ 的子集；
   即 $\Sigma \vdash p$ 且 Σ 为 Γ 的有限子集，由可靠性得 $\Sigma \vDash p$，得证。