南京大学数学课程试卷 （商学院 11 级）

2012/2013 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2013.1.9 系别 ________ 学号 ________ 姓名________

题号	一 36	二 10	三 12	四 10	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

$\Phi(1.0)=0.8413$, $\Phi(1.28)=0.90$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2.33)=0.99$, $\Phi(2.58)=0.995$, $t_{0.025}(16)=2.12$, $t_{0.025}(17)=2.11$, $t_{0.05}(16)=1.746$, $t_{0.05}(17)=1.740$

一.（6 分×6=36 分）

1．某产品有 15 件，其中有次品 2 件，现从中任取 3 件，求至少取到 1 件次品的概率.

2．设随机变量 $\xi \sim N(1, 4)$, $\eta \sim E(\frac{1}{3})$, 且 ξ 与 η 独立，求 $E(5\xi-3\eta)$ 和 $D(5\xi-3\eta)$的值.

3．设随机变量 X 和 Y 的 EX=EY=2，DX=1，DY=4， $r_{XY}=0.5$, 用切比雪夫不等式计算 $P(|X-Y|\geq 6)$ 至多为多少？

4.设总体 X 与 Y 相互独立，且都服从 $N(0, \sigma^2)$, (X_1, X_2, X_3)和 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)分别是来自 X 和 Y 的样本，求统计量 $T=\dfrac{\sum_{i=1}^{3} X_i^2}{\sum_{i=1}^{4}(Y_i-\overline{Y})^2}$ 的分布（如有自由度，须给出）.

5．若总体ξ～N(μ，0.9^2)，取自总体的容量为 9 的样本均值$\bar{x}$=5，求未知参数μ的置信度为 0.95 的置信区间．

6．已知总体 X 的概率密度函数为 f(x，θ) = $\begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x>\theta \\ 0, & x\le\theta \end{cases}$，$\theta$为未知参数，$X_1$,$X_2$，⋯ X_n 为样本，求θ的极大似然估计量．

二．(10 分)设事件 A 在一次试验中发生的概率为$\frac{1}{4}$．如果做了四次伯努利独立试验,事件 A 均未发生,则事件 B 也不发生；如果四次伯努利试验中事件 A 发生一次,则事件 B 发生的概率为$\frac{2}{3}$；而四次试验中若事件 A 发生两次及两次以上,则事件 B 一定发生．试求：(1)P(B)；(2)若已知事件 B 已经发生，问四次试验中事件 A 至少发生两次及两次以上的概率．

三. (12 分)设$(\xi,\eta)\sim$p(x, y)=$\begin{cases} 2-x-y\ , & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，　试求: (1) 边际密度 $p_\xi(x)$和 $p_\eta(y)$；(2) ξ与η 的相关系数 $r_{\xi\eta}$.

四．(10 分)设某种电子元件的使用寿命（单位：小时）服从参数为 λ=0.1 的指数分布，其使用情况是第一个损坏第二个立即使用，第二个损坏第三个立即使用等等．已知每个元件的价格为 10 元，那么在一年中至少需要多少元才能以 95%的概率保证该元件够用（假设一年有 306 个工作日，每个工作日为 8 小时）.

五．(10 分) 设 X_1,X_2，… X_n 为取自总体 X 的样本， E(X)= μ , D(X)= σ^2，试问统计量 T=$\frac{2}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{n} iX_i$ 是μ 的无偏和一致估计量吗？（须说明理由）.

六. (12 分)设有两总体 X～N（μ_1，σ^2）和 Y～N（μ_2，σ^2），且相互独立，$X_1, X_2, \ldots, X_{n_1}$ 与 $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_2}$ 分别是取自 X 与 Y 的样本，设 $S_1^2=\frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2$ 和 $S_2^2=\frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\overline{Y})^2$，(1)试证对任意常数 a 和 b，a+b=1，有 $T=aS_1^2+bS_2^2$ 均是 σ^2 的无偏估计；(2)试确定常数 a 和 b，使方差 D(T)达到最小.

七. (10 分)已知某种罐头中维生素 C(Vc)的含量 X 服从正态分布，按照规定 Vc 的平均含量不得少于 21 毫克，现从一批罐头中取了 17 罐，算得 Vc 含量平均值 $\overline{x}$=19，样本标准差 $S=\sqrt{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{17}(x_i-\overline{x})^2}$=3.98，（1）问该批罐头 Vc 的含量是否合格?(α=0.05)（2）求 μ=EX 的置信度为 95%的置信区间.