

正态 1.645
1.96

南京大学工程管理学院____级____专业
2016—2017学年第一学期
《概率论与数理统计》期末试卷A (闭卷)

学号_____ 姓名_____ 得分_____

注： $\Phi(1) = 0.8413$ ， $\Phi(2.5) = 0.9938$ ， $z_{0.005} = 2.57$ ， $z_{0.01} = 2.33$ ， $\chi_{0.99}^2(9) = 2.088$ ，
 $\chi_{0.99}^2(10) = 2.558$ ， $F_{0.05}(3, 12) = 3.49$ ， $F_{0.025}(3, 12) = 4.47$

下面每题10分，共10题。

得分

1. 把一颗骰子掷三次，设H是三次掷出的点数之和。问H=12的可能性大，还是H=11的可能性大？（需要详细计算过程）

得分

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。 (1) 求数 a ，使 $P\{X > a\} = P\{X < a\}$ ； (2) 求数 b 使 $P\{X > b\} = 0.05$ 。

得分

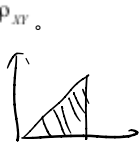
3. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, X 在区间 $(0, 1]$ 上服从均匀分布, Y 的概率密度函数为

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y^2}/2, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}.$$

(1) 求 X 和 Y 的联合概率密度; (2) 设含有 a 的二次方程为 $a^2 + 2Xa + Y = 0$, 试求 a 有实根的概率。

得分

4. 设随机向量 (X, Y) 在三角形区域 $D = \{(x, y): 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ 上服从均匀分布, 求 X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY} 。



$$f(x, y) = 2$$

$$f_X(x) = \int_0^x 2 dy = 2x$$

$$f_Y(y) = \int_y^1 2 dx = 2(1-y)$$

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot 2x dx = \frac{2}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$E(Y) = \int_0^1 y \cdot 2(1-y) dy = \frac{1}{3}$$

$$D(x) = \frac{1}{8} = D(y)$$

$$\text{cov}(x, y) = \int_0^1 \left(\int_0^x 2 \cdot xy \, dy \right) dx = \frac{1}{58}$$

$$\rho = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{18}} = \frac{1}{2}$$

得分

5. 有一批建筑房屋用的木柱，其中80%的长度不小于3米，现从这批木柱中随机地取100根，求其中至少有30根短于3米的概率。

得分

6. 设母体 $X = (X_1, X_2) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, $(X_1, X_2, \boxed{?}, X_n)$ 是取自此母体的一个子样，求子样

均值 $\bar{\mu} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2) = \left(\sum_{i=1}^n X_{1i} / n, \sum_{i=1}^n X_{2i} / n \right)$ 的分布密度函数。

得分

7. 设 X_1, X_2 是取自正态母体 $N(\mu, 1)$ 的一个容量为2的子样。试证下列三个估计量都是 μ 的无偏估计量： $\hat{\mu}_1 = 2X_1/3 + X_2/3$ ， $\hat{\mu}_2 = X_1/4 + 3X_2/4$ ， $\hat{\mu}_3 = X_1/2 + X_2/2$ 。并指出其中哪个方差最小。

得分

8. 研究两种固体燃料火箭推进器的燃烧率。设两者都服从正态分布，并且已知燃烧率的标准差均近似地为0.05cm/s,取样本容量为 $n_1 = n_2 = 20$ 。得燃烧率的样本均值分别为 $\bar{x}_1 = 18$ cm/s, $\bar{x}_2 = 24$ cm/s, 设两样本独立。求两燃烧率总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信水平为0.99的置信区间。

得分

9. 一种混杂的小麦品种，株高的标准差为 $\sigma_0 = 14$ cm，经提纯后随机抽取10株，它们的株高（以cm计）为90 105 101 95 100 100 101 105 93 97。考察提纯后群体是否比原群体整齐？ $\alpha = 0.01$ ，小麦株高服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 。

得分

10. 一试验用来比较4种不同药品解除外科手术术后疼痛的延续时间 (h) , 结果如下: A: 8 6 4 2; B: 6 6 4 4; C: 8 10 10 10 12; D: 4 4 4 2。试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验各种药品对解除疼痛的延续时间有无显著差异。