南京大学数学课程试卷（商学院 16 级）

2017/2018 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2018.1.10 系别 ________ 学号 ________ 姓名 ________

题号	一 36	二 10	三 12	四 10	五 12	六 10	七 10	合计
得分								

$\Phi(1.0)=0.8413$, $\Phi(1.28)=0.90$, $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.977$

$\Phi(2.33)=0.99$, $t_{0.025}(8)=2.306$, $t_{0.025}(9)=2.262$, $t_{0.05}(8)=1.86$, $t_{0.05}(9)=1.83$

$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$, $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$ $\chi^2_{0.05}(8)=15.507$ $\chi^2_{0.05}(9)=16.919$

$\chi^2_{0.05}(10)=18.3$ $\chi^2_{0.05}(10)=18.3$ $\chi^2_{0.1}(9)=14.68$ $\chi^2_{0.1}(10)=16$

一.（6 分×6=36 分）

1．某产品有 15 件，其中有次品 2 件，现从中任取 3 件，求至少取到 1 件次品的概率.

2．已知随机变量 $X \sim N(1,\ 3^2)$，$Y \sim N(0,\ 4^2)$，且 $\rho_{XY}=-\dfrac{1}{2}$，设 $Z=\dfrac{X}{3}+\dfrac{Y}{2}$，求 $E(Z)$ 和 $D(Z)$.

3. 设 $\{X_n\}$ 为相互独立的随机变量序列，且有 $P(X_k=\sqrt{\ln k})=P(X_k=-\sqrt{\ln k})=\dfrac{1}{2}$， $k=1, 2, \cdots$.

试证：$\forall \varepsilon>0$，有 $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\left|\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} X_k\right| \geq \varepsilon\right)=0$，即 $\{X_k\}$ 服从大数定律.

4．设 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 为总体 $\xi \sim N(0,\ 0.09)$ 的样本，计算 $P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\right)$.

5．设总体 X 的方差 DX=1，根据来自 X 的容量为 100 的样本，测得样本均值 $\bar{x}=5$，求 X 的数学期望 μ=EX 的置信度为 95%的置信区间.

6．设随机变量 X 服从分布 F(n , n)，求 $P\{X \le 1\}$.

二．(10 分)一批产品中有 96%是合格品，现有一种简化的检验方法，它把合格品判为合格品的概率为 0.98，而将不合格品误判为合格品的概率为 0.05．现从中任取一件产品：(1)求用此方法检查为合格品的概率； (2)求检验出的合格品确为合格品的概率.

三．(12 分)设随机变量 X 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1 \\ 0\ , & |x|\geq 1\end{cases}$

试求：（1）系数 A；（2）X 落在（-0.5, 0.5）内的概率；(3)X 的分布函数 F(x)；（4）Y=arcsinX 的密度函数，并说明 Y 服从什么分布.

四．(10 分)甲，乙两影院在竞争 1000 名观众，假定每个观众任选一个影院且观众间的选择彼此独立.（1）如果每个影院的座位数都是 525 个，求观众因为缺少座位而离去的概率；（2）问每个影院至少应设多少座位，才能保证因缺少座位而使观众离去的概率小于 1%?

五．(12 分)设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是来自总体 $X\sim U[0,\ \theta]$ 的样本．(1)求未知参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$；(2) $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量吗？ (3) $\hat{\theta}$ 是 θ 的一致估计量吗？(均须说明理由)

六．(10 分)已知总体 $X\sim N(1,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots X_{10}$ 是取自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$ 是样本均值，$S^2=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(X_i-\overline{X})^2$ 是样本方差，已知 $P\{\overline{X}\le 1,\ S^2\le\sigma^2\}=\frac{1}{3}$，求 $P\{S\le\sigma\}$．

七．(10 分)罐头的细菌含量按规定标准必须不大于 62，现从一批罐头中抽取 9 个，检验后知细菌含量的平均值 $\bar{x}=62.5$，样本标准差 $s=\sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(x_i-\bar{x})^2}=0.3$，(1) 问这批罐头质量是否符合标准？($\alpha$=0.05) (2) 求关于均值 μ 的 95%的置信区间．(假设每个罐头的细菌含量 x 服从正态分布)．