

1、将下列命题形式化为谓词演算中的命题。

- (1) 所有的病人都相信医生;
- (2) 有的病人相信所有的医生;
- (3) 有的病人不相信某些医生;
- (4) 所有的病人都相信某些医生;
- (5) 任意一个整数 x , 均有另一个整数 y , 使得 $x+y=0$;
- (6) 存在这样的实数 x , 它与任何实数 y 的乘积均为 y 。

(1) $(\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$ $F(x)$: x 是病人, $G(x)$: x 相信医生

(2) $(\exists x)(F(x) \wedge G(x))$ $F(x)$: x 是病人, $G(x)$: x 相信所有的医生

(3) $(\exists x)(F(x) \wedge G(x))$ $F(x)$: x 是病人, $G(x)$: x 不相信某些医生

(4) $(\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$ $F(x)$: x 是病人, $G(x)$: x 相信某些医生

(5) $(\forall x)(\exists y)(x+y=0)$ $F(x)$: x 是整数, $A(x,y)$: $x+y=0$

(6) $(\exists x)(R(x) \wedge (\forall y)(R(y) \rightarrow A(x,y)))$ $R(x)$: x 是实数, $A(x,y)$: $x \cdot y = y$

2、设 t 是项 $f_1^2(x_1, x_3)$, $p(x_1)$ 是下面的公式。确定 t 对 $p(x_1)$ 中的 x_1 是否自由? 如果是自由的, 写出 $p(t)$ 。

(1) $\forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(x_1);$

(2) $\forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1));$

(3) $\forall x_2 R_1^1(f_1^1(x_2)) \rightarrow \forall x_3 R_1^3(x_1, x_2, x_3);$

(4) $\forall x_2 R_1^3(x_1, f_1^1(x_1), x_2) \rightarrow \forall x_3 R_1^1(f_1^2(x_1, x_3)).$

(1) 自由: $p(t) = \forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(t)$

(2) 自由: $p(t) = \forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1))$

(3) 不自由

(4) 不自由