南京大学计算机等专业2014/2015学年第一学期

《概率论与数理统计》期末试卷

本试卷共___4___页； 考试时间___120___分钟；

专业__________ 班级________ 学号__________ 姓名________

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得分								

特别提醒：备用数据 $\Phi(1.34)=0.9099, \Phi(1.645)=0.95, \chi^2_{0.01}(15)=30.6,$ $t_{0.025}(24)=2.0639, t_{0.05}(24)=1.7109$

得分

一、选择题（共45分，每空3分）

1. 若随机变量 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 满足________________， 则称 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本。

2. 设总体 $X \sim B(1,p)$， $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是简单随机样本，样本均值为 $\bar{X}$,样本方差为 S^2,则 $E(\bar{X}) =$________， $D(\bar{X}) =$________， $E(S^2) =$____________。

3. 已知随机变量 $T \sim t(n)$，则 $T^2 \sim$____________。

4. 设随机变量 $X \sim N(0,4)$，则 $X^2/4 \sim$__________。

5. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P\left\{ {X-\mu}\big/{\sigma} \le z_{0.025} \right\} =$__________。

6. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布， $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是简单随机样本，样本均值为 $\bar{X}$,样本方差为 S^2 ,已知 $\hat{\lambda} = a\bar{X} + (2-3a)S^2$ 为 λ 的无偏估计量，则 $a =$__________。

7. 已知 $F \sim F(10,6)$, 则 ${1}\big/{F} \sim$__________， $P\left\{ {1}\big/{F} \le F_{0.025}(6,10) \right\} =$__________。

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 未知，样本容量为 n ,则总体期望 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为(__________________)。

9. 设矿石中某种元素含量服从正态分布 $N(\mu,1)$。先测定容量为 n 的样本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$，试在显著性水平 α 下，检验 $H_0: \mu = 9, H_1: \mu \ne 9$ 时，所用的检验统计量为__________。

10. 设 $X_1, X_2, ..., X_n$ 是来自二项分布总体 $B(m,p)$ 的一个简单随机样本，则 $X_1, X_2, ..., X_n$ 的联合分布律 $P\{X_1 = k_1, X_2 = k_2, ..., X_n = k_n\} =$ ______________。

11. 设 $X_1, X_2, ..., X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$, 样本均值为 $\bar{X}$,样本方差为 S^2 ,当 μ 已知时，$E(\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 / n) =$ ____________；当 μ 未知时，$E(a\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2) = \sigma^2$ 则 $a =$ ____________

得分

二、(本小题 10 分) 计算器在进行加法时，将每个加数最靠近它的数据。设所有的舍入误差是独立的，且在 $(-0.5, 0.5)$ 上服从均匀分布。

1)若将 1500 个数相加，问误差总和的绝对值超过 15 的概率是多少？

2)最多可以有几个数相加使得误差总和的绝对值小于 10 的概率不小于 0.90？

得分

三. (本小题 10 分) 设总体 X 的概率密度为： $f(x)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)} & x>1\\ 0 & 其他\end{cases}$，

其中 $\theta>1$ 为未知参数， $X_1,X_2,...,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本 。求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

得分

四. (本小题 5 分) 设 $X_1,X_2,...,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，总体 X 服从参数为 3 的泊松分布，证明：当 n 趋向于无穷大时，

$Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于 12。

得分

五. (本小题 12 分) 设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 是未知参数，利用总体 X 的如下样本值 1,2,1,1;

1) 求 θ 的矩估计值；

2) 求θ的最大似然估计值。

得分

六. (本小题 10 分) 设$X_1, X_2, ..., X_{15}$是来自总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$的一个简单随机样本，这里μ, σ^2均为未知，样本方差为S^2,

1)求$P\left\{\frac{S^2}{\sigma^2} \le 2.04\right\}$；

2)若σ^2已知，求$D(S^2)$。

得分

七. (本小题 8 分) 某厂生产的一种灯管其寿命 X(以小时计)服从正态分布$N\left(\mu, \sigma^2\right)$，现测得 25 只样本的寿命，计算得$\bar{x} = 1675, s = 300,$问在显著性水平$\alpha = 0.05$下，是否可以认为灯管的平均寿命为 1500(小时)?