

[illegible]

- (28) $(\neg\neg\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$ MP(26)(27)
 (29) $\neg\neg\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$ MP(12)(28)
 (30) $(\neg\neg\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ (L3)
 (31) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)$ MP(29)(30)
 (32) $((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)))$ (L1)
 (33) $\neg p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ MP(31)(32)
 (34) $(\neg p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)))$ (L2)
 (35) $(\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ MP(33)(34)
 (36) $\neg p \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)$ MP(8)(35)
 (37) $(\neg p \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p)$ (L3)
 (38) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$ MP(36)(37)

$\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$ 直接证明

- (1) $\neg\neg q \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow \neg\neg q)$ (L1)
 (2) $(\neg\neg q \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow \neg\neg q)) \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q))$ (L2)
 (3) $(\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)$ MP(1)(2)
 (4) $\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)$ (L1)
 (5) $\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q$ MP(3)(4)
 (6) $\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)$ (L1)
 (7) $(\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)$ (L3)
 (8) $((\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow ((\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)))$ (L1)
 (9) $\neg\neg q \rightarrow ((\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q))$ MP(7)(8)
 (10) $(\neg\neg q \rightarrow ((\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q))) \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)))$ (L2)
 (11) $(\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q))$ MP(9)(10)
 (12) $\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q)$ (L1)
 (13) $\neg\neg q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)$ MP(11)(12)
 (14) $(\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)$ (L3)
 (15) $((\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow ((\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)))$ (L1)
 (16) $\neg\neg q \rightarrow ((\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q))$ MP(14)(15)
 (17) $(\neg\neg q \rightarrow ((\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q))) \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)))$ (L2)
 (18) $(\neg\neg q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg\neg q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q))$ MP(16)(17)
 (19) $\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)$ MP(13)(18)
 (20) $(\neg\neg q \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)) \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q))$ (L2)
 (21) $(\neg\neg q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow q)$ MP(19)(20)
 (22) $\neg\neg q \rightarrow q$ MP(5)(21)

- [illegible]

- (51) $(\neg\neg\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ (L3)
- (52) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)$ MP(50)(51)
- (53) $((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)))$ (L1)
- (54) $\neg\neg q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ MP(52)(53)
- (55) $(\neg\neg q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))) \rightarrow ((\neg\neg q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)))$
(L2)
- (56) $(\neg\neg q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q))$ MP(54)(55)
- (57) $\neg\neg q \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)$ MP(28)(56)
- (58) $(\neg\neg q \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow (\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q)$ (L3)
- (59) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$ MP(57)(58)

否定肯定律直接证明

- (1) $\neg p \rightarrow (\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p)$ (L1)
- (2) $(\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))$ (L3)
- (3) $((\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))) \rightarrow (\neg p \rightarrow ((\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))))$ (L1)
- (4) $\neg p \rightarrow ((\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))))$ (2) (3) MP
- (5) $(\neg p \rightarrow ((\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow (\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p)) \rightarrow (\neg p \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))))$ (L2)
- (6) $(\neg p \rightarrow (\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow \neg p)) \rightarrow (\neg p \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))))$ (4) (5) MP
- (7) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))$ (1) (6) MP
- (8) $(\neg p \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))))$ (L2)
- (9) $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))$ (7) (8) MP
- (10) $(\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)$ (L3)
- (11) $((\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)))$ (L1)
- (12) $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p))$ (10) (11) MP
- (13) $((\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p))) \rightarrow (((\neg p \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)))$ (L2)
- (14) $((\neg p \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p))$ (12) (13) MP
- (15) $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)$ (9) (14) MP
- (16) $((\neg p \rightarrow p) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg p \rightarrow p)) \rightarrow p)) \rightarrow (((\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow p))$ (L2)
- (17) $((\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))) \rightarrow ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow p)$ (15) (16) MP
- (18) $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))$ (L1)
- (19) $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$ (17) (18) MP \square