

# 第一次作业参考答案

By 朱映

- 注意事项：**第一次作业很多同学出现了以下问题，考虑到是第一次作业不作过多要求，但在之后的作业中请注意。
- 1. 推导时没有给出每一步的依据。请在之后的每次作业中，涉及到推导的部分**给出依据**；用到书上或者PPT上**没有的请给出详细证明**。
  - 2. 真值表法验证时只有单位变元和最终结果 $\beta$ 。对于比较简单的公式可以这样写，但对于比较复杂的公式必须写出其组件的值进行判断，比如本次作业1.2. **可以不完全写出各个组件但不能一步到位**。
  - 3. 逻辑符号间强弱错误。运算符(联结词)结合力强弱顺序为： $\neg$ ， $\wedge$ ， $\vee$ ， $\rightarrow$ ， $\leftrightarrow$ 。注意 $\leftrightarrow$ 不是运算符！

## 1. 用真值表法判定以下公式类型。

1.  $\neg(P \wedge Q \rightarrow Q)$

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$P \wedge Q \rightarrow Q$	$\neg(P \wedge Q \rightarrow Q)$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

- 所以是不可满足公式。
2.  $(P \rightarrow (P \vee Q)) \vee (P \rightarrow R)$

$P$	$Q$	$R$	$P \vee Q$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow (P \vee Q))$	$(P \rightarrow (P \vee Q)) \vee (P \rightarrow R)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

- 所以是可满足公式。上表不一定写完整，但是最后结果至少出现一个0和一个1。
3.  $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge R)$

$P$	$Q$	$R$	$P \vee Q$	$P \wedge R$	$(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge R)$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0

$P$	$Q$	$R$	$P \vee Q$	$P \wedge R$	$(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge R)$
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

所以是可满足公式。上表不一定写完整，但是最后结果至少出现一个0和一个1。

2. 设公式  $A = P \rightarrow Q$ ,  $B = P \wedge \neg Q$ , 用真值表验证公式 A 和 B 适合德摩根律:  $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

$P$	$Q$	$A$	$B$	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$
0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0

从表中可见A和B适合德摩根律。

3. 用等值演算求证:

1.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow R$ .  
证明:

$$\begin{aligned}
 &P \rightarrow (Q \rightarrow R) \\
 \Leftrightarrow &\neg P \vee (Q \rightarrow R) && \text{E14 (或蕴涵等值式)} \\
 \Leftrightarrow &\neg P \vee (\neg Q \vee R) && \text{E14} \\
 \Leftrightarrow &(\neg P \vee \neg Q) \vee R && \text{E6 (或 } \vee \text{ 的结合律)} \\
 \Leftrightarrow &\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow R && \text{E14} \\
 \Leftrightarrow &(P \wedge Q) \rightarrow R && \text{德摩根律}
 \end{aligned}$$

2.  $(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow R$   
证明:

$$\begin{aligned}
 &(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) \\
 \Leftrightarrow &(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee ((P \vee Q) \wedge R) && \text{E8 (或 } \wedge \text{ 在 } \vee \text{ 上的分配律)} \\
 \Leftrightarrow &((\neg P \wedge \neg Q) \wedge R) \vee ((P \vee Q) \wedge R) && \text{E7 (或 } \wedge \text{ 的结合律)} \\
 \Leftrightarrow &(\neg(P \vee Q) \wedge R) \vee ((P \vee Q) \wedge R) && \text{德摩根律} \\
 \Leftrightarrow &R && \text{E8}
 \end{aligned}$$