



初级微观经济学

第四章：厂商生产中的投入与产出关系

主讲人：王宇
Email: yuwang@nju.edu.cn



利润最大化



- 企业经营是以追求**利润极大化**为目标的；
- 投入要素的使用要加以有效安排。
- 在所有者与管理者相分离的现代公司制度下，厂商的目标变得更加多元化与复杂化
 - 公司内部的利益冲突与妥协



生产



- 企业决策的基本问题
 - 购买和组织生产要素生产产品





生产



- $Q=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 期中 x_i 是不同的生产投入要素
- $Q=f(K, L)$
 - Q:产量 K: 资本 L:劳动
- 柯布 — 道格拉斯生产函数的一般形式:
$$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$$
 - A代表技术水平, K, L分别代表资本和劳动, α 和 β 分别表示劳动和资本在生产过程中的作用。



短期和长期



- 长期：所有投入都是可变的
 - $Q=f(K, L)$
- 短期：至少有一种投入是不可变的，
- 假设资本不变，则：
 - $Q=f(\bar{K}, L)$



生产要素



- 固定生产要素（固定、不变投入）
 - 在短期内，生产者无法调整的那部分投入
- 可变生产要素（可变投入）
 - 短期内可以自由调整的投入

$$Q = f(L, \bar{K})$$

$$Q = f(L)$$



生产函数的几个例子



- 线性生产函数: $Q = f(K, L) = aK + bL$
 - 资本与劳动力之间可以完全替代
- 固定比例生产函数: $Q = f(K, L) = \min \{aK, bL\}$
 - 投入的生产要素必须保持固定的比例



总产量、平均产量、边际产量



- 总产量（Total Product, TP）
 - 以一定量的投入所能生产的产品总量
- 平均产量（Average Product, AP）
 - 每单位的要素投入平均生产的产量，等于总产量除以要素的投入。劳动的平均产量 $AP=TP/L$ 。
- 边际产量（Marginal Product, MP）
 - 增加的一单位投入所引起的产量增加。劳动的边际产量 $MP=\Delta TP/\Delta L$ 。



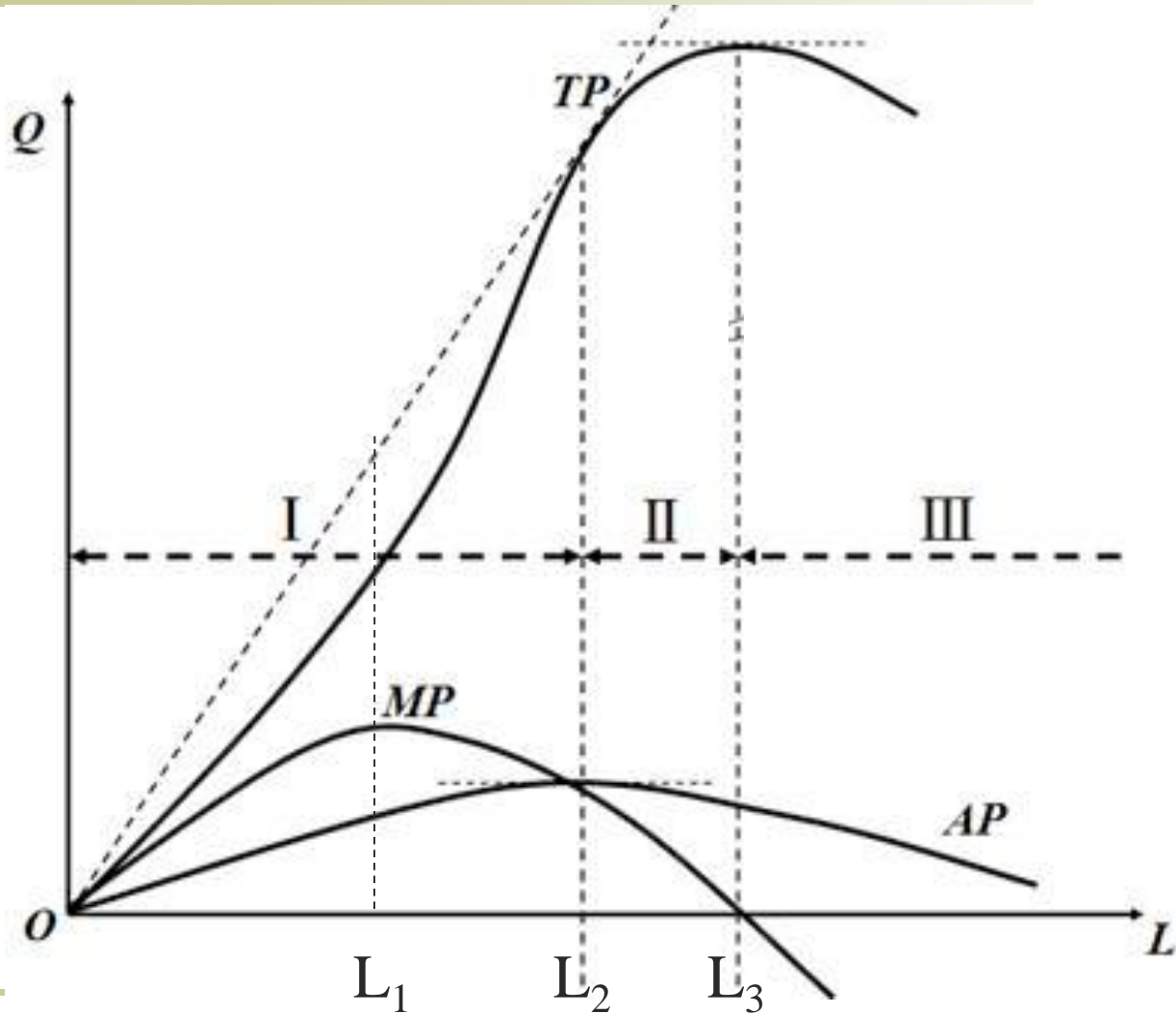
一种可变投入品的生产函数（短期）



劳动力数	资本数量	总产出	平均产出	边际产出
0	10	0	—	—
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8



TP、MP和AP





边际产量递减规律



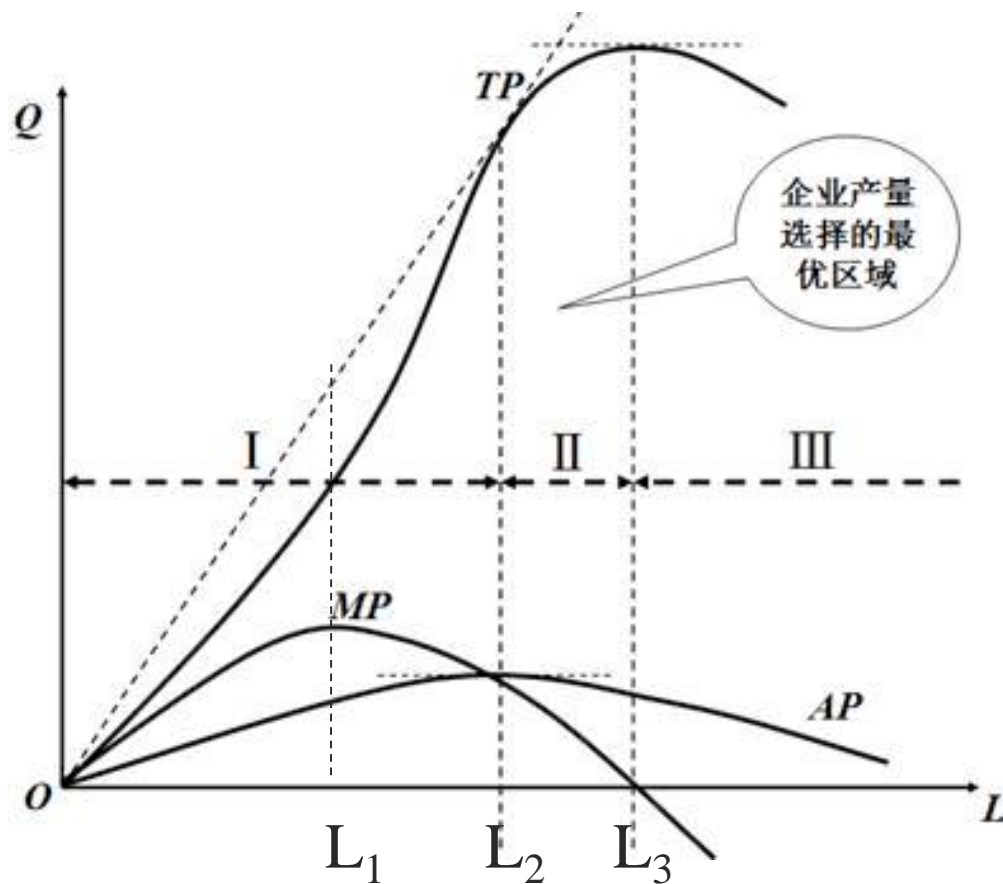
- 边际产量（边际投入的报酬）
 - 当包括技术在内的其它投入固定不变时，一种投入数量增加**最终**会达到一个临界点，在它以后产出水平会因为这一投入的增加而减少。
 - 边际产量先递增、后递减
 - 一般来讲，如果前提条件改变，将推迟边际产量递减，但不会消除。
- 边际报酬递增



生产的三个阶段



- 第I阶段： $0 - L_2$
 - 总产量递增
 - 平均产量递增
- 第II阶段： $L_2 - L_3$
 - 总产量递增
 - 平均产量递减
- 第III阶段： $L_3 -$
 - 总产量递减
 - 平均产量递减



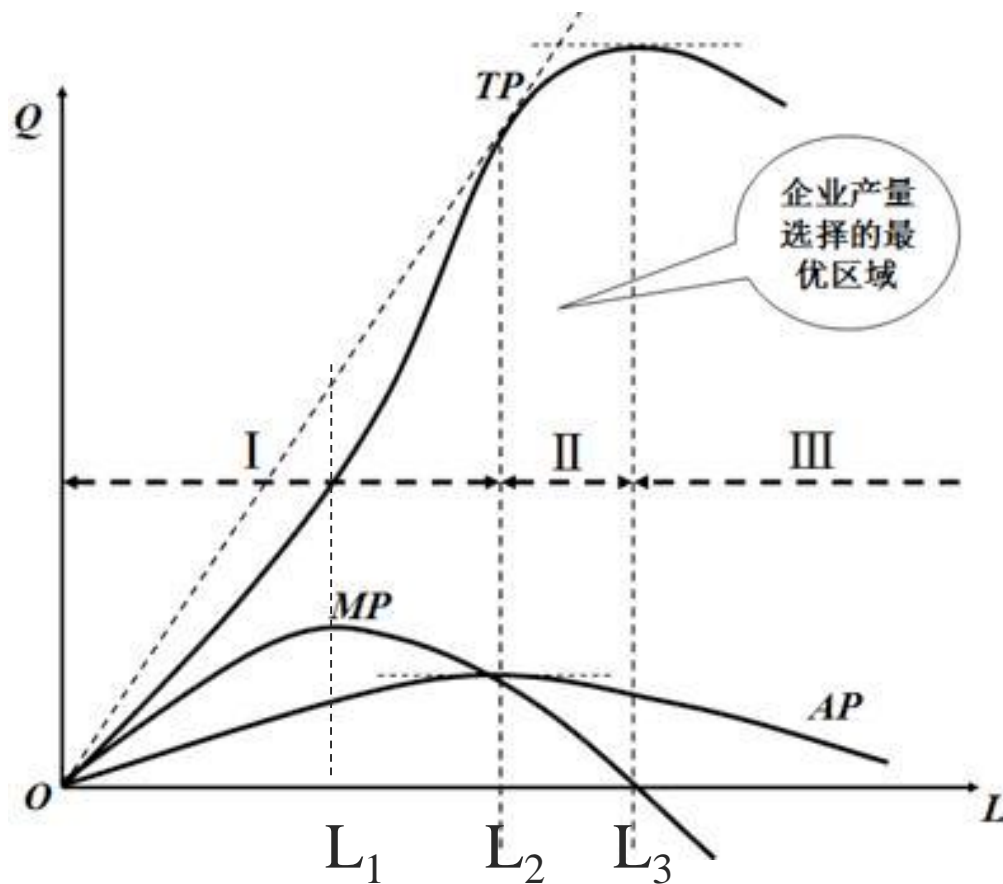


生产的三个阶段



■ 劳动的投入产出弹性

$$E_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} / \frac{TP}{L} = MP_L / AP_L$$

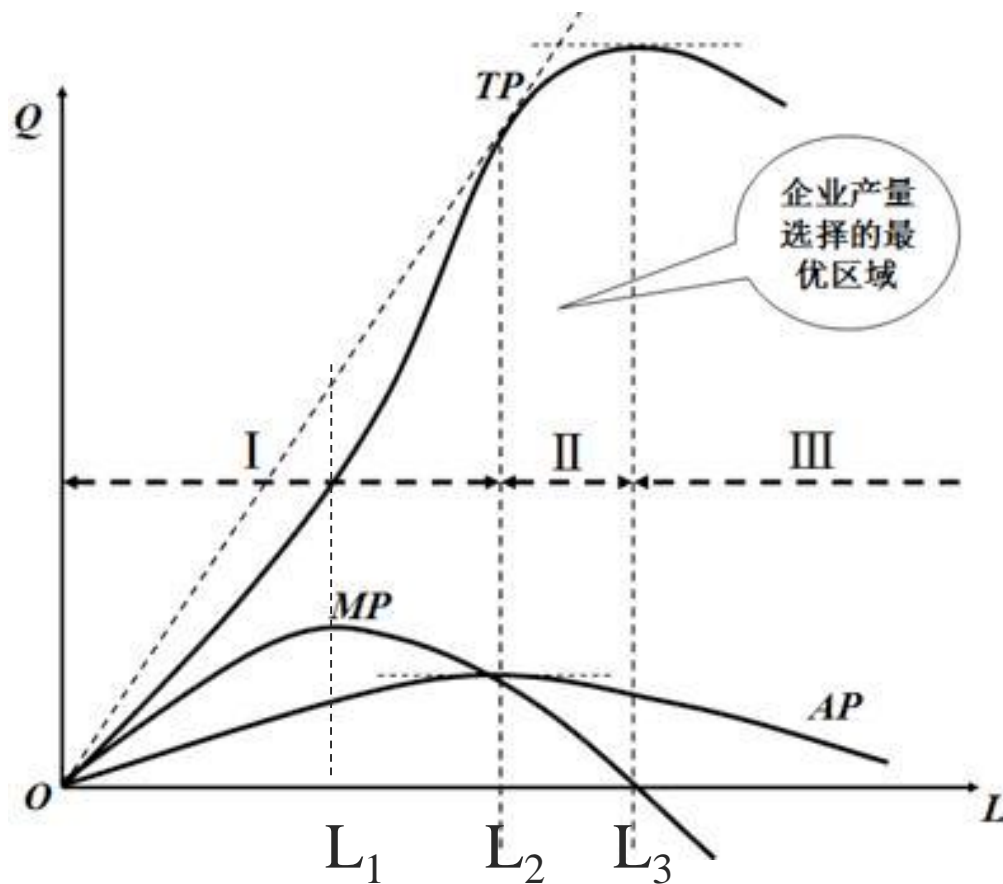




生产的三个阶段



- 第I阶段: $0 - L_2$
 - $E_L > 1$
- 第II阶段: $L_2 - L_3$
 - $0 < E_L < 1$
- 第III阶段: $L_3 -$
 - $E_L < 0$





MP相交AP于其最高点的证明



- 在AP曲线的最高点，以下条件必然满足

$$\frac{dAP_L}{dL} = \frac{d\left(\frac{TP}{L}\right)}{dL} = \frac{1}{L} \frac{dTP}{dL} - \frac{1}{L^2} TP = 0$$

$$\frac{dTP}{dL} - \frac{TP}{L} = 0$$

$$MP_L = AP_L$$



技术进步与资本增加对产量的影响



- 在技术进步的前提下，相同的劳动投入将生产出更多的商品与服务
 - 生产函数发生变化
- 在增加资本的前提下，相同的劳动投入也将生产出更多的商品与服务
 - 生产函数没有发生变化，但是投入要素的搭配发生了变化



可替代要素的投入与产出



- 如果存在**两种可变生产要素**的生产函数，并且两种要素可以相互替代，
 - $Q=f(K, L)$
- 以追求最大利润为目标的厂商，总是力求选择最佳的或最合适的生产要素组合，以最低成本生产某一既定产量。



两种可变投入情况（长期）



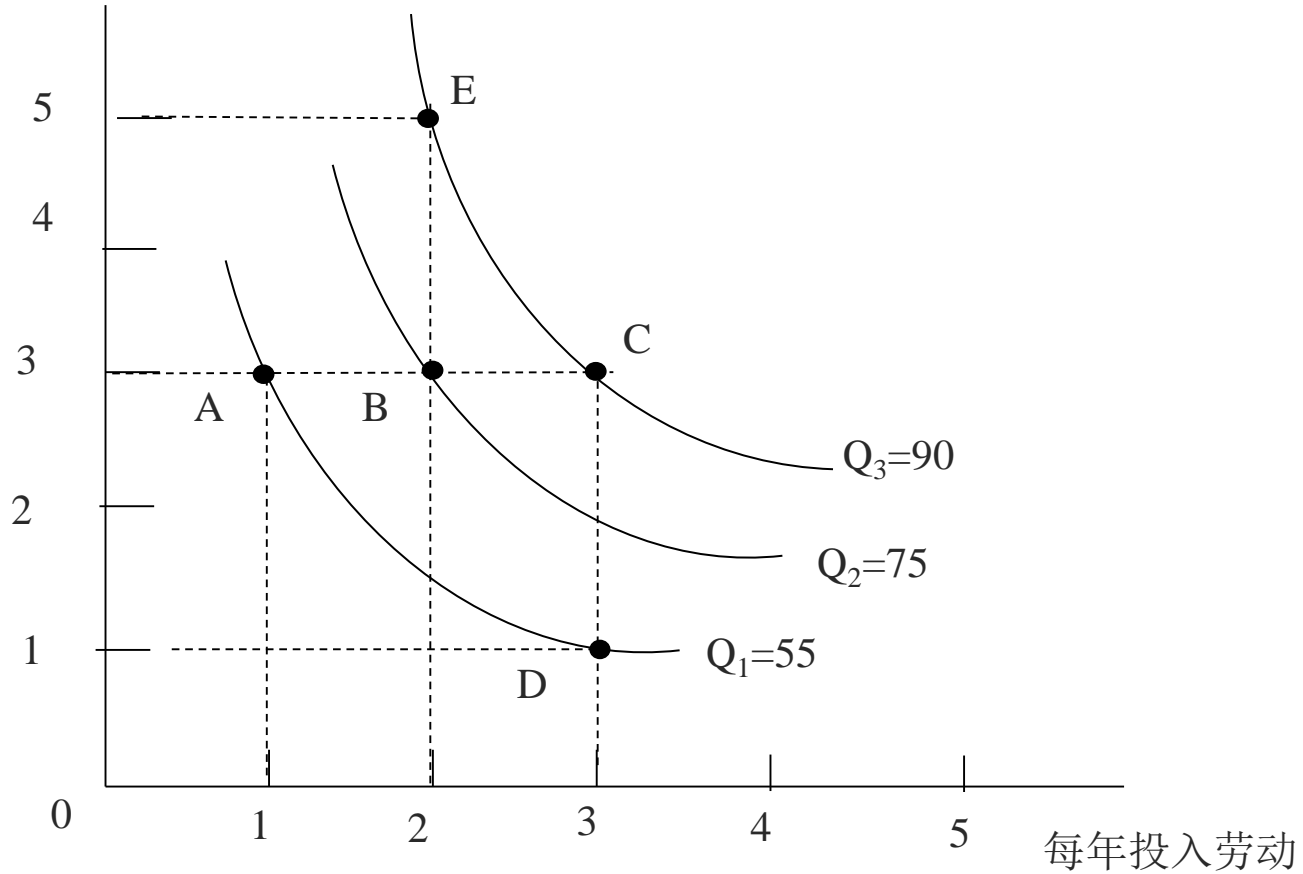
劳动 资本	1	2	3	4	5
1	20	40	55	65	85
2	40	60	75	80	90
3	55	75	90	100	105
4	65	80	100	110	115
5	75	90	105	115	120



等产量曲线(Isoquant)



每年投入资本





等产量曲线(Isoquant)



- 在一定技术条件下，可以生产出同等产量的两种要素投入有效组合点的轨迹。
- 等产量曲线的性质
 - 等产量曲线斜率向右下倾斜，即要素替代；
 - 任何两条等产量曲线不能相交
 - 等产量线一般都凸向原点



边际技术替代率



- 在维持产量水平不变的情况下，增加某种生产要素（L）一单位投入量时，必须减少另一种要素（K）的投入量。用公式表示为：

$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

（Marginal rate of technical substitution: MRTS）

- 等产量线的斜率（绝对值）：在固定产出不变的前提下，一种投入品替代另一种投入品的替代比率。即MRTS。



边际技术替代率



$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

**L对K的MRTS是其
边际产量的比率**

$$Q = f(L, K)$$

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK$$

$$Q \, dQ = 0;$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = MP_L; \frac{\partial Q}{\partial K} = MP_K$$



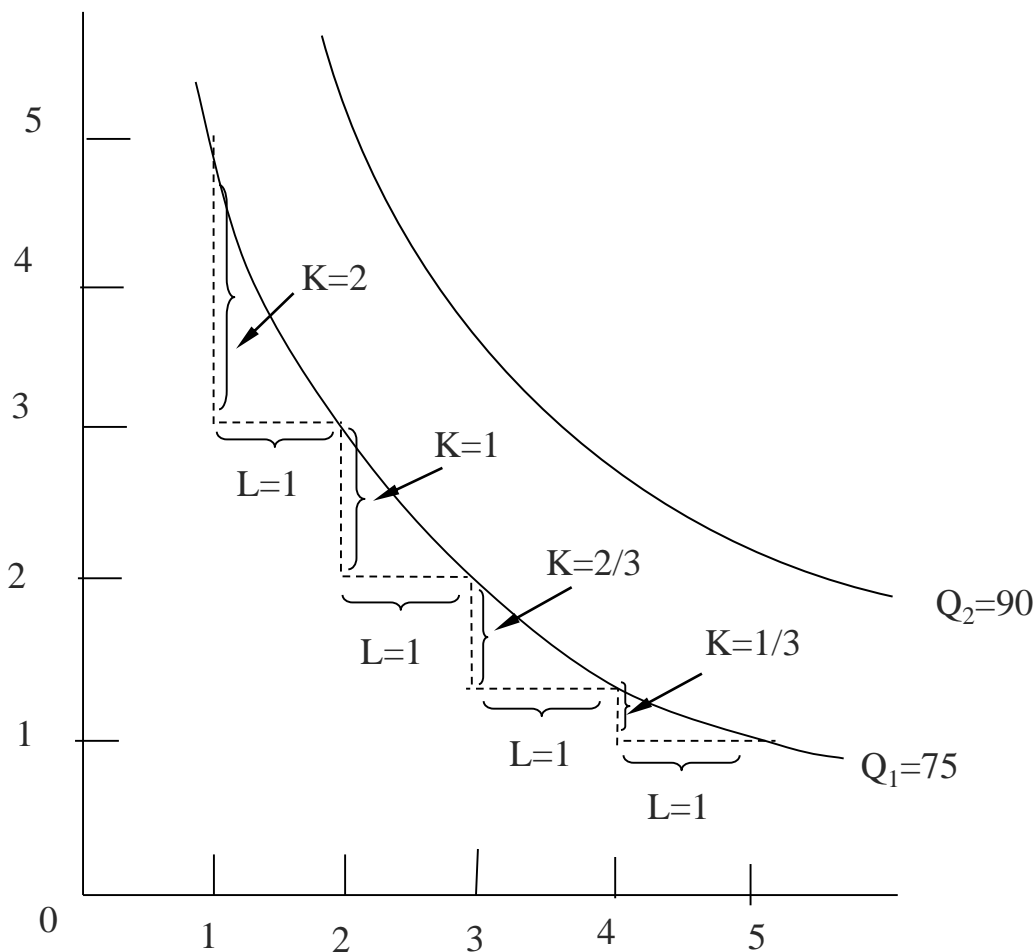
边际技术替代率递减



■ 等产量线凸向原点，几何含义表示曲线从左到右的斜率绝对值越变越小。即边际技术替代率越变越小。

■ 右图表示，产出为75等产量线的MRTS从2减少到1，到2/3，再到1/3。

每月投入资本



每月投入劳动



MRTS递减规律



- 在产量或其它条件不变的情况下，如果不断增加一种要素以替代另一生产要素，则一单位该生产要素所能替代的另一种生产要素的数量将不断减少。
- MRTS递减性质的经济含义是：
 - 当大量使用劳动来替代资本时，劳动的生产率会下降；
 - 大量使用资本来替代劳动时，资本的生产率会下降；
 - 生产过程应“平衡”和“适当”地利用劳动和资本。



不同形态的等产量线



■ 固定投入比例的等产量线

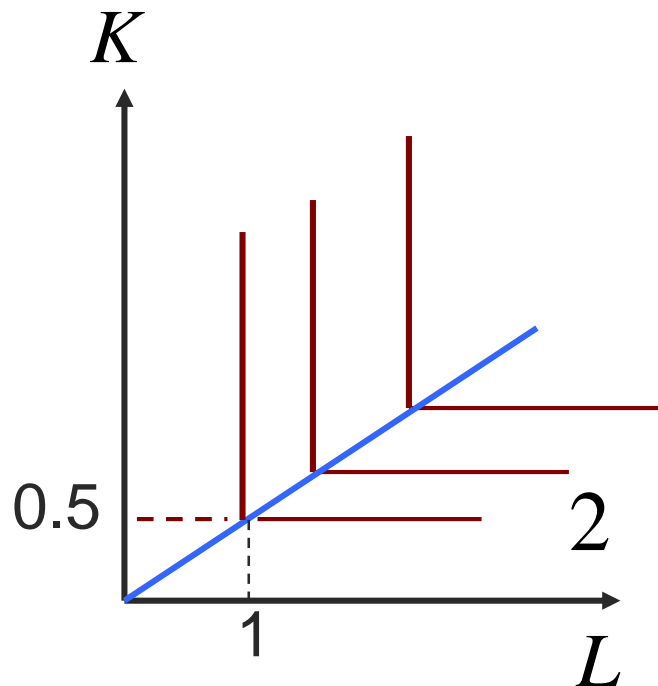
——生产要素之间完全互补

$$Q = \min\left\{ \frac{L}{u}, \frac{K}{v} \right\}$$

有效的投入组合——最小投入组合

$$Q = \frac{L}{u} = \frac{K}{v} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{v}{u}$$

$$Q = \min\{ 2L, 4K \}$$



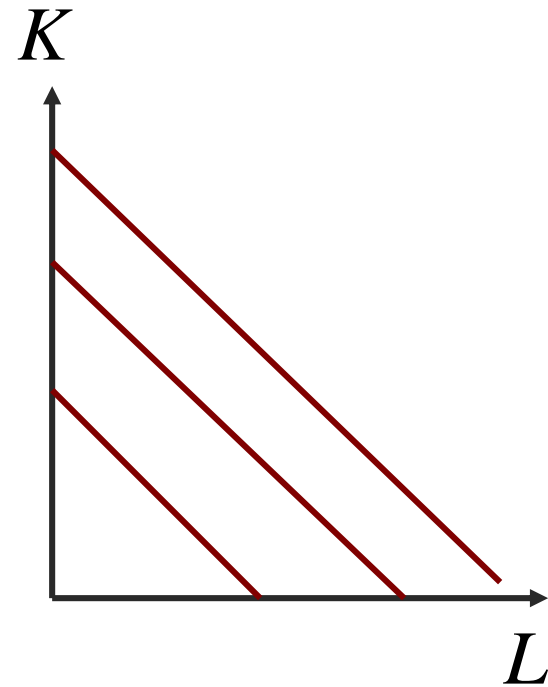


完全替代的等产量线



$$Q = aL + bK$$

$$MRTS_{LK} = \frac{a}{b}$$





规模报酬



- 在技术水平和要素价格不变时，所有投入要素按同一比例变动时，产量变动的情况。
- 三种不同类型规模收益的生产函数
 - 产量增加的比例大于各种生产要素增加的比例，称之为规模报酬递增。
 - 产量增加的比例等于各种生产要素增加的比例，称之为规模报酬不变。
 - 产量增加的比例小于各种生产要素增加的比例，称之为规模报酬递减。



规模报酬的解释



■ 规模报酬递增

- 一定的几何关系;
- 要素的不可分性;
- 生产规模→专业化生产与精细分工
 - 钢铁产业、汽车产业
- 网络效应
 - 自来水公司、电网

■ 规模报酬递减

- 管理成本上升
- 组织越大→管理成本递增
- 信息的沟通
- 行动的协调
- 代理成本



规模报酬的直观描述



- 如果 $Q = f(K, L)$, 同时 $t^k Q = f(tK, tL)$, t 为大于1的正实数
 - 若 $k > 1$, 称之规模报酬递增;
 - 若 $k < 1$, 称之规模报酬递减;
 - 若 $k = 1$, 称之规模报酬不变。



柯布一道格拉斯生产函数



■ 函数形式

$$Q = AL^{\alpha} K^{\beta} \quad (\alpha + \beta = 1)$$

■ 边际产量

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \alpha A \left(\frac{K}{L} \right)^{1-\alpha}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = (1 - \alpha) A \left(\frac{K}{L} \right)^{-\alpha}$$



柯布一道格拉斯生产函数



■ 要素报酬递减

$$\frac{\partial MP_L}{\partial L} = \frac{\partial Q^2}{\partial L^2} = \alpha(\alpha - 1)AL^{\alpha-2}K^{1-\alpha} < 0$$

$$\frac{\partial MP_K}{\partial K} = \frac{\partial Q^2}{\partial K^2} = \alpha(\alpha - 1)AL^{\alpha}K^{-1-\alpha} < 0$$



柯布一道格拉斯生产函数



■ 平均产量递减

$$AP_L = \frac{Q}{L} = AL^{\alpha-1}K^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial AP_L}{\partial L} = \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{Q}{L} \right) = (\alpha - 1)AL^{\alpha-2}K^{1-\alpha} < 0$$

$$AP_K = \frac{Q}{K} = AL^{\alpha}K^{-\alpha}$$

$$\frac{\partial AP_K}{\partial K} = \frac{\partial}{\partial K} \left(\frac{Q}{K} \right) = -\alpha AL^{\alpha}K^{-1-\alpha} < 0$$



柯布一道格拉斯生产函数



■ 产出弹性

$$E_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q} = \frac{\alpha}{L} Q \frac{L}{Q} = \alpha$$

$$E_K = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q} = \frac{\beta}{K} Q \frac{K}{Q} = \beta$$



柯布一道格拉斯生产函数



■ 产出弹性

$$E_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q} = \frac{\alpha}{L} Q \frac{L}{Q} = \alpha$$

$$E_K = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q} = \frac{\beta}{K} Q \frac{K}{Q} = \beta$$



柯布一道格拉斯生产函数



■ 边际技术替代率

$$MRTS_{LK} = -\frac{dK}{dL} = \frac{\partial Q}{\partial L} / \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{K}{L}$$

$$\frac{\partial MRTS_{LK}}{\partial L} = -\frac{\alpha}{\beta} KL^{-2} < 0$$

■ 规模报酬不变

$$Q' = A(\lambda L)^\alpha (\lambda K)^\beta = A\lambda^{\alpha+\beta} LK = \lambda Q \quad \text{since } \alpha + \beta = 1$$



范围经济



- 两种或两种以上的产品在同一企业生产的成本比分别生产的成本低的情况
 - 投入品成本的节省
 - 人力资源的优势
 - 营销渠道的共享
 - 生产技术的共享
 - 。 。 。
- 例子
 - 联合利华
 - 宝洁



范围经济



- 范围经济的另一个体现就是产品差异化的策略
 - 更充分的占领市场
- 扩大产品品种并非一定产生范围经济
 - 范围不经济