

# 课程作业3

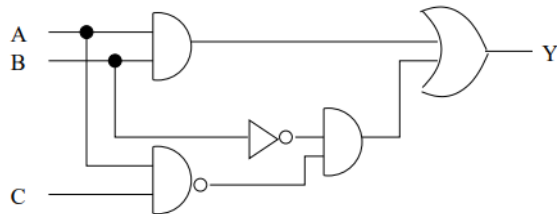
王昆 wangk@smail.nju.edu.cn

2023 年 5 月 1 日

题目1. 使用组合逻辑电路实现以下函数

$$Y = (A \cdot B) + \overline{(A \cdot C)} \cdot \bar{B}$$

解答.

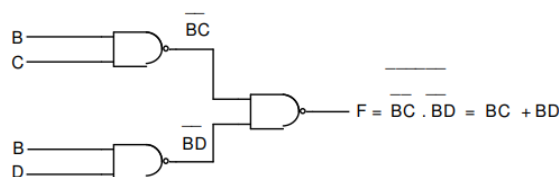


题目2. 使用卡诺图化简以下函数，并通过只含有NAND门的逻辑电路实现这个函数。

$$F = ABC + B\bar{C}D + \bar{A}BC$$

解答. 化简后为

$$F = BC + BD$$



**题目3.** 使用卡诺图化简以下函数，并只用NOR门画出简化函数的逻辑电路。

$$F(A, B, C, D) = \prod M(1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 14) \cdot d(7, 15)$$

**解答.**

**Ans:**

$$F = \prod M(1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 14) \cdot d(7, 15)$$

AB/CD	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	X	1
11	1	1	X	0
10	0	0	0	0

$\overline{B}C$   
 $AC$   
 $A\overline{B}$   
 $\overline{B}D$

$$F' = B'D + B'C + AC + AB'$$

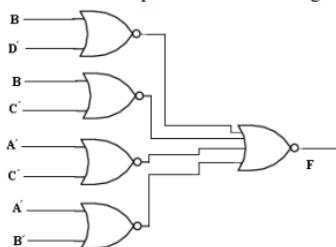
By Complementing F

$$\begin{aligned} F &= (B'D + B'C + AC + AB')' \\ &= [(B'D)'(B'C)'(AC)'(AB')']' \\ &= (B+D')(B+C')(A'+C')(A'+B) \end{aligned}$$

Taking complement twice and without opening the bracket

$$F = [(B+D') + (B+C')]'(A'+C') + (A'+B)]'$$

The logic circuit for the simplified function using NOR gates



**题目4.** 设计一个组合逻辑电路，其功能为统计三个输入A,B,C中'1'出现的次数，写出输出值对应的表达式，画出该电路对应的真值表以及电路图。

**解答.** 输出两位X和Y,其中 $X = A'BC + AB'C + ABC' + ABC$ ,  $Y = A'B'C + A'BC' + ABC' + ABC$ ，根据表达式写出真值表和电路图即可

**题目5.** 用多级与非门电路画出下列各式的与非逻辑图:

a)  $(\overline{A\overline{B}} + \overline{C\overline{D}})E + BC(A + B)$

b)  $w(x + y + z) + xyz$

**解答.**

a)

$$\begin{aligned} & (\overline{A\overline{B}} + \overline{C\overline{D}})E + BC(A + B) \\ &= (\overline{A\overline{B}} + \overline{C\overline{D}})E + BC\overline{\overline{A\overline{B}}} \end{aligned} \quad (1)$$

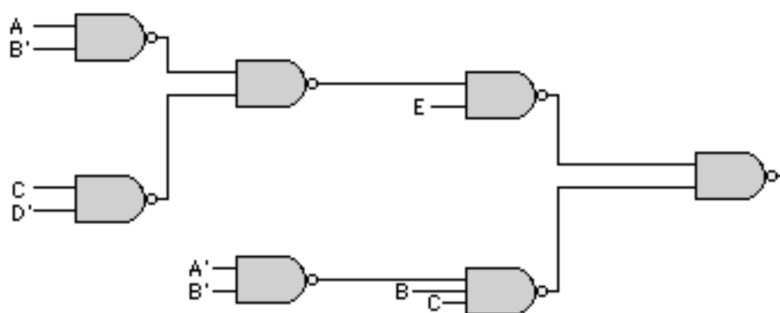


图 1: 题5-a

b)

$$\begin{aligned} & w(x + y + z) + xyz \\ &= w(\overline{\overline{xyz}}) + xyz \end{aligned} \quad (2)$$

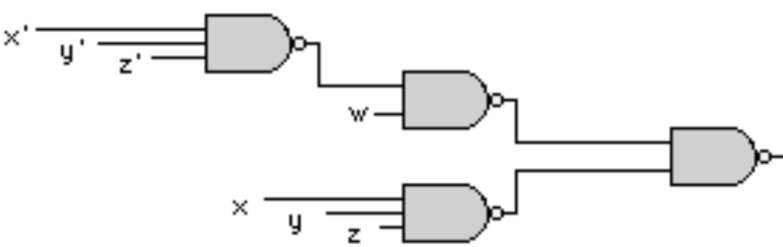
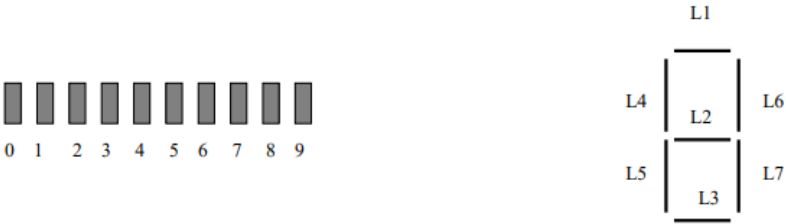


图 2: 题5-b

题目6. 考虑一个如图所示的数字显示器，根据左边10个不同的信号输入，能够输出显示0到9的数字。请写出该电路所对应的真值表。



解答.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

**题目7.** 设计一个3位输入的逻辑电路，显示输入中有偶数个还是奇数个'1'出现。写出输出值对应的表达式，画出该电路对应的真值表以及电路图。

**解答.** 设Y代表有偶数个1,则  $Y = A'BC + AB'C + ABC' + A'B'C'$ ，根据表达式写出真值表和电路图即可。

**题目8.** 给出两个2比特的自然数A(a2 a1)和B(b2 b1)，请设计一个电路计算它们差的绝对值 $|A - B|$ 。

**解答.**

电路需要共四位输入(a2, a1, b2, b1), 两位输出(c2, c1), 根据题意列出真值表:

A2	A1	B2	B1	C2	C1
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0

根据真值表可得到 C1 和 C2 表达式(可以借助卡诺图化简):

$$C2 = A2 \overline{B2} \overline{B1} + A2 A1 \overline{B2} + B2 \overline{A2} \overline{A1} + B2 B1 \overline{A2}$$

$$C1 = \overline{A1} B1 + \overline{B1} A1$$

**题目9.** 请证明n输入的或门可以用n-1个2输入的或门实现，并说明这句话对于或非门是否仍然适用。

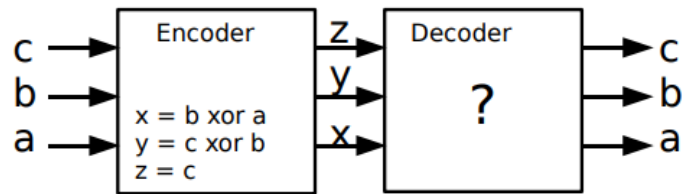
**解答.** 对于或门成立，因为

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + \dots = (((x_1 + x_2) + x_3) + x_4) + x_5 + \dots$$

对于或非门不适用，因为

$$((x_1 + x_2') + x_3')' = (x_1' \cdot x_2' + x_3') \neq (x_1 + x_2 + x_3)'$$

**题目10.** 一个编码器根据图中的方程式将其输入(c,b,a)编码为输出(z,y,x)。请设计一个解码器，从编码器的输出(z,y,x)中解码得到初始输入(c,b,a)。



**解答.** 列出真值表可得， $c = z$ ， $b = y \oplus z$ ， $a = x \oplus y \oplus z$

**题目11.** 基于4-路选择器实现下面的三变量函数，画出电路图。

$$F(A, B, C) = \sum m(1, 3, 5, 6)$$

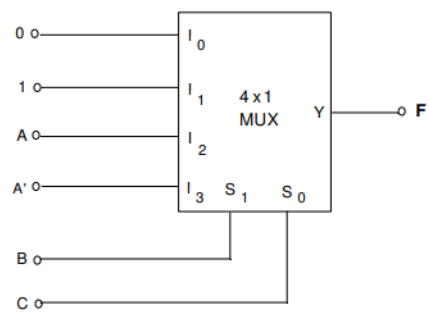
**解答.**

Minterm	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

**Table 7.1 Truth Table**

	$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$
$A'$	0	①	2	③
A	4	⑤	⑥	7
	0	1	A	$A'$

**Fig.7(a) Implementation Table**

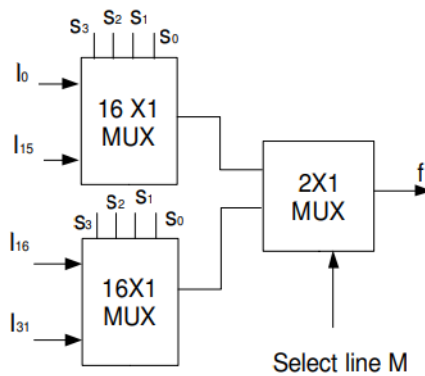


**Fig.7(b) Logic Diagram of 4X1 Multiplexer**

**题目12.** 用两个16-路选择器和一个2-路的选择器设计一个32-路选择器，画出示意图。

**解答.**

To design a 32 X 1 MUX using



Two 16 X 1 MUX & one 2 X 1

There are total 32 input lines and one O/P line. The 2 X 1 MUX will transmit one of the two I/P to output depending upon its select line M. For M = 0 upper MUX ( I<sub>0</sub> - I<sub>15</sub> ) will be selected and M = 1 lower MUX ( I<sub>16</sub> - I<sub>31</sub> ) will be selected.

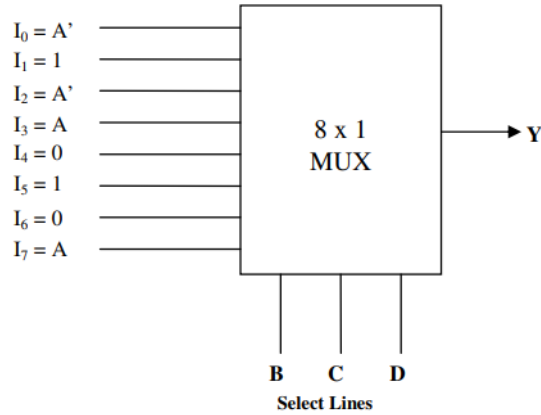
**题目13.** 基于8-路选择器实现下面的四变量函数，画出电路图。

$$Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 5, 9, 11, 13, 15)$$

**解答.**

	I <sub>0</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	I <sub>6</sub>	I <sub>7</sub>
A'	0	1	2	3	4	5	6	7
A	8	9	10	11	12	13	14	15
	A'	1	A'	A	0	1	0	A





**题目14.** 对下列逻辑表达式，找出对应2级AND-OR或OR-AND的所有静态冒险，设计能实现同样逻辑的无冒险的电路。

- (1)  $F = W \cdot X + W' \cdot Y'$
- (2)  $F = W \cdot Y + W' \cdot Z' + X \cdot Y' \cdot Z$
- (3)  $F = (W' + X + Y') \cdot (X' + Z')$
- (4)  $F = (W + Y + Z')(W + X' + Y + Z)(X' + Y')(X + Z)$

**解答.** 画出卡诺图寻找静态冒险。

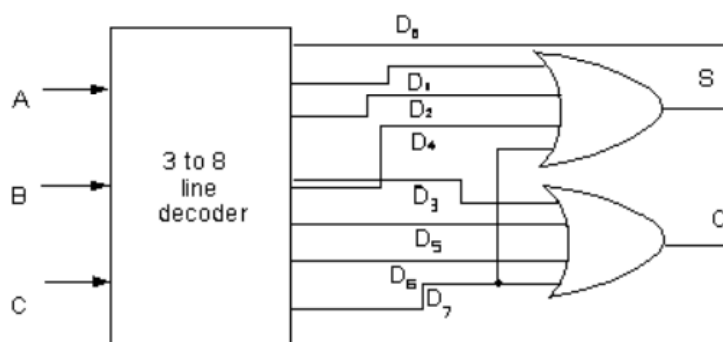
- (1)  $F = W \cdot X + W' \cdot Y' + X \cdot Y'$
- (2)  $F = W \cdot Y + W' \cdot Z' + X \cdot Y' \cdot Z + W' \cdot X \cdot Y' + W \cdot X \cdot Z + X \cdot Y \cdot Z'$
- (3)  $F = (W' + X + Y') \cdot (X' + Z') \cdot (W' + Y' + Z')$
- (4)  $F = (W + Y) \cdot (W + X') \cdot (Y' + Z) \cdot (X' + Y') \cdot (X + Z)$

**题目15.** 借助一个3-8译码器实现以下逻辑函数，并说明这个电路的作用。

- (1)  $S(A, B, C) = \sum m(1, 2, 4, 7)$
- (2)  $C(A, B, C) = \sum m(3, 5, 6, 7)$

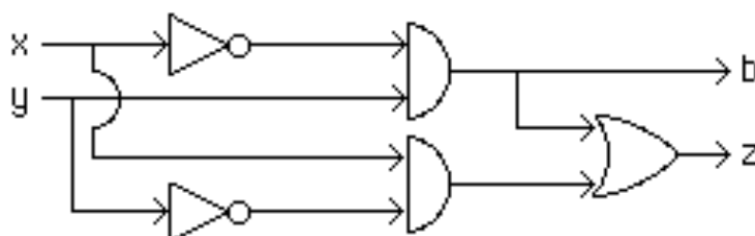
**解答.** 本质上是一个全加器。

**题目16.** 一个半减法器的输入是两位，输出是差位和借位。试用与门、或门和反相器构造一个半减法器电路。



**解答.** 设 $x$ 和 $y$ 为输入位，我们要在其中计算 $x - y$ 。有两个输出：差位 $z$ 和借位 $b$ 。

如果需要借位，则借位将为1，这仅在 $x = 0$ 且 $y = 1$ 时发生。因此 $b = \bar{x}y$ 。当 $x = 1$ 且 $y = 0$ 时，差异位将为1，当 $x = 0$ 且 $y = 1$ 时，差异位将为1；在 $x=y$ 的情况下，差异位将为0。因此我们有 $z = \bar{x}y + x\bar{y}$ ，这与 $b + x\bar{y}$ 相同。因此我们可以画出半减法器，如下所示。



**题目17.** 设计一个具有三个输入 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 以及三个输出 $A$ 、 $B$ 和 $C$ 的组合电路。

当二进制输入为0、1、2或3时，二进制输出比输入大1。

当二进制输入为4、5、6或7时，二进制输出比输入小1。

(提示：全加器可以使用方框图表示)

**解答.** 根据题意可得真值表：

显然 $C = \bar{z}$ 。用卡诺图分析 $A$ 、 $B$ ，如下图所示。 最终可以画出电路图：

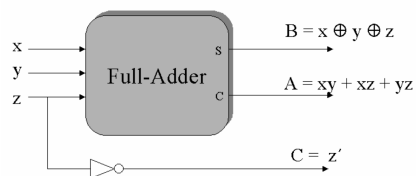
x	y	z	A	B	C
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

		$\longleftrightarrow y$			
$x \backslash yz$	00	01	11	10	
0			1		
1		1	1	1	

$$A = xy + xz + yz$$

		$\longleftrightarrow y$			
$x \backslash yz$	00	01	11	10	
0		1		1	
1	1		1		

$$B = x \oplus y \oplus z \quad C = z'$$

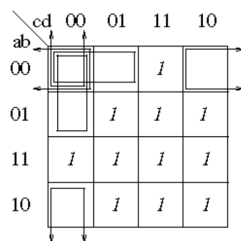


**题目18.** 逻辑函数 $F(A, B, C, D)$ 的定义是：只要输入为1的个数大于1，那么输出就为1。

- 求出 $F(A, B, C, D)$ 的最大项表达式。
- 使用三级门电路实现。第一级使用AND门，第二级使用OR门，第三级使用AND门。要求门电路个数最少。

**解答.**

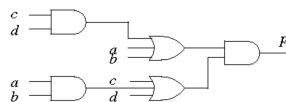
a)



$$F(a, b, c, d) = \prod(0, 1, 2, 4, 8)$$

b)

$$\begin{aligned} F' &= a'b'c' + a'b'd' + a'c'd' + b'c'd' \\ F &= (a+b+c)(a+b+d)(a+c+d)(b+c+d) \\ &= ([a+b]+c)([a+b]+d)(a+[c+d])(b+[c+d]) \\ &= ([a+b]+cd)(ab+[c+d]) \end{aligned}$$



[3 levels, 5 gates, 12 inputs]

**题目19.** 构造一个5-32译码器，使用4个带使能端的3-8译码器和一个2-4译码器。

**解答.**

