

# 第八次作业参考答案

By 梁文艺 朱映

## 1. 将下列命题形式化为谓词演算中的命题。

答案合理即可。

1. 所有的病人都相信医生;

答: 设  $P(x)$  表示  $x$  为病人,  $B(x)$  表示  $x$  相信医生,

$$\forall x(P(x) \rightarrow B(x))$$

2. 有的病人相信所有的医生;

答: 设  $D(x)$  表示  $x$  为医生,  $B(x, y)$  表示  $x$  相信  $y$ ,

$$\exists x(P(x) \wedge \forall y(D(y) \rightarrow B(x, y)))$$

3. 有的病人不相信某些医生;

$$\exists x(P(x) \wedge \exists y(D(y) \wedge \neg B(x, y)))$$

4. 所有的病人都相信某些医生;

$$\forall x(P(x) \wedge \exists y(D(y) \wedge B(x, y)))$$

5. 任意一个整数  $x$ , 均有另一个整数  $y$ , 使得  $x+y=0$ ;

答: 设  $I(x)$  表示  $x$  为整数,  $p(x, y)$  表示函数  $x+y$ ,  $E(x, y)$  表示  $x = y$ ,

$$\forall x(I(x) \rightarrow \exists y(I(y) \wedge E(p(x, y), 0)))$$

6. 存在这样的实数  $x$ , 它与任何实数  $y$  的乘积均为  $y$ 。

答: 设  $R(x)$  表示  $x$  为实数,  $m(x, y)$  表示函数  $x*y$ ,  $E(x, y)$  表示  $x = y$ ,

$$\exists x(R(x) \wedge \forall y(R(y) \rightarrow E(m(x, y), y)))$$

## 2. 设 $t$ 是项 $f_1^2(x_1, x_3)$ , $p(x_1)$ 是下面的公式。确定 $t$ 对 $p(x_1)$ 中的 $x_1$ 是否自由? 如果是自由的, 写出 $p(t)$ 。

1.  $\forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(x_1)$ ;

答: 自由, 原式中  $R_1^1(x_1)$  中  $x_1$  自由出现, 替换后不受约束,

$$p(t) = \forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(t)$$

2.  $\forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1))$ ;

答: 自由, 原式中  $x_1$  不自由出现,

$$p(t) = \forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1))$$

3.  $\forall x_2 R_1^1(f_1^1(x_2)) \rightarrow \forall x_3 R_1^3(x_1, x_2, x_3)$ ;

答: 不自由, 代换后  $t$  中  $x_3$  被约束。

4.  $\forall x_2 R_1^3(x_1, f_1^1(x_1), x_2) \rightarrow \forall x_3 R_1^1(f_1^2(x_1, x_3))$ ;

答: 不自由, 代换后  $t$  中  $x_3$  被约束。