离散数学期中考试备选题(2016年4月)

1. 【10'】用谓词逻辑表述以下命题，并给出其逻辑推理过程。
2. 硬的饼都不好吃，不硬的饼都是甜的，所以好吃的饼都是甜的。
3. 上了艺术课的高中生都很酷，有的聪明的高中生并不酷，所以有的聪明的高中生并没上艺术课。
4. 【10'】令 , , 和 为集合。试证明：
5. 【15'】定义实数集合上的“算术三角函数”集合如下：
6. 恒等函数 是算术三角函数；任意常函数（也就是常数）是算术三角函数；正弦函数sin(x) 是算术三角函数；
7. 若 和是算术三角函数，则 ，， 都是算术三角函数；
8. 没有其他的算术三角函数。

试以结构归纳法证明：若是算术三角函数则其导数也是算术三角函数。

1. 【10'】*A*和*B* 是非空集合，， 是一个函数。试证明：若*f* 是单射，则*X*与等势。
2. 【10'】令为所有仅由数字1、2或3构成的无限长的序列的集合。证明该集合不可数。
3. 【10'】试证明：若*p*是大于3的素数，则是24的倍数。
4. 【15'】*A*和*B*是两个非空集合。对任一个给定的函数 ，可定义*A*上的一个关系 如下：
   1. 试证明：关系 是等价关系。
   2. 对于非空集合 上的任意一个等价关系，试定义一个函数 使得 . (是*A*的幂集。)
5. 【20'】定义：偏序集是完全格（complete lattice）当且仅当 的任何一个子集 都有其最小上界（记为）和最大下界（记为）。  
   定义：从偏序集到偏序集的函数是一个单调函数当且仅当 。
   1. 请证明：若是非空有限集合，则格必是完全格。
   2. 请举出一个非空的偏序格但不是完全格的例子。
   3. 试证明（Tarski-Knaster定理）:

令是一个完全格，是一个单调函数，则有不动点，即存在一个 使得 。

（提示：令证明是一个不动点）

* 1. 试证明上述提示中的不动点是的最小不动点。