# 南京大学　电子科学与工程学院　全日制统招本科生

## 《数字信号处理》期末考试试卷　闭 卷

**任课教师姓名: 李 晨 庄建军**

**考试日期： 2015.6.27　　考试时长： 2 小时______分钟**

考生年级__________考生专业___________考生学号____________考生姓名_______________

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | |

一.（20 分）单项选择

| 本题得分 | |
|---|---|

**以下选择每题 2 分，共计 20 分**

1．下列哪个系统是移不变系统　　（ B ）

A. $T[x(n)]=g(n)x(n)$　B. $T[x(n)]=x(n-n_0)$　C. $T[x(n)]=nx(n)$　D. $T[x(n)]=\sum_{k=n_0}^{n} x(k)$

2．已知一 FIR 数字滤波器的系统函数 $H(z)=\dfrac{1+z^{-1}}{2}$，试判断滤波器的类型为（ A ）

A. 低通　B. 高通　C. 带通　D. 带阻

3．δ(n-1)的 Z 变换是　（ B ）

A. 1　B. $z^{-1}$　C. $2\pi\delta(\omega)$　D. $2\pi$

4．下面有关序列的傅里叶变换（DTFT）说法正确的是　（ A ）

A.时域为离散序列，频域为连续周期信号

B.时域为离散周期序列，频域也为离散周期序列

C.时域为离散无限长序列，频域为连续周期信号

D.时域为离散有限长序列，频域也为离散有限长序列

5．下列哪一个系统一定是因果系统　（ D ）

A. $y(n)=x(n-n_0)$　B. $y(n)=x(-n)$　C. $y(n)=3x(2n)$　D. $y(n)=th(n+1)x(n)$

6．设 H(z)是线性相位 FIR 系统，已知 H(z)中的 3 个零点分别为 1，0.8，1+j，该系统阶数至少为（ D ）

A. 4　B. 5　C. 6　D. 7

7．若序列 x(n)的长度为 30，则用基 2 的 FFT 算法计算 X(k)的复数乘法次数为　（ A ）

A. 80　B. 96　C. 128　D. 256

8．若序列的长度为 N，要能够由频域抽样信号 X(k)恢复原序列，而不发生时域混叠现象，则频域抽样点数 M 需满足的条件是　　( B )

A.N≥M　　B.N≤M　　C.N≤2M　　D.N≥2M

9． IIR 数字滤波器可以单独调整其零极点位置的结构是　　( D )

A.直接 I 型　　B. 典范型　　C. 并联型　　D.级联型

10．有关 IIR 数字滤波器特点说法正确的是　　（ C ）

A. h(n)有限长

B.实现同样的性能阶次高的多

C.可用模拟滤波器设计

D.可用 FFT 计算

二.（30 分）填空（**每空 2 分**）

| 本题得分 | |
|---|---|

1．序列$x(n) = A\cos(\frac{3\pi}{7}n - \frac{5\pi}{8})$的周期为 14 。

2． 单位响应为 h(n)的 LTI 系统，输入 x(n)时，输出 y(n)；输入为 3x(n-2)+2δ(n-1)，输出为 3y(n-2) +2h(n-1) 。

3． 已知序列 x(n)的傅里叶变换为$X(e^{j\omega})$，则序列 $x_1(n) = x(1-n) + x(-1-n)$ 的傅里叶变换为 $2\cos\omega X(e^{-j\omega})$

4．为了改善计算序列 DFT 时出现的栅栏效应，可以采取的措施是 补零 。

5． 设计一个 N 点的 FIR 线性相位带通滤波器的 $h$(n)应该满足的条件是:$h(n)$= $h(N-1-n)$。

6．时域 N 点的有限长序列 $x(n)$ 有 $X(e^{j\omega})$，对 $X(e^{j\omega})$ 进行 M 点均匀抽样，则时域中对应的新序列 $y(n)$和原序列 $x(n)$的关系是：$y(n) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} x(n+rM)$ 。

7．对 N 点 $x(n)$有 $X(k)$ = DFT[$x(n)$],则 IDFT{Re[$X(k)$]}= $\frac{1}{2}[x(n) + x((N-n))_N]R_N(N)$。

8．某序列 DFT 的表达式是 $X(k)=\sum_{n=0}^{5} x(n)W_8^{kn}$，由此可看出，该序列的时域长度是 6 ，变换后数字频域上相邻两个频率样点之间隔是 $\frac{\pi}{4}$ 。

9．冲激响应不变法作为模拟滤波器逼近数字滤波器的常用方法，其优点是① 时域逼近良好， ② 保持线性关系 ，缺点是 频域发生混叠 。

10. 用窗函数设计法设计FIR数字滤波器时，阻带最小衰减由 窗形状 决定 ，过渡带宽则与 窗形状 和 窗宽 有关。

三．（20 分）简单计算（每题 5 分）

| 本题得分 | |
|---|---|

1．一个长度为 8 的序列 $x(n)$在$0 \le n \le 7$之外为零，其 8 点的 $DFT$ 为$X(k) = 1 + 2\sin(\frac{2\pi k}{8}) + 3\cos\left(\frac{4\pi k}{8}\right) + 4\sin(\frac{6\pi k}{8})$ ，计算 $x(n) = \mathrm{IDFT}[X(k)]$

解：

$$X(k) = 1 - j\left(e^{j\frac{2\pi k}{8}} - e^{-j\frac{2\pi k}{8}}\right) - \frac{3}{2}j\left(e^{j\frac{4\pi k}{8}} - e^{-j\frac{4\pi k}{8}}\right) - 2j\left(e^{j\frac{6\pi k}{8}} - e^{-j\frac{6\pi k}{8}}\right)$$ ---2 分

$$= 1 - je^{j\frac{2\pi k}{8}} + je^{-j\frac{2\pi k}{8}} - \frac{3}{2}je^{j\frac{4\pi k}{8}} + \frac{3}{2}je^{-j\frac{4\pi k}{8}} - 2je^{j\frac{6\pi k}{8}} + 2je^{-j\frac{6\pi k}{8}}$$

$$= 1 - je^{j\frac{2\pi}{8}k} + je^{j\frac{2\pi}{8}7k} - \frac{3}{2}je^{j\frac{2\pi}{8}2k} + \frac{3}{2}je^{j\frac{2\pi}{8}6k} - 2je^{j\frac{2\pi}{8}3k} + 2je^{j\frac{2\pi}{8}5k}$$

$$= 1 - je^{j\frac{2\pi}{8}k} - \frac{3}{2}je^{j\frac{2\pi}{8}2k} - 2je^{j\frac{2\pi}{8}3k} + 2je^{j\frac{2\pi}{8}5k} + \frac{3}{2}je^{j\frac{2\pi}{8}6k} + je^{j\frac{2\pi}{8}7k}$$ ---1 分

$$x(n) = \delta(n) - j\delta(n-1) - \frac{3}{2}j\delta(n-2) - 2j\,\delta(n-3) + 2j\delta(n-5) + \frac{3}{2}j\delta(n-6) + j\delta(n-7)$$

或$x(n) = \left\{1, -j, \frac{-3}{2}j, 0, -2j, 2j, \frac{3}{2}j, j\right\}$ ---2 分

2．研究一个输入为$x(n)$和输出为$y(n)$的时域线性离散移不变系统，已知它满足$y(n-1) - \frac{10}{3}y(n) + y(n+1) = x(n)$并已知系统是稳定的，试求其单位抽样响应。

解：对差分方程两边取 z 变换

$$z^{-1}Y(z) - \frac{10}{3}Y(z) + zY(z) = X(z)$$

得系统函数：$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{z^{-1} - \frac{10}{3} + z} = \frac{1z}{Z^2 - \frac{10}{3}z + 1} = \frac{z}{(z-\frac{1}{3})(z-3)}$, ---1 分

零点：$z = 0, \infty$

极点：$z = \frac{1}{3}, 3$

因为系统稳定，所以$\mathrm{ROC}: \frac{1}{3} < |z| < 3$ ----1 分

$$\frac{H(z)}{z} = \frac{1}{(z-\frac{1}{3})(z-3)} = \frac{A_1}{(z-\frac{1}{3})} + \frac{A_2}{(z-3)}$$

$$A_1 = Res\left(\frac{H(z)}{z}\right)_{z=\frac{1}{3}} = -\frac{3}{8}$$

$$A_2 = Res\left(\frac{H(z)}{z}\right)_{z=3} = \frac{3}{8}$$

$$H(z) = \frac{-\frac{3}{8}z}{(z-\frac{1}{3})} + \frac{\frac{3}{8}z}{(z-3)},\ \mathrm{ROC}: \frac{1}{3} < |z| < 3$$ ---1 分

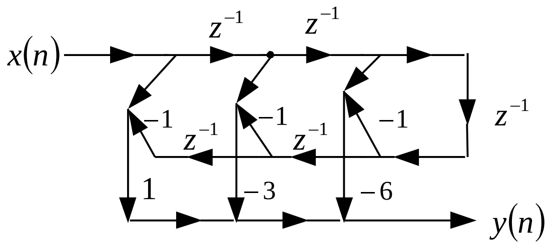
$$\frac{z}{\left(z-\frac{1}{3}\right)} \xrightarrow{|z|>\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) \qquad \frac{-z}{(z-3)} \xrightarrow{|z|<3} 3^n u(-n-1)$$

$$h(n)=-\frac{3}{8}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)-\frac{3}{8}3^n u(-n-1)$$ ----2 分

3．仔细观察下图。

（1）　这是什么类型具有什么特性的数字滤波器？

（2）　写出其差分方程和系统函数。




解：

（1）因为 $h(n)$ 为奇对称，N=6 为偶数。

所以是第四类线性相位的 FIR 数字滤波器，适合用做希尔伯特滤波器及微分器。

---2 分

（2）系统函数：$H(z)=1-3z^{-1}-6z^{-2}+6z^{-3}+3z^{-4}-z^{-5}$　　---1 分

差分方程：$y(n)=x(n)-3x(n-1)-6x(n-2)+6x(n-3)+3x(n-4)-x(n-5)$

---2 分

4．若 $x(n)=R_5(n)$，

（1）求此序列的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$，并大致画出其幅度谱。

（2）计算 x(n)8 点的 DFT，并在 $X(e^{j\omega})$ 的幅度谱上标出 $X(k)$所在的点。

解：

（1）$X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\omega n}=\sum_{n=0}^{4}x(n)e^{-j\omega n}=\frac{1-e^{-j5\omega}}{1-e^{-j\omega}}=\frac{e^{-j\frac{5}{2}\omega}\left(e^{j\frac{5}{2}\omega}-e^{-j\frac{5}{2}\omega}\right)}{e^{-j\frac{\omega}{2}}\left(e^{j\frac{\omega}{2}}-e^{-j\frac{\omega}{2}}\right)}$

$=e^{-j2\omega}\frac{\sin\frac{5}{2}\omega}{\sin\frac{\omega}{2}}$，　---2 分　　　　---幅度谱 1 分，标出 X(k)位置 1 分

（2）$X(k)=X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{8}k}=e^{-j\frac{\pi k}{2}}\frac{\sin\frac{5}{8}\pi k}{\sin\frac{\pi k}{8}}$　　---1 分

四.（10 分）已知一个有限长序列 $x(n)=2\delta(n)-\delta(n-4)$

| 本题得分 | |
|---|---|

（1）　求它的 8 点离散傅里叶变换 X(k)

（2）　已知序列 $y(n)$ 的 8 点离散傅立叶变换为 $Y(k)=W_8^{3k}X(k)$，求序列 $y(n)$

（3）　已知序列 $m(n)$ 的 8 点离散傅立叶变换为 $M(k)=X(k)Y(k)$，求序列 $m(n)$

解：

（1）　$X(k)=\sum_{n=0}^{7}[2\delta(n)-\delta(n-4)]W_8^{nk}=2-(-1)^k, k=0,\dots,7$　　　---2 分

（2）　$y(n)=x((n-3))_8=2\delta(n-5)-\delta(n-1)$　　　---2 分

（3）　$Y(k)=\sum_{n=0}^{N}y(n)W_N^{nk}=2W_8^{5k}-W_8^{k}$　　　---2 分

$M(k)=X(k)Y(k)=5W_8^{5k}-4W_8^{k}$　　　---2 分

$m(n)=-4\delta(n-1)+5\delta(n-5)$　　　---2 分

五.（10 分）已知 $x(n)$是 4 点的实序列，并且已知 $X(k)$ = DFT[$x(n)$]的前 3 个值为：6，-1+j，4。

| 本题得分 | |
|---|---|

（1）　求 $X(3)$的值；

（2）　写出利用 FFT 程序来实现 IFFT 的步骤。

（3）　按照（2）中的方法，计算出 4 点序列 x(n)=IDFT[$X(k)$]，要求画出按频率抽选（DIF）输入自然序输出倒位序的基-2 FFT 蝶形运算流图来完成具体计算过程。

解：

（1）　x(n)是实序列，X(k)是圆周共轭对称分量，即

$$X(k)=X^*\big((N-k)\big)_N R_N(k)$$

$X(3)=X^*\big((4-3)\big)_4 R_4(k)=X^*(1)=-1-j$　　　---2 分

（2）

1）对 X(k)取共轭得$X^*(k)$；

2）对$X^*(k)$做 N 点 FFT；

3）对 2）中结果取共轭并除以 N　　　---4 分

（3）$X^*(k)=\{6，-1-j,4,-1+j\}$对$X^*(k)$画 DIF　FFT 流程图，再乘以 1/4，

得　x(n)={ 2, 0,3, 1}

---4 分

六.（10 分）用双线性变换法设计一个 Butterworth 数字低通滤波器，要求在频率低于 $0.2\pi$rad 的通带内幅度特性下降小于 1dB，在频率 $0.3\pi$ 到 $\pi$ 之间的阻带内，衰减大于 15dB。

| 本题得分 | |
|---|---|

解：

（1）　由数字滤波器技术指标：

$$\omega_p = 0.2\pi\, rad \qquad \delta_1 = 1dB$$

$$\omega_s = 0.3\pi\, rad \qquad \delta_2 = 15dB$$

（2） 考虑预畸变，得模拟滤波器技术指标，选 T=1s

$\Omega_p = \frac{2}{T}\tan\frac{\omega_p}{2}$=0.65rad/s $\quad \delta_1 = 1dB$

$\Omega_s = \frac{2}{T}\tan\frac{\omega_s}{2}$=0.65rad/s $\quad \delta_{12} = 15dB$ ———2 分

（3） 设计 Butterworth 模拟低通滤波器

确定参数

$\lambda_{sp} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = 1.568 \qquad k_{sp} = \sqrt{\frac{10^{0.1\delta_1 - 1}}{10^{0.1\delta_2 - 1}}} = 0.092$

$N = -\frac{\log k_{sp}}{\log\lambda_{sp}} = 5.306$ 取 N=6

$\Omega_c = \Omega_s(10^{0.1\delta_2})^{-\frac{1}{2N}}$=0.7662 rad/s ---求出 N 和$\Omega_c$2 分

用阻带技术指标，使得通带特性较好

求出极点（左半平面）

$$s_k = \Omega_c e^{j[\frac{1}{2}+\frac{2k-1}{2N}]\pi} \quad k = 1,2,\ldots,6$$

构造系统函数

$$H_a(s) = \frac{{\Omega_c}^6}{\prod_{k=1}^{6}(s - s_k)}$$

或者由 N=6，直接查表得 ———2 分

$$H_{an}(s) = \frac{1}{1 + 3.8637s + 7.4641s^2 + 9.1416s^3 + 7.4641s^4 + 3.8637s^5 + s^6}$$

去归一化

$H(s) = H_{an}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)$ ———2 分

$$= \frac{0.2024}{(s^2 + 0.396s + 0.5871)(s^2 + 1.083s + 0.5871)(s^2 + 1.480s + 0.5871)}$$

（4） 将$H_a(s)$变换成数字滤波器 ---2 分

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$$= \frac{1}{(1 - 1.268z^{-1} + 0.7051z^{-2})} \frac{1}{(1 - 1.010z^{-1} + 0.358z^{-2})} \frac{1}{(1 - 0.9044z^{-1} + 0.2155z^{-2})}$$