2016－2017 第一学期“信号与系统”期中试卷

班级 电子大一班 学号 151180013 姓名 陈建　　95

26　1．填空和简答（26 分）

（1）（2 分）计算 $2\sin t\cdot\delta(-0.5t-\frac{\pi}{12})+\int_0^{\infty}(2\cos t+2t)\delta(-2t+\frac{\pi}{3})dt=$ $(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3})-2\delta(t+\frac{\pi}{6})$

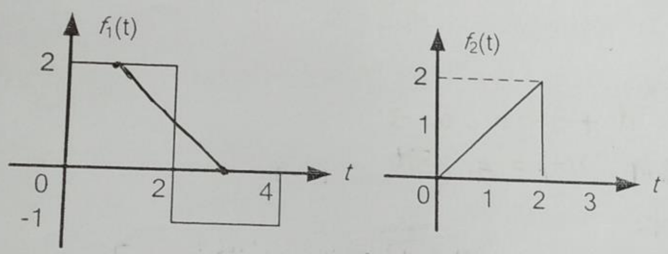
（2）（2 分）已知 $f(t)=2[\cos(5t)]^2-5\sin[15(t-1)]$，$f(t)$周期 $T=$ ~~$\frac{6\pi}{5}$~~ $\frac{2\pi}{5}$

（3）（4 分）$\cos(\frac{4}{3}\pi t-\frac{1}{3}\pi)*\delta(t-0.5)=$ $-\cos(\frac{4\pi}{3}t)$

$[t\,u(t-1)]*u(t-2)=$ $[\frac{1}{2}t^2-2t+\frac{3}{2}]u(t-3)$

（4）（2 分）已知信号 $f(t)$的单边拉氏变换 $F(s)=\frac{2s^2-s+1}{s^2+s+1}$，则 $f(0_+)=$ -3

（5）（4 分）信号 $f_1(t)$和 $f_2(t)$波形图如下，设 $y(t)=f_1(t)*f_2(t)$，则 $y(3)=$ $\frac{5}{2}$

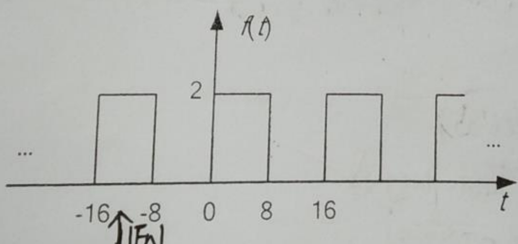


（6）（4 分）已知 $r(t)=2e(2t+1)\cdot\cos(t+1)$，请判断该系统：

是线性的（√）、时不变的（×）、因果的（×）、稳定的（√）。

（7）（8 分）如下图所示的周期信号 $f(t)$，请大致画出指数形式傅立叶级数的幅度频谱。并请标注其三角函数形式的傅里叶级数中可能出现的分量形式：

直流（√）、余弦（×）、正弦（√）、奇次谐波（√）、偶次谐波（×）



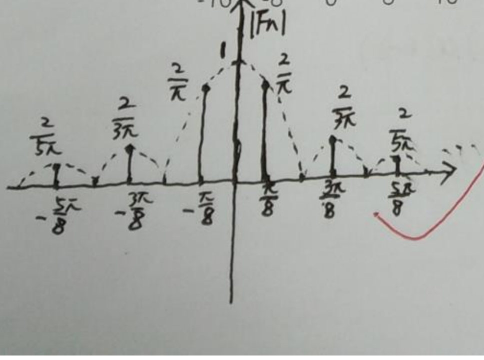
$$F_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

$$=\frac{1}{16}\int_0^8 2e^{-jn\frac{\pi}{8}t}dt$$

$$=\frac{1}{8}\times\frac{8}{-jn\pi}e^{-j\frac{n\pi}{8}t}\Big|_0^8$$

$$=\frac{1}{-jn\pi}((-1)^n-1)$$

$$=\frac{j}{n\pi}((-1)^n-1)$$



$\because n=1,3,5\cdots$　$F_n=\frac{-2j}{n\pi}$，$|F_n|=\frac{2}{n\pi}$

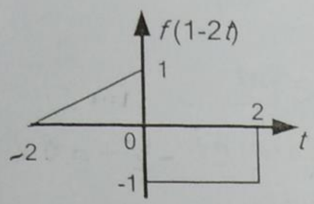
$n=0$，$|F_0|=1$

$n=2,4,8\cdots$　$F_n=0$.

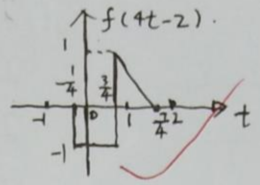
幅度频谱如右图．

2. (12 分)已知信号 $f(1-2t)$ 的波形如下图所示。(1)画出信号 $f(4t-2)$ 的波形。(2) 若信号 $f(1-2t)$ 的傅立叶变换为 $F(\omega)$，求信号 $f(4t-2)$ 的傅立叶变换。(用 $F(\omega)$的形式表示)。

12



解：(1)



(2). $\mathcal{F}[f(1-4t)] = \frac{1}{2}F(\frac{w}{2})$

$\mathcal{F}[f(-2-4t)] = \frac{1}{2}F(\frac{w}{2})e^{j\frac{3}{4}w}$

$\mathcal{F}[f(4t-2)] = \frac{1}{2}F(-\frac{w}{2})e^{-j\frac{3}{4}w}$

3. (12 分)分别求下列信号的单边拉普拉斯变换

12

(1) $f_1(t)=(t^2-1)e^{-2t}u(t-1)$ (2) $f_2(t)=2\sin\pi(t-1)[u(t)-u(t-1)]$

解：(1) $f_1(t) = (t-1+2)(t+1)e^{-2(t-1)-2}u(t+1)$

$= e^{-2}[(t-1)^2 e^{-2(t-1)}u(t-1) + 2(t-1)e^{-2(t-1)}u(t-1)]$

$\mathcal{L}[t^2u(t)] = \frac{2}{s^3}$，$\mathcal{L}[tu(t)] = \frac{1}{s^2}$

$\therefore \mathcal{L}[f_1(t)] = e^{-2}\left[\frac{2}{(s+2)^3} + \frac{2}{(s+2)^2}\right]e^{-s}$

$= \frac{2s+6}{(s+2)^3}e^{-(s+2)}$

(2). $f_2(t) = 2\sin\pi(t-1)u(t) - 2\sin\pi(t-1)u(t-1)$

$= -2\sin\pi t\, u(t) - 2\sin\pi(t-1)u(t-1)$

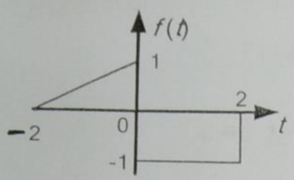
$\mathcal{L}[\sin\pi t\, u(t)] = \frac{\pi}{s^2+\pi^2}$

$\therefore \mathcal{L}[f_2(t)] = \frac{\pi}{s^2+\pi^2}(-2-2e^{-s})$

$= \frac{-2\pi}{s^2+\pi^2}(1+e^{-s})$

10

4. (10 分) 求 $f(t)$ 的傅氏变换 $F(\omega)$



解：$f'(t) = \frac{1}{2}[u(t+2) - u(t)] - 2\delta(t) + \delta(t-2)$

$\mathcal{F}[u(t+2) - u(t)] = 2Sa(w)e^{jw}$

$\mathcal{F}[\delta(t)] = 1$

$\mathcal{F}[\delta(t-2)] = e^{-2jw}$

$\therefore \mathcal{F}[f'(t)] = Sa(w)e^{jw} - 2 + e^{-2jw}$

$= jwF(w)$

$\therefore F(w) = \frac{1}{jw}\left(Sa(w)e^{jw} - 2 + e^{-2jw}\right)$

13

5.（15 分）已知：时域信号 $f_0(t) = 5Sa(10t)$，且 $f(t) = f_0(t)\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-\frac{2\pi}{40}n)$

(1) 求信号 $f_0(t)$ 的傅氏变换 $F_0(\omega)$。

(2) 求 $f(t)$ 的傅氏变换 $F(\omega)$ 并大致画出该频谱波形。

解：(1) $\because \mathcal{F}[Sa(\frac{w_c}{2}t)] = \frac{2\pi}{w_c}[u(w+\frac{w_c}{2}) - u(w-\frac{w_c}{2})]$

$\mathcal{F}[5Sa(10t)] = \frac{\pi}{2}\cdot[u(w+10) - u(w-10)]$

故 $F_0(w) = \frac{\pi}{2}[u(w+10) - u(w-10)]$

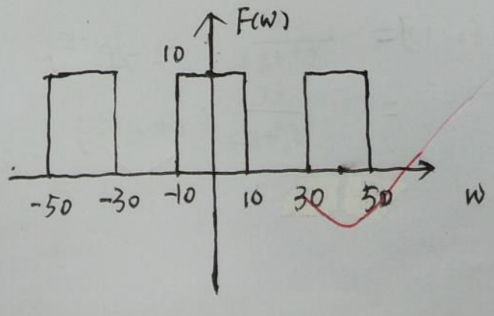
(2) $\mathcal{F}[\delta(t-\frac{2\pi}{40}n)] = 2\pi P_n\delta(w-40n)$

$\therefore F(w) = \frac{1}{2\pi}[2\pi P_n\delta(w-40n)] * F_0(w)$

$= P_n F_0(w-40n)$

$P_n = \frac{20}{\pi}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta(t)e^{-jnw_1t}dt = \frac{20}{\pi}$

$\therefore F(w) = \cancel{\frac{20}{\pi}\cdot} F_0(w-40n)$，图像如下：



6.（10 分）已知一线性时不变系统，在相同 0_- 条件下，当激励为 $e(t)$ 时，其全响应为 $r_1(t)=\left[2e^{-3t}+\sin(2t)\right]u(t)$；当激励为 $2e(t)$ 时，其全响应为 $r_2(t)=[e^{-3t}+2\sin(2t)]u(t)$。求：(1) 0_- 条件不变，当激励为 $e(t-1)$ 时的全响应 $r_3(t)$。(2) 0_- 条件增大 1 倍，当激励为 $0.5e(t)$ 时的全响应 $r_4(t)$ 。

解：(1) $r_{zi}(t)+r_{zs1}(t)=r_1(t)$

$r_{zi}(t)+r_{zs2}(t)=r_2(t)$

其中 $r_{zs2}(t)=2r_{zs1}(t)$

故得 $r_{zi}(t)=2r_1(t)-r_2(t)$

$=3e^{-3t}u(t)$

$r_{zs1}(t)=[\sin(2t)-e^{-3t}]u(t)$

$r_{zs3}(t)=r_{zs1}(t-1)=[\sin(2t-2)-e^{-3(t-1)}]u(t-1)$

故 $r_3(t)=r_{zs3}(t)+r_{zi}(t)=[\sin(2t-2)-e^{-3(t-1)}]u(t-1)+3e^{-3t}u(t)$.

(2) 0_- 增大一倍，则 $r_{zi}(t)$ 增大一倍，为

$6e^{-3t}u(t)$

激励为 $0.5e(t)$ 时：

$r_4(t)=\frac{1}{2}r_{zs1}(t)+2r_{zi}(t)$

$=(\frac{1}{2}\sin(2t)-\frac{1}{2}e^{-3t}+6e^{-3t})u(t)$

$=(\frac{1}{2}\sin(2t)+\frac{11}{2}e^{-3t})u(t)$

12

7.（15 分）给定系统微分方程 $r'(t)+3r(t)=2e'(t)$，若激励信号 $e(t)=u(t)-u(t-2)$，起始状态为：$r(0_-)=2$。

求单位冲激响应 $h(t)$、零输入响应 $r_{zi}(t)$、零状态响应 $r_{zs}(t)$。

特征方程：$\alpha+3=0$，$\alpha=-3$

解：齐次解 $r(t)=A_1e^{-3t}$

$e(t)=\delta(t)$ 时：

$r'(t)+3r(t)=2\delta'(t)$.

设 $r'(t)=2\delta'(t)+b\delta(t)+c\Delta u(t)$ $(0_-<t<0_+)$

$r(t)=2\delta(t)+b\Delta u(t)$

即有：$2\delta'(t)+(b+6)\delta(t)=2\delta'(t)$

$b=-6$

故有 $r(0_+)-r(0_-)=-6$, $r(0_+)=-6$

$\therefore r(0_+)=A_1=-6$

(1) 冲激响应：$h(t)=-6e^{-3t}u(t)$

(2) $r_{zs}(t)=e(t)*h(t)$

$=-6e^{-3t}u(t)*(u(t)-u(t-2))$

$=-6e^{-3t}u(t)*u(t)+6e^{-3t}u(t)*u(t-2)$

$=2(e^{-3t}-1)u(t)-2(e^{-3(t-2)}-1)u(t-2)$

(3). 由 $r(0_-)=2$，即 $A_1=2$

$\therefore r_{zi}(t)=2e^{-3t}u(t)$