

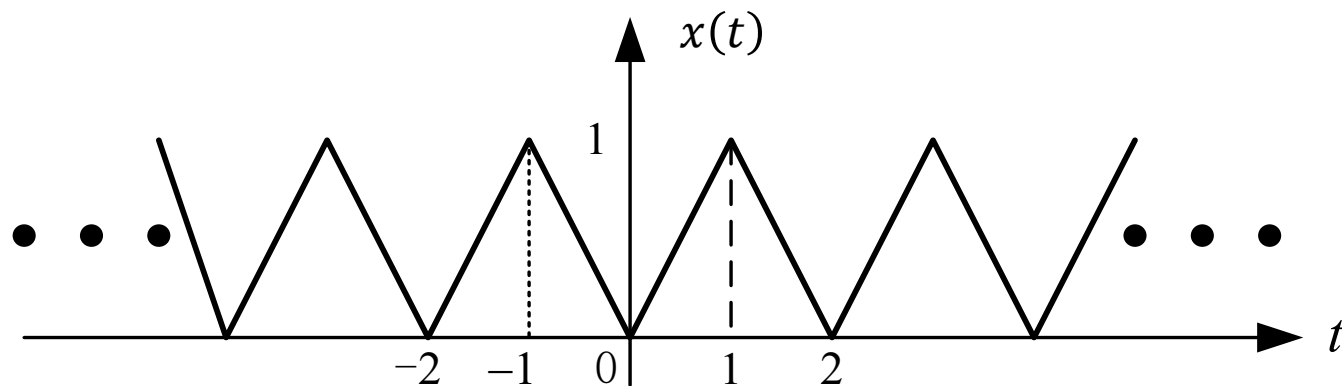
04 信号的傅里叶级数

如何从频率角度重构周期信号



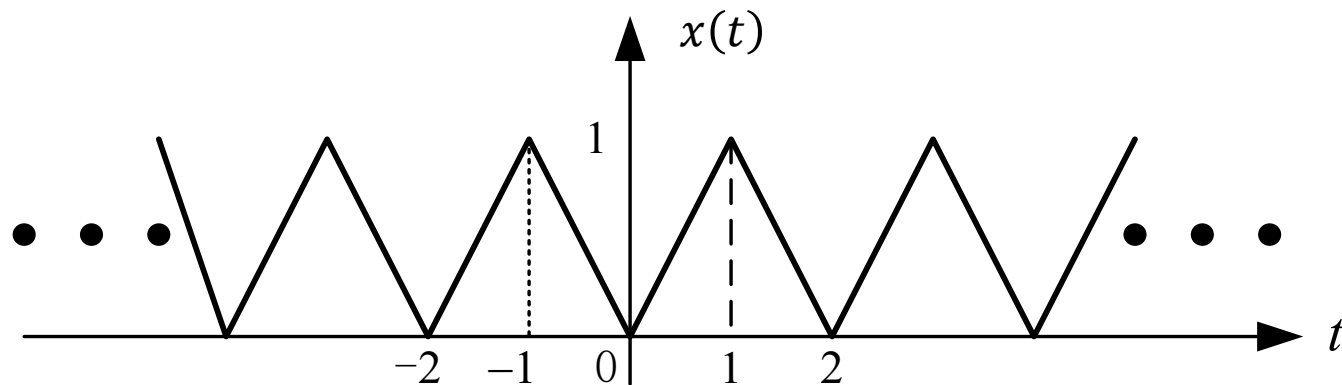
傅里叶级数计算

计算图示周期矩形脉冲信号的傅里叶级数展开式。



傅里叶级数计算

计算图示周期矩形脉冲信号的傅里叶级数展开式。



■ 傅里叶级数展开形式为:

$$\begin{aligned} X_n &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot e^{-jn\omega t} dt = \frac{1}{T} \int_{-1}^0 -te^{-jn\omega t} dt + \int_0^1 te^{-jn\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2jn\omega} \left(te^{-jn\omega t} \Big|_{-1}^0 - \int_{-1}^0 e^{-jn\omega t} dt - te^{-jn\omega t} \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-jn\omega t} dt \right) = \frac{1}{(n\pi)^2} (\cos n\pi - 1) = \begin{cases} -\frac{2}{(n\pi)^2}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2}, & n = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

傅里叶级数计算

给定 $x(t) = 3 \cos(\omega t + 4)$, 求 X_n 。

傅里叶级数计算

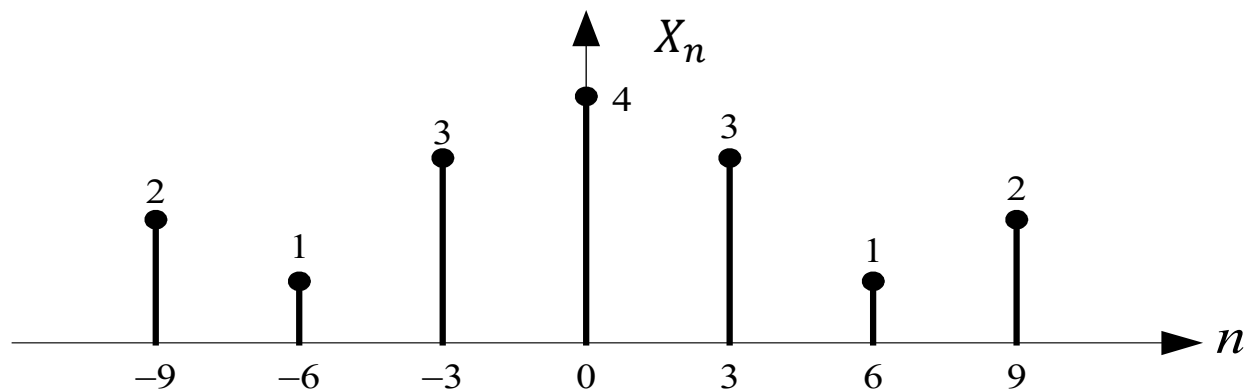
给定 $x(t) = 3 \cos(\omega t + 4)$, 求 X_n 。

- $x(t) = 3 \cos(\omega t + 4) = 3 \times \frac{1}{2} (e^{j(\omega t + 4)} + e^{-j(\omega t + 4)})$

因此 $X_1 = \frac{3}{2} e^{j4}, X_{-1} = \frac{3}{2} e^{-j4}, X_n = 0, n \neq \pm 1$

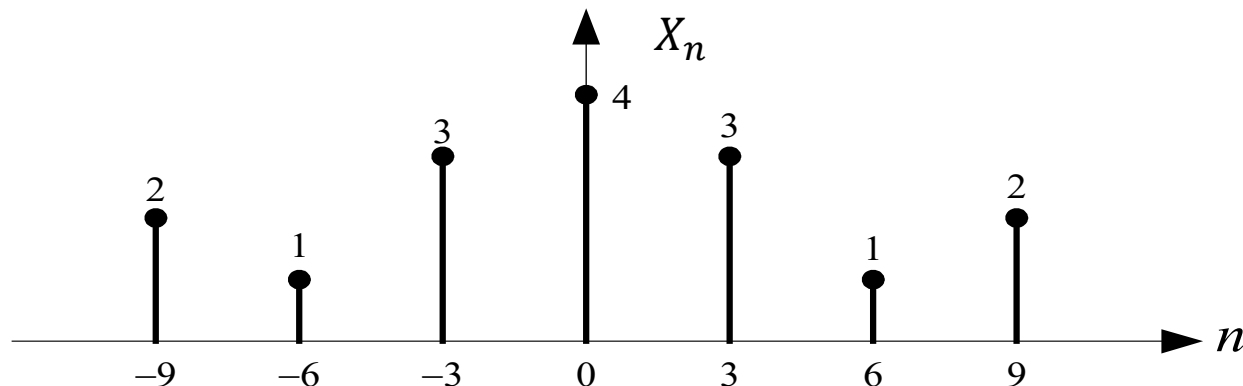
傅里叶级数计算

已知连续周期信号的频谱如图，试写出信号的傅里叶级数表示式。



傅里叶级数计算

已知连续周期信号的频谱如图，试写出信号的傅里叶级数表示式。



- 已知 $X_0 = 4$, $X_{\pm 1} = 3$, $X_{\pm 2} = 1$, $X_{\pm 3} = 2$

$$\begin{aligned}x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega t} \\&= 4 + 3(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) + (e^{j2\omega t} + e^{-j2\omega t}) + 2(e^{j3\omega t} + e^{-j3\omega t}) \\&= 4 + 6\cos(\omega t) + 2\cos(2\omega t) + 4\cos(3\omega t)\end{aligned}$$