南京大学　电子科学与工程学院　全日制统招本科生

《数字信号处理》期末考试试卷答案　闭 卷

任课教师姓名：李 晨　庄建军

考试日期：2017.6.28　　考试时长：2 小时______分钟

考生年级__________考生专业__________考生学号__________考生姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一.（20 分）单项选择

本题得分	

以下选择每题 2 分，共计 20 分

1．下列哪个系统是移不变系统　（ D ）

A. $T[x(n)]=g(n)+x(n)$ B. $T[x(n)]=2nx(n)$ C. $T[x(n)]=\sin(\frac{\pi n}{9})x(n)$ D. $T[x(n)]=x(n-3)$

2．下列哪一个系统是因果系统　（ C ）

A. $y(n)=3x(n^2)$　B. $y(n)=\sin(n)x(n+4)$　C. $y(n)=x(n-3)$　D. $y(n)=x(-n+1)$

3. DFT 是利用 W_N^{nk} 的固有特性来实现 FFT 快速运算的，以下哪一个不属于其固有特性。（ B ）

A. 共轭对称性　B. 奇偶性　C. 可约性　D. 周期性

4. 设一阶差分方程为 $y(n)=x(n)+ay(n-1)$，a 为实数，请问差分方程代表一个稳定的低通滤波器时，a 的取值　（ A ）

A. $0<a<1$　B. $-1<a<0$　C. $a<-1$　D. $a>1$

5. 因为频率混叠效应，冲激响应不变法不适合哪两类滤波器的设计　（ C ）

A. 低通和高通　B. 高通和带通　C. 高通和带阻　D. 低通和带通

6. 如果希望某信号序列的离散谱是虚数、奇对称的，那么该时域序列应满足条件是　（ C ）

A. 实数、偶对称　B. 纯虚数、偶对称　C. 纯实数、奇对称　D. 纯虚数、奇对称

7. 若序列 x(n)的长度为 28，则用基 2 的 FFT 算法计算 X(k)的复数加法次数为　（ B ）

A. 80　B. 160　C. 192　D. 256

8. 哪种结构的 IIR 数字滤波器可以单独调系统零极点　（ C ）

A. 直接 I 型　B. 典范型　C. 级联型　D. 并联型

9. 设 H(z)是线性相位 FIR 系统，已知 H(z)中的 3 个零点分别为 1，-0.5，1+j，该系统阶数至少为　　(D)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

10. 下列有关 IIR 数字滤波器说法错误的是　　(C)

A. 冲激响应无限长

B. 可用模拟滤波器设计

C. 无法做到线性相位

D. 可借助计算机设计

二. (20 分) 填空 (每空 1 分)

本题得分	

1. 序列 $x(n)=5\sin\left(\frac{5\pi}{14}n-\frac{3\pi}{8}\right)+2+2\cos(\frac{11\pi}{5}n-\frac{\pi}{2})$ 的周期为 <u>140</u>。

2. π δ(n+m)的 Z 变换是__ πz^{m}__。

3. 单位响应为 h(n)的 LTI 系统，输入 x(n)时，输出 y(n)；输入为 2x(n+3)-3δ(n-5)，输出为 <u>2y(n+3) -3h(n-5)</u> 。

4. 用 8kHz 的抽样率对模拟语音信号抽样，为进行频谱分析，计算了 256 点的 DFT。则频域抽样点之间的频率间隔 Δf 为 <u>31.25Hz</u>，数字角频率间隔 $\Delta\omega$ 为 <u>0.0245 rad</u> 和模拟角频率间隔 $\Delta\Omega$ 为 <u>196.3 rad/s</u>。(每单位扣 0.5 分，统一成小数表示)

5. 对 N 点 $x(n)$有 $X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]$，则 IDFT $[\mathrm{Im}X(k)]=$ $\frac{1}{2j}[x(n)-x^{*}((N-n))_{N}]R_{N}(n)$ __。

6. 时域 5 点的有限长序列 $x(n)$ 有 $X(e^{j\omega})$，对 $X(e^{j\omega})$ 一个周期内进行 6 点均匀抽样，则时域中对应的新序列 $y(n)$和原序列 $x(n)$的关系是: $\sum_{r=-\infty}^{+\infty}x(n+6r)$ __。

7. 已知 $x(n)=\cos\left(2\pi n/N\right),0\le n\le N-1$，则 $\mathrm{DFT}[x(n)]=$ $\begin{cases}\frac{N}{2}, & k=1\text{或}N-1\\ 0, & k\text{为其它值}\end{cases}$ ____。

8. 时域补零的好处是 <u>提高计算分辨率，克服栅栏效应</u> 和 <u>成为 2 的整数幂，便于计算 FFT</u>。

9. DFT 与 DFS 有密切关系，因为有限长序列可以看成周期序列的 <u>主值序列</u>，而周期序列可以看成有限长序列的 <u>周期拓展</u>。

10. 某序列 DFT 的表达式是 $X(k)=\sum_{n=0}^{4}x(n)W_{6}^{kn}$，由此可看出，该序列的时域长度是 <u>5</u>，变换后数字频域上相邻两个频率样点之间隔是____ $\frac{\pi}{3}$ ______。

11. 双线性变换法作为模拟滤波器逼近数字滤波器的常用方法，其优点是__没有频谱混叠__，缺点是__无法保证线性相位__，因此对于分段常数的滤波器，对其临界频率点需要事先进行__预畸__处理。

12. 用窗口法设计出一个FIR低通滤波器后，发现它过渡带太宽，这样情况下宜采取的修改措施是__增加窗口的宽度__和__更换窗函数__。

三．（20 分）简单计算或证明（每题 5 分）

本题得分	

1．已知某离散时间系统的差分方程为

$y(n)-3y(n-1)+2y(n-2)=x(n)+2x(n-1)$，求系统函数 $H(z)$ 和系统频率响应 $H(e^{j\omega})$。

解：系统函数为 $H(z)=\dfrac{1+2z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}=\dfrac{z^2+2z}{z^2-3z+2}$（3 分）

系统频率响应 $H(e^{j\omega})=H(z)\big|_{z=e^{j\omega}}=\dfrac{e^{2j\omega}+2e^{j\omega}}{e^{2j\omega}-3e^{j\omega}+2}$（2 分）

2．已知 $X(z)=\dfrac{z^2}{z^2-z-2},|z|>2$，求 $x(n)$。

解：由题部分分式展开

$$\frac{X(z)}{z}=\frac{z}{(z+1)(z+2)}=\frac{A}{z+1}+\frac{B}{z-2}$$

求系数得　A=1/3 ，　B=2/3

所以　$X(z)=\dfrac{1}{3}\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{2}{3}\dfrac{z}{z-2}$　（3 分）

收敛域 |z |>2，

则　$x(n)=[\frac{1}{3}(-1)^n+\frac{2}{3}2^n]u(n)$　（2 分）

3．已知序列 $x(n)=a^n\,u(n)$，$0<a<1$，对 $x(n)$ 的 Z 变换 $X(z)$ 在单位圆上等间隔采样 N 点，采样序列为 $X(k)=X(z)\big|_{z=W_N^{-k}}$，$k=0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$，求有限长序列 IDFT［$X(k)$］。

解：$\mathrm{IDFT}[X(k)]_N=\widetilde{x}(n)R_N(n)=[\sum\limits_{l=-\infty}^{\infty}x(n+lN)]R_N(n)$

$$=[\sum_{l=-\infty}^{\infty}a^{n+lN}u(n+lN)]R_N(n)$$　（3 分）

由于 $0\le n\le N-1$，所以

$$u(n+lN)=\begin{cases}1 & n+lN\ge 0 \text{即} l\ge 0\\ 0 & l<0\end{cases}$$

因此　$\mathrm{IDFT}[X(k)]_N = a^n[\sum_{l=0}^{\infty}a^{lN}]R_N(n)=\frac{a^n}{1-a^N}R_N(n)$　　（2 分）

4. 若 $X(k)$=DFT［$x(n)$］，证明 DFT［$X(n)$］=$Nx(N-k)$。

证明：因　$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn}$

所以　$DFT[X(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}X(n)W_N^{kn}=\sum_{n=0}^{N-1}[\sum_{m=0}^{N-1}x(m)W_N^{mn}]W_N^{kn}=\sum_{m}^{N-1}x(m)\sum_{n=0}^{N-1}W_N^{n(m+k)}$　（3 分）

又　$\sum_{n=0}^{N-1}W_N^{n(m+k)}=\begin{cases}N & m=N-k\\ 0 & m\ne N-k, 0\le m\le N-1\end{cases}$

有　$DFT[X(n)]=Nx(N-k)$　　$k=0,1,...,N-1$　　（2 分）

本题得分	

四.（12 分）

（1）画出按频率抽取（输入自然序，输出倒位序）$N=4$ 点基 2FFT 的信号流图。（4 分）

（2）利用流图计算 4 点序列 $x(n)=(2,1+i,3,-i)$（$n=0,1,2,3$）的 DFT　。（4 分）

（3）试写出利用 FFT　计算 IFFT 的步骤。（4 分）

解：（1）略，见书 P158

（2）　$X(k)=(6,1-j,4,-3+j), k=0,1,2,3$

（3）1）对 $X(k)$ 取共轭，得 $X^*(k)$；

2）对 $X^*(k)$ 做 N 点 FFT；

3）对 2）中结果取共轭并除以 N。

本题得分	

五.（12 分）设序列 $x(n)$={1，3，2，1；n=0，1，2，3}，另一序列 $h(n)$={1，2，1，2，3；n=0，1，2，3，4}，

（1）求两序列的线性卷积 $y_L(n)$。（4 分）

（2）求两序列的 7 点循环卷积 $y_C(n)$。（4 分）

（3）推导循环卷积与线性卷积的关系，并说明什么条件下循环卷积可以代替线性卷积。

（4 分）

解：（1） $y_L(n)=\{1,5,9,10,13,14,8,3;\ n=0,1,2,3,4,5,6,7\}$ （4 分）

（2） $y_C(n)=\{4,5,9,10,13,14,8;\ n=0,1,2,4,5,6\}$ （4 分）

（3） $$y_C(n)=\sum_{m=0}^{L-1}x(m)h((n-m))_L R_L(n)=[\sum_{m=0}^{L-1}x(m)\sum_{r=-\infty}^{\infty}h(n+rL-m)]R_L(n)$$

$$=[\sum_{r=-\infty}^{\infty}\sum_{m=0}^{L-1}x(m)h(n+rL-m)]R_L(n)=[\sum_{r=-\infty}^{\infty}y_L(n+rL)]R_L(n)$$

L 点圆周卷积 $y_C(n)$是线性卷积 $y_L(n)$以 L 为周期的周期延拓序列的主值序列。（3 分）

因此圆周卷积代替线性卷积的条件是：

$c\geqslant L_1+L_2-1$ （1 分）

六.（16 分）设 FIR 滤波器的系统函数为

本题得分	

$$H(z)=\frac{1}{10}(1+0.8z^{-1}+1.1z^{-2}+0.8z^{-3}+z^{-4})。$$

（1）求出该滤波器的单位取样响应 $h(n)$。（4 分）

（2）试判断该滤波器是否具有线性相位特点。（4 分）

（3）求出其幅度函数和相位函数。（4 分）

（4）如果具有线性相位特点，试画出其线性相位型结构，否则画出其卷积型结构图。（4 分）

解：（1）$\because\ H(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(n)z^{-n}$

$\therefore\ h(n)=0.1\delta(n)+0.08\delta(n-1)+0.11\delta(n-2)+0.08\delta(n-3)+0.1\delta(n-4)$ （4 分）

$=\{0.1\ \ 0.08\ \ 0.11\ \ 0.08\ \ 0.1\}\quad 0\le n\le 4$

（2）$\because\ h(n)=h(N-1-n)$，$\therefore$该滤波器具有线性相位特点 （4 分）

（3）$\because\ H(e^{j\omega})=H(z)\big|_{z=e^{j\omega}}=\frac{1}{10}(1+0.8e^{-j\omega}+1.1e^{-j2\omega}+0.8e^{-j3\omega}+e^{-j4\omega})$

$$=e^{-j2\omega}(0.2\times\frac{e^{j2\omega}+e^{-j2\omega}}{2}+0.16\times\frac{e^{j\omega}+e^{-j\omega}}{2}+0.11)$$

$$=e^{-j2\omega}(0.2\cos 2\omega+0.16\cos\omega+0.11)=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

幅频响应为 $H(\omega)=0.2\cos 2\omega+0.16\cos\omega+0.11$　　　　2 分

相频响应为 $\theta(\omega)=-2\omega$　　　　2 分

4．其线性相位型结构如右图所示。　4 分