南京大学 人工智能学院
SCHOOL OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE, NANJING UNIVERSITY
南京大學
NANJING UNIVERSITY 1902

10 Z变换

针对离散信号的复频域分析

单边Z变换的主要性质

求以下周期序列的单边z变换

$$x[n]=\begin{cases}1, & n=2k, \quad k=0,\quad 1,\quad 2,\ \cdots \\ 0, & n=2k+1, \quad k=0,\quad 1,\quad 2,\ \cdots\end{cases}$$

单边Z变换的主要性质

求以下周期序列的单边z变换

$$x[n]=\begin{cases}1, & n=2k, \quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \\ 0, & n=2k+1, \quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\end{cases}$$

- $x[n]$可表示为

$$x[n]=\delta[n]+\delta[n-2]+\delta[n-4]+\cdots$$

- 利用$x[n]$的z变换及因果序列的位移特性，可得

$$X(z)=1+z^{-2}+z^{-4}+\cdots=\frac{1}{1-z^{-2}},|z|>1$$

单边Z变换的主要性质

计算

$$\mathcal{Z}\{\sum_{k=0}^{n} x[k]\}$$

单边Z变换的主要性质

求$\mathcal{Z}\{\sum_{k=0}^{n} x\,[k]\}$

- 根据

$$\sum_{k=0}^{n} x\,[k] = x[n] * u[n]$$

- 设

$$x[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} X(z), |z| > R_x$$

- 利用Z变换的卷积特性，以及

$$u[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-z^{-1}}, \quad |z| > 1$$

- 可得

$$Z\left\{\sum_{k=0}^{n} x\,[k]\right\} = Z\{x[n]\} \cdot Z\{u[n]\} = \frac{X(z)}{1-z^{-1}}, |z| > \max(1, R_x)$$