南京大学　电子科学与工程学院　全日制统招本科生

《数字信号处理》期末考试试卷　闭 卷

任课教师姓名：李 晨　沈庆宏

考试日期：2020. 8. 18　　考试时长：2 小时______分钟

考生年级__________考生专业__________考生学号__________考生姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一.（共 30=1x20+2x5 分）填空：

本题得分	

1. 序列 $x(n)=2\cos(\frac{3\pi}{4}n-\frac{\pi}{4})+3\sin(\frac{1}{3}n-\frac{\pi}{3})$ 的周期是 不存在

$W_4^0=1$
$W_4^1=-j$
$W_4^2=-1$
$W_4^3=j$

2. 有离散系统函数 $H(z)=\dfrac{2z-1}{(z+0.5)(z-0.25)}$，对应的差分方程是

$y(n+2)+\frac{1}{4}y(n+1)-\frac{1}{8}y(n)=2x(n+1)-x(n)$

3. 化简：$W_4^{-6}=$ W_2^1 -1，$W_8^{14}=$ W_4^3 j。　$e^{-j\frac{2\pi}{8}\cdot 3}=e^{-j\frac{3}{4}\pi}=\cos\frac{3}{4}\pi-j\sin\frac{3}{4}\pi$

4. 将连续时间模拟滤波器转换为离散时间滤波器可用的两种基本方法是：（AF → IIR DF）

冲激响应不变 法和 双线性变换 法。

$W_N^{\frac{N}{2}}=-1$
$W_N^N=1$

5. 用窗函数法设计线性相位 FIR 滤波器，通常根据 阻带最小衰减要求 来选择窗 $w(n)$ 的形状，根据 过渡带宽 来选择窗的长度 N。

$\sum_{m=-\infty}^{n}x(m)$ 因果(✓)

$\sum|X(k)|^2=N\sum|x(n)|^2$

6. 判断离散时间系统 $y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n+1}x(m)$ 的性质：线性(✓)，移不变(✓)，因果(✗)，稳定(✗)。该系统的单位抽样响应：$h(n)=$ $u(n+1)$

$X(k)=X^*(-k)$　　$X(0)=18$　$X(4)=-11$

7. 有限长序列 $x(n)=\{3,1,4,-1,-5,9,2,6;\ n=0,1,\ldots,7\}$，且 $X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]$。计算：

奇-偶
$X(0)=\sum x(n)$
$X(\frac{N}{2})=$ 奇-偶

$X(4)=$ -11，$\sum_{k=0}^{7}X(k)=$ 24

$=3W_8^0+W_8^4+4W_8^8-W_8^{12}$　　$=nX(0)=8\times 3$

$X(1)+X(7)$
$X(2)+X(6)$
$X(3)+X(5)$

连续 ↔ 非周期
离散 ↔ 周期

8. 时域和频域的变换中，频域序列是离散且周期，则时域是 周期且离散。

9. 模拟信号最高频率≤10KHz，用 20KHz 采样得到序列 $x(n)$，现计算 2000 点 DFT，

F　　f_s　1

$N=\frac{T_0}{T}=\frac{f_s}{F}=$　　$\frac{800\times 20k}{2000}=8k$　　$\sum_{n=0}^{2000}x(n)W_{2000}^{nk}$　$e^{j\frac{2\pi}{2000}nk}$

$T=\frac{2\pi}{\omega}$　　$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$

$N=\frac{f_s}{f_0}$

$f_k=\frac{kf_s}{N}$

$X(k)=DFT[x(n)]$，则 $k=800$ 对应的模拟信号频率是 ____3kHz____ $f=\frac{kf_s}{N}$

10. 两个序列为 $x(n)=\{1,3,2,1;\ n=0,1,2,3\}$，$h(n)=\{1,2,1,2;\ n=0,1,2,3\}$，计算：

线性卷积 $x(n)*h(n)=\{$ 1 5 9 10 10 5 2 $\}$

5 点圆周卷积 $x(n)⑤h(n)=\{$ 6 7 9 10 10 $\}$

8 点的圆周卷积 $x(n)⑧h(n)=\{$ 1 5 9 10 10 5 2 0 $\}$

$\cos x=\frac{1}{2}(e^{jx}+e^{-jx})$

$\sin x=\frac{1}{2j}(e^{jx}-e^{-jx})$

11. 一个 8 点序列 $x(n)$ 的 DFT 为 $X(k)=1-2\cos(\frac{2\pi k}{8})+\sin(\frac{4\pi k}{8})$，

$X(k)=\sum x(n)W_N^{nk}$

$=\sum x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$

0 1 2 3 4 5 6 7

则 $x(n)=\{$ 1 , -1 , $\frac{1}{2}j$, 0 , 0 , 0 , $-\frac{1}{2}j$, -1 $\}$

$x(n)e^{j\omega_0 n}\to X(e^{j(\omega-\omega_0)})$

$x(n-n_0)\to e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$

12. 已知 $X(z)=\frac{z^{-2}}{8-z^{-3}}$，反变换因果序列 $x(n)=$________

$=\frac{1}{8}\frac{(2z)^{-2}}{1-(2z)^{-3}}$

$e^{-6j\omega}X(e^{j(\omega-\frac{\pi}{6})})$

13. 已知 $x(n)$ 的傅里叶变换是 $X(e^{j\omega})$，则 $e^{jn\pi/6}x(n-6)$ 的傅里叶变换是 $e^{-6j\omega}X[e^{j(\omega-\frac{\pi}{6})}]$

14. 数字理想带通滤波器的频率响应是 $H(e^{j\omega})=e^{-j3\omega}\quad 0.3\pi\le|\omega|\le0.6\pi$，其单位冲激响应 $h(n)=$ $\frac{1}{\pi(n-3)}[\sin 0.6\pi(n-3)-\sin 0.3\pi(n-3)]$

15. 设序列 $x(n)$ 的傅里叶变换为 $X(e^{j\omega})$，新序列 $y(n)=\begin{cases}x(n), & n\text{为奇数}\\ 0, & n\text{为偶数}\end{cases}$，则序列 $y(n)$ 的傅里叶变换 $Y(e^{j\omega})=$ $\frac{1}{2}[X(e^{j\omega})-X(-e^{j\omega})]$

二、（10 分）已知 $x(n)$ 和 $y(n)$ 均为 N 点序列，且

本题得分	

$X(k)=DFT[x(n)]$，$Y(k)=DFT[y(n)]$。证明：

$$\sum_{n=0}^{N-1}x(n)y^*(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)Y^*(k)$$

$$y(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}Y(k)W_N^{-nk}$$

$$y^*(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}Y^*(k)W_N^{nk}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1}x(n)y^*(n)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\sum_{k=0}^{N-1}Y^*(k)W_N^{nk}$$ 交换次序

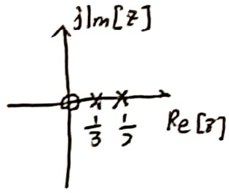
$$=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}Y^*(k)\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)Y^*(k)$$

三.（15 分）已知因果的 LTI 系统差分方程为

本题得分

$$y(n)-\frac{5}{6}y(n-1)+\frac{1}{6}y(n-2)=\frac{1}{2}x(n-1)$$



2 1. 求系统函数 $H(z)$和收敛区，画出 $H(z)$的极零图，求单位脉冲响应 $h(n)$。

2. 若输入 $x(n)=u(n-1)$，初始条件为零，求系统的输出 $y(n)$。

1. $Y(z)-z^{-1}\frac{5}{6}Y(z)+\frac{1}{6}z^{-2}Y(z)=\frac{1}{2}z^{-1}X(z)$　　$H(z)=\frac{3z}{(3z-1)(2z-1)}$

$h(n)=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)-\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$　　$=\frac{3}{2}\frac{z}{z-\frac{1}{2}}-\frac{z}{z-\frac{1}{3}}$

~~$h(n)=3(2^{-n}-3^{-n})u(n)$~~

$y(n)=x(n)*h(n)$

$H(z)=\frac{\frac{3}{2}z}{z-1}-\frac{3z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{3}{2}z}{z-\frac{1}{3}}$

$y(n)=\left[\frac{3}{2}-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]u(n)$

-6　　$+\frac{9}{2}$

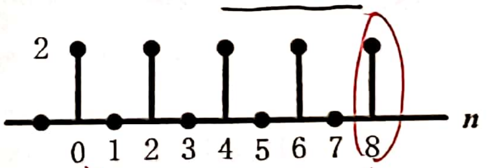
四.（15 分）已知序列 $x_1(n)$ 如下图所示（$0\le n\le 8$）。

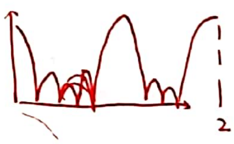
本题得分

1. 求 $X_1(e^{j\omega})=DTFT[x_1(n)]$，并在 $[0\sim 2\pi)$ 上大致画出幅度频谱 $|X_1(e^{j\omega})|$。

2. 计算 10 点的 $X_1(k)=DFT[x_1(n)]$。

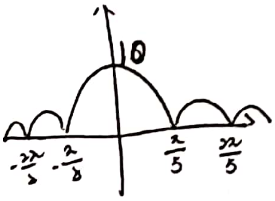
3. 若对 $X_1(e^{j\omega})$ 在 $[0\sim 2\pi)$ 均匀采样 8 个点得到 $X_2(k)$，计算 $x_2(n)=IDFT[X_2(k)]$。





①发图图差价~

1. $X(z)=2\{1+z^{-2}+z^{-4}+z^{-6}+z^{-8}\}=2\frac{1-z^{-10}}{1-z^{-2}}$



$X(e^{j\omega})=2\frac{1-e^{-10j\omega}}{1-e^{-2j\omega}}=2\cdot\frac{e^{-5j\omega}}{e^{-j\omega}}\frac{\sin 5\omega}{\sin\omega}=2e^{-4j\omega}\frac{\sin 5\omega}{\sin\omega}$

$|X(e^{j\omega})|=\left|2\frac{\sin 5\omega}{\sin 2\omega}\right|$　　$k=0$ 时 $=10$

2. $X(k)=X(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=2e^{-4j\frac{2\pi}{8}k}\frac{\sin\frac{10\pi}{10}k}{\sin\frac{2\pi}{10}\omega}=2e^{-j\pi k}\frac{\sin\pi k}{\sin\frac{\pi}{5}k}$

3

$=$ ~~$2\cdots$~~ 20

3. $x_2(n)=\{2,0,2,0,2,0,2,0,2\}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(n-8k)$　　$k=0,1,2\cdots$

$X_2(k)=X(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{8}k}=\sum_{n=0}^{7}x(n)e^{-j\frac{\pi}{4}kn}$

$4\ 0\ 2\ 0\ 2\ 0\ 2\ 0.$

DIT 乱正小大 左下

DIF 正乱大小 右下

$$\begin{cases} W_4^0 = 1 \\ W_4^1 = -j \\ W_4^2 = -1 \\ W_4^3 = j \end{cases}$$

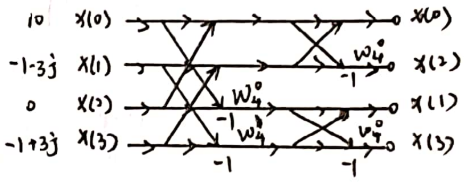
五．（15 分）画出按频率抽取（DIF）的 4 点基 2 FFT 的信号流图。

本题得分	

1. 若已知 $X(k)$，请写出调用 FFT 来计算 $x(n) = IFFT[X(k)]$ 的步骤。

2. 若已知 $X(k) = \{10, -1+3j, 0, -1-3j\}$，直接利用所画流图帮助计算，求序列 $x(n)$

$$x(n) = \frac{1}{N}\{DFT[X^*(k)]\}^*$$



1. ① 将 $X(k)$ 取共轭，得 $X^*(k)$

② 利用FFT

③ 将结果取共轭

④ 再乘 $\frac{1}{N}$ 得 $x(n)$

2. $X^*(k) = \{10, -1-3j, 0, -1+3j\}$

$DFT[X^*(k)] = \{8, 12, 4, 16\}$

$x(n) = \{2, 3, 1, 4\}$

六．（15 分）线性相位 FIR 数字滤波器，其频响

本题得分	

$h(n) = h(N-1-n)$

$\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega$

$\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega + \frac{\pi}{2}$

$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$，其中 $H(\omega)$ 为幅度函数（实函数），$\varphi(\omega)$ 为相位函数，若 $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - 3\omega$，且其 $h(n)$ 前几个数值分别是：1，2，-2。求：

$N=7$ 且 $h(n) = -h(N-1-n)$

$= -h(6-n)$

1. 完整的 $h(n)$，幅度函数 $H(\omega)$。
2. 该 FIR 系统**不适合**做何种类型的线性相位数字滤波器？说明判断依据。
3. 画出该 FIR 系统的**线性相位型**结构流图。

$H(\omega)e^{j\theta(\omega)} = H(z)\big|_{z=e^{j\omega}}$

1. $h(n) = \{1, 2, -2, 0, 2, -2, -1\}$

$H(\omega) = \sum_{n=0}^{3} c_n \sin(n\omega) = -4\sin\omega + 4\sin 2\omega + 2\sin 3\omega$

$c_n = 2h(3-n) = \{0, -4, 4, 2\}$

2. 不适合做低通、高通、带阻滤波器。因为 $z=\pm1$ 是零点，$H(\omega)$ 在 0、π、2π 上都为0值

3.