南京大学
人工智能学院
SCHOOL OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE, NANJING UNIVERSITY
南京大學
NANJING UNIVERSITY 1902

03 系统的时域分析

微分和差分方程的构建和求解

求差分方程齐次解

求斐波那契数列$y[n]-y[n-1]-y[n-2]=0$的齐次解，$y[1]=1, y[2]=1.$

求差分方程齐次解

求斐波那契数列$y[n]-y[n-1]-y[n-2]=0$的齐次解，$y[1]=1, y[2]=1.$

- 特征方程为

$$\alpha^2-\alpha-1=0$$

特征根为$\alpha_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\alpha_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

齐次解为

$$y_h[n]=C_1\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n+C_2\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

通过初始条件，得$C_1=\frac{1}{\sqrt{5}}, C_2=-\frac{1}{\sqrt{5}}.$

零输入响应求解

线性时不变系统的动态方程为:

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 4x(t), t > 0$$

系统的初始状态为$y(0_-) = 1$，$y'(0_-) = 3$，求系统零输入响应$y_{zi}(t)$

零输入响应求解

线性时不变系统的动态方程为:

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 4x(t), t > 0$$

系统的初始状态为$y(0_-) = 1$，$y'(0_-) = 3$，求系统零输入响应$y_{zi}(t)$

- 特征方程为：$\alpha^2 + 5\alpha + 6 = 0$
- 特征根为：$\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -3$
- 零输入响应形式为 $y_{zi}(t) = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-3t}$
- 代入初始条件:

$$y(0_-) = y_{zi}(0_-) = A_1 + A_2 = 1$$

$$y'(0_-) = y'_{zi}(0_-) = -2A_1 - 3A_2 = 3$$

- 解得 $A_1 = 6$，$A_2 = -5$
- 零输入响应为：$y_{zi}(t) = 6e^{-2t} - 5e^{-3t}, t \geq 0$

零输入响应求解

已知某线性时不变系统的动态方程式为:

$$y[n] + 4y[n-1] + 4y[n-2] = x[n]$$

系统的初始状态为$y[-1] = 0, y[-2] = -1$，求系统的零输入响应$y_{zi}[n]$

零输入响应求解

已知某线性时不变系统的动态方程式为:

$$y[n] + 4y[n-1] + 4y[n-2] = x[n]$$

系统的初始状态为$y[-1] = 0, y[-2] = -1$，求系统的零输入响应$y_{zi}[n]$

- 系统的特征方程为 $\alpha^2 + 4\alpha + 4 = 0$
- 特征根为 $\alpha_1 = \alpha_2 = -2$
- 零输入响应形式为 $y_{zi}[n] = C_1 n(-2)^n + C_2(-2)^n$
- 代入

$$y[-1] = \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{2} = 0, \qquad y[-2] = -\frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{4} = -1$$

解得 $C_1 = 4, C_2 = 4$

- 零输入响应为：$y_{zi}[n] = 4n(-2)^n + 4(-2)^n, n \geq 0$