2019—2020 第一学期“信号与系统”期中试卷

班级 ~~~ 学号 181180083 姓名 吕晟

99

17

1. 填空和简答 (18 分)

（1）(2 分) 计算：$(2\cos t+3t)\delta(t+\frac{\pi}{3})+\int_0^{\infty}(2\cos t+3t)\delta(t-\frac{\pi}{3})dt=$ $(1-\pi)\delta(t+\frac{\pi}{3})+1+\pi$

（2）(2 分) 计算：$[(t-1)u(t)]*u(t-2)=$ $(\frac{1}{2}t^2-3t+4)u(t-2)$

（3）(2 分) 化简：$\cos(\frac{2}{3}\pi t+\frac{1}{3}\pi)*\delta(t+0.25)=$ $-\sin(\frac{2}{3}\pi t)$ ，

（4）(2 分) $\int_{-\infty}^{\infty}5e^{j\omega t}dt=$ $10\pi\delta(\omega)$ 。

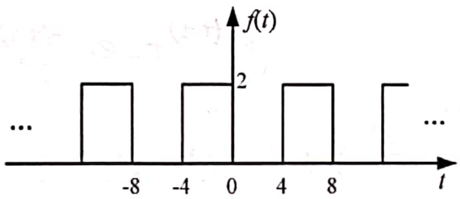
（5）(4 分)已知 $r(t)=2e(0.5t-0.5)\cdot\cos(t-1)$，请判断该系统：

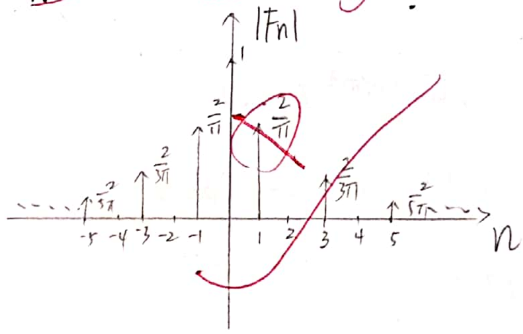
是线性的（√）、时不变的（×）、因果的（×）、稳定的（√）。

（6）(6 分)下图所示周期信号 $f(t)$，(1)大致画出指数形式傅立叶级数的幅度频谱。

(2)其三角函数形式的傅立叶级数中相关分量的系数：

直流 $a_0=$ 1 、$a_1=$ 0 、$b_1=$ $-\frac{4}{\pi}$ 、$a_8=$ 0 、$b_8=$ 0 。





12

2. (12 分)分别求下列信号的单边拉普拉斯变换

（1）$f_1(t)=t^2e^{-t}u(t-1)$ （2）$f_2(t)=2\sin\pi(t-1)[u(t-1.5)-u(t-3)]$

解: (1) $f_1(t)=[(t-1)^2+2(t-1)+1]e^{-(t-1)}u(t-1)\cdot e^{-1}$

$L[t^2e^{-t}]=\frac{d^2}{ds^2}\frac{1}{s+1}=\frac{2}{(s+1)^3}$ $L[te^{-t}]=-\frac{d}{ds}\frac{1}{s+1}=\frac{1}{(s+1)^2}$

$L[e^{-t}]=\frac{1}{s+1}$ $\therefore L[f_1(t)]=e^{-1}[\frac{2}{(s+1)^3}\cdot e^{-s}+2\cdot\frac{1}{(s+1)^2}\cdot e^{-s}+\frac{1}{s+1}\cdot e^{-s}]$

即 $L[f_1(t)]=e^{-(1+s)}\frac{s^2+4s+5}{(s+1)^3}$

(2) $f_2(t)=2\sin(\pi[t-\frac{3}{2}]+\pi\cdot\frac{1}{2})u(t-1.5)-2\sin[\pi(t-3)+2\pi]u(t-3)$

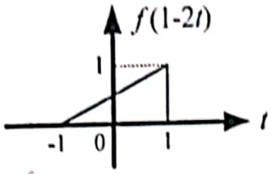
$=2\cos\pi(t-\frac{3}{2})u(t-\frac{3}{2})-2\sin\pi(t-3)u(t-3)$ 又 $L[\cos\pi t]=\frac{s}{s^2+\pi^2}$ $L\sin(\pi t)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}$

故 $L[f_2(t)]=2\cdot\frac{s}{s^2+\pi^2}e^{-\frac{3}{2}s}-2\frac{\pi}{s^2+\pi^2}e^{-3s}$

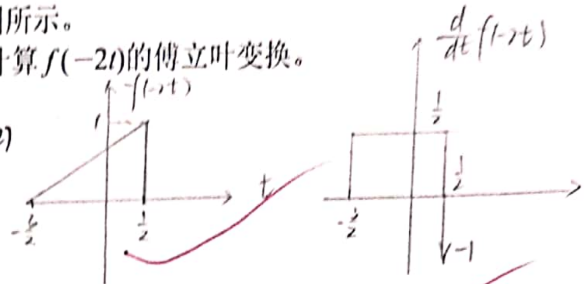
扫描全能王 创建

15

3\. (15分)已知信号 $f(1-2t)$ 的波形如下图所示。
（1）画出信号 $f(t)$ 的波形。　（2）计算 $f(-2t)$ 的傅立叶变换。

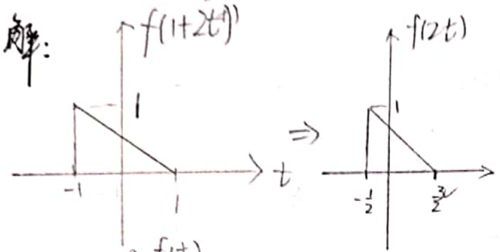


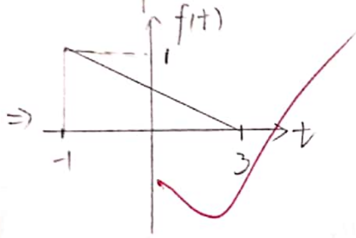
(2)



(1)

解:





令 $g(t)=f'(-2t)=\frac{1}{2}[u(t+\frac{3}{2})-u(t-\frac{1}{2})]-\delta(t-\frac{1}{2})$.

$u(t+\frac{3}{2})-u(t-\frac{1}{2})\longleftrightarrow Sa(\omega)e^{j\frac{1}{2}\omega}$.

$\delta(t-\frac{1}{2})\longleftrightarrow e^{-j\frac{1}{2}\omega}$

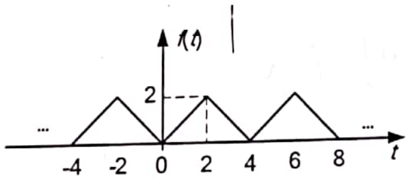
$\therefore F_1(\omega)=Sa(\omega)e^{j\frac{1}{2}\omega}-e^{-j\frac{1}{2}\omega}$.

$\because F_1(0)=1-1=0$

则 $F(\omega)=\frac{F_1(\omega)}{j\omega}=\frac{1}{j\omega}(Sa(\omega)e^{j\frac{1}{2}\omega}-e^{-j\frac{1}{2}\omega})$.

15

4\. (15分) 下图所示 $f(t)$ 为周期信号，求：(1) 信号的周期；(2) 该信号的傅里叶级数（三角函数形式或指数形式）；(3) 该信号的傅里叶变换 $F(\omega)$。



(3). $F(\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\delta(\omega-n\omega_1)$

$=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa^2(\frac{n}{2}\pi)e^{-jn\pi}\delta(\omega-\frac{\pi}{2}n)$

解: (1) $T=4$ ~~时~~

(2) $F_0(\omega)=4Sa^2(\omega)e^{-j\omega 2}$.

则 $F_n=\frac{1}{T}F_0(\omega)\Big|_{\omega=n\omega_1}$

$=\frac{1}{T}4Sa^2(n\omega_1)e^{-jn\omega_1 2}$

$=Sa^2(n\omega_1)e^{-jn\omega_1 2}=Sa^2(\frac{n\pi}{2})e^{-jn\pi}$

故 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_ne^{jn\omega t}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa^2(\frac{n}{2}\pi)e^{-j\pi n}e^{jn\frac{\pi}{2}t}$ ......

20

5. (20 分) 已知：时域信号 $f_0(t)=5Sa(5t-5)$，且 $f(t)=f_0(t)\cdot\cos(20t)$

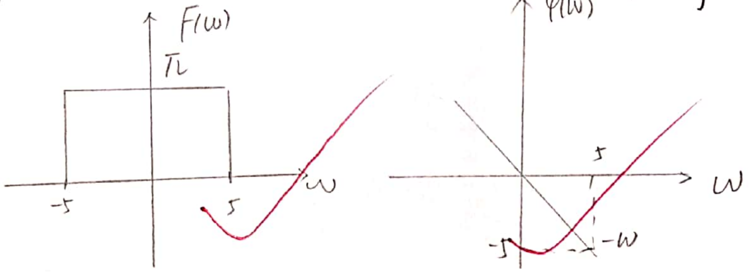
(1) 求信号 $f_0(t)$的傅氏变换 $F_0(\omega)$，并画出其频谱图。

(2) 求 $f(t)$的傅氏变换 $F(\omega)$，并画出其频谱图。

解：(1) $Sa(5t) \longleftrightarrow \frac{\pi}{5}[u(\omega+5)-u(\omega-5)]$

$5Sa(5t-5) \longleftrightarrow \pi[u(\omega+5)-u(\omega-5)]e^{-j\omega}$.

∴ $F_0(\omega)=\pi[u(\omega+5)-u(\omega-5)]e^{-j\omega}$. $|F(\omega)|=\pi[u(\omega+5)-u(\omega-5)]$ $\varphi(\omega)=-\omega$.



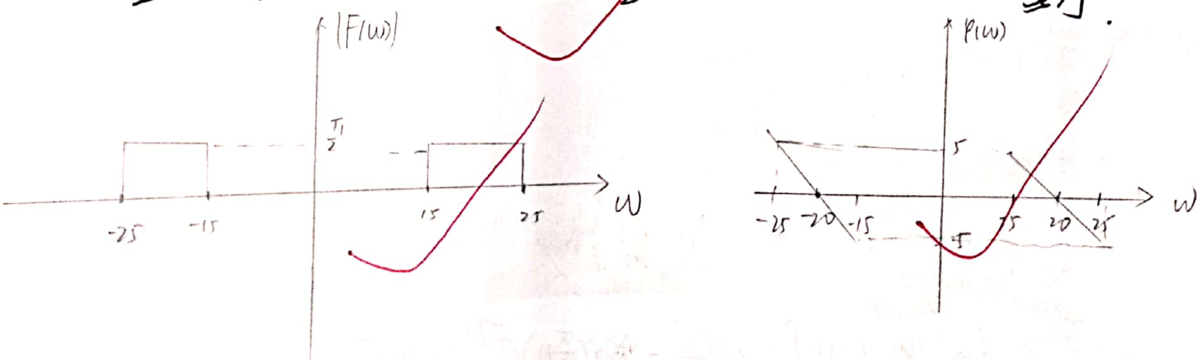
(2) $\cos(20t) \longleftrightarrow \pi[\delta(\omega+20)+\delta(\omega-20)]=F_1(\omega)$

则 $F(\omega)=\frac{1}{2\pi}F_0(\omega)*F_1(\omega)$

$=\frac{\pi}{2\pi}[u(\omega+5)-u(\omega-5)]e^{-j\omega}*[\delta(\omega+20)+\delta(\omega-20)]$

$=\frac{\pi}{2}e^{-j(\omega+20)}[u(\omega+25)-u(\omega+15)]+\frac{\pi}{2}e^{-j(\omega-20)}[u(\omega-15)-u(\omega-25)]$.

$\Rightarrow \begin{cases} |F(\omega)|=\frac{\pi}{2}[u(\omega+25)-u(\omega+15)]+\frac{\pi}{2}[u(\omega-15)-u(\omega-25)] \\ \varphi(\omega)=\begin{cases}-(\omega+20) & -25\le\omega\le-15 \\ -(\omega-20) & 15\le\omega\le25\end{cases}\end{cases}$



6. （20 分）给定 LTI 系统微分方程 $r''(t)+3r'(t)+2r(t)=e'(t)+3e(t)$

70

若激励信号 $e(t)=u(t-1)$，起始状态为：$r(0_-)=1$，$r'(0_-)=2$。
试求单位冲激响应 $h(t)$、零输入响应 $r_{zi}(t)$、零状态响应 $r_{zs}(t)$，以及自由响应和强迫响应分量。

解：1° 单位冲激响应 $h(t)$

设 $H(p)=\dfrac{p+3}{p^2+3p+2}=\dfrac{A}{p+1}+\dfrac{B}{p+2}$

则 $\begin{cases}A+B=1\\2A+B=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A=2\\B=-1\end{cases}$

$\therefore H(p)=\dfrac{2}{p+1}-\dfrac{1}{p+2}$

$\therefore h(t)=(2e^{-t}-e^{-2t})u(t).$

2° 零输入响应 $r_{zi}(t)$.

$\lambda^2+3\lambda+2=0 \quad \lambda_1=-1 \quad \lambda_2=-2$

设 $r_{zi}(t)=A_1e^{-t}+A_2e^{-2t}$

则 $r_{zi}(0_+)=r_{zi}(0_-)=A_1+A_2=1$

$r'_{zi}(0_+)=r'_{zi}(0_-)=-A_1-2A_2=2.$

$\Rightarrow A_2=-3 \quad A_1=4.$

$\therefore r_{zi}(t)=4e^{-t}-3e^{-2t}.$

3° 零状态响应 $r_{zs}(t)$.

$r_{zs}(t)=e(t)*h(t)$

$=(2e^{-t}-e^{-2t})u(t)*u(t-1)$

$=\int_{-\infty}^{t-1}(2e^{-\tau}-e^{-2\tau})u(\tau)d\tau$

$=\int_0^{t-1}(2e^{-t}-e^{-2t})dt\,u(t-1)$

$=\left[-2e^{-t}\Big|_0^{t-1}+\frac{1}{2}e^{-2t}\Big|_0^{t-1}\right]u(t-1).$

$=\left(-2\left[e^{-(t-1)}-1\right]+\frac{1}{2}\left[e^{-2(t-1)}-1\right]\right)u(t-1)$

$=\left(\frac{1}{2}e^{-2(t-1)}-2e^{-(t-1)}+\frac{3}{2}\right)u(t-1).$

4° 自由响应分量：$(4e^{-t}-3e^{-2t})u(t)+\left[\frac{1}{2}e^{-2(t-1)}-2e^{-(t-1)}\right]u(t-1)$

强迫响应分量：$\frac{3}{2}u(t-1).$