南京大学 人工智能学院
SCHOOL OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE, NANJING UNIVERSITY
南京大学

09 拉普拉斯变换及其应用

连续信号的复频域分析

常用信号的拉普拉斯变换

- t的正幂函数t^n，n为正整数，计算

$$\mathcal{L}[t^n u(t)]$$

常用信号的拉普拉斯变换

- t的正幂函数t^n，n为正整数

$$\mathcal{L}[t^n u(t)] = \int_{0_-}^{\infty} t^n e^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$= -\frac{t^n}{s}(e^{-st})\Big|_{0_-}^{\infty} + \frac{n}{s}\int_{0_-}^{\infty} t^{n-1} e^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$= \frac{n}{s}\int_{0_-}^{\infty} t^{n-1} e^{-st}\,\mathrm{d}t = \frac{n}{s}\mathcal{L}[t^{n-1}u(t)]$$

常用信号的拉普拉斯变换

- t的正幂函数t^n，n为正整数

$$\mathcal{L}[t^n u(t)] = \frac{n}{s}\mathcal{L}\left[t^{n-1}u(t)\right]$$

- 因此

$$\mathcal{L}[t^n u(t)] = \frac{n}{s}\mathcal{L}\left[t^{n-1}u(t)\right] = \frac{n}{s}\cdot\frac{n-1}{s}\mathcal{L}\left[t^{n-2}u(t)\right]$$

$$= \frac{n}{s}\cdot\frac{n-1}{s}\cdot\frac{n-2}{s}\cdots\frac{2}{s}\cdot\frac{1}{s}\mathcal{L}\left[t^0 u(t)\right] = \frac{n!}{s^{n+1}}, \qquad \sigma > 0$$