离散数学作业17 - 子群和拉格朗日定理

Problem 1

设G为$M_n(R)$上的加法群，$n \geq 2$，判断下述子集是否构成子群。

(1) 全体对称矩阵。

(2) 全体对角矩阵。

(3) 全体行列式大于等于0的矩阵。

(4) 全体上（下）三角矩阵。

Problem 2

设G为群，a是G中给定元素，a的正规化子$N(a)$表示G中与a可交换的元素构成的集合，即

$$N(a) = \{x|x \in G \wedge xa = ax\}$$

证明$N(a)$是G的子群。

Problem 3

设H是群G的子群，$x \in G$，令

$$xHx^{-1} = \{xhx^{-1}|h \in H\}$$

证明xHx^{-1}是G的子群，称为H的共轭子群。

Problem 4

设H和K分别为群G的r，s阶子群，若r和S互素，证明$H \cap K = \{e\}$。

Problem 5

已知G是非零整数下的乘法运算，$H=\{3^n|n\in Z\}$，证明H是G的子群。