

离散数学作业20-布尔代数

习题1

设 B 是布尔代数, B 中的表达式 f 是: $(a \wedge b) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (b \wedge c)$

a) 化简 f ;

b) 求 f 的对偶式 f^* 。

习题2

设 B 是布尔代数, $\forall a, b \in B$, 证明 $a \preceq b \iff a \wedge b' = 0 \iff a' \vee b = 1$ 。

习题3

设 $\langle B, \wedge, \vee, ', 0, 1 \rangle$ 是布尔代数, 在 B 上定义二元运算 \oplus , $\forall x, y \in B$ 有 $x \oplus y = (x \wedge y') \vee (x' \wedge y)$, 问 $\langle B, \oplus \rangle$ 是否能构成代数系统? 如果能, 指出是哪一种代数系统, 并说明理由。

习题4

设 B 是布尔代数, $\forall a, b, c \in B$, 若 $a \preceq c$, 则有 $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$, 称这个等式为模律, 证明布尔代数适合模律。

习题5

设 B 是布尔代数, $a_1, a_2, \dots, a_n \in B$, 证明:

a) $(a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_n)' = a_1' \wedge a_2' \wedge \dots \wedge a_n'$;

b) $(a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n)' = a_1' \vee a_2' \vee \dots \vee a_n'.$

习题6

设 B_1, B_2, B_3 是布尔代数，证明：若 $B_1 \cong B_2, B_2 \cong B_3$,则 $B_1 \cong B_3$ 。