

离散数学作业17 - 子群和拉格朗日定理

Problem 1

设 G 为 $M_n(R)$ 上的加法群, $n \geq 2$, 判断下述子集是否构成子群。

- (1) 全体对称矩阵。
- (2) 全体对角矩阵。
- (3) 全体行列式大于等于0的矩阵。
- (4) 全体上(下)三角矩阵。

Problem 2

设 G 为群, a 是 G 中给定元素, a 的正规化子 $N(a)$ 表示 G 中与 a 可交换的元素构成的集合, 即

$$N(a) = \{x | x \in G \wedge xa = ax\}$$

证明 $N(a)$ 是 G 的子群。

Problem 3

设 H 是群 G 的子群, $x \in G$, 令

$$xHx^{-1} = \{xhx^{-1} | h \in H\}$$

证明 xHx^{-1} 是 G 的子群, 称为 H 的共轭子群。

Problem 4

设 H 和 K 分别为群 G 的 r , s 阶子群, 若 r 和 s 互素, 证明 $H \cap K = \{e\}$ 。

Problem 5