

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Josephson-Kontakte	1
1.1.1	Josephson-Effekt	1
1.1.2	Josephson Kontakte im Magnetfeld	3
1.1.3	RCSJ Modell	5
1.2	dc-SQUIDs	5
1.2.1	Spannungszustand	6
1.2.2	Rauschen	6
1.2.3	Inbetriebnahme eines dc-SQUIDs	6
1.3	Resonanzen eines dc-SQUIDs	6
1.3.1	Parasitäre Resonanzen	6
1.3.2	Dämpfungsmethoden	6
2	Metallisch Magnetische Kalorimeter	7

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Josephson-Kontakte

Die nach *Brain D. Josephson* benannten *Josephson-Kontakte* (engl. *Josephson junctions*) bestehen aus zwei identischen Supraleitern, die schwach miteinander gekoppelt sind. Im Falle der in dieser Arbeitsgruppe hergestellten Kontakte wird eine solche Kopplung durch eine wenige Ångström dünne Isolationsschicht zwischen den supraleitenden Elektroden realisiert. Aufgrund dessen werden diese auch SIS (Supraleiter-Isolator-Supraleiter) Kontakte genannt. Die so entstehende Dreischichtstruktur besteht typischerweise aus Nb/Al-AlO_x/Nb, wobei das Niob für die Supraleiter verwendet wird und die Isolationsschicht durch das Aluminiumoxid gegeben ist. Ein schematischer Aufbau ist in Abb. ? dargestellt. Wird der Kontakt nun bei sehr kalten Temperaturen (≤ 4 K) gehalten und an eine Stromquelle angeschlossen, ist entgegen der Erwartungen ein Suprastrom messbar.

1.1.1 Josephson-Effekt

Der Stromfluss impliziert das Tunneln von Cooper-Paaren, da bei diesen Temperaturen Niob überwiegend supraleitend ist ($T_c = 9.3$ K). Da die Tunnelwahrscheinlichkeit eines einzelnen Elektrons näherungsweise $p = 10^{-4}$ beträgt, ist bei einem Cooper-Paar bestehend aus zwei Elektronen von einer wesentlich geringeren Wahrscheinlichkeit auszugehen. Josephson sagte jedoch voraus, dass das Tunnelverhalten von Cooper-Paaren und einzelnen Leitungselektronen das gleiche sein muss. Begründet wird dies über das sogenannte *Makroskopische Quantenmodell*, welches im Jahre 1953 von Fritz London formuliert wurde.

Hierbei liegt das Hauptaugenmerk auf der quantenmechanischen Phase θ . Zum einen sind die Abstände zwischen beiden Elektronen eines Cooper-Paares einige nm und damit erheblich größer als der Abstand der Cooper-Paare untereinander, wodurch die Wellenfunktionen stark überlappen. Zum anderen unterliegen Cooper-Paare aufgrund ihres Gesamtspins von 0 der Bose-Einstein Statistik. Somit teilen sich alle Cooper-Paare den gleichen Grundzustand und als Konsequenz sind auch die Energien bzw. Zeitentwicklungen der Phasen gleich. Diese beiden Effekte führen zu dem sogenannten *phase-lock*. Die Phasen benachbarter Paare gleichen sich derart an, dass diese quantenmechanische Eigenschaft nun auf makroskopischer Skala gilt. Dies hat eine makroskopische Wellenfunktion

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi_0(\mathbf{r}, t)e^{i\theta(\mathbf{r}, t)} \quad (1.1)$$

zur Folge, welche alle Ladungsträger des Supraleiters beschreibt. Beide Elektronen eines Cooper-Paares besitzen folglich aufgrund der geteilten Phase dieselbe Tunnelwahrscheinlichkeit wie ein einzelnes Elektron und der Suprastrom wird ermöglicht. Dieses Kohärenzphänomen wird auch als *Josephson-Effekt* bezeichnet. Eine weitere folgenreiche Konsequenz des makroskopischen Quantenmodells ist die Flussquantisierung. Diese stellt zusammen mit dem Josephson-Effekt die Grundlage für Josephson-Kontakte und deren Anwendungen dar.

Die Flussquantisierung wird über das Einfangen eines externen magnetischen Flusses in einem supraleitendem Zylinder hergeleitet. Die Wellenfunktion muss hier nach Umrunden des Zylinders aufgrund von $e^{i\theta} = e^{i\theta+2\pi n}$ unverändert bleiben. Dies hat zur Folge, dass nach Integrieren entlang der stromfreien Mitte der Zylinderwand folgende Gleichung für den eingefangenen Fluss gilt

$$\Phi = \frac{h}{q_s}n = \frac{h}{2e}n \equiv \Phi_0 n \quad (1.2)$$

Hierbei ist $n \in \mathbb{Z}$ und $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ T m}^2$ das sogenannte magnetische Flussquant. Der eingefangene Fluss ist damit quantisiert, was allein aus der makroskopischen Natur der Phase resultiert. Diese Größe spielt eine entscheidende Rolle bei der theoretischen Beschreibung von Josephson-Kontakten.

Das Strom- und Spannungsverhalten in einem SIS-Kontakt wird über die *Josephson-Gleichungen* beschrieben. Entscheidend ist hierbei ein zum eingespeisten Strom I linear proportionaler kritischer Strom I_c , welcher den Grenzfall zweier Betriebsmodi bildet. I oszilliert zudem aufgrund der makroskopischen Natur der Phase mit der eichinvarianten Phasendifferenz φ , woraus die **1. Josephson-Gleichung**

$$I_s = I_c \sin(\varphi) \quad (1.3)$$

resultiert. I_c ist dabei proportional zur Kopplungsstärke κ , welche den Überlapp beider Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 in der Isolationsschicht beschreibt. Es gilt

$$I_c = \frac{4e\kappa V n_s}{\hbar} \quad (1.4)$$

wobei V das Volumen der Supraleiterelektrode und e die Elektronenladung bezeichnet. Es wurde zudem angenommen, dass die Cooper-Paardichte n_s der beiden Su-

praleiter S_1 und S_2 identisch ist, d.h. $n_{s1} = n_{s2} = n_s$.

Die eichinvariante Phasendifferenz bezieht sich auf die Phasen θ_1 und θ_2 der jeweiligen Elektroden an der Grenze zur Isolationsschicht (Position 1 und 2, siehe Abb. ?). Unter Berücksichtigung von möglichen externen elektromagnetischen Feldern innerhalb der Barriere erhält man mit dem Vektorpotential \mathbf{A} die allgemeine Form

$$\varphi = \theta_2(\mathbf{r}, t) - \theta_1(\mathbf{r}, t) - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} \quad . \quad (1.5)$$

Unter Annahme einer konstanten Dichte des Suprastroms J_s entlang des Kontakts erhält man durch bilden der zeitlichen Ableitung von Gleichung (1.5) die **2. Josephson-Gleichung**

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad . \quad (1.6)$$

Der erste Betriebsmodus beschreibt den Fall für $I < I_c$. Hier wird der gesamte eingespeiste Strom von Cooper-Paaren getragen, sodass $I = I_s = \text{const.}$ φ ist folglich auch zeitlich konstant, womit gemäß Gleichung (1.6) $U = 0$ gilt. Dieser spannungsfreie Zustand wird auch als *Josephson-Gleichstromeffekt* bezeichnet.

Für $I > I_c$ fangen jedoch Cooper-Paare an aufzubrechen und ein Teil des Stroms wird von Quasiteilchen getragen, welcher folglich zu einem Spannungsabfall führt. Laut der 2. Josephson-Gleichung wird die Phase φ zeitabhängig, sodass nach Integrieren

$$\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} U t + \varphi_0 = w_J t + \varphi_0 \quad \text{mit} \quad w_J = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (1.7)$$

folgt. Demnach oszilliert der Strom I_s nach Einsetzen von Gleichung (1.7) in Gleichung (1.3) mit der *Josephson-Frequenz* $f_J = \frac{w_J}{2\pi U} = \frac{1}{\Phi_0} \approx 483.6 \frac{\text{MHz}}{\mu\text{V}}$. Entsprechend wird dieses Phänomen *Josephson-Wechselstromeffekt* genannt.

1.1.2 Josephson Kontakte im Magnetfeld

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss

keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss

keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

1.1.3 RCSJ Modell

1.2 dc-SQUIDS

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

1.2.1 Spannungszustand

1.2.2 Rauschen

1.2.3 Inbetriebnahme eines dc-SQUIDs

1.3 Resonanzen eines dc-SQUIDs

1.3.1 Parasitäre Resonanzen

1.3.2 Dämpfungsmethoden

2. Metallisch Magnetische Kalorimeter