



Anna Ferring

Entwicklung von dc-SQUIDs
zur Auslesung von
metallischen magnetischen Kalorimetern

Masterarbeit

März 2015

Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

MASTERARBEIT
im Studiengang Physik

vorgelegt von

Anna Ferring

aus Thomm

2015

Entwicklung von dc-SQUIDs
zur Auslesung von
metallischen magnetischen Kalorimetern

Die Masterarbeit wurde ausgeführt von Anna Ferring am 12. März 2015
Kirchhoff-Institut für Physik
unter der Betreuung von
Herrn Prof. Dr. C. Enss

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung von zur Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern optimierten dc-SQUIDs beschrieben. Insbesondere wurde ein Stromsensor-SQUID mit einer Eingangsinduktivität von $L_{\text{in}} < 2 \text{ nH}$ und ein 16-SQUID-Serien-Array entworfen. Das Stromsensor-SQUID ist als Parallelgradiometer zweiter Ordnung ausgeführt und kann über einen supraleitenden Flusstransformator an ein magnetisches Kalorimeter gekoppelt werden. Die N -SQUID-Serien-Arrays bestehen aus einer Reihenschaltung von N seriellen Gradiometern erster Ordnung und wurden als Verstärker in einem zweistufigen SQUID-Aufbau konzipiert. Beide SQUID-Typen wurden durch Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-Tunnelkontakte realisiert. Insgesamt wurden vier Chargen an SQUIDs hergestellt, die sich systematisch in verschiedenen Prozessparametern unterscheiden. Es wurden über 20 Stromsensor-SQUIDs und N -SQUID-Serien-Arrays bei einer Temperatur von $T = 4,2 \text{ K}$ und 20 mK charakterisiert. Für die Stromsensor-SQUIDs konnten intrinsische Energiesensitivitäten von $\varepsilon_{s,w} = 2 \text{ h}$ für den frequenzunabhängigen Anteil und $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 36 \text{ h}$ für den Beitrag des $1/f$ -Rauschens demonstriert werden. Außerdem wurde ein zweistufiger SQUID-Aufbau aus einem der hergestellten 16-SQUID-Serien-Arrays und einem Stromsensor-SQUID aufgebaut und charakterisiert. Die damit erreichte gekoppelte Energiesensitivität beträgt $\varepsilon_{c,w} = 27 \text{ h}$ für den frequenzunabhängigen Anteil und $\varepsilon_{c,1/f}(1 \text{ Hz}) = 422 \text{ h}$ für den Beitrag des $1/f$ -Rauschens. Mit diesem SQUID-Aufbau ist es somit möglich, ein metallisches magnetisches Kalorimeter mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 1,5 \text{ eV}$ auszulesen.

Development of dc-SQUIDs for the read-out of metallic magnetic calorimeters

Within this thesis, dc-SQUIDs optimized for the read-out of metallic magnetic calorimeters are developed. In particular, a current-sensor-SQUID with an input-inductance $L_{\text{in}} < 2 \text{ nH}$ and a 16-SQUID series array were designed. The current-sensor-SQUID is a second order parallel-gradiometer and can be connected to a metallic magnetic calorimeter via a superconducting flux transformer. The N -SQUID series arrays consist of N series-gradiometers that are arranged in a serial circuit and are intended to serve as an amplifier in a two-stage SQUID-configuration. Both SQUID-types were realized by using Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-junctions. In total, four batches of SQUIDs with systematically varied process parameters were produced. Over 20 current-sensor-SQUIDs and N -SQUID series arrays were characterized at $T = 4.2 \text{ K}$ and 20 mK . For the current-sensor-SQUIDs, intrinsic energy sensitivities of $\varepsilon_{s,w} = 2 \text{ h}$ for the white noise and $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 36 \text{ h}$ for the $1/f$ -noise were achieved. Moreover, a two-stage SQUID-configuration with one of the produced 16-SQUID series arrays and a current-sensor-SQUID was built and characterized. The coupled energy sensitivities that were measured with this setup are as low as $\varepsilon_{s,w} = 27 \text{ h}$ for the white noise and $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 422 \text{ h}$ for the $1/f$ -noise. With this setup it already should be possible to read out an optimized metallic magnetic calorimeter with an energy resolution of $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 1.5 \text{ eV}$.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 SQUID Theorie	3
2.1 Festkörperphysikalische Grundlagen	3
2.1.1 Quantisierung des magnetischen Flusses	3
2.1.2 Josephson-Effekte	5
2.2 Josephson-Tunnelkontakte	6
2.2.1 Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Tunnelkontakte	6
2.2.2 RCSJ-Modell	8
2.2.3 Josephson-Tunnelkontakte im Magnetfeld	10
2.3 dc-SQUIDs	12
2.3.1 Spannungsfreier Zustand	12
2.3.2 Spannungszustand	15
2.3.3 Charakteristische Kenngrößen und Kennlinien von SQUIDs	16
2.3.4 Rauschen	18
3 Praktische SQUIDs	21
3.1 Planare Washer-SQUIDs mit Einkoppelpule	21
3.2 Gradiometer	23
3.3 Linearisierung des SQUID-Signals	24
3.4 Zweistufiger SQUID-Aufbau	26
3.5 N -SQUID-Serien-Arrays	29

3.6 Asymmetrische Betriebsstrom-Einspeisung	30
4 Experimentelle Methoden	33
4.1 SQUID Design	33
4.1.1 Detektor-SQUIDs	33
4.1.2 N -SQUID-Serien-Arrays	35
4.2 SQUID-Fabrikation	36
4.3 Experimenteller Aufbau	39
5 Experimentelle Ergebnisse	41
5.1 Charakteristische Größen der Detektor-SQUIDs	41
5.2 Rauschen der Detektor-SQUIDs	47
5.3 Charakteristische Größen der N -SQUID-Serien-Arrays	49
5.4 Rauschen der 16-SQUID-Serien-Arrays	52
5.5 Zweistufiger Aufbau aus Detektor-SQUID und 16-SQUID-Serien-Array .	53
6 Zusammenfassung	55
Literaturverzeichnis	57
Danksagung	63

1. Einleitung

Supraleitende Quanteninterferenz-Detektoren (SQUIDs) stellen die derzeit präzisesten Messinstrumente zur Bestimmung von magnetischem Fluss bei gleichzeitig hoher Bandbreite dar. Damit sind SQUIDs das Mittel der Wahl bei der Bestimmung aller physikalischen Größen, die auf einfache Art und Weise in magnetischen Fluss umgewandelt werden können. Unter anderem sind sie als empfindliche und breitbandige Stromsensoren bei der Entwicklung und Herstellung von Tieftemperatur-Teilchen-detectoren [Ens05] von großer Bedeutung. Beispiele hierfür sind nicht nur supraleitende Phasenübergangssensoren (TESs) [Irw05] und magnetische Eindringtiefen-Thermometer (MPTs) [Ban12] sondern auch metallische magnetische Kalorimeter (MMCs) [Fle05], die eine sehr gute Energieauflösung bei gleichzeitig großer Energie-Bandbreite haben. Das Kernstück eines solchen Kalorimeters bildet ein Absorber, dessen Temperatur sich nach der Absorption eines Teilchens erhöht. Durch die genaue Bestimmung der Temperaturänderung lässt sich die Energie, die im Absorber deponiert wurde, präzise bestimmen. Im Fall eines magnetischen Kalorimeters wird die Temperaturänderung durch einen paramagnetischen Temperatursensor, der sich in einem schwachen Magnetfeld befindet, in eine Änderung der Magnetisierung des Sensors übersetzt. Zur Auslesung dieses Detektorsignals wird es über einen supraleitenden Flusstransformator magnetisch in ein Stromsensor-SQUID eingekoppelt. Die praktisch erreichbare Energieauflösung eines auf diese Weise ausgelesenen Kalorimeters ist sowohl von der intrinsischen Energieauflösung des Detektors selbst als auch von den Rausch-Eigenschaften des SQUID-Aufbaus abhängig. Letzterer dominiert die Energiesensitivität bei Frequenzen oberhalb von 10 kHz und trägt durch einen bei SQUIDs immer beobachteten zusätzlichen $1/f$ -Anteil auch im niederfrequenten Bereich signifikant zur Verschlechterung der Energiesensitivität bei. In [Kem15] wurde gezeigt, dass das SQUID eine gekoppelte Energiesensitivität von $\varepsilon_c(f) < 15 \text{ } h$, eine $1/f$ -Abschneidefrequenz von $f_c < 300 \text{ Hz}$ und eine Induktivität der Einkoppelpule von $L_{\text{in}} \approx 900 \text{ pH}$ aufweisen muss, um eine Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 1 \text{ eV}$ zu ermöglichen. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Detektor-SQUID entwickelt, das für die Auslesung von magnetischen Kalorimetern optimiert ist. Außerdem wurde ein N -SQUID-Serien-Array entwickelt, das in einem zweistufigen SQUID-Aufbau als Verstärker-SQUID eingesetzt werden kann.

In Kapitel 2 werden zunächst einige theoretische Grundlagen der Festkörperphysik diskutiert, die für das Verständnis der Funktionsweise eines SQUIDs notwendig sind. Insbesondere sind dies die Quantisierung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Leiterschleifen und die Josephson-Effekte. Außerdem werden einige

Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakte sowie das RCSJ-Modell zur Beschreibung derselben diskutiert, da diese essentielle Bestandteile von dc-SQUIDs sind. Danach wird auf eine Theorie zur Beschreibung der Eigenschaften von dc-SQUIDs und deren charakteristische Größen und Kennlinien eingegangen. Zuletzt werden einige Gesichtspunkte zum Rauschen von SQUIDs erläutert.

In Kapitel 3 werden Techniken vorgestellt, mittels derer praktische Anwendungen von SQUIDs verbessert werden können. Dazu gehören das Washer-SQUID zur Verbesserung der magnetischen Einkopplung eines Eingangssignals, das gradiometrische Prinzip zur Unterdrückung magnetischer Störfelder sowie die Rückkoppeltechnik zur Linearisierung des Ausgangssignals. Des Weiteren wird der zweistufige SQUID-Aufbau zur Unterdrückung des durch einen Raumtemperatur-Verstärker hervorgerufenen Rauschens diskutiert. Dabei wird ein Verstärker-SQUID als rauscharmer Tieftemperaturverstärker verwendet. In diesem Zusammenhang wird der Aufbau und die Funktionsweise eines *N*-SQUID-Serien-Arrays erläutert, das häufig als ein solches Verstärker-SQUID eingesetzt wird. Eine weitere Technik zur Unterdrückung des Rauschens des Raumtemperatur-Verstärkers besteht in der asymmetrischen Betriebsstrom-Einspeisung, mit der das Kapitel abgeschlossen wird.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden zwei verschiedene SQUIDs entwickelt, deren Design und Herstellung im Kapitel 4 detailliert diskutiert werden. Das erste Design ist ein Detektor-SQUID, das durch einen supraleitenden Flusstransformator an ein MMC gekoppelt werden kann und so zur Detektorauslesung dient. Das zweite Design stellt ein *N*-SQUID-Serien-Array dar, das als Verstärker-SQUID im zweistufigen SQUID-Aufbau eingesetzt werden kann. Des Weiteren werden die in dieser Arbeit verwendeten Methoden zur Charakterisierung der entwickelten SQUIDs vorgestellt.

In Kapitel 5 werden die experimentellen Ergebnisse der Charakterisierung der im Rahmen dieser Arbeit hergestellten SQUIDs dargestellt. Dabei werden zunächst die Eigenschaften der im einstufigen Aufbau untersuchten Detektor-SQUIDs bei $T = 4,2\text{ K}$ verglichen und deren charakteristische Kennlinien gezeigt. Es folgt eine Diskussion der im zweistufigen Aufbau mit einem 16-SQUID-Serien-Array, das von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Berlin zur Verfügung gestellt wurde, gemessenen Eigenschaften eines beispielhaft herausgegriffenen Detektor-SQUIDs bei $T = 20\text{ mK}$. Des Weiteren erfolgt eine Darstellung der Eigenschaften der entwickelten *N*-SQUID-Serien-Arrays. Zum Schluss wird ein zweistufiger Aufbau bestehend aus einem Detektor-SQUID und einem 16-SQUID-Serien-Arrays vorgestellt, welche zur Auslesung eines hochauflösenden metallischen magnetischen Kalorimeters mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 1,5\text{ eV}$ geeignet ist.

2. SQUID Theorie

In diesem Kapitel sollen zunächst einige festkörperphysikalische Grundlagen, die für das Verständnis der Funktionsweise eines SQUIDs erforderlich sind, zusammengefasst werden. Hierzu zählen einerseits die Flussquantisierung in geschlossenen supraleitenden Leiterschleifen sowie andererseits die Josephson-Effekte, die das kohärente Tunneln von Cooper-Paaren durch eine nicht-leitende Barriere beschreiben. Im Anschluss werden wichtige Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakte beschrieben, mit denen im Rahmen dieser Arbeit verschiedene SQUIDs realisiert worden sind. Zum Abschluss dieses Kapitels werden der Aufbau sowie die Funktionsweise eines idealen SQUIDs diskutiert.

2.1 Festkörperphysikalische Grundlagen

Nach der BCS-Theorie [Bar57] kann der Zustand der Cooper-Paare in einem Supraleiter durch eine makroskopische Wellenfunktion

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_s(\mathbf{r})} e^{i\phi(\mathbf{r})} \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Hierbei ist $n_s(r)$ die Anzahldichte der Cooper-Paare und $\phi(r)$ die Phase der Wellenfunktion. Aus den Eigenschaften dieser Wellenfunktion folgt das Auftreten interessanter quantenmechanischer Phänomene, wie zum Beispiel die Flussquantisierung in geschlossenen supraleitenden Leiterschleifen sowie die Josephson-Effekte, auf die in den nächsten Abschnitten näher eingegangen wird.

2.1.1 Quantisierung des magnetischen Flusses

Für die Herleitung der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Leiterschleifen [Dol61, Dea61, Lon50] wird ein geschlossener Ring aus einem supraleitenden Material betrachtet, der, wie in Abbildung 2.1 illustriert ist, von einem Magnetfeld mit magnetischer Flussdichte \mathbf{B} durchsetzt wird. Aus dem quantenmechanischen Ausdruck für den elektrischen Strom in einem Magnetfeld

$$\mathbf{j} = i \frac{\hbar q}{2M} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{q^2}{M} \mathbf{A} \Psi^* \Psi \quad (2.2)$$

lässt sich durch Einsetzen der Wellenfunktion $\Psi(r)$ Gleichung (2.1) der Ausdruck

$$\mu_0 \lambda_L^2 \mathbf{j} = \left(\frac{\hbar}{e} \nabla \phi - 2 \mathbf{A} \right) \quad (2.3)$$

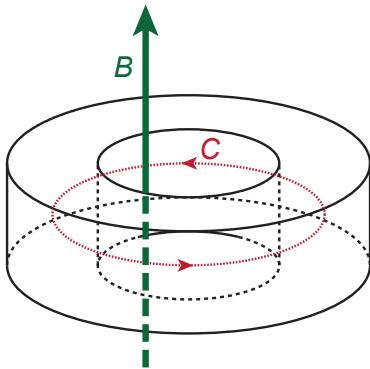


Abb. 2.1: Schematische Darstellung eines supraleitenden Rings, der von einem Magnetfeld mit magnetischer Flussdichte \mathbf{B} durchsetzt wird. Die rote gestrichelte Linie kennzeichnet den in Gleichung (2.4) gewählten Integrationspfad C , der sich tief im Inneren des supraleitenden Materials befindet und für den die Suprastromdichte \mathbf{j} verschwindet.

ableiten. Hierbei bezeichnen $\lambda_L = \sqrt{M/\mu_0 n_s q^2}$ die Londonsche Eindringtiefe, sowie $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ die magnetische Permeabilität des Vakuums, \mathbf{A} das magnetische Vektorpotential, \hbar das Plancksche Wirkungsquantum, e und m die Ladung und Masse des Elektrons sowie $q = -2e$ und $M = 2m$ die Ladung und Masse der Cooper-Paare. Wird Gleichung (2.3) über einen geschlossenen Pfad entlang des Rings integriert, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\mu_0 \lambda_L^2 \oint_C \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = \frac{\hbar}{e} \oint_C \nabla \phi \cdot d\mathbf{s} - 2 \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} . \quad (2.4)$$

Wenn sich der Integrationspfad C , wie in Abbildung 2.1 dargestellt ist, tief im Inneren des Supraleiters befindet, verschwindet die linke Seite der Gleichung (2.4), da dort für die Suprastromdichte $\mathbf{j} = 0$ gilt. Weiterhin gibt das erste Integral auf der rechten Seite die Phasendifferenz entlang des Integrationspfades C wieder, welche aufgrund der Wohldefiniertheit der Wellenfunktion nur Werte von $2\pi n$ mit $n \in \mathbb{Z}$ annehmen kann. Unter Anwendung des Stokes'schen Theorems kann das letzte Integral in Gleichung (2.4) so umgeformt werden, dass es dem Flächenintegral über der magnetischen Flussdichte und damit dem magnetischen Fluss Φ , der den Ring durchsetzt, entspricht:

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int_F \mathbf{B} \cdot d\mathbf{f} = \Phi . \quad (2.5)$$

Somit folgt aus Gleichung (2.4), dass der magnetische Fluss innerhalb des supraleitenden Rings

$$\Phi = n \frac{\hbar}{2e} = n \Phi_0 \quad (2.6)$$

mit ganzen Zahlen n ausschließlich ganzzahlige Vielfache des magnetischen Flussquants $\Phi_0 = h/(2e) = 2,067 \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$ annehmen kann.

2.1.2 Josephson-Effekte

Die Josephson-Effekte beschreiben das kohärente Tunneln von Cooper-Paaren durch sogenannte Josephson-Kontakte [Jos62]. Hierbei handelt es sich um eine schwache elektrische Verbindung zwischen zwei Supraleitern, die beispielsweise durch eine wenige Nanometer dicke Metalloxid-Schicht zwischen zwei supraleitenden Elektroden realisiert werden kann. Nach Gleichung (2.1) kann der Zustand der beiden Supraleiter S_1 und S_2 , die durch eine Potentialbarriere endlicher Höhe voneinander getrennt werden, durch die Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 beschrieben werden. Aufgrund der geringen Dicke der Isolationsschicht zwischen den Supraleitern gibt es einen von 0 verschiedenen Überlapp zwischen den Wellenfunktionen. Die dadurch entstehende Kopplung der Wellenfunktionen kann mathematisch durch die gekoppelten Schrödinger-Gleichungen

$$i\hbar \dot{\Psi}_1 = \mu_1 \Psi_1 + \kappa \Psi_2 \quad (2.7)$$

$$i\hbar \dot{\Psi}_2 = \mu_2 \Psi_2 + \kappa \Psi_1 \quad (2.8)$$

ausgedrückt werden [Fey64]. Hierbei bezeichnen μ_1 und μ_2 das chemische Potential der beiden Supraleiter. Gemäß $\mu_1 - \mu_2 = 2eU$ ist die Differenz der chemischen Potentiale proportional zu der über dem Kontakt abfallenden Spannung U . Nach Einsetzen der Wellenfunktion $\Phi(r)$ aus Gleichung (2.1) in die Gleichungen (2.7) und (2.8) entstehen durch Trennen der Real- und Imaginärteile die folgenden beiden Josephson-Gleichungen:

$$\dot{n}_{s1} = \frac{2\kappa}{\hbar} n_s \sin(\varphi) = \dot{n}_{s2} \quad (2.9)$$

$$\hbar(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) = -(\mu_2 - \mu_1) = 2eU \quad , \quad (2.10)$$

wobei aus Gründen der Einfachheit angenommen wurde, dass beide Supraleiter aus dem gleichen Material bestehen und deswegen die gleiche Dichte an Cooper-Paaren $n_{s1} = n_{s2} = n_s$ besitzen. Da die Änderung der Anzahl der Cooper-Paare \dot{n}_s proportional zu dem durch den Josephson-Kontakt fließenden Strom I_S ist, ist nach den Gleichungen (2.9) und (2.10) der Suprastrom

$$I_S = I_c \sin(\varphi), \quad (2.11)$$

proportional zu dem kritischen Strom $I_c = 2\kappa/\hbar n_s$ und sinusförmig abhängig von der eichinvarianten Phasendifferenz

$$\varphi = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.12)$$

zwischen den Supraleitern S_1 und S_2 . Hierbei bezeichnet \mathbf{A} das magnetische Vektorpotential in der Barriere und ϕ_1 und ϕ_2 die Phasen der beiden Wellenfunktionen

Ψ_1 und Ψ_2 . Die beiden Gleichungen (2.9) und (2.10) bilden die Grundlage für die Beschreibung des Josephson-Gleichstromeffekts und des Josephson-Wechselstromeffekts, die im Folgenden kurz zusammengefasst werden.

Josephson-Gleichstromeffekt Wird ein kleiner elektrischer Strom $I < I_c$ in einen Josephson-Kontakt eingeprägt, so kann dieser Strom durch Cooper-Paare getragen werden. Nach Gleichung (2.11) ist die Phasendifferenz φ durch die Stromstärke des Supraströms I_S festgelegt und folglich für einen konstanten Strom I konstant. Aus der Gleichung (2.10) folgt, dass keine Spannung über dem Josephson-Kontakt abfällt. Dieses Phänomen des widerstandsfreien Stromtransports durch eine Potentialbarriere hindurch nennt man Josephson-Gleichstromeffekt.

Josephson-Wechselstromeffekt Übersteigt der eingeprägte Strom I den kritischen Strom I_c , d.h. $I > I_c$, so kann der Suprastrom I_S den Gesamtstrom nicht alleine tragen. Es fließt zusätzlich ein Quasiteilchenstrom durch den Josephson-Kontakt, der mit einem endlichen Spannungsabfall $U \neq 0$ über dem Kontakt verbunden ist. Nach Gleichung (2.10) wächst daher die Phasendifferenz

$$\varphi(t) = \omega_J t + \varphi_0 \quad \text{mit} \quad \omega_J = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (2.13)$$

linear mit der Zeit an. Deswegen fließt nach Gleichung (2.11) ein hochfrequenter Suprastrom $I_S = I_c \sin(\omega_J t + \varphi_0)$ durch die Barriere, dessen Frequenz $\omega_J/(2\pi U) = 1/\Phi_0 \approx 483,6 \text{ MHz}/\mu\text{V}$ beträgt. Das Auftreten dieses hochfrequenten Wechselstroms durch einen Josephson-Kontakt wird auch als Josephson-Wechselstromeffekt bezeichnet.

2.2 Josephson-Tunnelkontakte

Wie bereits im letzten Abschnitt erwähnt wurde, kann ein Josephson-Kontakt durch eine wenige Nanometer dicke Metalloxid-Schicht zwischen zwei supraleitenden Elektroden hergestellt werden. Solche Kontakte können heute durch Methoden der Dünnenschichttechnologie zuverlässig hergestellt werden. Speziell wurden im Rahmen dieser Arbeit Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-Tunnelkontakte verwendet, bei denen eine wenige Nanometer dünne Aluminiumoxid-Schicht zwei supraleitende Niob-Elektroden voneinander trennt.

2.2.1 Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Tunnelkontakte

Abbildung 2.2 zeigt eine typische Strom-Spannungs-Kennlinie eines im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-Kontakts. Wird ein Strom I in

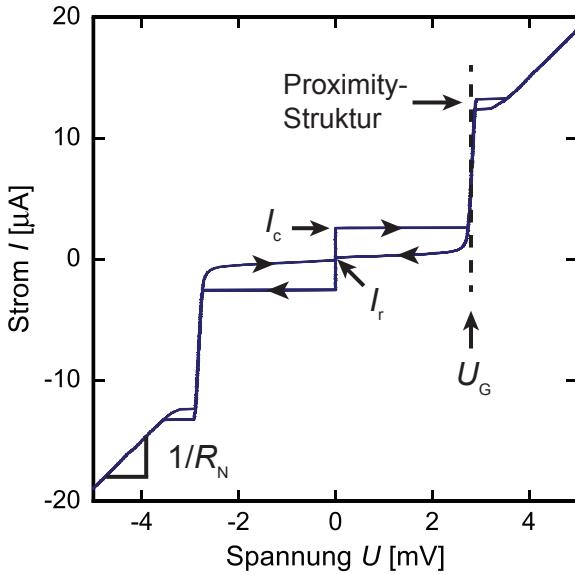


Abb. 2.2: Strom-Spannungs-Kennlinie eines im institutseigenen Reinraum hergestellten hysteretischen Nb/Al-AlO_x/Nb Josephson-Kontakts. Die Richtung, in der die Kennlinie vom Ursprung aus durchlaufen wird, ist durch Pfeile verdeutlicht.

den Josephson-Kontakt eingeprägt und ausgehend von $I = 0$ sukzessive erhöht, so kann der Strom gemäß dem Josephson-Gleichstromeffekt ohne Spannungs-Abfall fließen. Für $I > I_c$ kann der Strom nicht allein durch den Suprastrom getragen werden und es fließt zusätzlich ein Quasiteilchenstrom der mit einem endlichen Spannungsabfall über dem Kontakt verbunden ist. In der Kennlinie wird dieser Übergang durch eine scharfe Kante bei $I = I_c$ deutlich. Der Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie bei endlichen Spannungen kann durch das Verhalten der Quasiteilchen erklärt werden, welches in Lehrbüchern wie [Buc04] ausführlich behandelt wird. Da zur Aufspaltung eines Cooper-Paares in zwei Quasiteilchen die Energie ($\Delta_1 + \Delta_2$), die der Summe der Energielücken der beiden Supraleiter entspricht, benötigt wird, fällt über dem Josephson-Kontakt für $I > I_c$ die Spannung $U_G = (\Delta_1 + \Delta_2)/e$ ab. Weit oberhalb von I_c geht die Kennlinie in einen Ohmschen Bereich über, in dem die Steigung $1/R_N$ der Kennlinie konstant ist. Zwischen der Gap-Spannung und dem Ohmschen Bereich ist die sogenannte Proximity-Struktur [McM68] zu erkennen. Der Proximity-Effekt resultiert aus dem Vorhandensein einer sehr dünnen normalleitenden Aluminiumschicht zwischen der Basiselektrode und der Barriere der Josephson-Kontakte, welche die Phasenübergangstemperatur der Basiselektrode geringfügig reduziert. Wird der Strom durch den Kontakt ausgehend vom Ohmschen Bereich wieder verringert, stellt sich der spannungsfreie Zustand erst bei einem Rückkehrstrom $I_r < I_c$ ein. Dabei wird auch der Sub-Gap-Bereich $U < U_G$ der Quasiteilchenkennlinie durchlaufen. In diesem Bereich ist der Quasiteilchenstrom klein, da nur wenige durch thermische Anregungsprozesse entstandene Quasiteilchen vorhanden sind.

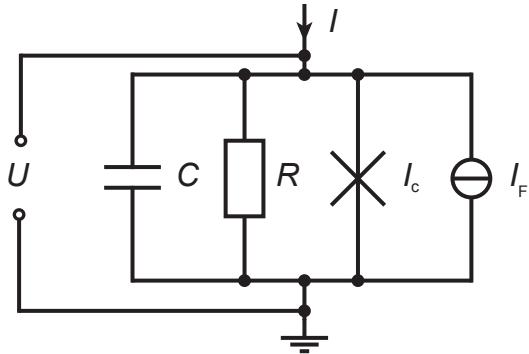


Abb. 2.3: Ersatzschaltbild für einen Josephson-Tunnelkontakt im RCSJ-Modell. Der Josephson-Kontakt wird modelliert als Parallelschaltung aus einem Widerstand R , einer Kapazität C , einer Rauschquelle I_F und einem idealen Josephson-Kontakt mit dem Suprastrom $I_S = I_c \sin(\varphi)$.

2.2.2 RCSJ-Modell

Eine mikroskopische Beschreibung der dynamischen Eigenschaften eines Josephson-Kontakts ist auch heutzutage nicht vollständig möglich. Jedoch können die Eigenschaften eines Josephson-Kontakts mit Hilfe des Modells eines resistiv und kapazitiv geshunteten Josephson-Kontakts, kurz RCSJ-Modell, das auf dem in Abbildung 2.3 dargestellten phänomenologisch motivierten Ersatzschaltbild basiert, hinreichend genau vorhergesagt werden. In diesem Modell, das nur für punktförmige Josephson-Kontakte (siehe Abschnitt 2.2.3) gilt, wird ein Josephson-Kontakt als eine Parallelschaltung aus einem idealen Josephson-Kontakt, einem Widerstand R , einer Kapazität C und einer Rauschquelle I_F modelliert. Der Gesamtstrom durch einen realen Josephson-Kontakt setzt sich demnach aus dem Suprastrom $I_S = I_c \sin(\varphi)$, dem Verschiebungsstrom $I_V = C\dot{U}$, dem Quasiteilchenstrom I_N sowie einem Rauschstrom I_F zusammen. Unter Verwendung der Gleichung (2.10) kann der Gesamtstrom durch einen realen Josephson-Kontakt als

$$I = I_c \sin(\varphi) + \frac{1}{R} \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} + C \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + I_F \quad (2.14)$$

geschrieben werden. Gleichung (2.14) ist mathematisch äquivalent zur Bewegungsgleichung

$$M \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \eta \frac{d\varphi}{dt} + \nabla E_{\text{pot}} = 0 \quad (2.15)$$

eines Teilchens mit Masse $M = (\hbar/2e)^2 C$, das sich unter Einfluss einer Reibungskraft mit Reibungskoeffizient $\eta = (\hbar/2e)^2 (1/R)$ in einem Waschbrettpotential

$$E_{\text{pot}}(\varphi) = E_J [1 - \cos(\varphi) - i\varphi + i_F(t)\varphi] \quad (2.16)$$

mit den normierten Strömen $i = I/I_c$ und $i_F = I_F/I_c$ und der Josephson-Kopplungsenergie $E_J = \hbar I_c/(2e)$ bewegt. Der Verlauf des Waschbrettpotentials $E_{\text{pot}}(\varphi)$ ist in Abbildung 2.4 gezeigt. Je höher der Strom i durch den Josephson-Kontakt ist, desto stärker wird das Potential gekippt. Für $i < 1$ existieren lokale Potentialminima,

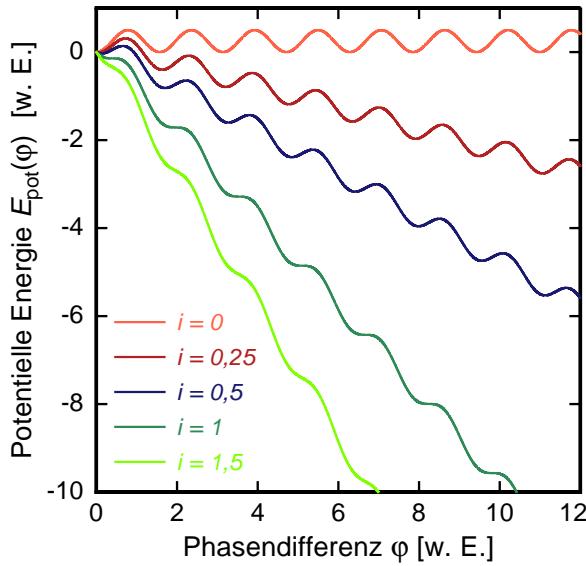


Abb. 2.4: Verlauf des Waschbrett-potentials $E_{\text{pot}}(\phi)$ für unterschiedliche Werte des normierten Stroms $i = I/I_c$.

in denen das Teilchen eingefangen werden kann. Da der Mittelwert $\langle \dot{\phi} \rangle$ der zeitlichen Entwicklung der Phasendifferenz in diesem Fall verschwindet, fällt über dem Josephson-Kontakt keine Spannung ab. Für $i \geq 1$ verschwinden die Potentialbarrieren und das Teilchen bewegt sich im Potential bergab. Somit ist die Phasendifferenz des Systems zeitlich nicht konstant und es fällt eine Spannung U über dem Josephson-Kontakt ab. Wird der Strom nun wieder sukzessive verringert, bilden sich die Potentialbarrieren für $i \leq 1$ wieder aus und das Teilchen kann bei einem Strom I_r in einem Minimum eingefangen werden. Der Wert dieses Stroms wird durch das Verhältnis der Masse des Teilchens sowie des Reibungskoeffizienten η bestimmt, das durch den Stewart-McCumber-Parameter

$$\beta_c = \frac{2e}{\hbar} I_c R^2 C \quad (2.17)$$

dargestellt werden kann. Für $\beta_c \ll 1$ ist der Josephson-Kontakt stark überdämpft, so dass das Teilchen bereits bei $I_r = I_c$ in einem Minimum eingefangen werden kann. Im Gegensatz dazu stoppt die Bewegung des Teilchens im unterdämpften System, d.h. für $\beta_c \gg 1$, erst bei einem Strom I_r , der über die Beziehung

$$\frac{I_r}{I_c} = \frac{4}{\pi R} \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi C I_c}} = \frac{4}{\pi \sqrt{\beta_c}} \quad (2.18)$$

berechnet werden kann [Lik86]. Für $\beta_c \ll 1$ und $I > I_c$ ergibt sich im Rahmen des RCSJ-Modells für das zeitliche Mittel der über dem Josephson-Kontakt abfallenden Spannung der Ausdruck

$$\langle U(t) \rangle = I_c R \sqrt{\left(\frac{I}{I_c}\right)^2 - 1} \quad \text{für} \quad \frac{I}{I_c} > 1 \quad . \quad (2.19)$$

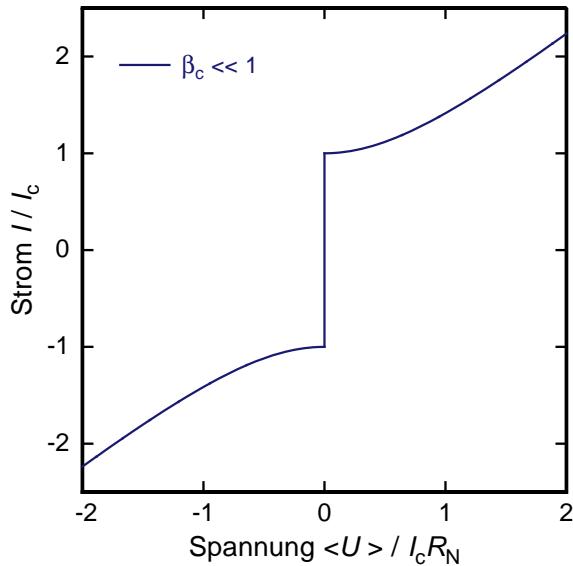


Abb. 2.5: Theoretischer Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie eines stark überdämpften Josephson-Kontakts.

Der Verlauf der daraus resultierenden Strom-Spannungs-Kennlinie ist in Abbildung 2.5 gezeigt. Die hochfrequenten Oszillationen des Suprastroms sind durch die zeitliche Mittelung nicht in der Kennlinie zu erkennen.

2.2.3 Josephson-Tunnelkontakte im Magnetfeld

Um später die Magnetfeldabhängigkeit der Eigenschaften eines SQUIDs mathematisch beschreiben zu können, sollen an dieser Stelle zunächst einzelne Josephson-Tunnelkontakte im Magnetfeld betrachtet werden, da die mathematische Beschreibung in beiden Fällen analog verläuft. Reale Josephson-Kontakte sind nicht punktförmig, sondern haben eine räumlich ausgedehnte Kontaktfläche. Deshalb muss in Betracht gezogen werden, dass die Phasendifferenz $\varphi(r)$ über der Tunnelbarriere ortsabhängig ist. Für die in dieser Arbeit verwendeten kurzen Josephson-Kontakte gilt, dass die Seitenlänge der Kontaktfläche kleiner ist als die Josephson-Eindringtiefe für Dünnschicht-Tunnelkontakte [Wei69]

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0 j_c (\lambda_L^{(1)} + \lambda_L^{(2)} + d)}} . \quad (2.20)$$

Dabei stehen $j_c = I_c/A$ für die kritische Stromdichte des Josephson-Kontakts der Fläche A , $\lambda_L^{(1)}$ und $\lambda_L^{(2)}$ für die Londonschen Eindringtiefen der beiden Supraleiter und d für die Dicke der Isolationsschicht. Ist diese Voraussetzung erfüllt, kann das Magnetfeld, das durch den Suprastrom im Josephson-Kontakt erzeugt wird, gegenüber dem äußeren Magnetfeld vernachlässigt werden [Fer63]. Um die Abhängigkeit des kritischen Stroms I_c vom äußeren Magnetfeld mit Flussdichte B zu untersuchen,

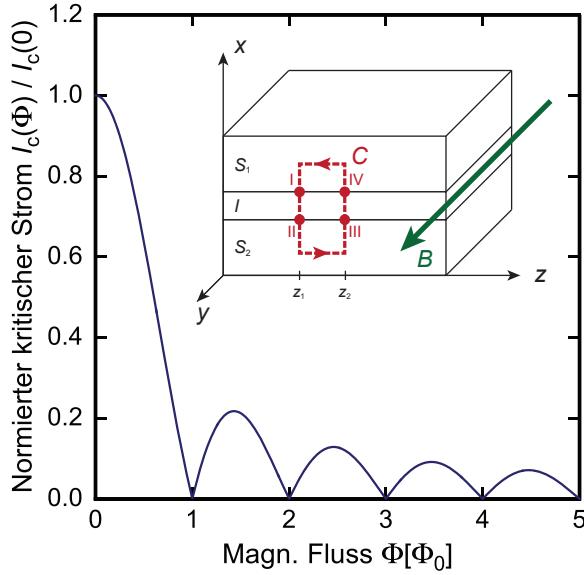


Abb. 2.6: Normierter maximaler Suprastrom $I_c(\Phi)/I_c(0)$ durch einen Josephson-Kontakt in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss Φ in Einheiten des magnetischen Flussquants Φ_0 . Rechts oben eingefügt ist eine schematische Darstellung eines Josephson-Tunnelkontakte im Magnetfeld. Die rote gestrichelte Linie symbolisiert einen geschlossenen Integrationspfad C , der durch die beiden Supraleiter S_1 und S_2 verläuft und die Tunnelbarriere zweimal überquert. Der grüne Pfeil markiert die Richtung des Magnetfelds mit der magnetischen Flussdichte B .

wird die Phasenänderung entlang eines geschlossenen Integrationspfades, der in der eingefügten Zeichnung in Abbildung 2.6 beispielhaft dargestellt ist, betrachtet. Diese Änderung muss aufgrund der Eindeutigkeit der makroskopischen Wellenfunktion durch ein ganzzahliges Vielfaches von 2π gegeben sein. Durch Aufteilen des Integrationspfades in die Wege I bis IV (siehe Einfügung in Abbildung 2.6) und Einsetzen der durch Gleichung (2.3) gegebenen Suprastromdichte, ergibt sich der Unterschied in der Phasendifferenz zwischen den Punkten z_1 und z_2 zu

$$\varphi(z_1) - \varphi(z_2) = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} . \quad (2.21)$$

Dieser ist also abhängig von dem magnetischen Fluss Φ , der den Integrationspfad durchsetzt. Wird der Abstand $dz = z_2 - z_1$ infinitesimal klein, erhält man durch Integration der Gleichung (2.21) die Magnetfeldabhängigkeit der Phasendifferenz

$$\varphi(z) = \frac{2\pi}{\Phi_0} B z d^* + \varphi_0 . \quad (2.22)$$

Hierbei ist $d^* = d + \lambda_L^{(1)} + \lambda_L^{(2)}$ die effektive Dicke der Tunnelbarriere und φ_0 die Phasendifferenz bei $z = 0$. Somit ergibt sich für die ortsabhängige Suprastromdichte in einem Josephson-Kontakt der Ausdruck

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_c \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} B z d^* + \varphi_0 \right) . \quad (2.23)$$

Wird die Suprastromdichte \mathbf{j} unter Annahme einer konstanten Suprastromdichte \mathbf{j}_c über die gesamte Kontakt-Fläche integriert, zeigt sich, dass der kritische Strom I_c

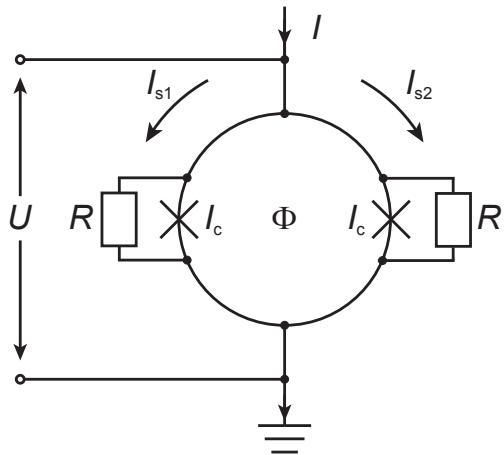


Abb. 2.7: Schematische Darstellung eines dc-SQUIDs. Parallel zu den Josephson-Kontakten sind Shunt-Widerstände angebracht, um ein hysteretisches Verhalten der Josephson-Kontakte zu unterdrücken.

von dem den Kontakt durchsetzenden magnetischen Fluss Φ abhängt und durch die Beziehung

$$I_s^{\max}(\Phi) = I_c \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{(\pi\Phi/\Phi_0)} \right| \quad (2.24)$$

gegeben ist, die in Abbildung 2.6 dargestellt ist.

2.3 dc-SQUIDS

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden eine Reihe von dc-SQUIDS entwickelt und hinsichtlich ihrer physikalischen Eigenschaften untersucht. Abbildung 2.7 zeigt ein Schema eines dc-SQUIDs, wobei die Kreuze reale Josephson-Kontakte symbolisieren. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, besteht ein dc-SQUID aus einer geschlossenen supraleitenden Leiterschleife, die an zwei Stellen durch Josephson-Kontakte mit dem kritischen Strom I_c unterbrochen ist. Parallel zu den Josephson-Kontakten sind Shunt-Widerstände geschaltet, um ein hysteretisches Verhalten der Josephson-Kontakte (siehe Abschnitt 2.2.2) zu vermeiden. Es wird sich im Folgenden zeigen, dass dc-SQUIDS als sehr empfindliche Fluss-zu-Spannungs-Transformatoren verwendet werden können, die eine Änderung des magnetischen Flusses Φ in der SQUID-Leiterschleife in eine Spannungsänderung umwandeln.

2.3.1 Spannungsfreier Zustand

Gemäß der Abbildung 2.7 kann ein dc-SQUID als eine Parallelschaltung zweier Josephson-Kontakte angesehen werden. Für die nun folgende Betrachtung soll angenommen werden, dass beide Josephson-Kontakte identisch sind, so dass deren Strom-Phase-Beziehungen durch $I_{s1} = I_c \sin(\varphi_1)$ und $I_{s2} = I_c \sin(\varphi_2)$ gegeben sind (siehe

Abbildung 2.7). Hierbei bezeichnen I_{s1} und I_{s2} die Ströme durch den ersten beziehungsweise zweiten Josephson-Kontakt. Der Gesamtstrom durch ein dc-SQUID ist nach der Kirchhoffsschen Maschenregel durch die Beziehung

$$I_s = I_c \sin \varphi_1 + I_c \sin \varphi_2 = 2I_c \cos \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \sin \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \quad (2.25)$$

gegeben. Um einen Ausdruck für die Phasendifferenzen φ_1 und φ_2 zu finden, wird analog zur Rechnung in Abschnitt 2.2.3 die Phasenänderung entlang eines geschlossenen Pfades innerhalb der SQUID-Leiterschleife berechnet. Es zeigt sich, dass die Differenz $\varphi_1 - \varphi_2$ proportional zum magnetischen Fluss Φ innerhalb der SQUID-Leiterschleife ist:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \quad . \quad (2.26)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.25) erhält man damit für den Suprastrom eines dc-SQUIDs den Ausdruck

$$I_s = 2I_c \cos \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \sin \left(\varphi_1 + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad . \quad (2.27)$$

Der gesamte magnetische Fluss Φ im SQUID

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LI_{\text{cir}} \quad (2.28)$$

kann als Summe aus dem extern in das SQUID applizierten Fluss Φ_{ext} und dem durch zirkulierende Abschirmströme in der SQUID-Leiterschleife induzierten internen Fluss $\Phi_L = LI_{\text{cir}}$ beschrieben werden. Letzterer hängt von der Induktivität L der SQUID-Leiterschleife und dem Abschirmstrom $I_{\text{cir}} = (I_{s1} - I_{s2})/2$ ab. Damit folgt aus Gleichung (2.28) der Ausdruck

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} - LI_c \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \cos \left(\varphi_1 + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad , \quad (2.29)$$

der zusammen mit Gleichung (2.27) ein Gleichungssystem bildet, mit dem die Eigenschaften eines dc-SQUIDs beschrieben werden können. Für kleine Ströme $I_s \ll I_c$ gilt gemäß Gleichung (2.25) die Beziehung $\sin \varphi_1 \approx -\sin \varphi_2$, so dass man mit Hilfe von Gleichung (2.29) für die Flussbilanz den Ausdruck

$$\Phi_{\text{ext}} = \Phi + LI_c \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) = \Phi + \frac{\Phi_0 \beta_L}{2} \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (2.30)$$

ableiten kann. Hierbei entspricht der Abschirmparameter

$$\beta_L := \frac{2LI_c}{\Phi_0} \quad (2.31)$$

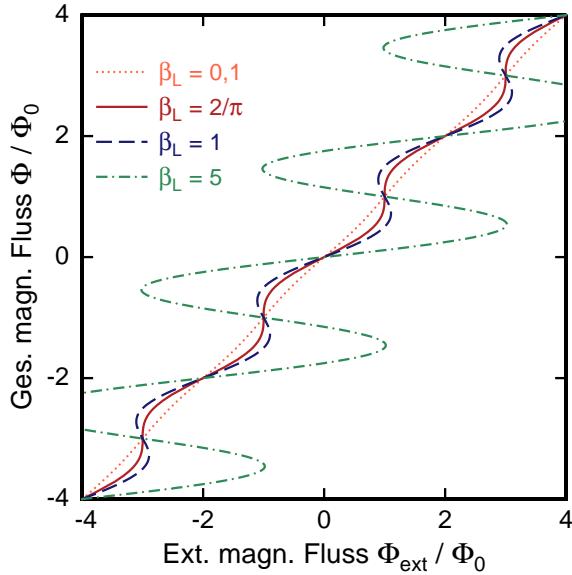


Abb. 2.8: Verlauf des normierten magnetischen Gesamtflusses Φ/Φ_0 in Abhängigkeit vom externen magnetischen Fluss Φ_{ext}/Φ_0 für verschiedene Werte des Abschirmparameters β_L .

dem Verhältnis des maximalen Abschirmstroms $I_{\text{cir}}^{\max} = I_c$ und $\Phi_0/2$. In Abbildung 2.8 ist die Abhängigkeit des magnetischen Gesamtflusses Φ vom externen magnetischen Fluss Φ_{ext} für verschiedene Abschirmparameeter β_L dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Beziehung (2.30) für $\beta_L > 2/\pi$ uneindeutig ist und dass es für denselben externen Fluss verschiedene Werte für den gesamten magnetischen Fluss im SQUID geben kann. Entspricht der externe magnetische Fluss ganzzahligen Vielfachen des magnetischen Flussquants $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$, so verschwindet der Ringstrom $I_{\text{cir}} = 0$ und der Gesamtfluss im SQUID entspricht gerade dem auferen Magnetfeld Φ_{ext} . Dies ist in der Abbildung 2.8 an den Knotenpunkten der verschiedenen Kurven zu erkennen. Anhand des Abschirmparameters β_L können zwei Grenzfälle unterschieden werden, für die eine analytische Lösung des durch die Gleichungen (2.27) und (2.29) gegebenen Gleichungssystems existiert.

Kleiner Abschirmparameter $\beta_L \ll 1$

Ist der durch die Ringströme generierte magnetische Fluss im SQUID $\Phi_L = LI_{\text{cir}}$ sehr viel kleiner als ein magnetisches Flussquant, d.h. $\Phi_L \ll \Phi_0$, so ist gemas Gleichung (2.28) der Gesamtfluss im SQUID nur durch den extern angelegten Fluss bestimmt. In diesem Fall erhält man nach Gleichung (2.27) für den maximalen Suprastrom den Ausdruck

$$I_s^{\max} \approx 2I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| . \quad (2.32)$$

Der maximale Suprastrom I_s^{\max} nimmt abhängig vom externen Fluss Φ_{ext} Werte zwischen 0 und $2I_c$ an und wird periodisch durch das auferne Magnetfeld moduliert.

Großer Abschirmparameter $\beta_L \gg 1$

Für $\beta_L \gg 1$ ist der in der SQUID-Leiterschleife zirkulierende Ringstrom sehr viel größer als ein Flussquant und kann demnach nicht mehr vernachlässigt werden. Der Gesamtfluss im SQUID tendiert daher dazu, quantisiert zu sein:

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LI_c \approx n\Phi_0 \quad . \quad (2.33)$$

Daraus kann abgeleitet werden, dass der maximale Suprastrom

$$\frac{I_s^{\max}}{2I_c} \approx 1 - \frac{2\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0\beta_L} \quad (2.34)$$

etwas kleiner als I_c und ungefähr antiproportional zu β_L ist. Die Modulation des Suprastroms durch das externe magnetische Feld nimmt daher stark mit steigendem Abschirmparameter β_L ab.

2.3.2 Spannungszustand

Wird der maximale Suprastrom I_s^{\max} eines SQUIDs überschritten, so fließen zusätzlich Quasiteilchenströme durch die Josephson-Kontakte, die zu einem endlichen Spannungsabfall über dem SQUID führen. Im Grenzfall kleiner Abschirmströme und starker Dämpfung, d.h. $\beta_L \ll 1$ und $\beta_c \ll 1$, ist die mittlere über dem SQUID abfallende Spannung gemäß der Gleichungen (2.19) durch

$$\langle U(t) \rangle = I_c R \sqrt{\left(\frac{I}{2I_c}\right)^2 - \left(\frac{I_s^{\max}(\Phi_{\text{ext}})}{2I_c}\right)^2} = I_c R \sqrt{\left(\frac{I}{2I_c}\right)^2 - \cos^2\left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right)} \quad (2.35)$$

gegeben. Hierbei bezeichnet $\langle U(t) \rangle$ den zeitlichen Mittelwert der über dem SQUID abfallenden Spannung und R den Wert des Shunt-Widerstands eines einzelnen Josephson-Kontakts. Die Strom-Spannungs-Kennlinie eines solchen SQUIDs ähnelt daher der Kennlinie eines einzelnen überdämpften ($\beta_c \ll 1$) Josephson-Kontakts im Magnetfeld. Für viele Laboranwendungen ist ein solches SQUID allerding nicht praktisch, da aufgrund der geringen Fläche der SQUID-Leiterschleife vergleichsweise große Magnetfelder benötigt werden, um eine Änderung des kritischen Stroms zu erzeugen. Ein solches SQUID eignet sich daher nicht als empfindliches Messgerät für kleinste Magnetfelder. Bei der allgemeinen Beschreibung eines dc-SQUIDs muss neben dem kritischen Strom des Josephson-Kontakts auch die Kapazität C der Josephson-Kontakte sowie die Induktivität L der SQUID-Leiterschleife berücksichtigt werden. Ausgehend von den Josephson-Gleichungen sowie den Gleichungen (2.27), (2.28) und (2.29) erhält man für die Phasendifferenzen φ_1 und φ_2 den folgenden Satz

von Gleichungen [Tes77, Bru82, Waa84], der numerisch selbstkonsistent gelöst werden muss, um die Eigenschaften eines dc-SQUIDs berechnen zu können:

$$U = \frac{\Phi_0}{4\pi} \left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt} \right) \quad (2.36)$$

$$2\pi n = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} - 2\pi \frac{LI_{\text{cir}}}{\Phi_0} \quad (2.37)$$

$$\frac{I}{2} = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi_1}{dt} + I_c \sin \varphi_1 + I_{\text{cir}} + I_{F1} \quad (2.38)$$

$$\frac{I}{2} = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi_2}{dt} + I_c \sin \varphi_2 - I_{\text{cir}} + I_{F2} \quad (2.39)$$

Hierbei setzt Gleichung (2.36) analog zur zweiten Josephson-Gleichung die zeitliche Änderung der Phasendifferenzen φ_1 und φ_2 mit der über dem SQUID abfallenden Spannung U in Verbindung. Gleichung (2.37) drückt die Flussquantisierung in der supraleitenden SQUID-Leiterschleife aus. Die Gleichungen (2.38) und (2.39) stellen Langevin-Gleichungen dar. Diese geben einen Ausdruck für die durch die beiden Seitenarme der SQUID-Leiterschleife fließenden Ströme. Dabei wurden die verschiedenen Anteile der Ströme, d.h. Supraströme, Quasiteilchenströme, Verschiebungströme und Rauschströme aufaddiert. Die beiden Gleichungen sind über den zirkulierenden Abschirmstrom I_{cir} gekoppelt. In [Tes77] wurde durch numerisches Lösen der Gleichungen (2.36) - (2.39) gezeigt, dass ein dc-SQUID optimal im Hinblick auf die erreichbare Energiesensitivität (vgl. Abschnitt 2.3.4) für $\beta_L \approx 1$ und $\beta_c \approx 1$ ist.

2.3.3 Charakteristische Kenngrößen und Kennlinien von SQUIDs

Wie im vorherigen Kapitel bereits angemerkt wurde, ist die mathematische Beschreibung der Eigenschaften eines dc-SQUIDs im allgemeinen Fall nicht analytisch durchführbar. Deswegen soll in diesem Abschnitt der Betrieb eines dc-SQUIDs exemplarisch für ein SQUID im Grenzfall starker Dämpfung und kleiner Abschirmströme diskutiert werden. Der Betrieb eines optimalen SQUIDs mit $\beta_L \approx \beta_c \approx 1$ verläuft analog, sodass alle hier gewonnenen Erkenntnisse direkt auf ein optimales SQUID angewendet werden können. Aus Gleichung (2.35) ist ersichtlich, dass die Strom-Spannungs-Kennlinie eines SQUIDs periodisch vom extern angelegten magnetischen Fluss abhängt. In der Praxis werden dc-SQUIDs typischerweise bei konstantem Strom $I > 2I_c$ (Strombetrieb) oder konstanter Spannung U (Spannungsbetrieb) betrieben [Dru04], sodass sich das SQUID-Signal periodisch mit dem magnetischen Fluss ändert. Abbildung 2.9 zeigt beispielhaft, wie die Fluss-Spannungs-Kennlinie eines bei konstantem Strom betriebenen SQUIDs aus der Strom-Spannungs-Kennlinie hervorgeht. Aus deren Verlauf ist ersichtlich, dass die Fluss-Spannungs-Kennlinie für $I_{\max} = 2I_c$ den größten Spannungshub ΔU besitzt. Dieser maximale Spannungshub ist gegeben durch $\Delta U_{\max} = I_c R_N$. Durch thermische Strom-Fluktuationen wird

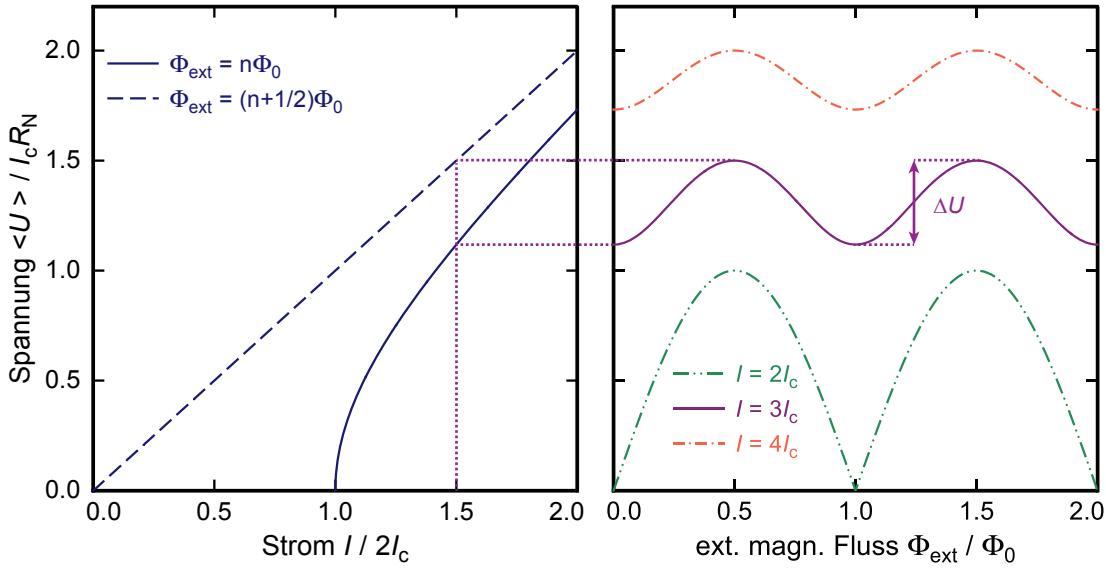


Abb. 2.9: (Links) Strom-Spannungs-Kennlinie eines dc-SQUIDS mit vernachlässigbaren Abschirmströmen und stark überdämpften Josephson-Kontakten, d.h. $\beta_L \ll 1$ und $\beta_c \ll 1$, für die Fälle $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$ und $\Phi_{\text{ext}} = (n+1/2)\Phi_0$. (Rechts) Die über dem SQUID abfallende Spannung bei verschiedenen konstanten Strömen $I = 2I_c, 3I_c, 4I_c$ in Abhängigkeit vom externen magnetischen Fluss.

die scharfe Kante bei $I = 2I_c$ in der Strom-Spannungs-Kennlinie, die in Abbildung 2.9 gezeigt ist, verrundet [Iva68, Amb69]. Um die daraus resultierenden negativen Auswirkungen auf V_ϕ zu vermeiden, muss der kritische Strom nach

$$\frac{I_c}{5} \gtrsim I_{\text{th}} := \frac{2\pi k_B T}{\Phi_0} \quad (2.40)$$

mindestens fünffach größer als der thermische Strom I_{th} sein, welches durch Computersimulationen [Cla88] gezeigt werden konnte. Für eine Temperatur von $T = 4,2\text{ K}$ beträgt die untere Grenze für den kritischen Strom ungefähr $1\text{ }\mu\text{A}$. Aus weiteren numerischen Berechnungen geht hervor, dass der Betriebsstrom bei maximalem Spannungshub unter Einbeziehung einer durch thermisches Rauschen verrundeten Strom-Spannungs-Kennlinie durch die Gleichung [Dru96b]

$$I_{\text{max}} \approx 2I_c \left(1 - \sqrt{\Gamma/\pi} \right) \quad (2.41)$$

approximiert werden kann. Hierbei ist der Korrekturterm durch den Rauschparameter $\Gamma = I_{\text{th}}/I_c$ gegeben. Wie bereits weiter oben erwähnt worden ist, stellt ein dc-SQUID einen empfindlichen Fluss-zu-Spannungs-Konverter (Strombetrieb) beziehungsweise einen empfindlichen Fluss-zu-Strom-Konverter (Spannungsbetrieb) dar. Die entsprechenden Transferkoeffizienten können aus der Fluss-Spannungs- beziehungsweise Fluss-Strom-Kennlinie abgeleitet werden und sind durch die Steigung

der Kennlinie am Arbeitspunkt gegeben:

$$V_\Phi := \left| \left(\frac{\partial U}{\partial \Phi_{\text{ext}}} \right)_{I=\text{const.}} \right| \quad (\text{Strombetrieb}) \quad (2.42)$$

$$I_\Phi := \left| \left(\frac{\partial I}{\partial \Phi_{\text{ext}}} \right)_{U=\text{const.}} \right| \quad (\text{Spannungsbetrieb}) \quad (2.43)$$

Um möglichst große Ausgangssignale zu erhalten, wird im Allgemeinen der Arbeitspunkt eines SQUIDs so eingestellt, dass der Hub maximal ist, sodass der durch Gleichung (2.42) gegebene Koeffizient bei geeignetem Fluss-Offset Φ_{off} maximiert werden kann. Daraus folgt, dass beim Strombetrieb eines dc-SQUIDs der Betriebsstrom bei $I \gtrsim 2I_c$ liegen und der Fluss-Offset $\Phi_{\text{off}} = [(2n + 1)/4]\Phi_0$ betragen sollte.

2.3.4 Rauschen

Das intrinsische Rauschen eines dc-SQUIDs wird hauptsächlich durch den elektrischen Widerstand der Shunt-Widerstände verursacht. Ein Ohmscher Widerstand verursacht ein weißes Stromrauschen [Joh28, Nyq28] mit der spektralen Leistungsdichte

$$S_I(f) = \frac{4k_B T}{R} \quad , \quad (2.44)$$

das von der Temperatur T und dem elektrischen Widerstand R abhängt. Das durch elektrische Widerstände in einem SQUID auftretende Stromrauschen kann in zwei Beiträge unterteilt werden. Der Strombeitrag, der durch die beiden Josephson-Kontakte in dieselbe Richtung fließt, ist gegeben durch $S_I^{\text{par}} = 4k_B T/(R/2)$. Hierbei wurde berücksichtigt, dass bei einem dc-SQUID zwei Shunt-Widerstände parallel geschaltet sind. Weiterhin fließt in der SQUID-Leiterschleife ein Rauschstrom mit spektraler Leistungsdichte $S_I^{\text{cir}} = 4k_B T/2R$, der von den beiden in der Leiterschleife in Serie geschalteten Shunt-Widerständen R verursacht wird. Durch Addition der beiden daraus abgeleiteten Spannungsrausch-Beiträge erhält man das gesamte von den Shunt-Widerständen erwartete Spannungsrauschen mit der spektralen Leistungsdichte

$$S_V = S_I^{\text{par}} R_d^2 + S_I^{\text{cir}} L^2 V_\Phi^2 \quad , \quad (2.45)$$

wobei R_d der differenzielle Widerstand des SQUIDs am Arbeitspunkt ist. Aus numerischen Simulationen [Tes77, Bru82] können optimale Werte für R_d und L bestimmt werden, sodass sich Gleichung (2.45) zu

$$S_V = 18k_B T R \quad (2.46)$$

vereinfacht. Mit dem in Gleichung (2.42) definierten Fluss-zu-Spannungs-Koeffizient kann das Spannungsrauschen in das scheinbare intrinsische Flussrauschen

$$\sqrt{S_\Phi(f)} = \frac{\sqrt{S_V(f)}}{V_\Phi} \quad (2.47)$$

eines dc-SQUIDs überführt werden. Ein dc-SQUID mit Shunt-Widerständen von $R = 10\Omega$ und einem Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten von $V_\Phi = 50\mu\text{V}/\Phi_0$ hätte demnach bei einer Temperatur von $T = 1\text{ K}$ ein scheinbares intrinsisches Flussrauschen von $\sqrt{S_\Phi} = 1(\mu\Phi_0)/\sqrt{\text{Hz}}$. Um das Rauschen von SQUIDS unterschiedlicher Induktivität vergleichen zu können, wird häufig die Energiesensitivität

$$\varepsilon_s(f) := \frac{S_\Phi(f)}{2L} = \frac{S_V(f)}{2LV_\Phi^2} \quad (2.48)$$

definiert. Demzufolge sollte die Induktivität L für eine optimale Energiesensitivität so groß wie möglich gewählt werden. Computersimulationen zeigen allerdings, dass

$$5 \cdot L \lesssim L_{\text{th}} := \frac{\Phi_0}{2I_{\text{th}}} = \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 k_{\text{B}} T} \quad (2.49)$$

mit der thermischen Induktivität L_{th} [Lik86] gelten muss, damit das thermische Rauschen in der SQUID-Leiterschleife vernachlässigbar ist. Bei einer Temperatur von $T = 4,2\text{ K}$ ergibt sich ein Wert von 1 nH als obere Grenze für die Induktivität. Mit Hilfe der Gleichung (2.46) erhält man für die intrinsische Energiesensitivität den folgenden Ausdruck:

$$\varepsilon_s(f) \approx \frac{9k_{\text{B}}TL}{R} = 16k_{\text{B}}T \sqrt{\frac{LC}{\beta_c}} \quad . \quad (2.50)$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass die Energiesensitivität für $\beta_c \approx \beta_L \approx 1$ minimal wird und damit der Fluss-zu-Spannungs-Koeffizient durch den Ausdruck

$$V_\Phi \approx \frac{I_c R}{\Phi_0/2} \approx \frac{R}{L} \quad (2.51)$$

genähert werden kann. Demzufolge beläuft sich die Energiesensitivität eines dc-SQUIDS mit der Induktivität $L = 100\text{ pH}$ und Shunt-Widerständen von $R = 10\Omega$ bei einer Temperatur von $T = 100\text{ mK}$ auf $\varepsilon_s = 1,87\text{ h}$. Obwohl die Energiesensitivität laut Gleichung (2.50) proportional zur Temperatur ist, kann ε_s im Experiment nicht durch Abkühlen beliebig verringert werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die thermische Kopplung zwischen den Elektronen und Phononen in dünnen Metallschichten bei tiefen Temperaturen $T < 100\text{ mK}$ sehr schwach ist. Wird in einem solchen System mit Volumen V die konstante Leistung P dissipiert, so ist die Gleichgewichtstemperatur T_e der Elektronen verschieden von der Gleichgewichtstemperatur T_p der Phononen und beträgt nach [Wel94]

$$T_e = \left(\frac{P}{\Sigma V} + T_p^5 \right)^{1/5} \quad , \quad (2.52)$$

wobei Σ ein materialabhängiger Parameter ist. Demnach kann die Mindesttemperatur für Elektronen $T_{e,\min} = (P/\Sigma V)^{1/5}$ nicht unterschritten werden. Außerdem

verbietet die Heisenbergsche Unschärferelation die Existenz von Energiesensitivitäten, die kleiner als das Quantenlimit sind.

Zusätzlich zu dem erwarteten frequenzunabhängigen Rauschen zeigt sich experimentell typischerweise eine Erhöhung des Rauschens zu niedrigen Frequenzen hin. Der gesamte spektrale Verlauf der spektralen Leistungsdichte des scheinbaren intrinsischen Flussrauschens eines SQUIDs kann mittels der phänomenologisch motivierten Gleichung

$$S_\Phi = S_{\Phi,w} + \frac{S_{\Phi,1/f}(1 \text{ Hz})}{f^\alpha} \quad (2.53)$$

mit Koeffizienten α zwischen 0,5 und 1 [Dru11] parametrisiert werden. Dabei ist das weiße Rauschen $S_{\Phi,w}$ der gesamte frequenzunabhängige Anteil des Rauschens und $S_{\Phi,1/f}(1 \text{ Hz})$ die Amplitude des $1/f$ -Anteils des Rauschspektrums bei einer Frequenz von 1 Hz.

3. Praktische SQUIDs

Die in Kapitel 2 diskutierten idealen SQUIDs sind für den praktischen Einsatz nur bedingt geeignet. Dies liegt einerseits daran, dass die im Kapitel 2 vorgestellten SQUIDs nur eine geringe Feldempfindlichkeit aufweisen können, da die SQUID-Induktivität auf Werte $< 1 \text{ nH}$ (vergleiche Abschnitt 2.3.4) beschränkt werden sollte und andererseits die zur Auslesung eines SQUIDs verwendete Raumtemperatur-Elektronik signifikant zum Rauschen des Gesamtaufbaus beiträgt, sofern nicht spezielle Techniken Anwendung finden. Außerdem führt die Magnetfeldempfindlichkeit der in Kapitel 2 diskutierten SQUIDs zu einer Anfälligkeit gegenüber äußeren Hintergrundfeldern, die ein Signal vortäuschen können. Derartige SQUIDs stellen daher enorm große Anforderungen an magnetische Abschirmungen. In diesem Kapitel sollen daher einige Möglichkeiten zur Realisierung und Modifizierung der in Kapitel 2 diskutierten SQUIDs für die praktische Anwendung, insbesondere bei der Auslesung magnetischer Kalorimeter, diskutiert werden. Dabei wird zunächst auf die planare Washer-Geometrie und einen gradiometrischen Aufbau eingegangen. Außerdem wird eine Methode zur Linearisierung des SQUID-Signals sowie verschiedene Techniken zur Verringerung des Einflusses der Raumtemperatur-Elektronik auf das Gesamtrauschen vorgestellt. In diesem Zusammenhang wird insbesondere der doppelstufige SQUID-Aufbau und die Verwendung von N -SQUID-Serien-Arrays diskutiert.

3.1 Planare Washer-SQUIDs mit Einkoppelpule

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten SQUIDs werden zur Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern benutzt und in diesem Zusammenhang als Stromsensoren verwendet. Zwischen dem Kalorimeter und dem SQUID befindet sich ein supraleitender Flusstransformator, der das Detektorsignal über eine Aufnehmerspule am Kalorimeter und eine Einkoppelpule in das SQUID weitergibt [Fle03]. Diese Einkoppelpule sollte möglichst gut an die SQUID-Induktivität gekoppelt sein, um magnetische Kopplungsverluste möglichst gering zu halten. Die Kopplung zwischen der Eingangsspule mit Induktivität L_{in} und der SQUID-Leiterschleife mit Induktivität L_S wird durch den Kopplungsfaktor

$$k = \frac{M_{\text{in}}}{\sqrt{L_S L_{\text{in}}}} \quad (3.1)$$

quantifiziert. Dabei stellt $M_{\text{in}} = \Delta\Phi/\Delta I_{\text{in}}$ die Gegeninduktivität dar, die das Verhältnis des in ein SQUID eingekoppelten Flusses $\Delta\Phi$ zur Stromänderung ΔI_{in} in der

Einkoppelpspule beschreibt. Der Kopplungsfaktor k verbindet die sogenannte gekoppelte Energiesensitivität $\varepsilon_c(f)$ mit der in Gleichung (2.48) definierten Energiesensitivität $\varepsilon_s(f)$:

$$\varepsilon_c(f) = \frac{1}{2} L_i S_I = \frac{\varepsilon_s(f)}{k^2} . \quad (3.2)$$

Hierbei ist S_I die spektrale Leistungsdichte des scheinbaren intrinsischen Stromrauschens in der Einkoppelpspule, das durch $S_I = S_\Phi / M_{\text{in}}^2$ gegeben ist. Eine oft genutzte Möglichkeit, eine starke Kopplung zwischen der Einkoppelpspule und der SQUID-Leiterschleife zu erreichen, ist der in [Det79, Jay81] beschriebene Washer¹-Aufbau. Dabei befindet sich die planare Einkoppelpspule direkt auf der als breite Bahn ausgeführten SQUID-Leiterschleife, die in der Literatur gemeinhin Washer genannt wird. Der komplette Aufbau ist mikrostrukturierbar und damit mit modernen Methoden der Dünnschichtverfahren zuverlässig herstellbar. In Abbildung 3.1 ist ein solcher Washer-Aufbau schematisch gezeigt. Die Induktivität

$$L_S = L_T + L_L + L_P \quad (3.3)$$

eines Washer-SQUIDs setzt sich zusammen aus den geometrieabhängigen Beiträgen L_T des Schlitzes, L_L des Washerlochs und der Induktivität L_P [Ket91], die mit der parasitären Induktivität im Bereich der Josephson-Kontakte verknüpft ist. Für bestimmte Fälle, wie zum Beispiel bei einer quadratischen Washer-Struktur, kann ein empirischer, auf numerischen Simulationen basierender, Ausdruck zur Berechnung dieser einzelnen Anteile gefunden werden. Eine Übersicht dazu ist beispielsweise in [Cla04] zu finden. Für komplexere Strukturen, wie etwa die in dieser Arbeit verwendeten Washer (siehe Abschnitt 4.1.1), existiert keine allgemeingültige Formel. Allerdings kann die SQUID-Induktivität in diesem Fall mit Hilfe von numerischen Methoden bestimmt werden. Dies gilt natürlich auch für die Induktivität der Einkoppelpspule.

Bei der in Abbildung 3.1 schematisch gezeigten Realisierung eines Washer-SQUIDs mit Einkoppelpspule sind die SQUID-Leiterschleife und die Einkoppelpspule durch eine Isolatorschicht galvanisch voneinander getrennt, um Störströme im Messkreis zu vermeiden. Durch diese geometrische Anordnung gibt es jedoch eine kapazitive Kopplung zwischen Einkoppelpspule und SQUID-Induktivität, die von der Dicke der Isolatorschicht zwischen den beiden Elementen abhängt. Somit bildet die gesamte Anordnung einen LC -Schwingkreis, in dem Streifenleiter-Resonanzen bei niedrigeren Frequenzen und Washer-Resonanzen bei hohen Frequenzen auftreten. Im Fall der Streifenleiter-Resonanz fungiert der Washer als Massefläche und die Eigenschaften des Schwingkreises hängen von der als Streifenleiter ausgeführten Einkoppelpspule ab, wohingegen im umgekehrten Fall der Streifenleiter als Massefläche dient und die Eigenschaften der Washer-Resonanzen von der Geometrie des Washers

¹Englischer Begriff für Scheibe, Unterlegscheibe bzw. Unterlegring

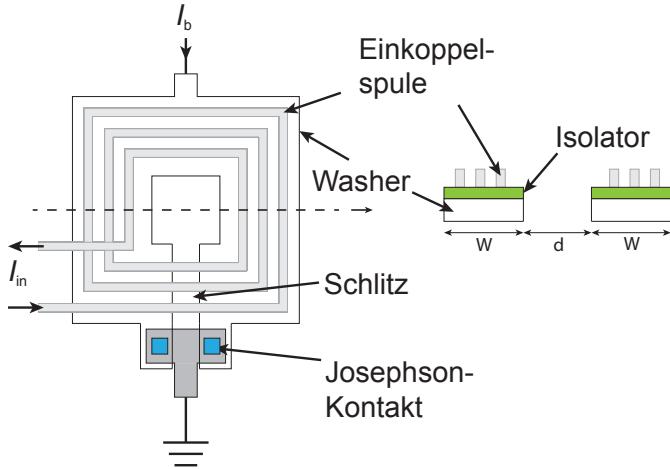


Abb. 3.1: Schematische Darstellung eines quadratischen Washer-SQUIDs mit planarer Einkoppelspule, die induktiv an die als Washer ausgeführten SQUID-Leiterschleife gekoppelt ist. Die beiden Spulen sind durch eine Isolationslage galvanisch voneinander getrennt.

abhangen[Enp92]. Zur Dämpfung dieser Resonanzen können Shunt-Widerstände beziehungsweise Filter aus einer Kombination eines Widerstands und eines Kondensators an verschiedenen Stellen im Aufbau eingesetzt werden. Durch einen Widerstand R_w , der die beiden SQUID-Seitenarme miteinander kurzschließt, werden die Washer-Resonanzen gedämpft [Fog89, Enp91]. Dahingegen dämpft ein RC -Filter, der die beiden Zuleitungen der Eingangsspule kurzschließt, Resonanzen im Eingangskreis [Knu87] und Washer-Resonanzen [Enp91]. Durch einen spuleninternen Widerstand in der Einkoppelspule, der die einzelnen Windungen der Spule kurzschließt, werden beide Arten der Resonanz gedämpft [Hub01].

3.2 Gradiometer

Die Unterdrückung äußerer magnetischer Störsignale ist nach [Ket78, Zim71] durch die Verwendung gradiometrischer Geometrien der SQUID-Leiterschleife möglich. Dabei wird die SQUID-Leiterschleife durch eine Parallel- oder Serienschaltung mehrerer Leiterschleifen gebildet, deren Umlaufsinn derart gewählt ist, dass sich die Beiträge eines magnetischen Störfeldes gegeneinander aufheben. Abhängig davon, ob es sich um eine Parallel- oder Serienschaltung handelt, nennt man den Aufbau Parallelgradiometer oder serielles Gradiometer. In Abbildung 3.2 a) ist ein SQUID gezeigt, das als serielles Gradiometer erster Ordnung ausgeführt ist. Wird dieses, wie in der Abbildung angedeutet ist, einem homogenen Magnetfeld ausgesetzt, so heben sich die dadurch in den beiden Schleifen entstehenden Ströme an den Josephson-Kontakten gegenseitig auf. Dasselbe gilt auch in einem parallelgradiometrischen SQUID, das in Abbildung 3.2 b) schematisch dargestellt ist. In einem Gradiometer zweiter Ordnung (siehe Abbildung 3.2 c)) bleibt zusätzlich der Einfluss des linear variierenden Anteils eines inhomogenen Magnetfeldes ohne effektiven Stromfluss. Die Gesamtinduktivität

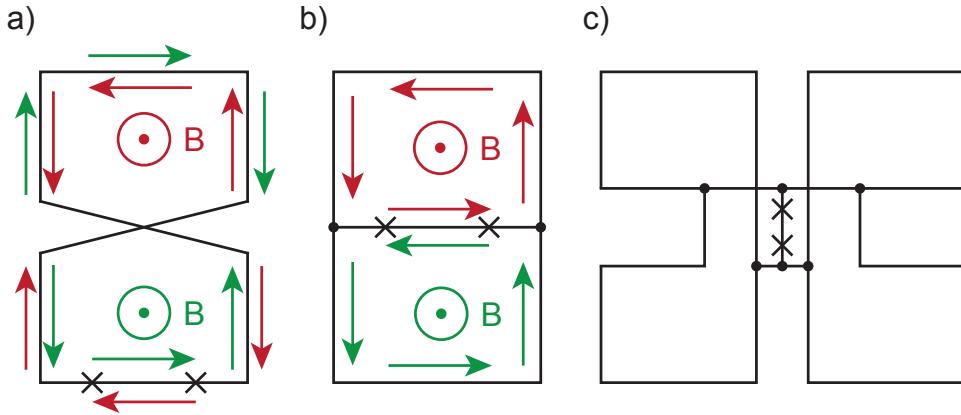


Abb. 3.2: Schematische Darstellung a) eines seriellen und b) eines parallelen Gradiometers erster Ordnung. Beide Gradiometer werden in der Abbildung beispielhaft von einem homogenen Magnetfeld mit magnetischer Flussdichte B durchsetzt. Die dadurch in den beiden Spulen induzierten Ströme heben sich an den Josephson-Kontakten auf. c) Schematische Darstellung eines parallelen Gradiometers zweiter Ordnung. Durch die Anordnung der Spulen wird der Einfluss eines inhomogenen äußeren Magnetfeldes bis auf Beiträge zweiter und höherer Ordnung unterdrückt.

L_S der SQUID-Leiterschleife ergibt sich für serielle Gradiometer aus der Summe

$$L_S = L_{W1} + L_{W2} \quad (3.4)$$

der Induktivitäten L_{W1} und L_{W2} der einzelnen Washer-Schleifen. Für ein Parallelgradiometer gilt entsprechend

$$L_S^{-1} = L_{W1}^{-1} + L_{W2}^{-1} \quad (3.5)$$

zur Berechnung der Gesamtinduktivität der SQUID-Leiterschleife.

3.3 Linearisierung des SQUID-Signals

Wird ein SQUID, wie in Abschnitt 2.3.3 beschrieben wurde, im einfachen Spannungs- oder Strombetrieb verwendet, so sind die zugehörigen Kennlinien periodisch mit dem magnetischen Flussquant Φ_0 (siehe Abbildung 2.9). Die größte in diesem Betriebsmodus innerhalb einer Periode eindeutig messbare Flussänderung beträgt somit nur $\Delta\Phi = \Phi_0/2$, linear ist die Kennlinie jedoch nur für ungefähr $\Delta\Phi = \Phi_0/4$. Um den Flussbereich, in dem ein SQUID lineare Messergebnisse liefert, zu vergrößern, wird die in Abbildung 3.3 schematisch gezeigte Flussrückkopplungstechnik verwendet. Dabei wird eine Referenzspannung U_b angelegt, die gerade so groß ist, dass die

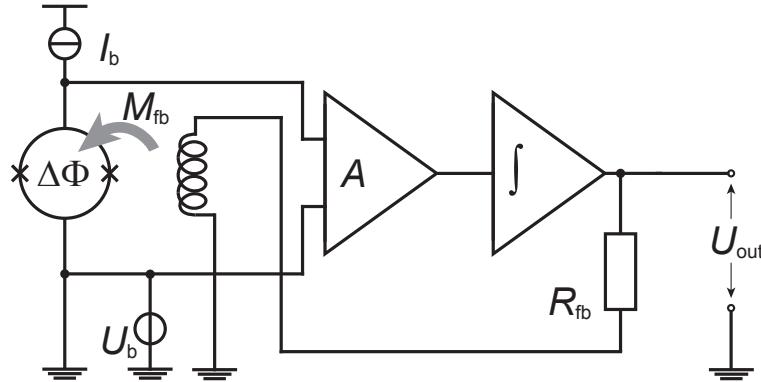


Abb. 3.3: Schematische Darstellung eines SQUID-Aufbaus mit Flussrückkopplung zur Linearisierung des Ausgangssignals. Das verstärkte und integrierte Ausgangssignal des SQUIDs wird über einen Widerstand R_{fb} und die Rückkoppelpulpe mit der Gegeninduktivität M_{fb} als Kompensationsfluss in das SQUID zurückgeführt. Damit wird die initiale Flussänderung im SQUID auf Null gesetzt.

Eingangsspannung des nachgeschalteten Differenz-Verstärkers am gewünschten Arbeitspunkt verschwindet. Das Ausgangssignal des SQUIDs wird verstärkt, integriert und über einen Rückkoppelwiderstand R_{fb} und eine Rückkoppelpulpe mit der Einkopplensensitivität M_{fb} als Kompensationsfluss in das SQUID eingekoppelt. Infolgedessen wird der magnetische Fluss im SQUID konstant gehalten und das SQUID auf einen Arbeitspunkt stabilisiert. Das Ausgangssignal $U_{\text{out}} = \Delta\Phi(R_{\text{fb}}/M_{\text{fb}})$ entspricht der Spannung, die nötig ist, um die Flussänderung $\Delta\Phi$ zu kompensieren.

In einem solchen SQUID-Aufbau mit einem Raumtemperatur-Verstärker ist die spektrale Leistungsdichte des scheinbaren Flussrauschen des SQUIDS

$$S_\Phi = S_{\Phi,\text{SQ}} + \frac{S_{U,\text{el}}}{V_\Phi^2} + \frac{S_{I,\text{el}}}{I_\Phi^2} \quad (3.6)$$

durch das intrinsische Rauschen des SQUIDS $\sqrt{S_{\Phi,\text{SQ}}}$ und das Spannungsrauschen $\sqrt{S_{U,\text{el}}}$ sowie das Stromrauschen $\sqrt{S_{I,\text{el}}}$ des Raumtemperatur-Verstärkers bestimmt. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete rauscharme und breitbandige SQUID-Elektronik XXF-1 der Firma Magnicon GmbH, welche alle für den Betrieb eines modernen Stromsensor-SQUIDS benötigten Strom- und Spannungsquellen sowie Raumtemperatur-Verstärker und Rückkoppelschaltung enthält, hat ein intrinsisches Spannungsrauschen von $\sqrt{S_{U,\text{el}}} \approx 0,33 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ und ein intrinsisches Stromrauschen von $\sqrt{S_{I,\text{el}}} \approx 2,6 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ [Dru06]. Angenommen, die Transferkoeffizienten eines SQUIDS betragen $V_\Phi = 50 \mu\text{V}/\Phi_0$ und $I_\Phi = 50 \mu\text{A}/\Phi_0$ (siehe Tabelle 5.1), so ist der Anteil des Spannungsrauschen des Verstärkers mit $\sqrt{S_{U,\text{el}}}/V_\Phi = 6,6 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ sehr viel größer als der des Stromrauschen mit $\sqrt{S_{I,\text{el}}}/I_\Phi = 0,05 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Daher kann in

der Regel das Stromrauschen des Verstärkers vernachlässigt werden. Insgesamt jedoch übertrifft das Flussrauschen des Verstärkers das intrinsische Flussrauschen des SQUIDs, das bei ungefähr $1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ liegt (vgl. Abschnitt 2.3.4), um den Faktor 6,6. Um dem entgegenzuwirken, ist es möglich, einen rauscharmen Tieftemperatur-Verstärker zwischen das SQUID und die Raumtemperatur-Elektronik zu schalten. Dazu kann ein zweites SQUID in einem sogenannten zweistufigen SQUID-Aufbau verwendet werden, welcher im nächsten Abschnitt diskutiert wird.

3.4 Zweistufiger SQUID-Aufbau

In Abbildung 3.4 ist eine mögliche Realisierung eines zweistufigen SQUID-Aufbaus mit Flussrückkopplung schematisch gezeigt. Das Detektor-Signal wird über den Strom I_{in} in der Einkoppelpule des primären SQUIDs (SQ1) mit der Gegeninduktivität M_{in} in dasselbe eingekoppelt. Dessen Ausgangssignal wird über eine mit dem primären SQUID in Serie geschaltete Spule, die die Einkoppelpule des sekundären SQUIDs (SQ2) bildet, über die Gegeninduktivität M_{Amp} an dieses weitergegeben und dort verstärkt. Die Ausgangsspannung, die über dem sekundären SQUID abfällt, wird mittels eines Raumtemperatur-Operationsverstärkers mit dem Verstärkungsfaktor A verstärkt und nachfolgend an einen Integrator weitergegeben. Zur Linearisierung des Ausgangssignals (siehe Abschnitt 3.3) wird die Ausgangsspannung des Gesamtaufbaus U_{out} über einen Rückkoppelwiderstand R_{fb} in die Rückkoppelpule des primären SQUIDs zurückgegeben, sodass der über die Gegeninduktivität M_{fb} in das primäre SQUID eingekoppelte Fluss der durch das Signal entstandenen Flussänderung entgegenwirkt. Das primäre SQUID befindet sich in einer Parallelschaltung zu dem Widerstand $R_G \ll R_N$, der sehr viel kleiner als der Widerstand R_N des SQUIDs im Ohmschen Bereich der Strom-Spannungs-Kennlinie sein sollte. Über einen konstanten Betriebsstrom I wird die Spannung, die an dem SQUID anliegt, auf einen nahezu konstanten Wert eingestellt, welches dem Spannungsbetrieb entspricht. Dadurch wird die im primären SQUID dissipierte Leistung minimiert. Der durch das primäre SQUID fließende Strom wird durch den das primäre SQUID durchsetzenden magnetischen Fluss Φ_b periodisch moduliert und über die Einkoppelpule des sekundären SQUIDs mit der Einkoppelsensitivität M_{Amp} in das sekundäre SQUID eingekoppelt. Dieses befindet sich bei konstantem Betriebsstrom I_b im Strombetrieb. Durch einen Strom I_{ϕ_x} wird in das sekundäre SQUID ein Fluss-Offset eingekoppelt, der den Arbeitspunkt des sekundären SQUIDs auf dessen Fluss-Spannungs-Kennlinie festlegt. Die Fluss-Spannungs-Kennlinie des gesamten zweistufigen Aufbaus, das heißt die Ausgangsspannung $\langle U \rangle$ des sekundären SQUIDs in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss Φ_b im primären SQUID, ist in Abbildung 3.5 mit den einzelnen Kennlinien von SQ1 und SQ2 in Verbindung gesetzt. In Abbildung 3.5 c) ist der durch das pri-

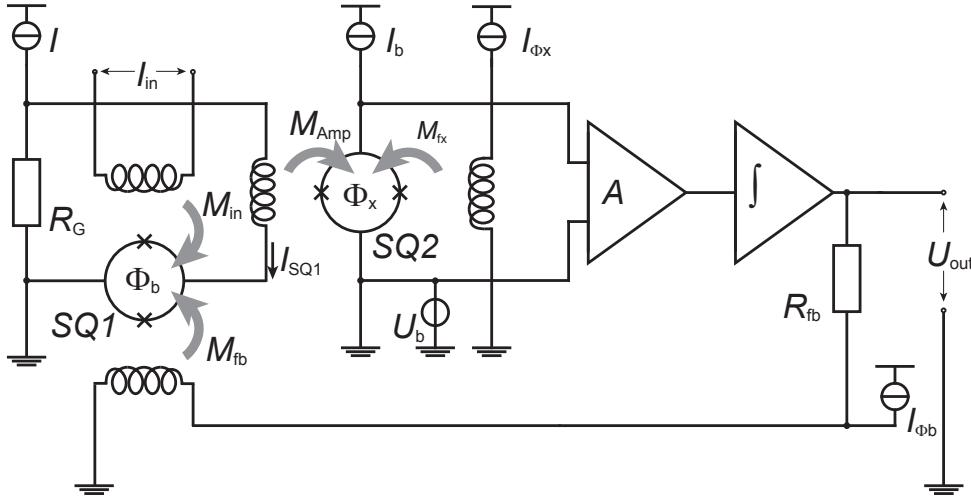


Abb. 3.4: Schematische Darstellung eines doppelstufigen SQUID-Aufbaus. Das Signal des primären SQUIDS (SQ1) wird vom sekundären SQUID (SQ2) bei tiefen Temperaturen rauscharm verstärkt.

märe SQUID fließende Strom I_{SQ1} , der dem Strom in der Einkoppelpulpe des sekundären SQUIDS entspricht, in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss Φ_b im primären SQUID gezeigt. Gemäß der Gleichung $\Delta\Phi_x = I_{\text{SQ1}}M_{\text{Amp}}$ wird ein durch den Strom I_{SQ1} induzierter magnetischer Fluss in das sekundäre SQUID eingekoppelt, dessen Fluss-Spannungs-Kennlinie in 3.5 a) abgebildet ist. In Abbildung 3.5 b) ist die resultierende Fluss-Spannungs-Kennlinie des gesamten zweistufigen Aufbaus gezeigt, welche der über dem sekundären SQUID abfallenden Spannung in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss im primären SQUID entspricht. Ist der durch die Stromänderung ΔI_s in der Einkoppelpulpe des sekundären SQUIDS erzeugte magnetische Fluss $\Delta I_s M_{\text{Amp}} > \Phi_0/2$, so teilt sich das Maximum der Gesamtkennlinie in zwei Maxima auf, wohingegen bei einem magnetischen Fluss von $\Delta I_s M_{\text{Amp}} > \Phi_0$ kein eindeutiger Arbeitspunkt mehr gefunden werden kann [Dru96a]. In einer solchen zweistufigen Anordnung quantifiziert die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung

$$G_\phi = \frac{\partial\Phi_x}{\partial\Phi_b} = \frac{M_{\text{Amp}}}{R_{\text{dyn},\text{SQ1}}} V_{\phi,\text{SQ1}} \quad (3.7)$$

das Verhältnis der Änderung des magnetischen Fluxes im sekundären SQUID und im primären SQUID. Dabei ist $R_{\text{dyn},\text{SQ1}} = V_{\phi,\text{SQ1}}/I_{\phi,\text{SQ1}} = \partial U/\partial I$ der dynamische Widerstand des primären SQUIDS, der durch die differentielle Steigung der Strom-Spannungs-Kennlinie gegeben ist. Des Weiteren bezeichnet $V_{\phi,\text{SQ1}}$ den Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten des primären SQUIDS. Die spektrale Leistungsdichte des scheinbaren Flussrauschen des primären SQUIDS in einem zweistufigen Aufbau setzt sich aus dem intrinsischen Rauschen des primären SQUIDS $\sqrt{S_{\phi,\text{SQ1}}}$,

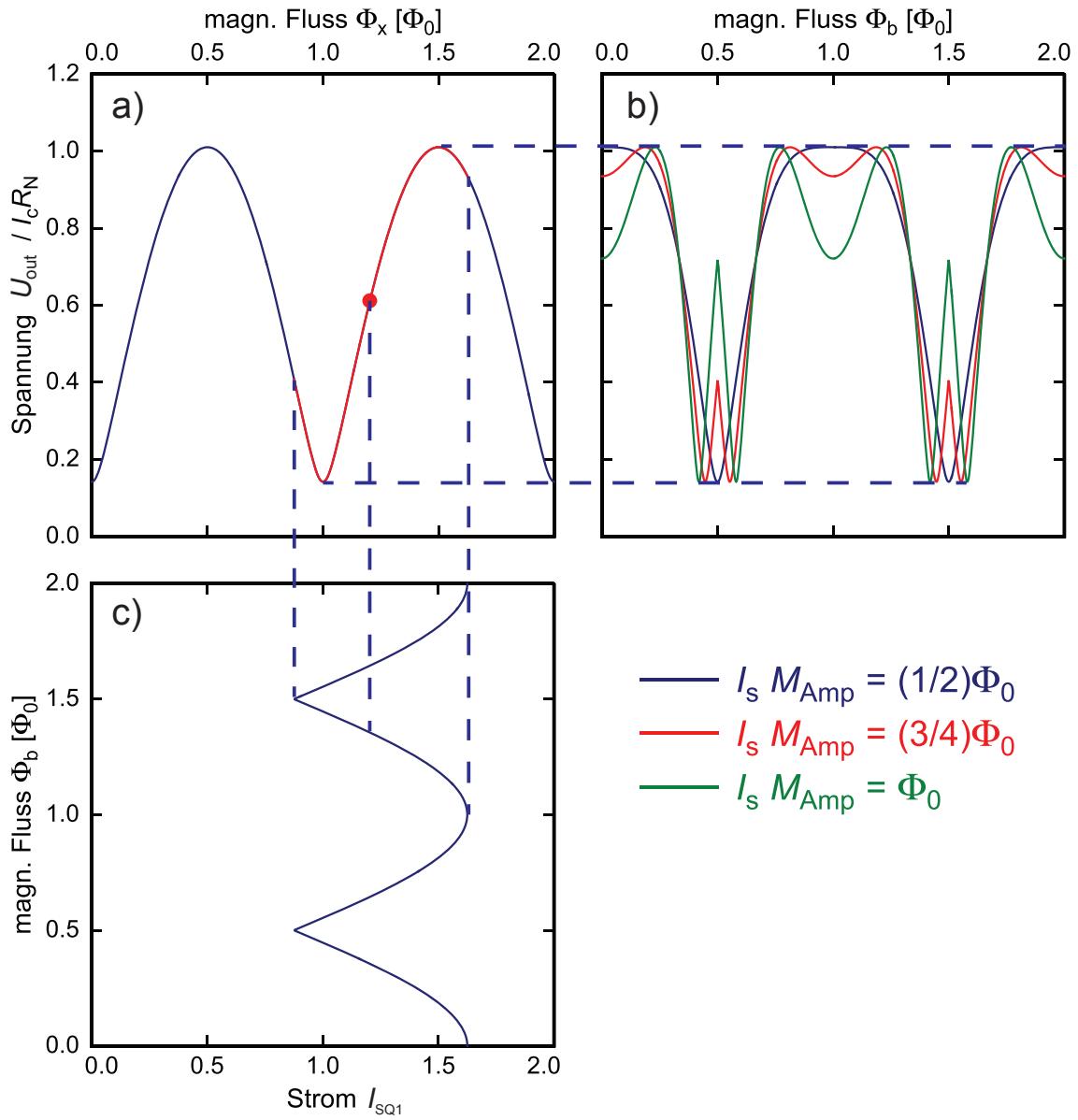


Abb. 3.5: Kennlinien des zweistufigen SQUID-Aufbaus. Dargestellt sind c) der durch das primäre SQUID fließende Strom in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss Φ_b für den Fall $I_s M_{\text{Amp}} = (3/4)\Phi_0$ sowie die Ausgangsspannung des sekundären SQUIDs abhängig vom magnetischen Fluss a) Φ_x im sekundären SQUID und b) vom magnetischen Fluss Φ_b im primären SQUID. In dieser Abbildung sind die resultierenden Kennlinien für die Fälle $I_s M_{\text{Amp}} = \Phi_0/2$, $I_s M_{\text{Amp}} = 3/4\Phi_0$ und $I_s M_{\text{Amp}} = \Phi_0$ vergleichend dargestellt.

dem intrinsischen Rauschen $\sqrt{S_{\phi,\text{SQ2}}}$ des sekundären SQUIDs, dem Spannungsrauschen $\sqrt{S_{U,\text{el}}}$ und dem Stromrauschen $\sqrt{S_{I,\text{el}}}$ des Raumtemperatur-Verstärkers und dem durch den Widerstand R_G verursachten Stromrauschen zusammen:

$$S_\phi = \sqrt{S_{\phi,\text{SQ1}}} + \frac{S_{\phi,\text{SQ2}}}{G_\phi^2} + \frac{S_{I,\text{el}}}{G_\phi^2 V_{\phi,2}^2} + \frac{S_{U,\text{el}}}{G_\phi^2 V_{\phi,2}^2} + \frac{4k_B T R_G}{G_\phi^2 (R_G + R_{\text{dyn}})^2} M_{\text{Amp}}^2 \quad (3.8)$$

Dabei muss beachtet werden, dass die Beiträge des Verstärker-Rauschens aufbauendigt um den Verstärkungsfaktor G_ϕ verringert werden. In praktischen SQUID-Aufbauten liegt die maximale Fluss-zu-Fluss-Verstärkung, bei der ein eindeutiger Arbeitspunkt gefunden werden kann, bei ungefähr $G_\phi = 3$. Um den Einfluss des Raumtemperatur-Verstärkers noch weiter zu minimieren, wird typischerweise statt einem einzelnen SQUID als sekundäres SQUID ein sogenanntes SQUID-Array eingesetzt, welches im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

3.5 *N*-SQUID-Serien-Arrays

Nach Gleichung (3.6) kann der Beitrag der Raumtemperatur-Elektronik zum Rauschen des Gesamtaufbaus durch einen großen Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten V_ϕ vermindert werden. *N*-SQUID-Serien-Arrays [Wel91] bieten gegenüber einfachen SQUIDs den Vorteil, dass sie bei gleichbleibender Energiesensitivität einen höheren Fluss-zu-Spannungs-Koeffizienten V_ϕ aufweisen und sind damit geeignet, als sekundäres SQUID in einem zweistufigen SQUID-Aufbau eingesetzt zu werden. Sie bestehen aus mehreren in einer Serienschaltung angeordneten SQUIDS (SQUID-Zellen), wobei die Zahl N der SQUID-Zellen von 2 bis zu mehreren 100 betragen kann. Sofern die SQUID-Zellen identisch sind und sich alle SQUID-Zellen an demselben Arbeitspunkt befinden, verhält sich ein SQUID-Array wie ein einziges SQUID mit einem erhöhten Spannungshub und somit größerem Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten. Durch die serielle Verschaltung der einzelnen SQUID-Zellen beträgt die gesamte über dem Array abfallende Spannung $U_{\text{out},N} = N U_{\text{out}}$, welche das N -fache der über einer einzelnen SQUID-Zelle abfallenden Spannung U_{out} ist. Damit ist auch der Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizient $V_{\phi,N}$ sowie die spektrale Leistungsdichte des intrinsischen Spannungsrauschen $S_{V,N}$ um den Faktor N erhöht. An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass in diesem Zusammenhang zwei verschiedene gängige Notationen existieren (siehe beispielsweise [Fog93]). In der hier verwendeten Notation bezieht sich der zur Herleitung dieser Größen angegebene magnetische Fluss auf eine SQUID-Zelle. Gemäß der Gleichung (2.47) skaliert das intrinsische Flussrauschen $\sqrt{S_{\phi,N}}$ proportional zu $1/\sqrt{N}$ [Sta93]. Der magnetische Fluss innerhalb eines solchen Arrays wird mittels einer einzigen Modulationsspule, welche gegenüber der Induktivität L der Modulationsspule einer einzelnen SQUID-Zelle die Induktivität $L_N = NL$ aufweist, kohärent in alle SQUID-Zellen eingekoppelt. Somit ist die

gekoppelte Energiesensitivität, die für N -SQUID-Serien-Arrays durch

$$\varepsilon_s = N \frac{S_{\Phi,N}}{2L} \quad (3.9)$$

definiert ist, unabhängig von der Anzahl N an SQUID-Zellen im Serien-Array. Insgesamt kann demnach mit einem $N = 16$ SQUID-Serien-Array ein Spannungsrauschen der Raumtemperatur-Elektronik von $\sqrt{S_\Phi} = 6,6 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ auf ein Niveau von $\sqrt{S_\Phi} = 0,4 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ minimiert werden. In diesem Fall ist das Stromrauschen des Raumtemperatur-Verstärkers nicht mehr ohne Weiteres vernachlässigbar. Im folgenden Abschnitt wird beschrieben, wie dessen Auswirkungen auf das scheinbare Flussrauschen mittels asymmetrischer Betriebsstromeinspeisung unterdrückt werden kann.

3.6 Asymmetrische Betriebsstrom-Einspeisung

Bei den bisher betrachteten symmetrischen SQUIDS, deren Induktivitäten in beiden SQUID-Seitenarmen gleich groß sind, führen Fluktuationen des Betriebsstroms zu einer Veränderung des Arbeitspunkts und somit zu Flussrauschen. Die asymmetrische Betriebsstromeinspeisung, die durch verschiedene große Induktivitäten L_1 und L_2 in den beiden SQUID-Seitenarmen realisiert wird, bietet eine Möglichkeit, diesen Effekt zu unterdrücken. Der durch den im SQUID fließenden Strom I erzeugte magnetische Fluss im SQUID ist nicht für beide SQUID-Seitenarme gleich groß und hebt sich somit nicht vollständig auf. Der daraus resultierende Netto-Fluss

$$\Delta\Phi = (L_1 - L_2) / 2\Delta I = M_{\text{ABE}}\Delta I \quad (3.10)$$

koppelt als zusätzlicher magnetischer Fluss in das SQUID ein. Dabei setzt der Asymmetrie-Parameter $M_{\text{ABE}} = (L_1 - L_2)/2$ den im SQUID erzeugten zusätzlichen magnetischen Fluss mit dem durch das SQUID fließenden Strom in Verbindung. Der zusätzliche magnetische Fluss im SQUID führt zum einen zu einer asymmetrischen Fluss-Strom-Kennlinie, bei der die Steigung einer Flanke erhöht ist und die andere Flanke abgeflacht [Ful72], und zum anderen zu einer Fluss-Spannungs-Kennlinie, bei der die Lage der Maxima vom Betriebsstrom beeinflusst wird. In Abbildung 3.6 sind Fluss-Spannungs-Kennlinien eines symmetrischen SQUIDS und eines SQUIDS mit asymmetrischen SQUID-Induktivitäten für zwei verschiedene Betriebsströme I_b und $I_b + \delta$ gezeigt. Aus Abbildung 3.6 a) wird deutlich, dass ein symmetrisches SQUID, das mit einer Flussrückkopplung und der Referenz-Spannung U_b betrieben wird, durch Fluktuationen δ des Betriebsstroms starken scheinbaren Fluss-Schwankungen unterliegt. Dies ist daran zu erkennen, dass sich der als roter gefüllter Kreis gekennzeichnete Arbeitspunkt bei kleinen Änderungen des Betriebsstroms zum roten offenen Kreis hin verschiebt. Im Gegensatz dazu verändert der Arbeitspunkt bei

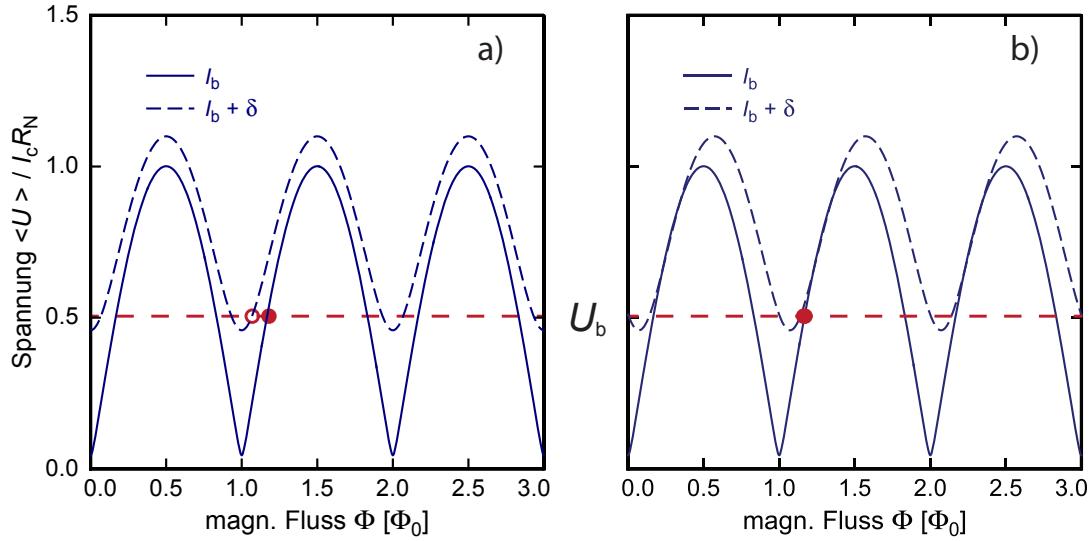


Abb. 3.6: Fluss-Spannungs-Kennlinien a) eines symmetrischen und b) eines in L asymmetrischen SQUIDs für die Betriebsströme I_b und $I_b + \delta$. Die rote gestrichelte Linie kennzeichnet die Referenz-Spannung U_b der Flussrückkopplungs-Elektronik, der rote gefüllte Kreis einen günstigen Arbeitspunkt und der rote offene Kreis einen aufgrund von Stromfluktuationen davon abweichenden Arbeitspunkt.

asymmetrischer Betriebsstrom-Einspeisung, wie in Abbildung 3.6 b) zu sehen ist, seine Position bei Änderungen des Betriebsstroms kaum, da die Position der gesamten Kennlinie sich mit dem Betriebsstrom verschiebt [Ueh93]. Mit dieser Technik kann die intrinsische Gegeninduktivität

$$M_{\text{dyn}} = \frac{R_{\text{dyn}}}{V_\phi} = \frac{1}{I_\phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial I} \quad (3.11)$$

um maximal $M_{\text{ABE}}^{\max} = L/2$ verringert werden, was zu einer geringeren Sensitivität des Flusses gegenüber Schwankungen des Betriebsstroms führt.

4. Experimentelle Methoden

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Arten von SQUIDs entwickelt. Die beiden Designs, die auf den in [Rü08, Bey04] vorgestellten Entwürfen basieren, sind zum einen ein Detektor-SQUID, das als primäres SQUID in einem zweistufigen SQUID-Aufbau mit einem metallischen magnetischen Kalorimeter verbunden werden kann und zum anderen ein als sekundäres SQUID einsetzbares SQUID-Array. In diesem Kapitel werden die beiden Designs im Detail vorgestellt und die Fabrikation der SQUIDs diskutiert. Zum Schluss des Kapitels werden die experimentellen Methoden zur Charakterisierung der SQUIDs beschrieben.

4.1 SQUID Design

4.1.1 Detektor-SQUIDs

Abbildung 4.1 a) zeigt eine Entwurfzeichnung des als primäres SQUID vorgesehenen Detektor-SQUIDs. Es handelt sich um ein Parallelgradiometer zweiter Ordnung, das aus vier quadratischen Washern mit einer Bahnbreite von $30\text{ }\mu\text{m}$ und einer Lochgröße von $60\text{ }\mu\text{m}$ besteht. Die quadratischen Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-Kontakte haben eine Seitenlänge von $8,5\text{ }\mu\text{m}$. Mit einer kritischen Stromdichte von $j_c = 30\text{ A/cm}^2$ bei $T < 1\text{ K}$ ergibt sich ein kritischer Strom von $I_c = 21,7\text{ }\mu\text{A}$. Aus der Frequenz fundamentaler SQUID-Resonanzen, die an SQUIDs eines vorangegangenen Designs beobachtet wurden, kann für die Josephson-Kontakte eine spezifische Kapazität von $C = 18,7\text{ fF}/\mu\text{m}^2$ abgeschätzt werden. Parallel zu jedem Josephson-Kontakt sind zwei Shunt-Widerstände aus $5\text{ }\mu\text{m}$ breiten AuPd-Leitungen mit einer Länge von $14\text{ }\mu\text{m}$ angebracht. Bei einem spezifischen Flächenwiderstand von $2\Omega/\square$ ergibt das einen Widerstand von $2,8\Omega$ für jeden Josephson-Kontakt. Außerdem dienen zwei genauso breite Washer-Shunt-Widerstände mit einer Länge von $5\text{ }\mu\text{m}$ zur Dämpfung der fundamentalen SQUID-Resonanzen. Alle Widerstände sind zur Minimierung des Hot-Electron-Effekts elektrisch mit einer Kühlfläche verbunden, um die in den Widerständen entstehende Joulesche Wärme zu verteilen. Die Einkoppelpule und die Rückkoppelpule, die beide auf den Washern liegen, sind hauptsächlich in der oberen Nb-Lage ausgeführt und durch eine dielektrische Schicht galvanisch von den Washern getrennt. Die Einkoppelpule besitzt 1,5 Windungen pro Washer und die Rückkoppelpule 0,5 Windungen pro Washer bei einer Breite der Nb-Bahnen von $5\text{ }\mu\text{m}$. Der Umlaufsinn der Spulen ist so gewählt, dass der in den Spulen entstehende magnetische Fluss konstruktiv in das SQUID einkoppelt. Eine mit dem Programm InductEx

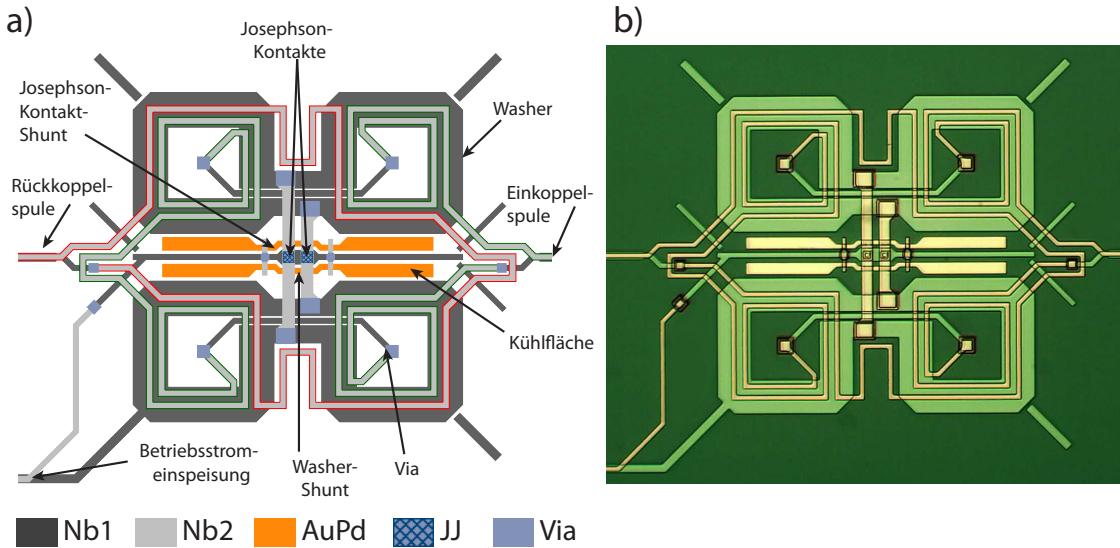


Abb. 4.1: a) Entwurfzeichnung und b) Aufnahme mit Hilfe eines optischen Mikroskops, die das als primäres SQUID einsetzbare Detektor-SQUID zeigen.

[Fou05] durchgeführte numerische Berechnung ergab bei einer angenommenen Londonischen Eindringtiefe von 90 nm und einer Temperatur von 4,2 K eine Induktivität von $L_S = 45 \text{ pH}$ für die SQUID-Leiterschleife, $L_{in} = 1,8 \text{ nH}$ für die Einkoppelspule und $L_{fb} = 675 \text{ pH}$ für die Rückkoppelspule. Ebenso wurden für die Gegeninduktivitäten (siehe Abbildung 3.4) die Werte $M_{in} = 162 \text{ pH}$ und $M_{fb} = 56 \text{ pH}$ gefunden. Damit ergeben sich die Kopplungsfaktoren $k_{in} = 0,57$ und $k_{fb} = 0,32$. Die Kopplung zwischen den Spulen und der SQUID-Leiterschleife ist gemäß dem Design nicht optimal. Bei diesem Prototyp wurde das Design bewusst einfach gehalten um die prinzipielle Herstellbarkeit der Detektor-SQUIDs zu demonstrieren. Mit der gezeigten Geometrie ergeben sich bei Temperaturen von einigen Millikelvin die Parameter $\beta_L = 0,94$ und $\beta_c = 0,7$. Da das Optimum für beide Werte theoretisch bei 1 liegt, ist β_L sehr nah am gewünschten Wert, wohingegen β_c etwas zu klein ist. Dies hat aber den Vorteil, dass die so produzierten SQUIDs selbst bei prozessbedingten Erhöhungen der Parameter der Josephson-Kontakte noch funktionsfähig sind. Die Betriebsstrom-Einspeisung ist symmetrisch und wie die Zuführungen der beiden Spulen durch eine sogenannte stripline-Geometrie realisiert. Dabei liegen beide Leitungen, die zu derselben Spule führen, aufeinander und sind durch eine Isolatorschicht galvanisch getrennt. Dies hat den Vorteil, dass die parasitären Induktivitäten, die durch die Zuleitungen entstehen, minimiert werden, da die Fläche zwischen den beiden Leitern sehr klein ist. Außerdem sind ebenfalls aus Niob gefertigte Pseudo-Strukturen vorgesehen, die galvanisch nicht mit dem SQUID verbunden sind, um die räumliche Symmetrie zu erhalten. Durch diese Strukturen, die bei der Betriebstemperatur supraleitend sind, wird ver-

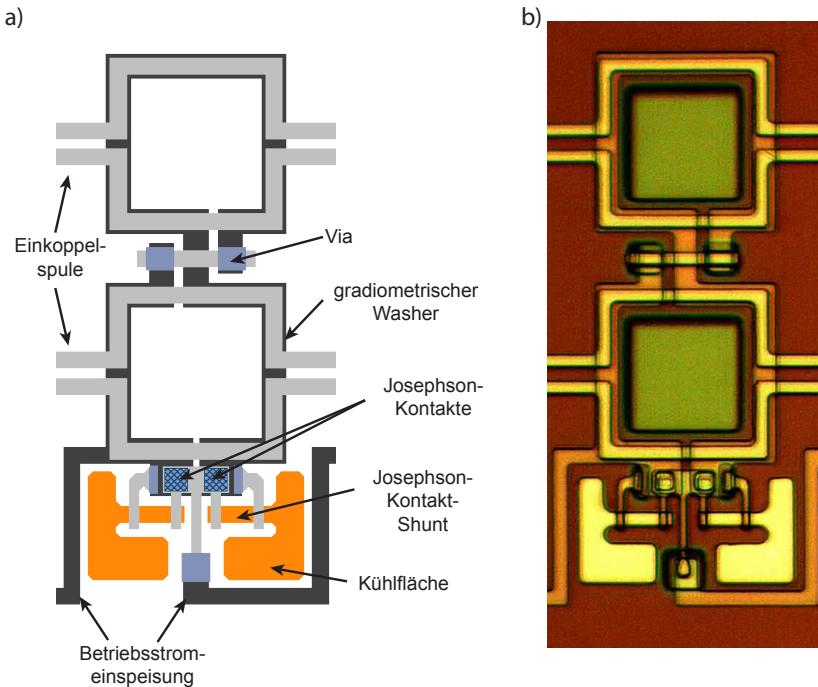


Abb. 4.2: a) Entwurfzeichnung und b) Aufnahme mit Hilfe eines optischen Mikroskops, die eine einzelne SQUID-Zelle darstellt, mit der die hier diskutierten *N*-SQUID-Serien-Arrays realisiert werden.

mieden, dass das SQUID selbst das äußere Magnetfeld asymmetrisch verzerrt, was zu nichtlinearen Gradienten des Magnetfelds führen könnte. Diese üben trotz des gradiometrischen Prinzips einen negativen Einfluss auf das Messsignal aus.

4.1.2 *N*-SQUID-Serien-Arrays

Bei dem als sekundäres SQUID verwendbaren *N*-SQUID-Serien-Array handelt es sich um eine serielle Verschaltung von seriellen Gradiometern erster Ordnung, welche in Abbildung 3.2 a) schematisch gezeigt sind. Wie beim Detektor-SQUID-Design wurde auch hier auf die Washer-Geometrie zurückgegriffen. Dabei sind die in Abbildung 4.2 gezeigten Nb-Bahnen der Washer 7,5 µm breit und formen ein 40 µm breites Washer-Loch. Die 5 µm breite Einkoppelspule liegt mit jeweils einer Windung pro Washer auf dem Array, sodass der magnetische Fluss kohärent in alle SQUID-Zellen einkoppelt. Am hinteren Ende des Arrays sind die Leitungen der Einkoppelspule so miteinander verschaltet, dass der durch einen in der Einkoppelspule fließenden Strom entstehende magnetische Fluss nicht durch die gradiometrische Geometrie der SQUID-Induktivität aufgehoben wird. Aus numerischen Berechnungen mit dem Programm InductEx geht hervor, dass die Induktivität der SQUID-Leiterschleife

bei $L_{\text{SZ}} = 188 \text{ pH}$ pro SQUID-Zelle liegt und die Induktivität der Einkoppelpspule $L_{\text{inZ}} = 216 \text{ pH}$ pro SQUID-Zelle beträgt. Dabei wurde wieder angenommen, dass bei einer Temperatur von $4,2 \text{ K}$ die Londonsche Eindringtiefe 90 nm beträgt. Die gesamte parasitäre Induktivität der neben den SQUID-Zellen liegenden Teile der Einkoppelpspule beläuft sich auf 20 pH . Die Gegeninduktivität zwischen einer Windung der Einkoppelpspule und einer SQUID-Zelle beträgt $M_{\text{Amp}} = 150 \text{ pH}$. Die beiden Josephson-Kontakte liegen in diesem Design außen. Mit einer kritischen Stromdichte von $j_c = 15 \text{ A/cm}^2$ bei Millikelvin-Temperaturen ergibt sich für die beiden quadratischen Josephson-Kontakte mit der Seitenlänge von $6 \mu\text{m}$ ein kritischer Strom von $I_c = 5,4 \mu\text{A}$. Die Josephson-Kontakte sind mit jeweils einem Shunt-Widerstand, der aus einem $5 \mu\text{m}$ breiten und $10 \mu\text{m}$ langen AuPd-Streifen besteht, versehen. Bei einem spezifischen Flächenwiderstand von $2 \Omega/\square$ ergibt dies einen Shunt-Widerstand von 4Ω pro Josephson-Kontakt. Beide Shunt-Widerstände sind mit einer Kühlfläche aus AuPd elektrisch verbunden. Auf Washer-Shunts wurde bei diesem Design verzichtet. Insgesamt ist der Abschirmparameeter mit $\beta_L \approx 1$ bei $T < 1 \text{ K}$ optimal eingestellt. Mit Hilfe der aus fundamentalen SQUID-Resonanzen bei SQUIDs vorangegangener Designs bestimmten spezifischen Kapazität $C = 18,7 \text{ fF}/\mu\text{m}^2$ kann der Stewart-Mc-Cumber-Parameter $\beta_c = 0,18$ berechnet werden. Um die Funktionsfähigkeit der SQUIDs zu garantieren, auch wenn die SQUID-Parameter herstellungsbedingt größer als nach dem Design erwartet sind, wurde auch hier $\beta_c < 1$ gewählt. Mit dem Ziel, den Gesamtbeitrag des Strom- und Spannungsrauschens des Raumtemperatur-Verstärkers zu minimieren, wurde die Betriebsstrom-Einspeisung bei diesem Design maximal asymmetrisch entworfen, sodass der Fluss-zu-Strom-Transferkoeffizient I_ϕ , wie in Abschnitt 3.6 diskutiert wurde, auf der positiven Flanke der Fluss-Spannungs-Kennlinie erhöht wird. Im Gegensatz zum Detektor-SQUID sind bei dem Design der SQUID-Arrays keine Nb-Strukturen zur Erhöhung der Symmetrie vorgesehen. Es hat sich gezeigt, dass solche Strukturen in nachfolgenden Designs möglicherweise benötigt werden, um den Betrieb der Arrays auch ohne aufwändige magnetische Abschirmung in kleinen magnetischen Hintergrundfeldern wie dem Erdmagnetfeld zu ermöglichen. Die Zuleitungen zur Betriebsstrom-Einspeisung und zur Spule sind durch striplines realisiert, um Streuinduktivitäten zu minimieren.

4.2 SQUID-Fabrikation

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und charakterisierten dc-SQUIDs wurden im institutseigenen Reinraum mittels eines Dünnschichtverfahrens hergestellt und enthalten Josephson-Tunnelkontakte, die nach dem in [Kem13] diskutierten Prozess hergestellt wurden. Diese Josephson-Kontakte, die auf einer Nb/Al-AlO_x/Nb-Dreischichtstruktur basieren, sind qualitativ hochwertig und gut reproduzierbar. Ins-

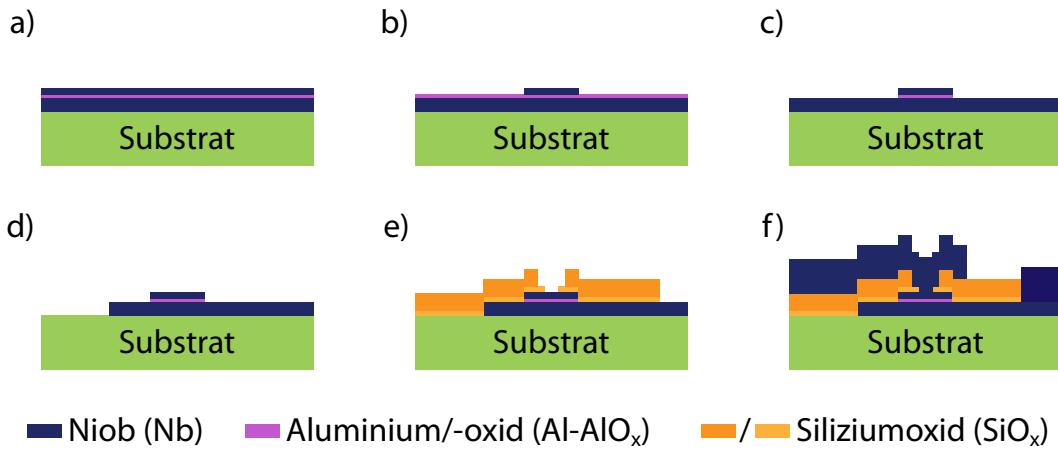


Abb. 4.3: Schematische Darstellung des zur Herstellung der Josephson-Kontakte verwendeten Fabrikationsprozesses. a) Nach der Deposition der Nb/Al-AlO_x/Nb-Dreischichtstruktur, b) nach der Strukturierung der Deckelelektrode durch einen Trockenätzprozess mit SF₆, c) nach der Strukturierung der Aluminium-Schicht mit einer alkalischen Lösung, d) nach der Strukturierung der Basiselektrode durch einen Trockenätzprozess mit SF₆, e) nach der elektrischen Isolation der Josephson-Kontakte mittels zweier SiO_x-Schichten, f) nach der Abscheidung einer Nb-Schicht zur elektrischen Kontaktierung der Tunnelkontakte.

gesamt wurden SQUIDs aus vier verschiedenen Chargen mit unterschiedlichen Produktionsparametern hergestellt und charakterisiert. Der gesamte Fertigungsprozess der dc-SQUIDs ist in [Kem15] beschrieben und soll im Folgenden kurz dargestellt werden. Eine schematische Übersicht der verwendeten Prozessschritte ist in Abbildung 4.3 skizziert. Vor Beginn des ersten Schrittes wird die Oberfläche eines thermisch oxidierten 2 Zoll großen Silizium-Substrats mittels Ionen-Ätzung mit Ar-Ionen in der Schleuse der zum Abscheiden der nachfolgenden Schichten verwendeten UHV-Sputteranlage gesäubert. Diese Anlage ist mit insgesamt sechs Sputterkanonen ausgerüstet und erreicht durch die Benutzung einer Kryopumpe einen Enddruck von unter $5 \cdot 10^{-9}$ mbar. Zwei der Sputterkanonen sind mit einem 3 Zoll Nb- respektive Al-Target bestückt, eine weitere wird in einem anderen Routine-Prozess zum Sputtern von Gold-Erbium (Au:Er_{850ppm}) verwendet. Im ersten Prozessschritt wird die in Abbildung 4.3 a) dargestellte Nb/Al-AlO_x/Nb-Dreischichtstruktur in-situ vollflächig auf das Substrat aufgebracht. Hierbei wird die 18 nm dicke Al-Schicht, die in-situ auf einer zuvor abgeschiedenen 250 nm dicken Nb-Schicht aufgebracht wurde, in der Schleuse bei einer reinen Sauerstoffatmosphäre mit dem Druck p_{ox} über einen definierten Zeitraum t_{ox} oxidiert. Die kritische Stromdichte j_c der Josephson-Kontakte hängt von der Sauerstoffexposition $p_{\text{ox}} t_{\text{ox}}$ ab und lässt sich mittels der experimentell gefundenen Beziehung $j_c \propto (p_{\text{ox}} t_{\text{ox}})^{-0,54}$ [Kem13] sehr genau einstellen. Für die

im Rahmen dieser Arbeit untersuchten SQUIDs wurden kritische Stromdichten von $j_c = 15 \text{ A/cm}^2$ und $j_c = 30 \text{ A/cm}^2$ gewählt. Nach erfolgter Oxidation wird die zweite Nb-Schicht, die 125 nm dick ist, ebenfalls in-situ abgeschieden. Beide Nb-Filme werden unter einem Ar-Prozessgas-Druck von $p_{\text{Ar}} = 0,93 \text{ Pa}$ bei einer konstanten Sputter-Leistung von $P = 400 \text{ W}$ dc-magnetrongesputtert, welches zu einer Depositionsrate von 8 \AA/s führt. Für den Al-Film beträgt der Prozessgas-Druck $p_{\text{Ar}} = 1,3 \text{ Pa}$ und die Sputter-Leistung $P = 200 \text{ W}$. Dies resultiert in einer Depositionsrate von 3 \AA/s .

Die Strukturierung der Deckelelekrode, deren Größe die Fläche eines Josephson-Kontakts festlegt, erfolgt durch UV-Photolithographie mit Positivlack. Durch selektives (ICP-RIE)¹-Trockenätzen in einer SF₆-Atmosphäre bei einer rf-Leistung von 50 W und einer ICP-Leistung von 100 W wird die Deckelelekrode mit einer Ätzrate von ungefähr 1 nm/s geätzt (Abbildung 4.3 b)). Die Al-Schicht, die dabei als Ätzstopp dient, wird danach mit einer alkalischen Lösung geätzt (Abbildung 4.3 c)). Die Strukturierung der Basiselektrode erfolgt dann analog zu der der Deckelelekrode (Abbildung 4.3 d)). Die elektrische Isolation der gesamten Dreischichtstruktur und der nachfolgenden Schichten erfolgt durch zwei aufeinanderfolgende SiO_x-Schichten, die eine Schichtdicke von 130 nm respektive 430 nm aufweisen und mittels eines Lift-Off-Prozess strukturiert werden. Dabei wird zur photolithographischen Strukturierung der dünnen Isolationsschicht ein Positiv- und für die dicke Isolationsschicht ein Negativlack verwendet. Beide Schichten werden in einer zweiten Sputteranlage direkt von einem SiO₂-Target bei einem Druck von 0,7 Pa in einer Argon- und Sauerstoffatmosphäre, welche 60 % Argon und 40 % Sauerstoff enthält, rf-gesputtert. Die rf-Leistung beträgt $P = 250 \text{ W}$. Diese zweite Sputteranlage besitzt durch eine Öldiffusionspumpe einen Basisdruck von unter $5 \cdot 10^{-7} \text{ mbar}$. Aufgrund einer fehlerhaften Schichtdicken-Kalibration sind diese Schichten ungefähr doppelt so dick wie im Design vorgesehen, weswegen die Kopplung der auf den SQUIDs liegenden Spulen zum SQUID reduziert ist. Die AuPd-Shunt-Widerstände werden auch mittels eines Lift-Off-Prozesses mit Negativlack strukturiert und in der UHV-Sputteranlage in einer Ar-Atmosphäre von $p_{\text{Ar}} = 1,3 \text{ Pa}$ bei einer konstanten Sputter-Leistung von $P = 100 \text{ W}$ dc-magnetrongesputtert, wobei die Depositionsrate bei 9 \AA/s liegt. Als Haftvermittler dient eine wenige Nanometer dicke Nb-Schicht. Die Schichtdicke der AuPd-Shunt-Widerstände wurde bei den vier hergestellten Chargen zwischen 160 nm und 320 nm variiert, sodass der spezifische Flächenwiderstand zwischen $2 \Omega/\square$ und $1 \Omega/\square$ liegt. Nach einer Reinigung der Strukturen in einem Argon-Plasma wird im letzten Produktionsschritt (Abbildung 4.3 f)) die elektrische Kontaktierung der Strukturen sowie die Strukturierung der auf den SQUIDs liegenden Spulen durch einen weiteren Lift-Off-Prozess mit Negativlack vorgenommen. Dabei beträgt die Dicke der in der UHV-Sputteranlage aufgetragenen Nb-Schicht 500 nm.

¹ Abkürzung aus dem Englischen für „inductively coupled plasma reactive ion etching“

4.3 Experimenteller Aufbau

Zur Charakterisierung der SQUIDs wurde eine breitbandige SQUID-Elektronik des Typs XXF-1 der Firma Magnicon-GmbH verwendet. Die Detektor-SQUIDs wurden sowohl einstufig im Strombetrieb als auch zweistufig im Spannungsbetrieb getestet. Die Widerstände R_G im zweistufigen Aufbau (Schema in Abbildung 3.4) betragen entweder $R_G = 90 \text{ m}\Omega$ oder $200 \text{ m}\Omega$ und sind mit den verwendeten SQUID-Arrays der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) Berlin auf demselben Substrat mikrostrukturiert. Unsere SQUID-Arrays wurden einstufig im Strombetrieb charakterisiert sowie in einem komplett aus unseren SQUIDs bestehenden zweistufigen Aufbau als Verstärker-Array verwendet. Da im Design der Arrays kein mikrostukturierter Widerstand im Eingangskreis vorgesehen ist, wurde für diesen Aufbau ein SMD-Widerstand mit $R_G = 600 \text{ m}\Omega$ auf einer zusätzlichen Platine verwendet. Der Großteil der Messungen wurde bei einer Temperatur von $4,2 \text{ K}$ in einem Transportbehälter für flüssiges Helium durchgeführt. Dabei waren die SQUIDs auf eine eigens dazu gefertigte Leiterplatine aufgeklebt und mit Al-Bonddrähten elektrisch kontaktiert. Durch einen institutsintern hergestellten weichmagnetischen Kryoperm- sowie einen supraleitenden Nb-Schild wurde der Einfluss äußerer Magnetfelder minimiert. Für Messungen bei Temperaturen von etwa 20 mK wurden die SQUIDs auf Experimenthalter aus Kupfer beziehungsweise Messing geklebt und auf der Mischkammer eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten eingebaut. Die Abschirmung gegen äußere Magnetfelder wurde hierbei durch verzinnte Blei-Schilder oder einer Kombination von weichmagnetischen Kryoperm- und Blei-Schilden realisiert. Die grundlegende Charakterisierung, bei der die Strom-Spannungs-Kennlinien sowie die Fluss-Spannungs-Kennlinien mittels eines Speicheroszilloskops aufgezeichnet wurden, beinhaltet die Messung des maximalen Spannungshubs ΔU sowie die Speicherung der Werte der verwendeten Betriebs- und Spulenströme und Spannungen am Arbeitspunkt. Dabei wurde in der einstufigen Konfiguration ohne Rückkopplung gearbeitet. Die Stromsensitivität $1/M_{\text{in}}$ der Einkoppelpule und $1/M_{\text{fb}}$ der Rückkoppelpule wurde anhand der Periodizität der Fluss-Spannungs-Kennlinie gegenüber dem Strom in der jeweiligen Spule bestimmt. Aus der Strom-Spannungs-Kennlinie wurde der Widerstand im normalleitenden Zustand R_N extrahiert. Weiterhin konnte der kritische Strom über die Relation [Dru96b, Vos81]

$$I_c \approx \frac{I_{\max}}{2} + \frac{k_B T}{\Phi_0} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{I_{\max}}{k_B T / \Phi_0}} \right) \quad (4.1)$$

durch Bestimmen des Stroms I_{\max} , für den der Hub der Fluss-Spannungs-Kennlinie maximal wird, berechnet werden. Der dynamische Widerstand $R_{\text{dyn}} = V_\phi / I_\phi$ wurde durch die Messung des Fluss-zu-Spannungs-Koeffizienten V_ϕ und des Fluss-zu-Strom-Koeffizienten I_ϕ bestimmt. Dazu wurde das SQUID mit der Flussrückkopplung be-

trieben und die Veränderung der Ausgangsspannung als Reaktion auf ein kleines Testsignal, das dem konstanten Betriebsstrom oder der konstanten Betriebsspannung überlagert wurde, gemessen. Im zweistufigen Aufbau wurde die Abhängigkeit des kritischen Stroms vom magnetischen Fluss im SQUID als kritischer-Strom-Fluss-Kennlinie aufgezeichnet, indem das sekundäre SQUID mit Flussrückkopplung betrieben wurde, sodass die Ausgangsspannung des zweistufigen Aufbaus proportional zum Strom in der Einkoppelpule des Verstärker-SQUIDs ist. Sofern sich das primäre SQUID in guter Näherung im Spannungsbetrieb befindet, ist die resultierende Kennlinie annähernd gleich der kritischer-Strom-Fluss-Kennlinie. Aus dem Spannungshub in dieser Kennlinie kann der Parameter β_L bestimmt werden. Messungen der spektralen Leistungsdichte des Rauschens wurden im zweistufigen Aufbau durchgeführt. Dabei wurde ein Spektrum-Analysator verwendet und die Gleichung (2.53) numerisch an die Messdaten angepasst. Um das Rauschen des Detektor-SQUIDs zu bestimmen, wurden die Anteile des Widerstands R_G , des Verstärker-Arrays und der SQUID-Elektronik mit Hilfe der Relationen (3.6) und (3.8) vom gemessenen Gesamt- rauschen subtrahiert. Dazu wurde der Gesamtaufbau einerseits in der in Abbildung 3.4 gezeigten Konfiguration und andererseits in Rückkopplung auf das sekundäre SQUID betrieben.

5. Experimentelle Ergebnisse

Im Rahmen dieser Arbeit wurden insgesamt über 20 SQUIDs aus vier verschiedenen Chargen bei einer Temperatur von $T = 4,2\text{ K}$ getestet. Daneben wurden einige SQUIDs ausführlicher charakterisiert und dazu in ein- und zweistufigen SQUID-Konfigurationen bei Temperaturen von $T = 4,2\text{ K}$ und 20 mK untersucht. Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Charakterisierungen zusammengefasst. Dabei werden zunächst die Ergebnisse der generellen Charakterisierung der Detektor-SQUIDs bei $4,2\text{ K}$ vorgestellt. Es folgt die Diskussion der an einer kleineren Anzahl an SQUIDs durchgeföhrten Messungen mit Hilfe eines zweistufigen Aufbaus, die sowohl bei $4,2\text{ K}$ als auch bei 20 mK durchgeföhrten wurden. Außerdem werden die in der Charakterisierung der SQUID-Arrays erzielten Messergebnisse diskutiert. Am Schluss des Kapitels wird das niederfrequente magnetische Flussrauschen thematisiert und für die charakterisierten Detektor-SQUIDs und SQUID-Arrays mit Werten, die in der Literatur berichtet werden, verglichen.

5.1 Charakteristische Größen der Detektor-SQUIDs

Im Zuge einer grundlegenden Charakterisierung wurde für jedes Detektor-SQUID bei einer Temperatur von $4,2\text{ K}$ der elektrische Widerstand im normalleitenden Zustand R_N , der maximale Spannungshub der Fluss-Spannungs-Kennlinie ΔU_{\max} und der dazugehörige Betriebsstrom I_{\max} bestimmt. Letzterer wurde dann nach Gleichung (4.1) zur Berechnung des kritischen Stroms I_c eines Josephson-Kontakts verwendet. Außerdem wurde die Einkoppelsensitivität $1/M_{\text{in}}$ der Einkoppelpule und $1/M_f$ der Rückkoppelpule bestimmt sowie der Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizient V_ϕ und der Fluss-zu-Strom-Transferkoeffizient I_ϕ . Die in Tabelle 5.1 zusammengefassten Angaben der Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten V_ϕ und Fluss-zu-Strom-Transferkoeffizienten I_ϕ beziehen sich jeweils auf die Flanke der Fluss-Spannungs-Kennlinie mit positiver Steigung. Im Vergleich der untersuchten SQUIDs hinsichtlich der aufgelisteten Parameter ist zu erkennen, dass die Eigenschaften der SQUIDs einer Charge bis auf wenige Ausnahmen sehr ähnlich sind. Diese Ausnahmen treten insbesondere in den Randbereichen der zur Herstellung der SQUIDs verwendeten Silizium-Substrate auf und könnten etwa durch Inhomogenitäten bei der Abscheidung der verschiedenen Materialschichten verursacht werden. So könnten nach außen hin abnehmende Dicken der Tunnelbarriere, hervorgerufen durch eine abnehmende Dicke der Al-Schicht, beispielsweise einen Anstieg der kritischen Ströme zum Rand hin erklären.

SQUID	$T = 4,2\text{ K}$						20 mK			
	I_c [μA]	R_N [Ω]	ΔU_{\max} [μV]	$1/M_{\text{in}}$ [$\frac{\mu\text{A}}{\Phi_0}$]	$1/M_f$ [$\frac{\mu\text{A}}{\Phi_0}$]	V_ϕ [$\frac{\mu\text{V}}{\Phi_0}$]	I_ϕ [$\frac{\mu\text{A}}{\Phi_0}$]	$\varepsilon_{s,w}$ [h]	$\varepsilon_{s,1/f}(1\text{ Hz})$ [h]	α
w01C15SQ1	20,10	1,41	23,10	12,56	36,12	72,77	55,29	-	-	-
w01C15SQ4	20,43	1,37	23,25	12,62	36,35	77,36	38,40	4,0	200,3	0,68
w01G15SQ1	20,25	1,55	22,10	12,66	36,44	59,07	50,61	-	-	-
w01G15SQ3	19,52	1,51	45,65	12,65	36,51	156,20	44,89	4,4	36,3	0,54
w01P8SQ2	19,57	1,79	29,30	12,61	36,53	106,55	34,79	-	-	-
w01P8SQ4	18,93	1,43	23,69	12,56	36,30	65,95	40,33	-	-	-
w02F5SQ3	9,01	-	21,0	12,30	35,26	71,19	12,46	-	-	-
w02F5SQ4	8,65	2,75	19,30	12,30	35,41	66,39	23,43	-	-	-
w02G5SQ1	22,48	2,61	39,25	12,43	35,54	186,59	26,92	-	-	-
w02G5SQ4	10,78	2,54	23,50	12,45	35,69	97,32	27,45	2,0	177,2	0,59
w02M5SQ2	56,79	2,31	58,00	12,77	36,34	238,48	133,88	-	-	-
w02M5SQ3	9,84	2,86	23,65	12,49	35,84	82,71	19,91	-	-	-
w02P5SQ3	53,68	2,42	83,00	12,42	35,80	394,48	131,88	-	-	-
w03B15SQ1	8,39	-	17,50	12,15	35,04	54,37	18,51	-	-	-
w03B15SQ3	8,70	2,32	17,50	12,25	35,09	55,27	23,29	-	-	-
w03C15SQ1	8,57	2,58	18,50	12,50	35,83	70,32	23,12	-	-	-
w03C15SQ4	10,82	2,40	21,90	12,51	36,20	87,34	27,32	2,1	81,1	0,60
w03G15SQ2	9,72	2,89	18,10	12,58	36,20	64,97	23,21	4,7	36,4	0,54
w03K15SQ2	9,38	-	18,30	13,28	36,05	72,09	13,25	-	-	-
w04K5SQ1	8,54	2,56	17,00	12,52	36,10	72,89	21,55	1,9	209,5	0,64
w04K5SQ4	8,91	1,90	13,25	12,49	-	39,57	22,57	-	-	-

Tab. 5.1: Übersicht über die grundlegende Charakterisierung der Detektor-SQUIDS bei $T = 4,2\text{ K}$ und $T = 20\text{ mK}$. Eine Bezeichnung der verschiedenen Größen ist im Text zu finden.

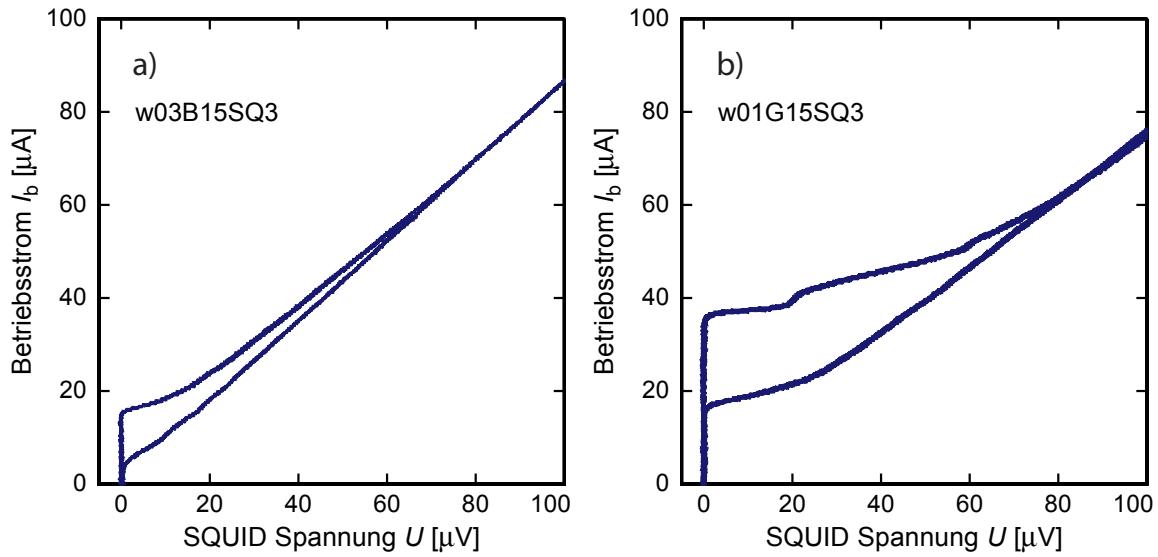


Abb. 5.1: Strom-Spannungs-Kennlinien von zwei der untersuchten SQUIDs. In Abbildung (a) ist die Kennlinie des SQUIDs w03B15SQ3 abgebildet, das einen kritischen Strom von $17,4 \mu\text{A}$ besitzt. Zum Vergleich dazu zeigt (b) die Kennlinie des SQUIDs w01G15SQ3, welches einen kritischen Strom von $39 \mu\text{A}$ besitzt und als Stufen in der Kurve eindeutig erkennbare SQUID-Resonanzen zeigt.

Nach den zur Herstellung der SQUIDs verwendeten Prozessparametern (vergleiche Abschnitt 4.2) sollte der kritische Strom $I_{c,\text{SQ}} \approx 2I_c$ der SQUIDs der ersten Charge w01 mit einer kritischen Stromdichte $j_c = 30 \text{ A/cm}^2$ doppelt so hoch sein wie bei den Chargen w02 bis w04. Das wird durch die Messwerte belegt, die für die SQUIDs der Charge w01 einen kritischen Strom von ungefähr $I_c = 20 \mu\text{A}$ ergeben und für die SQUIDs der Chargen w02 bis w04 Werte von etwa $9 \mu\text{A}$. Mit der nominellen Fläche der Josephson-Kontakte liegt der experimentell ermittelte Absolutwert der kritischen Stromdichte bei $j_c = 28 \text{ A/cm}^2$ für die Charge w01 und $j_c = 12 \text{ A/cm}^2$ für die restlichen Chargen. Die Widerstände R_N sind abhängig von der Schichtdicke der AuPd-Schicht, welche bei der Herstellung so variiert wurde, dass $R_N = 1,4 \Omega$ für Charge w01, $R_N = 2,8 \Omega$ für Charge w02, $R_N = 2,5 \Omega$ für Charge w03 und $R_N = 2,2 \Omega$ für Charge w04 erwartet wird. Diese Werte stimmen mit der experimentellen Beobachtung überein. In Abbildung 5.1 sind zwei beispielhaft herausgegriffene Strom-Spannungs-Kennlinien bei einem magnetischen Fluss von $n\Phi_0$ und $(n + 1/2)\Phi_0$ (siehe Abbildung 2.9) gezeigt. Es ist zu erkennen, dass der kritische Strom $I_{c,\text{SQ}}$ für das SQUID aus der Charge w03 wie erwartet nur etwa halb so groß ist wie der kritische Strom des SQUIDs aus Charge w01. Ebenso ist der Unterschied im Widerstand R_N an der Steigung im Ohmschen Bereich der Kennlinie zu erkennen. Da durch die Variation der AuPd-Schichtdicke nicht nur der Shunt-Widerstand des Josephson-Kontakts, der den Widerstand R_N festlegt, sondern auch der Washer-Shunt-Widerstand R_w

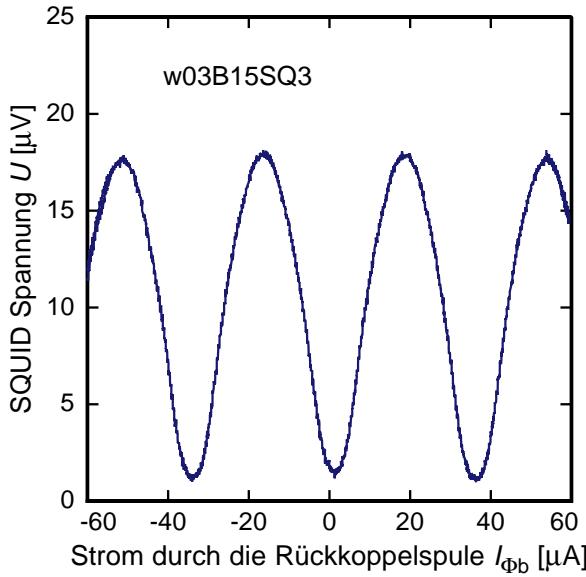


Abb. 5.2: Fluss-Spannungs-Kennlinie des SQUIDs w03B15SQ3.

verändert wird, ist die Dämpfung der SQUID-Resonanzen (siehe Abschnitt 3.1) für die beiden SQUIDS aus Charge w03 und w01 nicht gleich. Als Folge des niedrigeren Washer-Shunt-Widerstands werden die SQUID-Resonanzen des SQUIDs aus Charge w01 nicht vollständig abgedämpft. Somit sind deren Auswirkungen als Stufen in der Strom-Spannungs-Kurve zu erkennen. In der Tabelle 5.1 ist darüber hinaus abzulesen, dass die Einkoppelsensitivitäten $1/M_{in}$ und $1/M_f$ nur geringfügig um die Mittelwerte $1/M_{in} = 12,5 \mu\text{A}/\Phi_0$ und $1/M_f = 36,0 \mu\text{A}/\Phi_0$ streuen. Die Messwerte liegen sehr nahe an den numerisch berechneten Werten $1/M_{in} = 12,8 \mu\text{A}/\Phi_0$ und $1/M_f = 37,0 \mu\text{A}/\Phi_0$. Da die Einkoppelpulpe mit 1,5 Windungen pro Washer dreimal so viele Windungen hat wie die Rückkoppelpulpe mit 0,5 Windungen pro Washer, ist zu erwarten, dass die Einkoppelsensitivität der Rückkoppelpulpe dreimal so groß wie die der Einkoppelpulpe ist. Dies wird durch die Messwerte bestätigt. Die Bestimmung der Einkoppelsensitivitäten erfolgte durch Messung der Fluss-Spannungs-Kennlinie und Berücksichtigung der Periodizität der Kennlinie mit dem magnetischen Flussquant. In Abbildung 5.2 ist eine solche beispielhaft gezeigt. Der Verlauf der Kennlinie entspricht näherungsweise dem einer Sinus-Funktion, wie es nach Abbildung 2.9 zu erwarten ist.

Einige der in Tabelle 5.1 aufgeführten SQUIDS wurden zusätzlich in einem zweistufigen Aufbau mit einem 16-SQUID-Serien-Array als sekundäres SQUID, das von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Berlin zur Verfügung gestellt wurde, bei Temperaturen von $T = 4,2 \text{ K}$ und 20 mK charakterisiert. Im Folgenden wird das SQUID w01G15SQ3 beispielhaft als eines der ausführlich charakterisierten SQUIDS im Detail diskutiert. Nach [Tes77] kann der Abschirmparameter β_L experimentell durch Messung der auf den kritischen Strom des SQUIDS normier-

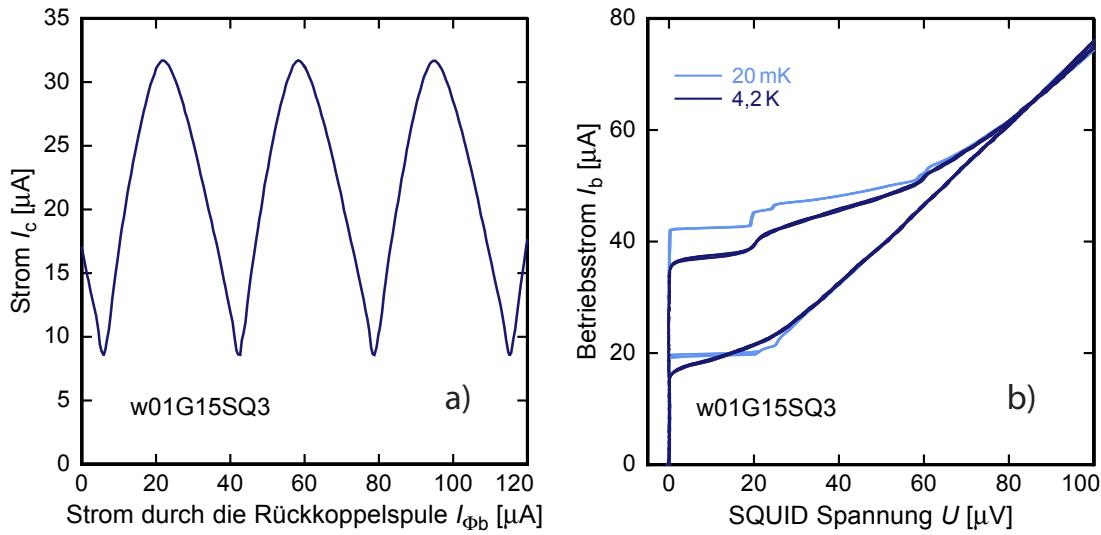


Abb. 5.3: a) Strom durch die Einkoppelpule des sekundären SQUIDs in einem zweistufigen Aufbau bei Rückkopplung auf die zweite Stufe in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss im primären SQUID. Für einen harten Spannungsbetrieb mit $R_G \ll R_{dyn}$ entspricht dieser Strom dem kritischen Strom des SQUIDs, weswegen der Hub dieser Kennlinie die maximale Änderung ΔI_c des kritischen Stroms angibt. Die Messung wurde bei $T = 20$ mK durchgeführt. b) Strom-Spannungs-Kennlinie des SQUIDs w01G15SQ3 bei 4,2 K und 20 mK im Vergleich. Bei tiefen Temperaturen wird das für $\beta_c > 1$ und $\beta_L > 1$ erwartete hysteretische Verhalten des SQUIDs deutlich.

ten Differenz $\Delta I_c / 2I_{0c}$ des maximalen und minimalen kritischen Stroms bestimmt werden. Im zweistufigen Aufbau wurden kritischer-Strom-Fluss-Kennlinien aufgenommen, indem auf das sekundäre SQUID rückgekoppelt wurde, sodass dieses als linearer Verstärker des Stroms in der Einkoppelpule dient. Sofern die Betriebsspannung des primären SQUIDs niedrig genug ist und das primäre SQUID im harten Spannungsbetrieb mit $R_G \ll R_N$ betrieben wird, kann die entstehende Kennlinie in erster Näherung als kritischer-Strom-Fluss-Kennlinie interpretiert werden. Eine solche Kennlinie ist in Abbildung 5.3 a) beispielhaft gezeigt. Für dieses SQUID ergibt sich somit bei 4,2 K ein Abschirmparameter $\beta_L = 0,98$ und damit für die Induktivität der SQUID-Leiterschleife $L = 50,1$ pH, welches mit den Design-Werten gut übereinstimmt. Aufgrund der im Vergleich zum Entwurf um etwa 20 % erhöhten Induktivität muss jedoch erwartet werden, dass sich dieses SQUID bei tiefen Temperaturen hysteretisch verhält. Bei einer Temperatur von 20 mK wurde ein kritischer Strom von $28,4$ μA gemessen. Mit dem in der Abbildung 5.3 a) ablesbaren Hub $\Delta I_c = 23,7$ μA ergibt sich ein Abschirmparameter $\beta_L = 1,4$. Da außerdem der Parameter $\beta_c > 1$ ist, ist das SQUID hysteretisch, was in der Strom-Spannungs-Kennlinie in Abbildung 5.3 b) durch die Sprünge, beispielsweise bei 42 μA, deutlich wird.

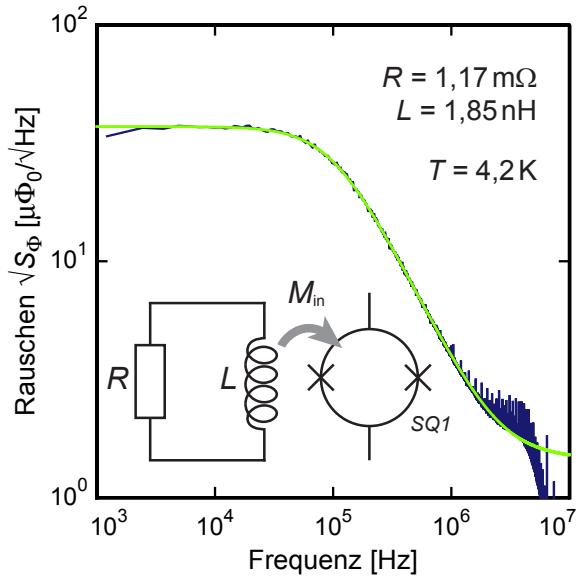


Abb. 5.4: Aufgenommenes Rauschspektrum zur Bestimmung der Induktivität L_{in} mit kurzgeschlossener Eingangsspule. Das Schaltbild stellt eine schematische Darstellung des Eingangskreises dar. Die Einkoppelspule des primären SQUIDs ist mit einem Aluminium-Bonddraht, der bei der Temperatur von $T = 4,2\text{ K}$ normalleitend ist, kurzgeschlossen. Die Gesamtinduktivität L setzt sich aus den Beiträgen der Einkoppelspule L_{in} und des Bonddrahtes L_b zusammen.

Um die Induktivität L_{in} der Einkoppelspule experimentell zu bestimmen, wurde die Einkoppelspule des Detektor-SQUIDs in einem zweistufigen SQUID-Aufbau mittels eines Aluminium-Bonddrahts kurzgeschlossen, der bei einer Temperatur von $T = 4,2\text{ K}$ einen elektrischen Widerstand von einigen Milliohm hat. Dieser Widerstand verursacht im Einkoppelkreis ein Stromrauschen, das nach Gleichung (2.44) vom Widerstand des Bonddrahts und der Temperatur abhängig ist. Das resultierende Rauschspektrum, das in Abbildung 5.4 dargestellt ist, ergibt sich aus der Überlagerung des Rauschanteils des SQUIDs und des Widerstands R_b des Bonddrahts im Eingangskreis. Es zeigt neben der Abschneidefrequenz der SQUID-Elektronik bei etwa 7 MHz eine weitere Tiefpasscharakteristik, die durch die kurzgeschlossene Einkoppelspule verursacht und durch den Widerstand R_b des Aluminium-Bonddrahts sowie die Induktivitäten L_{in} der Einkoppelspule und L_b des Bonddrahts charakterisiert wird. Durch numerische Anpassung der Funktion

$$S_\Phi(f) = M_{\text{in}}^2 \left(\frac{4k_b T}{R} \right) \left(\frac{1}{1 + (2\pi f L / R)^2} \right) + S_{\Phi, \text{SQ}} \quad (5.1)$$

an die Messdaten, erhält man die in Abbildung 5.4 in rot eingezeichnete Kurve mit $R = 1,17\text{ m}\Omega$ und $L = 1,85\text{ nH}$. Angenommen die Induktivität des Bonddrahts beträgt $L_b = 250\text{ pH}$, was einen aus der Erfahrung heraus durchaus realistischen Wert darstellt, dann ergibt sich für die Induktivität der Einkoppelspule $L_{\text{in}} = 1,6\text{ nH}$. Dieser Wert weicht um 10 % nach unten vom numerisch berechneten ab.

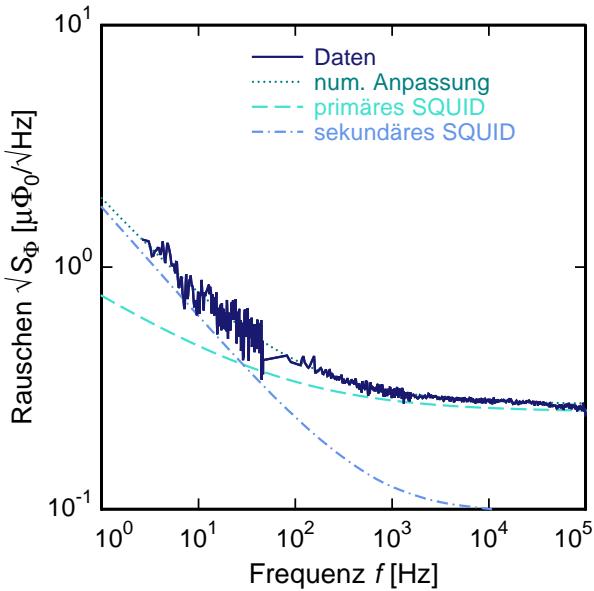


Abb. 5.5: Rauschspektrum eines zweistufigen SQUID-Aufbaus mit dem primären SQUID w01G15SQ3 und einem PTBC4x16 SQUID-Array als Verstärker bei einer Temperatur von 20 mK. Gezeigt sind die Daten des zweistufigen Aufbaus als durchgezogene Linie sowie die einzelnen Beiträge des primären und sekundären SQUIDS und deren Summe, die als unterbrochene Linien dargestellt sind.

5.2 Rauschen der Detektor-SQUIDs

Das Rauschen der Detektor-SQUIDs wurde in einem zweistufigen SQUID-Aufbau mit einem 16-SQUID-Serien-Array, das von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Berlin zur Verfügung gestellt wurde, untersucht. An dieser Stelle soll das Rauschen des SQUIDs w01G15SQ3, welches mit einem 16-SQUID-Serien-Array vom Typ C4x16 der PTB im zweistufigen Aufbau charakterisiert wurde, beispielhaft diskutiert werden. Um das intrinsische Rauschen des Detektor-SQUIDs zu bestimmen, wurde das Rauschspektrum des sekundären SQUIDS in einer einstufigen Konfiguration separat gemessen und die Funktion (2.53) numerisch an die Daten angepasst. Dabei ergaben sich die Parameter $\sqrt{S_{\phi,w}} = 0,23 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für das weiße Rauschen und $\sqrt{S_{\phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 4,48 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für den Beitrag des $1/f$ -Rauschens mit $\alpha = 0,9$. Da diese Werte das Rauschen der Raumtemperatur-Elektronik miteinschließen, kann das Rauschspektrum des Detektor-SQUIDs durch Subtraktion des Rauschens des sekundären SQUIDS vom Gesamtrauschen des zweistufigen Aufbaus berechnet werden. Dabei muss die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung G_ϕ wie in Gleichung (3.8) zur Skalierung beachtet werden. Das Rauschspektrum des zweistufigen Aufbaus ist in Abbildung 5.5 als durchgezogene Linie gezeigt, wobei sich die Parameter $\sqrt{S_{\phi,w}} = 0,28 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und $\sqrt{S_{\phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 1,89 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ mit $\alpha = 0,82$ ergeben. Als unterbrochene Linie ist sowohl der um den Faktor $G_\phi = 2,6$ verminderte, separat gemessene Beitrag des sekundären SQUIDS als auch das sich daraus ergebende Rauschspektrum des primären SQUIDS eingezeichnet. Beide Einzelbeiträge aufaddiert ergeben die durch die gepunktete Linie dargestellte Funktion. Für das korrigierte Rauschspektrum des primären SQUIDS ergeben sich die Parameter zu $\sqrt{S_{\phi,w}} = 0,26 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für das

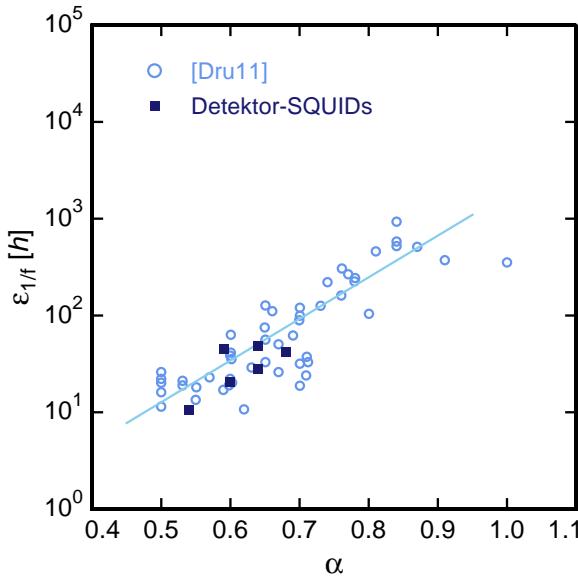


Abb. 5.6: $1/f$ -Rauschen bei 10 Hz in Abhängigkeit vom Parameter α . Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Messwerte sind als Vier-ecke dargestellt. Die durch Kreise dargestellten Messwerte stammen aus [Dru11].

weiße Rauschen, $\sqrt{S_{\phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 0,75 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für den Beitrag des $1/f$ -Rauschens und $\alpha = 0,54$. Diese Werte entsprechen nach Gleichung (2.48) intrinsischen Energiesensitivitäten $\varepsilon_{s,w} = 4,4 \text{ h}$ und $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 36,3 \text{ h}$ beziehungsweise gekoppelten Energiesensitivitäten von $\varepsilon_{c,w} = 13,4 \text{ h}$ und $\varepsilon_{c,1/f}(1 \text{ Hz}) = 111,3 \text{ h}$. Durch den niedrigen Kopplungsfaktor $k_{\text{in}} = 0,57$ sind die Werte für die gekoppelte Energiesensitivität recht hoch. Die intrinsischen Energiesensitivitäten des $1/f$ -Rauschens unserer SQUIDS jedoch sind niedrig und vergleichbar mit den Rauschwerten der besten auf der Welt erhältlichen SQUIDS. Dabei scheint es auch keinen Einfluss auf die Amplitude des niederfrequenten Zusatzrauschen zu haben, dass in der Sputteranlage, in der die Metalllagen unserer SQUIDS produziert werden, auch paramagnetische Temperatursensoren hergestellt werden. Nach der Gleichung (2.50) beträgt der theoretische Wert für die Energiesensitivität $\varepsilon_{s,w}^{\text{theo}} = 1,3 \text{ h}$ mit einer experimentell abgeschätzten SQUID-Temperatur von 200 mK. Diese wurde ermittelt, indem das Rauschen des SQUIDS bei verschiedenen Temperaturen gemessen und festgestellt wurde, bei welcher Temperatur das SQUID thermisch vom Kryostaten abkoppelt. Der experimentell ermittelte Wert für die Energiesensitivität ist ungefähr dreimal so groß wie der theoretisch ermittelte Wert, was auf heruntergemischte hochfrequente Ströme innerhalb des SQUIDS zurückzuführen sein könnte, insbesondere da die SQUIDS bei tiefen Temperaturen hysteretisch sind. Abschließend sollen die bei Temperaturen von $T = 20 \text{ mK}$ ermittelten Energiesensitivitäten aller im zweistufigen Aufbau charakterisierten Detektor-SQUIDS miteinander verglichen werden. Insbesondere soll das niederfrequente Zusatzrauschen, das beispielsweise in [Dru11] und [Wel87] bereits experimentell untersucht wurde, diskutiert werden. Dazu sind in Tabelle 5.1 die Rauschparameter aus der numerischen Anpassung der Funktion (2.53) an die

gemessenen Rauschspektren in Form von Energiesensitivitäten vergleichend zusammengefasst. Der frequenzunabhängige Anteil des Rauschens beträgt hierbei zwischen $\varepsilon_{s,w} = 1,9 h$ und $4,7 h$, was den theoretisch ermittelten Wert (siehe Abschnitt 5.2) von $\varepsilon_{s,w}^{\text{theo}} = 1,3 h$ um maximal das Vierfache übersteigt. Im Gegensatz dazu variieren die Werte des $1/f$ -Anteils des Rauschens für die verschiedenen SQUIDs im Bereich zwischen $\varepsilon_{s,1/f} = 36 h$ und $\varepsilon_{s,1/f} = 210 h$. In der Abbildung 5.6 sind die in [Dru11] zusammengetragenen Werte für das niederfrequente Zusatzrauschen bei einer Frequenz von $f = 10 \text{ Hz}$ zusammen mit den im Rahmen dieser Arbeit gesammelten Messwerten in Abhängigkeit vom Exponenten α aufgetragen. Auf der Basis der bis dahin existierenden Messwerte wurde in [Dru11] ein exponentieller Zusammenhang zwischen den beiden Größen gefunden, der durch numerische Anpassung an die Messdaten quantifiziert wurde und als

$$\varepsilon_{1/f} \approx 0,09 h \left(\frac{f}{200 \text{ kHz}} \right)^{-\alpha} \quad (5.2)$$

dargestellt werden kann. Diese Funktion mit $f = 10 \text{ Hz}$ ist in der Abbildung 5.6 durch eine durchgezogene Linie dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Rauschparameter unserer Detektor-SQUIDs mit dem in [Dru11] gefundenen Zusammenhang verträglich sind und im Vergleich einen niedrigen $1/f$ -Anteil im Rauschspektrum besitzen.

5.3 Charakteristische Größen der N -SQUID-Serien-Arrays

Im Rahmen dieser Arbeit wurden N -SQUID-Serien-Arrays mit $N = 2, 4$ und 16 sowie Prototypen ($N = 1$) der als serielle Gradiometer ausgeführten SQUID-Zellen dieser Arrays hergestellt und im einstufigen Aufbau charakterisiert. In Abbildung 5.7 sind die Fluss-Spannungs-Kennlinien einer solchen einzelnen SQUID-Zelle im Vergleich zu den Kennlinien der aus baugleichen SQUID-Zellen zusammengesetzten SQUID-Arrays mit $N = 2$ und $N = 4$ dargestellt. Der maximale Hub ΔU_N der Kennlinien der N -SQUID-Serien-Arrays beträgt $\Delta U_1 = 8,7 \mu\text{V}$, $\Delta U_2 = 17,1 \mu\text{V}$ und $\Delta U_4 = 33,7 \mu\text{V}$. Diese Kennlinien zeigen, dass die hergestellten SQUID-Arrays funktionstüchtig sind und dass der in Abschnitt 3.5 diskutierte Zusammenhang $U_{\text{out},N} = N U_{\text{out}}$ sehr gut erfüllt ist. Ebenso skalieren die Größen R_N , R_{dyn} und V_ϕ erwartungsgemäß proportional zur Anzahl der SQUID-Zellen im Array. Die Gegeninduktivität der drei SQUIDS ist, wie erwartet, unabhängig von N und beträgt $M_1 = 164 \text{ pH}$, $M_2 = 142 \text{ pH}$ und $M_4 = 159 \text{ pH}$, was mit dem numerisch berechneten Wert von $M_{\text{num}} = 150 \text{ pH}$ gut verträglich ist. Außerdem sind die Größen I_0 und M_{ABE} unabhängig von der Anzahl der SQUID-Zellen N . Hierbei kann der Parameter M_{ABE} , der in Abschnitt 3.6 definiert wurde, über den Zusammenhang

$$M_{\text{ABE}} = \frac{M_{\text{dyn}}^{\text{pos}} - M_{\text{dyn}}^{\text{neg}}}{2} \quad (5.3)$$

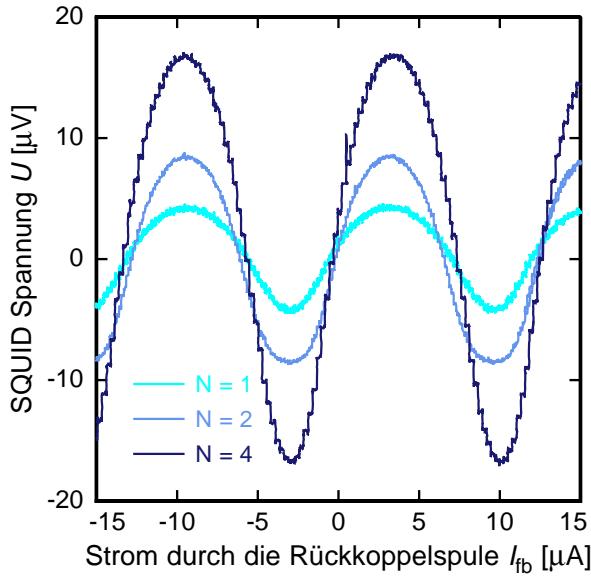


Abb. 5.7: Die Fluss-Spannungs-Kennlinien von drei verschiedenen seriellen Gradiometern. Die Anzahl der SQUID-Zellen im Array variiert zwischen $N = 1$, $N = 2$ und $N = 4$.

berechnet werden. Dabei sind $M_{\text{dyn}}^{\text{pos}}$ und $M_{\text{dyn}}^{\text{neg}}$ die durch Gleichung (3.11) definierten dynamischen Gegeninduktivitäten der positiven und der negativen Flanke der Fluss-Spannungs-Kennlinie. Weiterhin wurden zwei 16-SQUID-Serien-Arrays, w03F13SQ9 und w03L13SQ9, bei Temperaturen von $T = 4,2 \text{ K}$ und 20 mK ausführlich charakterisiert. In Abbildung 5.8 ist die Strom-Spannungs-Kennlinie und die Fluss-Spannungs-Kennlinie des SQUID-Arrays w03F13SQ9 für die Temperaturen $T = 4,2 \text{ K}$ und $T = 20 \text{ mK}$ gezeigt. Dabei fällt auf, dass die Strom-Spannungs-Kennlinie bei tiefen Temperaturen Resonanzstrukturen zeigt, die auf die SQUID-Resonanzen zurückzuführen sind, da das Design dieser SQUID-Arrays keine Washer-Shuntwiderstände vorsieht. Dennoch sind die Fluss-Spannungs-Kennlinien nahezu perfekt sinusförmig und der Betrieb des SQUID-Arrays uneingeschränkt möglich. In der Tabelle 5.2 sind einige der bei der Charakterisierung der beiden SQUID-Arrays gemessenen Parameter bei $T = 4,2 \text{ K}$ und 20 mK zur Übersicht zusammengetragen. Darin ist ab-

SQUID	T [K]	ΔU_{max} [μV]	I_c [μA]	V_Φ [μV/ Φ_0]	M_{in} [pH]	R_N [Ω]	M_{ABE} [pH]
w03F13SQ9	4,2	119	3,8	440	160	54	87,3
	0,02	159	4,3	599	159	60	101,0
w03L13SQ9	4,2	124	4,8	405	158	68	79,6
	0,02	146	5,0	492	158	66	87,0

Tab. 5.2: Übersicht über die experimentell ermittelten charakteristischen Parameter der SQUID-Arrays w03F13SQ9 und w03L13SQ9 bei Temperaturen von $4,2 \text{ K}$ und 20 mK .

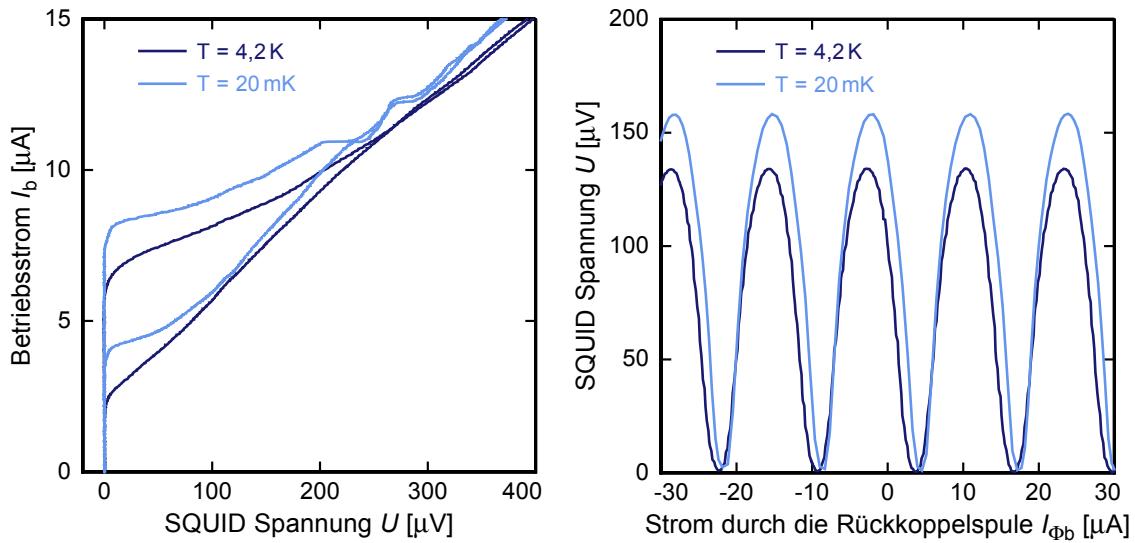


Abb. 5.8: Strom-Spannungs- und Fluss-Spannungs-Kennlinie des 16-SQUID-Serien-Arrays w03F13SQ9 bei zwei verschiedenen Temperaturen. Der Hub der Fluss-Spannungs-Kennlinie ist bei $T = 20\text{ mK}$ größer als für 4.2 K .

zulesen, dass der maximale Spannungshub der Fluss-Spannungs-Kennlinie für beide Arrays bei ungefähr $\Delta U_{\max} = 120\text{ }\mu\text{V}$ bei $T = 4.2\text{ K}$ liegt und für tiefe Temperaturen auf ungefähr $\Delta U_{\max} = 150\text{ }\mu\text{V}$ ansteigt. Aus den Messwerten für den Betriebsstrom bei maximalem Spannungshub I_{\max} wurde mittels der Gleichung (4.1) der kritische Strom I_c errechnet. Dieser beträgt für w03F13SQ9 $I_c = 3.8\text{ }\mu\text{A}$ bei 4.2 K und für w03L13SQ9 $I_c = 4.8\text{ }\mu\text{A}$, was bei einer experimentell ermittelten (siehe Abschnitt 5.1) kritischen Stromdichte von $j_c = 12\text{ A/cm}^2$ gut mit den erwarteten Werten übereinstimmt. Der kritische Strom steigt gegenüber diesen Werten mit sinkender Temperatur um 13 respektive 4 Prozent an. Mit Hilfe des aus den Strom-Spannungs-Kennlinien ermittelten maximalen Hubs des kritischen Stroms ΔI_c wurde nach [Tes77] der Abschirmparameter β_L zu 0,9 und 1,1 bei $T = 4.2\text{ K}$ bestimmt. Hieraus ergibt sich eine SQUID-Induktivität L_S von ungefähr $L_S = 250\text{ pH}$. Dieser Wert weicht von dem numerisch berechneten Wert von 188 pH um ungefähr 30 Prozent nach oben ab. Die Stromsensitivität der Einkoppelpule $M_{\text{in}} = 160\text{ pH}$ variiert nur um ungefähr 1 Prozent, und stimmt mit dem berechneten Wert von 150 pH gut überein. Der Widerstand R_N liegt zwischen $54\text{ }\Omega$ und $68\text{ }\Omega$ und entspricht dem erwarteten Widerstand von $R_N = 58\text{ }\Omega$ für diese Charge innerhalb von 15 Prozent. Die Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten $V_\Phi \approx 450\text{ }\mu\text{V}/\Phi_0$ sind für beide SQUIDS ähnlich. Da für diese SQUID-Arrays maximal asymmetrische Betriebsstrom-einspeisung vorgesehen ist, ist zu erwarten, dass die dynamischen Widerstände R_{dyn} und Fluss-zu-Strom-Transferkoeffizienten I_Φ für die positive und negative Flanke der Fluss-Spannungs-Kennlinie verschieden sind. Dies bestätigt sich darin, dass der

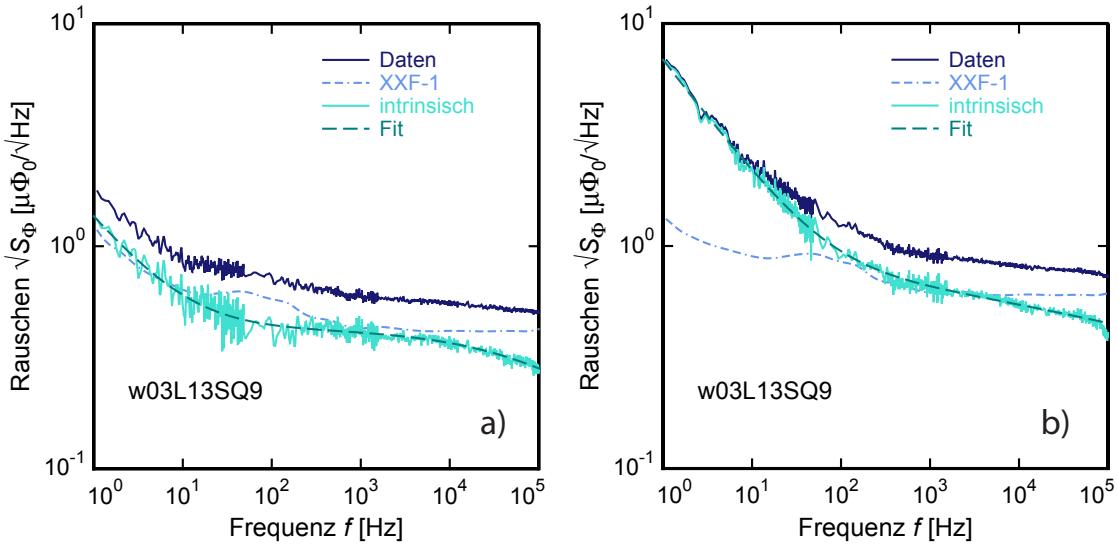


Abb. 5.9: Rauschspektrum der SQUID-Arrays a) w03F13SQ9 und b) w03L13SQ9. Der als unterbrochene Linie dargestellte Rauschanteil der SQUID-Elektronik bei Raumtemperatur wurde von den Daten abgezogen, um das intrinsische Rauschen der SQUID-Arrays zu bestimmen.

dynamische Widerstand $R_{\text{dyn}}^{\text{pos}} = 40,2 \Omega$ und $R_{\text{dyn}}^{\text{neg}} = 73,3 \Omega$ beträgt und der Fluss-zu-Strom-Transferkoeffizient $I_{\Phi}^{\text{pos}} = 10,9 \mu\text{A}/\Phi_0$ und $I_{\Phi}^{\text{neg}} = 5,7 \mu\text{A}/\Phi_0$. Die Werte für den Asymmetrie-Parameter M_{ABE} belaufen sich für die in Tabelle 5.2 zusammengefassten Messwerte auf ungefähr $M_{\text{ABE}} = 90 \text{ pH}$.

5.4 Rauschen der 16-SQUID-Serien-Arrays

Das Rauschen der 16-SQUID-Serien-Arrays wurde bei einer Temperatur von 20 mK in einem einstufigen Aufbau aufgenommen und ist in Abbildung 5.9 für beide Arrays vergleichend dargestellt. Dabei wurde der aktive Shunt [Dru06] der SQUID-Elektronik eingeschaltet, was zu leicht asymmetrischen Fluss-Spannungs-Kennlinien und verbessertem Rauschverhalten führt. Da das Rauschen der Raumtemperatur-Elektronik im einstufigen Aufbau einen signifikanten Beitrag zum Gesamtrauschen liefert, wurde der Anteil der Elektronik nach der Gleichung (3.6) vom gemessenen Gesamtrauschen abgezogen. Durch die numerische Anpassung der um eine Tiefpasscharakteristik erweiterten Gleichung (2.53) ergeben sich die Rauschparameter des Arrays w03L13SQ9 zu $\sqrt{S_{\Phi,w}} = 0,93 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und $\sqrt{S_{\Phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 6,82 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ mit $\alpha = 1,04$, was einer Energiesensitivität von $\varepsilon_{s,w} = 181 \text{ h}$ und $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 9859 \text{ h}$ entspricht. Das Array w03F13SQ9 weist hingegen sehr niedrige Rauschwerte von $\sqrt{S_{\Phi,w}} = 0,42 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für das weiße Rauschen und $\sqrt{S_{\Phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 1,30 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$

mit $\alpha = 0,95$ auf. Dies entspricht einer Energiesensitivität von $\varepsilon_{s,w} = 38\text{ h}$ und $\varepsilon_{s,1/f}(1\text{ Hz}) = 357\text{ h}$. Im Vergleich der beiden Arrays zeigt sich somit, dass die Rauschspektren der beiden SQUID-Arrays zwar durch einen ähnlichen Exponenten $\alpha \approx 1$ gekennzeichnet sind, sich ansonsten aber durch stark unterschiedliche Absolutwerte des Rauschens voneinander unterscheiden.

5.5 Zweistufiger Aufbau aus Detektor-SQUID und 16-SQUID-Serien-Array

Zum Schluss dieses Kapitels wird ein zweistufiger SQUID-Aufbau aus einem Detektor-SQUID und einem unserer SQUID-Arrays diskutiert. Bei der Auswahl der SQUIDs wurden die Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte dieses Kapitels berücksichtigt und die vielversprechendsten der ausführlich charakterisierten SQUIDs ausgewählt. Für die Realisierung dieses Aufbaus wurde das SQUID-Array w03F13SQ9 auf einen Experimenthalter aus Kupfer aufgeklebt und durch supraleitende NbTi-Drähte mit dem Detektor-SQUID w03G15SQ2 verbunden, das auf einem Messing-Halter montiert war. Der Spannungsbetrieb des Detektor-SQUIDs wurde dabei durch einen metallischen Dünnpfilm-Widerstand mit $R_G = 600\text{ m}\Omega$ auf einer zusätzlichen Leiterplatine realisiert. Im Gegensatz zu den SQUIDs, die durch eine Kombination aus Blei- und Kryoperm-Schilden respektive verzinntem Blei magnetisch abgeschirmt wurden, waren die supraleitenden Drähte zwischen den SQUIDs und dem Widerstand in keiner Weise magnetisch abgeschirmt, was zu Peaks im Rauschspektrum führte. Diese wurden nachträglich durch einen einfachen Peak-Entfernungs-Algorithmus entfernt. Wie bei den in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Messungen wurde auch dieser zweistufige Aufbau an die Mischkammer eines Verdünnungskryostaten geschraubt und bei der Basistemperatur des Kryostaten charakterisiert. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 5.10 graphisch dargestellt. In der Abbildung 5.10 a) ist die Fluss-Spannungs-Kennlinie des zweistufigen Aufbaus mit und ohne den aktiven Shunt gezeigt. Da der Ausgangstrom des primären SQUIDs das sekundäre SQUID mit ungefähr 54 % eines Flussquants moduliert (siehe Abbildung 3.5), ist die Kennlinie nicht perfekt sinusförmig. Trotzdem ist dieser Aufbau uneingeschränkt funktionsfähig und es kann immer ein eindeutiger Arbeitspunkt gefunden werden. Im zweistufigen Betrieb wurden die Transferkoeffizienten zu $V_\Phi = 1,39\text{ mV}/\Phi_0$ und $I_\Phi = 23,6\text{ }\mu\text{A}/\Phi_0$ sowie der dynamische Widerstand zu $R_{\text{dyn}} = 59\Omega$ bestimmt. Die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung betrug $G_\Phi = 1,76$, was zeigt, dass die Verstärkung zwischen dem primären und sekundären SQUID größer als 1 ist. In Abbildung 5.10 b) ist das bei $T = 20\text{ mK}$ aufgenommene Rauschspektrum des zweistufigen Aufbaus als durchgezogene Linie und die einzelnen Beiträge des primären und des sekundären SQUIDs als unterbrochene Linien gezeigt. Das Gesamtrauschen ist bei Frequenzen

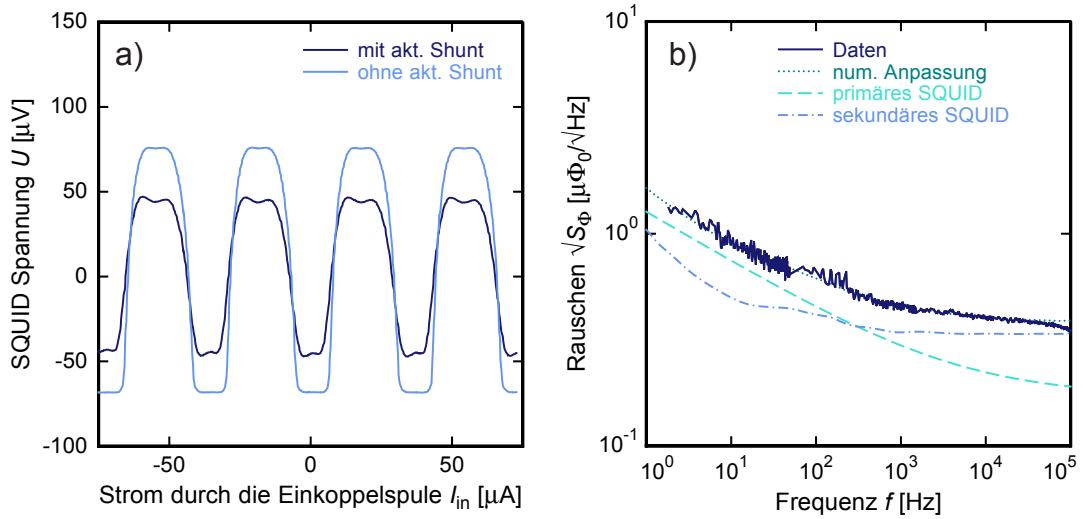


Abb. 5.10: Fluss-Spannungs-Kennlinie (a) und Rauschspektrum (b) des aus dem Detektor-SQUID w03G15SQ2 und dem 16-SQUID-Serien-Array w03F13SQ9 zusammengesetzten zweistufigen Aufbaus bei $T = 20 \text{ mK}$. Die Fluss-Spannungs-Kennlinie (a) wurde jeweils mit und ohne den aktiven Shunt aufgenommen. Die Daten des Rauschspektrums (b) wurden durch einen einfachen Peak-Entfernungs-Algorithmus von Peaks befreit. Die unterbrochenen Linien stellen jeweils den intrinsischen Rauschbeitrag des sekundären und primären SQUIDS dar.

unterhalb von $f = 250 \text{ Hz}$ durch das niederfrequente Zusatzrauschen des primären SQUIDS dominiert, wohingegen das weiße Rauschen des sekundären SQUIDS bei Frequenzen $f > 250 \text{ Hz}$ den dominanten Beitrag zum Gesamtrauschen bildet. Die Rauschparameter ergeben sich zu $\sqrt{S_{\Phi,w}} = 0,37 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für das weiße Rauschen und $\sqrt{S_{\Phi,1/f}}(1 \text{ Hz}) = 1,46 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für den $1/f$ -Anteil des Rauschens sowie den Exponenten $\alpha = 0,24$. Dabei ist das Stromrauschen des Widerstands R_G vernachlässigbar, da dieser zusammen mit dem dynamischen Widerstand R_{dyn} des primären SQUIDS größer als 1Ω ist und somit das daraus entstehende Flussrauschen kleiner als $0,1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ ist. Die aus dem Gesamtrauschen resultierende gekoppelte Energiesensitivität beträgt $\varepsilon_{c,w} = 27,1 \text{ h}$ und $\varepsilon_{c,1/f}(1 \text{ Hz}) = 421,7 \text{ h}$, was zeigt, dass der $1/f$ -Anteil sehr niedrig, das weiße Rauschen jedoch um einen Faktor 2 höher ist als bei den besten kommerziell erhältlichen SQUIDS. Um das Rauschen des zweistufigen SQUID-Aufbaus weiter zu reduzieren, könnten in zukünftigen Array-Designs größere Shunt-Widerstände und eine größere Anzahl N an SQUID-Zellen eingesetzt werden. Darüber hinaus sollte sich die Energieauflösung verbessern lassen, indem die parasitären Induktivitäten im Detektor-SQUID in zukünftigen Designs minimiert werden und die magnetische Kopplung zwischen der Einkoppelpule und der SQUID-Leiterschleife verbessert wird.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung von zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter optimierten dc-SQUIDs diskutiert. Im Einzelnen wurde sowohl ein Detektor-SQUID mit einer Eingangsinduktivität von $L_{\text{in}} < 2 \text{ nH}$ als auch ein N -SQUID-Serien-Array entwickelt. Das Detektor-SQUID ist ein Parallelgradiometer zweiter Ordnung, das aus vier parallelgeschalteten quadratischen Washern besteht. Es ist als Stromsensor ausgeführt, sodass das Detektorsignal über einen supraleitenden Flusstransformator in das SQUID eingekoppelt werden kann. In [Kem15] wurde die Auswirkung der gekoppelten Energiesensitivität $\varepsilon_c(f)$ eines SQUIDs auf die Energieauflösung eines damit ausgelesenen metallischen magnetischen Kalorimeters untersucht. Es wurde gezeigt, dass das SQUID eine gekoppelte Energiesensitivität von $\varepsilon_c(f) < 15 \text{ h}$, eine $1/f$ -Abschneidefrequenz von $f_c < 300 \text{ Hz}$ und eine Induktivität der Einkoppelpule von $L_{\text{in}} \approx 900 \text{ pH}$ aufweisen muss, um eine Energieauflösung im sub-eV Bereich zu erreichen. Ein Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung eines Detektor-SQUIDs, das hinsichtlich dieser Anforderungen optimiert ist. Außerdem wurde ein aus einer Serienschaltung von seriellen Gradiometern erster Ordnung bestehendes N -SQUID-Serien-Array entwickelt, das so konzipiert wurde, dass es in einem zweistufigen SQUID-Aufbau als Verstärker verwendet werden kann.

Es wurden insgesamt vier Chargen an Prototyp-SQUIDs gefertigt, die sich in verschiedenen Prozessparametern wie zum Beispiel der Sauerstoffexposition $p_{\text{ox}} t_{\text{ox}}$ während der Fertigung der Josephson-Tunnelkontakte oder der Schichtdicke der Shunt-Widerstände unterscheiden.

Insgesamt wurden über 20 Detektor-SQUIDs aus diesen Chargen in einem einstufigen Aufbau mit Blick auf charakteristische Kenngrößen bei $T = 4,2 \text{ K}$ untersucht. Es hat sich gezeigt, dass die gemessenen Werte innerhalb der einzelnen Chargen nur geringfügig streuen und nahe an den von den Herstellungsparametern her erwarteten Werten liegen. Des Weiteren wurde eine Auswahl an Detektor-SQUIDs bei $T = 20 \text{ mK}$ im zweistufigen Aufbau mit einem Verstärker-SQUID der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Berlin charakterisiert und der spektrale Verlauf des Rauschens untersucht. Die besten der im Rahmen dieser Arbeit charakterisierten SQUIDs zeigen eine Energiesensitivität von $\varepsilon_{s,w} \approx 2 \text{ h}$ im weißen Rauschen und $\varepsilon_{s,1/f}(1 \text{ Hz}) = 36 \text{ h}$ für den bei SQUIDs stets beobachteten niederfrequenten Rauschanteil. Damit ist die Energiesensitivität der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten und charakterisierten Detektor-SQUIDs vergleichbar mit der der besten kommerziell erhältlichen SQUIDs. Durch niedrige Kopplungsfaktoren gibt es hinsichtlich der gekoppelten Energieauflösung noch Möglichkeit zur Optimierung.

Die Eigenschaften der N -SQUID-Serien-Arrays wurden in einem einstufigen Aufbau bei $T = 4,2\text{ K}$ untersucht. Dabei konnte experimentell bestätigt werden, dass die Eigenschaften der Arrays wie erwartet mit der Anzahl N der SQUID-Zellen skalieren. Zwei der 16-SQUID-Serien-Arrays wurden bei Temperaturen von $T = 20\text{ mK}$ charakterisiert. Es wurden Energiesensitivitäten von $\varepsilon_{s,w} = 38\text{ h}$ für den weißen Rauschbeitrag und $\varepsilon_{s,1/f}(1\text{ Hz}) = 357\text{ h}$ für den Beitrag des niederfrequenten Zusatzrauschen des gesamten Arrays gemessen.

Der $1/f$ -Anteil der Energiesensitivität $\varepsilon_{s,1/f}(10\text{ Hz})$ der Detektor-SQUIDs wurde mit Messdaten aus [Dru11] verglichen. Es wurde festgestellt, dass die Ergebnisse sich auch durch die Beziehung $\varepsilon_{1/f} \approx 0,09\text{ h} (f/200\text{ kHz})^{-\alpha}$, die in [Dru11] gefunden wurde, beschreiben lassen. Auffällig ist, dass die Exponenten α des niederfrequenten Rauschens für die Detektor-SQUIDs bei ungefähr $\alpha \approx 0,6$ liegen, bei den Arrays jedoch bei $\alpha \approx 1$. Dies könnte auf unterschiedliche Ursachen des niederfrequenten Rauschens hindeuten. Weitere Experimente zur Klärung dieser Frage sollen in Zukunft Aufschluss darüber geben.

Weiterhin wurde in dieser Arbeit ein zweistufiger SQUID-Aufbau aus einem ausgewählten Detektor-SQUID und einem der charakterisierten 16-SQUID-Serien-Arrays zusammengestellt. Damit konnte eine gekoppelte Energiesensitivität von $\varepsilon_{c,w} = 27\text{ h}$ für den frequenzunabhängigen Anteil und $\varepsilon_{c,1/f}(1\text{ Hz}) = 422\text{ h}$ für den Beitrag des $1/f$ -Rauschens demonstriert werden. Verglichen mit den besten heutzutage kommerziell erhältlichen SQUIDs dieser Art ist das $1/f$ -Rauschen niedrig, das weiße Rauschen jedoch um ungefähr einen Faktor 2 höher. In zukünftigen Designs sollte sich die Energiesensitivität durch eine Verbesserung der magnetischen Kopplung, Minimierung der parasitären Induktivitäten, Erhöhung des Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten mittels größerer Shunt-Widerstände und durch eine größere Anzahl N an SQUID-Zellen auf ein Niveau von $\varepsilon_{c,w} = 10\text{ h}$ und $\varepsilon_{c,1/f}(1\text{ Hz}) = 150\text{ h}$ bringen lassen. Nachdem dieser bestehende zweistufige SQUID-Aufbau bereits geeignet ist, ein hochauflösendes Mikro-Kalorimeter mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 1,5\text{ eV}$ auszulesen, sollte es für die nächste Generation unserer dc-SQUIDs damit möglich sein, ein magnetisches Kalorimeter mit einer Energieauflösung im sub-eV-Bereich auszulesen.

Literaturverzeichnis

- [Amb69] V. Ambegaokar und B. I. Halperin, Voltage due to Thermal Noise in the dc Josephson Effect, *Phys. Rev. Lett.*, **22**(25), 1364–1366, 1969.
- [Ban12] S.R. Bandler, K.D. Irwin, D. Kelly, P.N. Nagler, J.-P. Porst, H. Rotzinger, J.E. Sadleir, G.M. Seidel, S.J. Smith und T.R. Stevenson, Magnetically Coupled Microcalorimeters, *J. Low Temp. Phys.*, **167**(3-4), 254–268, 2012.
- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, *Phys. Rev.*, **108**(5), 1175–1204, 1957.
- [Bey04] J. Beyer, D. Drung und K. D. Irwin, Bias conditions of dc-SQUID for a time-domain SQUID multiplexer, *Rev. Sci. Instrum.*, **75**(2), 502–506, 2004.
- [Bru82] J. J. P. Bruines, V. J. de Waal und J. E. Mooij, Comment on: “DC SQUID: Noise and optimization” by Tesche and Clarke, *J. Low Temp. Phys.*, **46**, 383–386, 1982.
- [Buc04] W. Buckel und R. Kleiner, *Superconductivity, Fundamentals and Applications*, Wiley-VCH, Weinheim, 2004.
- [Cla88] J. Clarke und R. Koch, The Impact of High Temperature Superconductivity on SQUIDs, *Science*, **242**, 217–223, 1988.
- [Cla04] J. Clarke und A. I. Braginski (Ed.), *The SQUID Handbook: Vol. I Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*, Wiley-VCH, 2004.
- [Dea61] B. S. Deaver und W. M. Fairbank, Experimental Evidence for Quantized Flux in Superconducting Cylinders, *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 43–46, 1961.
- [Det79] F. Dettmann, W. Richter, G. Albrecht und W. Zahn, A Monolithic Thin Film DC-SQUID, *Phys. Stat. Sol. (a)*, **51**(K185), K185–K188, 1979.
- [Dol61] R. Doll und M. Näßauer, Experimental Proof of Magnetic Flux Quantization in a Superconducting Ring, *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 51–52, 1961.
- [Dru96a] D. Drung, Advanced SQUID read-out electronics, in H. Weinstock (Ed.), *SQUID sensors: Fundamentals, Fabrication and Application*, NATO ASI Series E329. Dordrecht: Kluwer, 1996.

- [Dru96b] D. Drung, F. Ludwig, W. Müller, U. Steinhoff, L. Trahms, H. Koch, Y. Q. Shen, M. B. Jensen, P. Vase, T. Holst, T. Freltoft und G. Curio, Integrated $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\text{x}}$ magnetometer for biomagnetic measurements, *Appl. Phys. Lett.*, **68**, 1421–1423, 1996.
- [Dru04] D. Drung und M. Mück, *SQUID Electronics*, 127–170, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004.
- [Dru06] D. Drung, C. Hinrichs und H.-J. Barthelmeß, Low-noise ultra-high-speed dc SQUID readout electronics, *Supercond. Sci. Tech.*, **19**(5), S235, 2006.
- [Dru11] D. Drung, J. Beyer, J.-H. Storm, M. Peters und T. Schurig, Investigation of Low-Frequency Excess Flux Noise in DC SQUIDs at mK Temperatures, *IEEE T. Appl. Supercon.*, **21**, 340–344, 2011.
- [Enp91] K. Enpuku und K. Yoshida, Modeling the dc superconducting quantum interference device coupled to the multiturn input coil, *J. Appl. Phys.*, **69**(10), 7295–7300, 1991.
- [Enp92] K. Enpuku, R. Cantor und H. Koch, Modeling the direct current superconducting quantum interference device coupled to the multiturn input coil. II, *J. Appl. Phys.*, **71**(5), 2338–2346, 1992.
- [Ens05] C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [Fer63] R. Ferrell und R. Prange, Self-Field Limiting of Josephson Tunneling of Superconducting Electron Pairs, *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 479–481, 1963.
- [Fey64] R. P. Feynman, R. B. Leighton und M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, 1964.
- [Fle03] Andreas Fleischmann, *Magnetische Mikrokalorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2003.
- [Fle05] A. Fleischmann, C. Enss und G. M. Seidel, *Cryogenic Particle Detection*, volume 99 of *Topics in applied physics*, chapter Metallic Magnetic Calorimeters, 151–216, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [Fog89] V. Foglietti, W. J. Gallagher, M. B. Ketchen, A. W. Kleinsasser, R. H. Koch und R. L. Sandstrom, Performance of dc SQUIDs with resistively shunted inductance, *Appl. Phys. Lett.*, **55**, 1451–1453, 1989.

- [Fog93] V. Foglietti, K.G. Stawiasz, M.B. Ketchen und R.H. Koch, Performance of a flux locked series SQUID array, *IEEE T. Appl. Supercon.*, **3**(4), 3061–3065, 1993.
- [Fou05] C.J. Fourie und W.J. Perold, Simulated inductance variations in RSFQ circuit structures, *IEEE T. Appl. Supercon.*, **15**(2), 300–303, 2005.
- [Ful72] T. A. Fulton, L. N. Dunkleberger und R. C. Dynes, Quantum Interference Properties of Double Josephson Junctions, *Phys. Rev. B*, **6**, 855–875, 1972.
- [Hub01] M. E. Huber, A. H. Steinbach und R. H. Ono, Resonance damping in tightly coupled d.c. {SQUIDs} via intra-coil resistors, *Physica C: Superconductivity*, **351**(2), 85 – 90, 2001.
- [Irw05] K. D. Irwin und G. C. Hilton, *Cryogenic Particle Detection*, volume 99 of *Topics in applied physics*, chapter Transition Edge Sensors, 63–149, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [Iva68] Yu. M. Ivanchenko und L. A. Zil’berman, Destruction of Josephson Current by Fluctuations, *ZhETF*, **8**, 113–115, 1968.
- [Jay81] J. M. Jaycox und M. B. Ketchen, Planar coupling scheme for ultra low noise DC SQUIDs, *IEEE T. Magn.*, **17**, 400–403, 1981.
- [Joh28] J. B. Johnson, Thermal Agitation of Electricity in Conductors, *Phys. Rev.*, **32**(1), 97–109, 1928.
- [Jos62] B. D. Josephson, Possible new effects in superconductive tunneling, *Phys. Lett.*, **1**(7), 251–253, 1962.
- [Kem13] S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann, L. Gastaldo und C. Enss, Characterization of the reliability and uniformity of an anodization-free fabrication process for high-quality Nb/Al-AlO_x/Nb Josephson junctions, *Supercond. Sci. Tech.*, **26**, 065012, 2013.
- [Kem15] S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann und C. Enss, Direct-current superconducting quantum interference devices for the readout of metallic magnetic calorimeters, *Supercond. Sci. Tech.*, **28**(4), 045008, 2015.
- [Ket78] M. B. Ketchen, W. M. Goubau, J. Clarke und G. B. Donaldson, Superconducting thinfilm gradiometer, *J. Appl. Phys.*, **49**, 4111–4116, 1978.
- [Ket91] M.B. Ketchen, Design considerations for DC SQUIDs fabricated in deep sub-micron technology, *IEEE T. Magn.*, **27**, 2916–2919, 1991.

- [Knu87] J. Knuutila, A. Ahonen und C. Tesche, Effects on DC SQUID characteristics of damping of input coil resonances, *J. Low Temp. Phys.*, **68**(3-4), 269–284, 1987.
- [Lik86] K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits*, Gordon and Breach, New York, 1986.
- [Lon50] F. London, *Superfluids*, Structure of matter series, Wiley, New York, 1950.
- [McM68] W. L. McMillan, Tunneling Model of the Superconducting Proximity Effect, *Phys. Rev.*, **175**, 537–542, 1968.
- [Nyq28] H. Nyquist, Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors, *Phys. Rev.*, **32**(1), 110–113, 1928.
- [Rü08] F. Rüde, *Hochempfindliche Stromsensoren auf DC-SQUID-Basis für den Betrieb in elektromagnetisch gestörter Umgebung*, Dissertation, Technische Universität Berlin, 2008.
- [Sta93] K. G. Stawiasz und M. B. Ketchen, Noise Measurements of Series SQUID Arrays, *IEEE T. Appl. Supercon.*, **3**, 1808–1811, 1993.
- [Tes77] C. Tesche und J. Clarke, dc SQUID: Noise and Optimization, *J. Low Temp. Phys.*, **29**, 301–331, 1977.
- [Ueh93] G. Uehara, N. Matsuda, K. Kazami, Y. Takada und H. Kado, Asymmetric Bias Injection Technique for Drung-Type Superconducting Quantum Interference Devices, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **32**(12A), L1735, 1993.
- [Vos81] R. F. Voss, Noise characteristics of an ideal shunted Josephson junction, *J. Low Temp. Phys.*, **42**(1-2), 151–163, 1981.
- [Waa84] V. J. de Waal, P. Schrijner und R. Llurba, Simulation and optimization of a dc SQUID with finite capacitance, *J. Low Temp. Phys.*, **54**(3-4), 215–232, 1984.
- [Wei69] M. Weihnacht, Influence of Film Thickness on D. C. Josephson Current, *Phys. Stat. Sol. B*, **32**(2), K169–K172, 1969.
- [Wel87] F. C. Wellstood, C. Urbina und J. Clarke, Lowfrequency noise in dc superconducting quantum interference devices below 1 K, *Appl. Phys. Lett.*, **50**(12), 772–774, 1987.
- [Wel91] R. P. Welty und J. M. Martinis, A series array of DC SQUIDs, *IEEE T. Magn.*, **27**, 2924–2926, 1991.

- [Wel94] F. C. Wellstood, C. Urbina und John Clarke, Hot-electron effects in metals, *Phys. Rev. B*, **49**, 5942–5955, 1994.
- [Zim71] J. E. Zimmerman und N. V. Frederick, Miniature Ultrasensitive Superconducting Magnetic Gradiometer and Its Use in Cardiography and Other Applications, *Appl. Phys. Lett.*, **19**, 16–19, 1971.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegeben Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 12.03.2015

.....

(Anna Ferring)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Menschen bedanken, die mich beim Schreiben dieser Arbeit unterstützt haben. Besonders bedanken möchte ich mich bei:

Herrn PROF. CHRISTIAN ENSS für die Begeisterung, die seine Tieftemperatur-Vorlesung in mir weckte und seine stets hilfreiche Beratung vom Seminarvortrag an bis zur Masterarbeit. Auch danke ich ihm für die freundliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die Möglichkeit, eine Masterarbeit mit einem so interessanten Thema schreiben zu können. Ganz besonders angenehm aber ist mir sein Geschick, eine erfolgreiche Arbeitsgruppe mit einer sehr schönen Arbeitsatmosphäre zu leiten.

SEBASTIAN KEMPF für ein super Thema zum Masterarbeit-Schreiben, für wahnsinig viele Ideen für neue Experimente, für Begeisterung und Krisenhilfe im Labor. Ich danke ihm dafür, dass er sein großes Wissen in Sachen Physik mit mir teilt und mir jede Frage geduldig beantwortet. Danke auch fürs abermalige Korrekturlesen einer Abschlussarbeit.

LOREDANA GASTALDO für die große Begeisterung für die Physik, die sie ausstrahlt. Ich danke ihr für viele schöne Gespräche und dafür, dass sie mich mit ihrer Freude an den Experimenten mitreißen kann.

ANDREAS FLEISCHMANN für seine lustige Art, seine Erklärungen, die auch komplizierte Sachverhalte verständlich werden lassen und seinen großen Einfallsreichtum beim Erklären unverstandener Messwerte.

Meinen allzeit hilfsbereiten Kolleg_innen der Arbeitsgruppen F3, F4 und F5, natürlich LISA GAMER, JESCHUA GEIST, SEBASTIAN HÄHNLE, NIELS HAUFF SEBASTIAN HENDRICKS, MARIUS HEMPEL, ALBERT HERTEL, GERNOT KASPER, MICHAEL KELLER, WOLFGANG KÖNTGES, MATTHÄUS KRANTZ, ANNINA LUCK, GILLES MÖHL, FELIX MÜCKE, JEROME POLLER, ANDREAS REIFENBERGER, ANDREAS REISER, MICHAEL SCHMITT, CHRISTIAN SCHÖTZ, DENNIS SCHULZ, YANICK VOLPEZ, MATHIAS WEGNER, PHILIPP WESP und ANNE ZEISSNER für jede Menge Spaß auf den Tagungen, ordentlich viel Wasgedn und sonstige Herzlichkeiten. Speziell bedanken möchte ich mich bei DANIEL HENGSTLER, der mich auch nachts im KIP nicht hängen lässt, mich äußerst geduldig erträgt, meine Masterarbeit wieder und wieder zur Korrektur aufmerksam durchlas und immer vegane Schokolade in der

Schreibtischschublade hat.

Den Mitarbeitern der Probenpräparation, der feinmechanischen Werkstatt, der Helium-Verflüssigung, der Elektronik-Abteilung, der EDV-Abteilung, sowie den Mitarbeitern der Verwaltung, ohne die nicht viel funktionieren würde.

Frei nach dem Motto „Masterarbeit schreiben ist wie Kinder kriegen: Keiner hat Bock auf die Geburt, aber wenn es da ist, freut man sich über das Kind!“ danke ich unserer wundervollen Fremdsprachenkorrespondentin im Sekretariat JESSICA BENDER für viel Schokolade und noch mehr geistige Nahrung in allen Lebenslagen.

All meinen Freunden für schöne Stunden, gutes Futter und dafür, dass sie mich ertragen.

Meiner Familie, besonders MEINEN ELTERN, MEINEM BRUDER JOSEF und meiner Tante GERTRUD, die mich nach Kräften unterstützen und immer da sind wenn sie gebraucht werden. Für viel Muttivation, Nestwärme und wenns sein muss auch ein Donnerwetter.