

专业(大类): _____ 年级: _____ 学号: _____ 姓名: _____ 成绩: _____

说明: A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵, E 是单位矩阵, O 是零矩阵, $R(A)$ 或 $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩
 A^{-1} 表示可逆矩阵 A 的逆矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, $\langle \alpha, \beta \rangle$ 表示向量 α, β 的内积。

得分

一.客观题: 1-4 小题为判断题, 在对的后面括号中填 “√”, 错的后面括号中填“×”,

5-8 为单选题, 将正确选项前的字母填在括号中.(判断题 2 分, 选择题 3 分, 共 20 分)。

- 集合 A 上的恒等关系是双射函数。 ()
- 任何无向图中度数为奇数的顶点的个数不一定是偶数。 ()
- 已知经过图中每个顶点一次且仅一次的回路称为欧拉回路。 ()
- $G = \langle S, \cdot \rangle$ 是一个群, $a, b, c \in S$, $b \cdot a = c \cdot a$, 则 $b = c$ ()
- 欧拉函数 $\phi(n)$ 是 $\{1, 2, \dots, n-1\}$ 中与 n 互素 (1 与 n 互素) 的数的个数。 $\phi(28)$ 等于 ()
 (A) 11 (B) 12 (C) 6 (D) 以上答案都不对。
- 下列式子错误的是: ()
 (A) $\emptyset \subseteq \emptyset$ (B) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ (C) $\emptyset \in \emptyset$ (D) $\emptyset \notin \emptyset$
- 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $R = \{\langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, b \rangle\} \cup I_A$, 则对应于 R 的 A 的划分是 ()
 (A) $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ (B) $\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$ (C) $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$ (D) $\{\{a, c\}, \{b, d\}\}$
- 下面的谓词逻辑等值式中, 错误的是 ()
 (A) $\forall x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x) \vee \forall xB(x)$ (B) $A \rightarrow \forall xB(x) \Leftrightarrow \forall x(A \rightarrow B(x))$
 (C) $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$ (D) $\neg \forall xA(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$

得 分

二 、构造下面推理的证明 （第 1 小题 6 分，第 2 小题 4 分，共 10 分）

1. 前提： $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ， $\neg s \vee p$ ， q ； 结论： $s \rightarrow r$ 。

2. 前提： $p \vee q \rightarrow r \wedge s$ ， $r \vee u \rightarrow v$ ； 结论： $p \rightarrow v$ 。

草 稿 区

得 分

三、集合相关的问题。 （本题 10 分，每小题 5 分）

- (1) 集合 A, B 满足 $A - B = B - A$ 。证明 $A = B$ 。
- (2) 求介于 150 和 300 之间的素数的个数。

草 稿 区

得分

四、二元关系方面的问题。（本题 15 分，第一小题 5 分，第二小题 10 分）

- (1) 设 $g:\mathbb{R}\times\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $g(\langle x,y\rangle)=\langle x-y,x+y\rangle$, 求 g 的反函数。
- (2) 试构造：自然数集到正偶数（含 0）集的双射 f_1 和负整数集到正奇数集的双射 f_2 。

基于 f_1 和 f_2 构造整数集到自然数集的双射 f 。并证明 f 是双射。

得 分

五、树相关的问题。(本题 10 分)

一个算式用逆波兰符号法表示为： $ab+cd+e**fgh*-+$ ，试画出该算式的二叉有序树表示，并写出该算式的波兰法符号表示。

草 稿 区

得 分

六、图论部分的问题。 （本题 10 分）

某公共场合 6 人相遇。证明：这 6 人中一定可以找出 3 个人，这 3 个人要么相互认识，要么相互不认识。
（不考虑那些形如甲认识乙但乙不认识甲的情形；换句话说，单方面认识视作不认识。）用图的形式演示证明。

草 稿 区

得分

七、代数系统部分的问题。(本题 15 分，第 1 小题 5 分，第 2 小题 10 分)

(1) 20 阶循环群 $G = \langle a \rangle$ 。求 G 的全部生成元。

(2) 四元集合 $S = \{e, a, b, c\}$ 的运算表如下。利用群的定义证明 $\langle S, \circ \rangle$ 是群。

*	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>e</i>

得分

八、正整数 n 满足条件： n 的十进制表示有 5 位且数位上的数字从左到右依次单调不减。比如，12255 就是这样的数字。求满足条件的正整数的个数。（要有计算过程，不能仅有得数）。

（本题 5 分）

得 分

九、 $\binom{n}{m}$ 表示组合数 C_n^m 。用两种方法计算 $(1+x)^n(1+\frac{1}{x})^n$ ，从而证明：

$$\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}$$

(本题 5 分)

草 稿 区