人工智能学院　医学院　本科生 2021—2022 学年第一学期离散数学课程期末考试试卷（A 卷）答案

1-4. 对错对对

5-8. AADC

二．1.证明：

(1)　p→q　　　　　前提

(2)　¬ q→¬ p　　　（1）逆否命题

(3)　¬ p→r　　　　前提

(4)　¬ q→r　　　　（2），（3）假言三段论

(5)　r→s　　　　　前提

(6)　¬ q→s　　　　（4），（5）假言三段论

2. 主析取范式为：

¬ （p→q）∧q∧r≡¬ （¬ p∨q）∧q∧r

≡（p∧¬ q）∧q∧r

≡p∧¬ q∧q∧r

≡F

该公式为矛盾式，没有成真赋值，成假赋值为 000，001，010，011，100，101，110，111

三．1. {Ø，{Ø}，{1}，{{2,3}}，{{2,3},1}，{{2,3},Ø}，{Ø,1},{1, {2,3}, Ø}}

2. $\overline{A\cup(B\cap C)}$

$= \overline{A}\cap\overline{(B\cap C)}$　　德•摩根律

$= \overline{A}\cap(\overline{B}\cup\overline{C})$　　德•摩根律

$= (\overline{C}\cup\overline{B})\cap\overline{A}$　　交换律

四.1.　(a) 证明 R 是自反的，对称的，传递的。

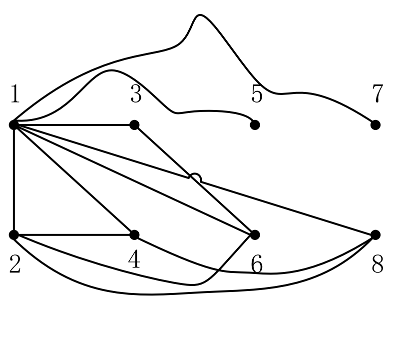
(b) $[3]_R$ ={-3，3}

2. R={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,2),(2,4),(2,6),(2,8),(3,3),(3,6),(4,4),(4,8)}

关系矩阵

$$M_R=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

关系图



五．1. a,b,e,d,z，最短路径为 7

2. 解: 中序行遍: $b\ \underline{a}\ (f\ \underline{d}\ g)\ \underline{c}\ e$

前序行遍: $\underline{a}\ b\ (\underline{c}\ (\underline{d}\ f\ g)\ e)$

后序行遍: $b\ ((f\ g\ \underline{d})\ e\ \underline{c})\ \underline{a}$

3. 证明：首先假设 T 是一棵树，那么 T 是连通无圈图。设 x 和 y 是 T 中任意一对顶点。由于 T 连通，存在 T 中从 x 到 y 的一条路径。进一步，这是连接 x 和 y 的唯一路径。假如存在两条连接 x 和 y 的不同路径，那么这两条路径一定构成一个圈，这与 T 是无圈图的事实矛盾。

再设 T 中任意一对顶点之间存在唯一一条路径，那么 T 是连通的。进一步，T 中无圈。假若 T 中有圈 C，并设(x, y)是 C 上一条边，那么(x, y)和 C−(x, y)是 T 中两条连接 x 和 y 的不同路径，这与 T 中任意一对顶点之间存在唯一一条路径的假设矛盾。因此，T 是连通无圈图，即 T 是一棵树。

六．1. 生成元是 1，4，5

2. 证明：

(1) $a^{-1} * a * x = a^{-1} * b$

$e * x = a^{-1} * b$

$e * x = x = a^{-1} * b$

所以，$a * x = b$的唯一解是$x = a^{-1} * b$。

(2) $x * a * a^{-1} = b * a^{-1}$

$x * e = b * a^{-1}$

$x = b * a^{-1}$

所以，$x * a = b$的唯一解是$x = b * a^{-1}$。

七．1. C(k+n-1,n)　　　　(k+n-1)!/(k-1)!

2. 解：设$\mathrm{f_n}$表示长度为 n 且不含两个连续的 0 的位串的数目。由加法原则，$\mathrm{f_n}$等于最后一位是 1 且满足上述条件的位串的数目加上最后一位是 0 且满足上述条件的位串的数目。

当最后一位是 1 时，前$\mathrm{n}-1$位可以是任意不含两个连续的 0 的长度为$\mathrm{n}-1$的串，因此有$\mathrm{f_{n-1}}$个这样的串。

当最后一位是 0 时，第$\mathrm{n}-1$位必然是 1，而前$\mathrm{n}-2$位是任意不含两个连续的 0 的长度为$\mathrm{n}-2$的串，因此有$\mathrm{f_{n-2}}$个这样的串。

因此，$\mathrm{f_n} = \mathrm{f_{n-1}} + \mathrm{f_{n-2}}$，$\mathrm{n} \geq 3$

初始条件是，$\mathrm{f_1} = 2$，这因为长度为 1 的串可取 0 或 1；$\mathrm{f_2} = 3$，这因为长度为 2 的串可取 01，10，11.

最后，为了得到$\mathrm{f_5}$，有

$$\mathrm{f_3} = \mathrm{f_2} + \mathrm{f_1} = 3 + 2 = 5$$

$$\mathrm{f_4} = \mathrm{f_3} + \mathrm{f_2} = 5 + 3 = 8$$

$$\mathrm{f_5} = \mathrm{f_4} + \mathrm{f_3} = 8 + 5 = 13$$