

人工智能学院本科生 2022—2023 学年第一学期  
《现代控制论》课程期末考试试卷 (A 卷)

草稿区(请勿在此区域答题)

专业: \_\_\_\_\_ 年级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 成绩: \_\_\_\_\_

得分

一、判断题: 判断正误, 并说明理由 (本题共 12 分, 每小题 3 分)

- 1、对泛函  $J = J(y(x))$ , 可作如下理解: 当  $x$  变化时,  $y(x)$  对应着不同的函数值,  $J$  的值也相应变化。
- 2、无论是 SISO LTI 系统, 还是 MIMO LTI 系统, 不存在零极相消的充分必要条件均为: 该系统是完全能控能观的。
- 3、对于线性定常系统而言, 如果给定了待配置的极点, 那么其对应的反馈控制增益矩阵是唯一的。
- 4、对于可动边界最优问题, 若终端时间  $t_f$  与终端值  $x_f$  均为未知, 则其边界条件应当满足:  $\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}|_{t_f} = 0, f(x, \dot{x}, t)|_{t_f} = 0$ 。

得分

二、选择题 (本题共 10 分, 每小题 2 分, 可能包含多项选择)

- 1、下面关于线性二次型控制问题的说法中, 正确的是( )  
A. 时变状态调节器与非时变状态调节器均要求被控系统可控  
B. 时变状态调节器不需要被控系统可控  
C. 非时变状态调节器要求被控系统必须可控  
D. 非时变状态调节器一般仅适用于 LTI 系统
- 2、下面关于极大值原理的描述中, 正确的是( )  
A. 它适用于控制量受约束的情形  
B. 哈密顿函数不一定需要光滑可导  
C. 控制量满足条件  $\partial H / \partial u = 0$ , 其中  $H$  为哈密顿函数



D. 极大与极小只差一个符号, 若把性能指标符号反过来, 极大值原理就变成极小值原理

3. 泛函  $J = \int_0^4 y^2(x) dx$  的变分为( )

A.  $\int_0^2 y(x) \delta y(x) dx$     B.  $\int_0^4 2y(x) \delta y(x) dx$     C.  $\int_0^2 2y(x) \delta y(x) dx$     D.  $\int_0^4 y(x) \delta y(x) dx$

4. 函数  $\Phi[(k+1)T, kT]$  在  $t_0 = kT$  处泰勒展开的一阶近似作( )。

A.  $A(t_0)T$     B.  $I + A(t_0)T$     C.  $I + A(t)T$     D.  $I - A(t_0)T$

5. SISO 线性定常系统和其对偶系统, 它们的输入输出传递函数是( )。

A. 不一定相同    B. 一定是相同    C. 倒数关系    D. 互逆关系

得分

三、简答题 (本题共 16 分, 其中第 1 小题 4 分, 第 2、3 小题各 6 分)

1. 对于系统  $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$ , 如果使用带有观测器的状态反馈控制器对其进行控制, 观测器是否会影响闭环系统极点? 此外, 闭环系统的传递函数是否会改变?

2. 线性定常系统的状态转移矩阵满足哪些性质? 线性时变系统对应的状态转移矩阵是否也满足这些性质?

3. 对于有限时间状态调节器与非时变(无限时间)状态调节器, 它们对系统的能控性一般各有何要求? 此外, 无限时间状态调节器是否要求系统必须完全能控?



得 分

四、(本题共 12 分, 每小题 6 分)

1、某动态系统的动力学方程由  $y^{(3)} + 5\ddot{y} + 8\dot{y} + 2y = 6\ddot{u} + 9\dot{u} + u$  描述, 试写出其状态空间表达式。

2、某线性系统的传递函数为  $G(s) = \frac{5(s+3)(s+6)}{s(s+1)(s+2)(s+5)}$ , 试写出其所对应的对角线标准型实现。



得分

五、(本题 12 分, 每小题 6 分)  
对于如下系统:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ -5 & 0 & -5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} u$$
$$y = (2 \ 0 \ 1) x$$

- 1、请确定系统是否能控、是否能观测?
- 2、若系统能控, 试设计状态反馈控制器, 将极点配置到  $-2 \pm j2, -10$  处。



得分

六、(本题 12 分)

考虑如下系统:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} x\end{aligned}$$

- 1、(3 分) 设状态无法测量, 请判断系统能观性。
- 2、(9 分) 若系统能观测, 则设计全维状态观测器, 使观测器的极点为  $-1, -2$ 。



得分

七、(本题 14 分)

对于一阶系统  $\dot{x} = 3x + 2u$ ,  $x(t_0) = x_0 > 0$ , 取指标函数为  $J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^2 + \beta u^2) dt$ ,  $\beta > 0$ 。

- 1、(7 分) 试求解最优控制量  $u^*(t)$  及其性能指标  $J^*$ 。
- 2、(4 分) 分析  $\beta$  的取值对闭环系统的响应有何影响。
- 3、(3 分) 试求解  $\beta$  的范围, 使得  $x(t)$  在 0.25 秒内收敛到  $\dot{x}(t) \leq x_0/e$  范围内, 其中  $e$  为自然常数。



得分

八、(本题 12 分) 对于  $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$ , 已知带有观测器的反馈控制器为  $u = Kz + v$ ,  $\dot{z} = (A + GC)z + Bu - Gy$ , 试证明: 使用上述带有观测器的反馈控制器与直接使用状态反馈控制器  $u = Kx + v$  所对应的闭环系统具有相同的传递函数矩阵。

提示: 使用非奇异变换  $T = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ I_n & -I_n \end{bmatrix}$ 。