人工智能学院本科生 2022—2023 学年第一学期
《现代控制论》课程期末考试试卷 (B 卷)

专业：________ 年级：______ 学号：_______ 姓名：_______ 成绩：_______

得 分

一、判断题：判断正误，并说明理由 (本题共 18 分，每小题 6 分)

1、离散定常线性系统$x(k+1)=Ax(k)+Bu(k)$，$A\in\mathbb{R}^{n\times n}$完全能控的充分必要条件为矩阵$U=(B\ AB\ A^2B\ \cdots\ A^{n-1}B)$的秩为$n$。

2、对连续系统进行离散化并不会影响原系统的能控性或能观性。

3、利用变分法、极大值原理、动态规划方法求解最优化问题时，得到的结果均为必要条件。

得 分

二、简答题 (本题共 18 分，每小题 6 分)

1、对于系统$\dot{x}=Ax+Bu$，$y=Cx$，$A\in\mathbb{R}^{n\times n}$，给出判断该系统能控性的判据 (列出 2 条即可)。

2、经典控制论与现代控制论有哪些不同之处 (列出 3 条即可)？

3、求解 Riccati (里卡蒂) 代数方程的方法有哪些？列出 3 条。

得 分

三、(本题 15 分)

设计反馈控制器$u = Kx$，将如下系统的闭环极点配置在$p_1 = -2$，$p_2 = -3$处：

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u$$

得 分

四、(本题 20 分) 对于如下系统：

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -6 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

判断该系统的能观性。若系统能观，分别设计全维与降维观测器，将极点配置为-10, -10。

得 分

五、(本题 15 分) 考虑如下系统：

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

设初始状态为$(x_1(0),\ x_2(0))^\top = (1,\ 0)^\top$，使用**动态规划**的方法，设计控制律$u(t)$，使如下性能指标取值最小：

$$J = \int_0^\infty \left(\frac{1}{2}u^2 + 2x_1^2\right) \mathrm{d}t$$

得分

六、(本题 14 分) 对于如下系统：

$$\dot{x}_1 = x_2 - x_1\left[2 - \sin^2(t)\right],$$

$$\dot{x}_2 = -3x_1 - x_2\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2(t)\right]$$

试证明，该系统的平衡点为$(x_1, x_2)^\top = (0, 0)^\top$，且该平衡点为李雅普诺夫意义下的渐近稳定。