

得分

一. 客观题: 1-4 小题为判断题, 在对的后面括号中填“√”, 错的后面括号中填“×”,  
 5-8 为单选题, 将正确选项前的字母填在括号中。(判断题 2 分, 选择题 3 分, 共 20 分)。

1.  $1+1=2$  是命题。 ( )

2. 设  $Q(x): x=x+1$ , 论域为实数的集合,  $\exists x Q(x)$  是真的。 ( )

3. 连通图中任意两个顶点之间存在路径。 ( )

4. 集合  $S = \{x | x = a + b\sqrt{3}, a, b \in Q\}$ ,  $\langle S, +, \times \rangle$  是环。 ( )

5. 以下为假的命题是 ( )

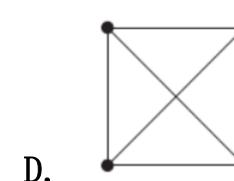
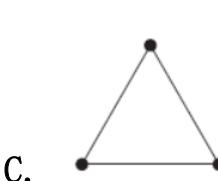
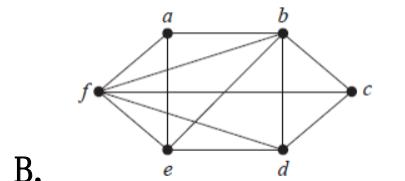
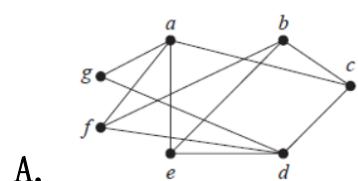
A.  $\Phi \in \Phi$

B.  $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c, \{a, b, c\}\}$

C.  $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c, \{a, b\}\}$

D.  $\Phi \in \{\Phi\}$

6. 下图中是二部图的有 ( )



7. 设  $S = \{1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, 4\}$ , \* 为普通乘法, 则  $[S, *]$  是 ( )

A. 代数系统

B. 半群

C. 群

D. 都不是。

8. “人总是要死的” 谓词公式表示为 ( )

(论域为全总个体域)  $M(x): x$  是人;  $Mortal(x): x$  是要死的。

A.  $M(x) \rightarrow Mortal(x)$

B.  $M(x) \wedge Mortal(x)$

C.  $\forall x(M(x) \rightarrow Mortal(x))$

D.  $\exists x(M(x) \wedge Mortal(x))$

二、逻辑与证明题目（第1小题6分，第2小题6分，共12分）

1. 前提： $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, r \rightarrow s$ ；结论： $\neg q \rightarrow s$

2. 求以下公式的主析取范式，成真赋值和成假赋值。

$$\neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge r$$

得 分

三、集合题目（第 1 小题 6 分，第 2 小题 6 分，共 12 分）

1. 求集合 $\{1, \{2,3\}, \emptyset\}$ 的幂集。

2. 设  $A, B, C$  是集合，证明： $\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}$

得 分

四、二元关系  $R$  (第 1 小题 6 分, 第 2 小题 6 分, 共 12 分)

1. 假设  $A$  是实数集,  $A$  上的函数  $f(x)=x^2$ 。定义  $A$  上的二元关系  $R$ :  $(x, y) \in R$  当且仅当  $f(x)=f(y)$ 。

(a) 证明:  $R$  是  $A$  上的等价关系。

(b) 求  $[3]_R$ 。

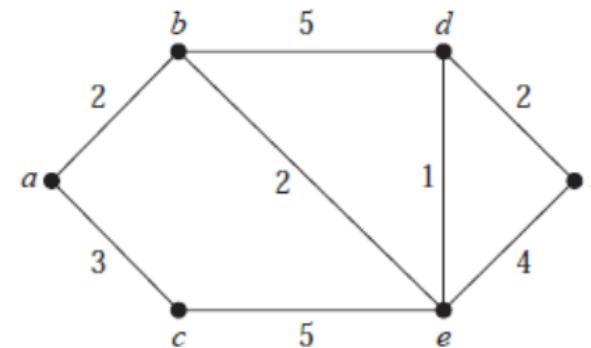
2. 设  $A$  是集合  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 定义集合  $A$  上的关系  $R=\{(a, b) \mid a, b \in A \text{ 且 } a \text{ 整除 } b\}$ , 给出关系  $R$  的关系矩阵或者关系图。

得 分

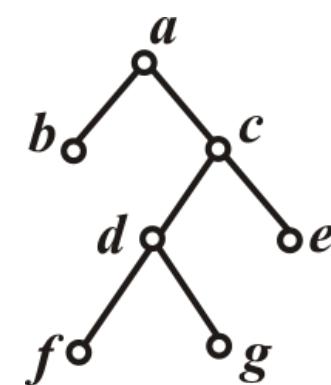
五、图论题目：(第 1 小题 6 分, 第 2 小题 6 分, 第 3 题 8 分, 共 20 分)

1. 求图中顶点 a 到 z 点的最短路径及其长度，并给出计算过程。

草 稿 区



2. 给出右图树的前序遍历、中序遍历和后序遍历。



3. 证明:一个无向图是树当且仅当它的任一对顶点之间存在唯一一条路径。

得 分

## 六. 代数系统(第 1 小题 6 分, 第 2 小题 6 分, 共 12 分)

1. 若  $G=\langle \mathbb{Z}_6, \oplus \rangle$  是模 6 的整数加群, 求  $G$  的生成元。

2. 设  $\langle G, * \rangle$  是群, 证明:

- (1).  $\forall a, b \in G$ , 存在唯一的  $x \in G$ , 使得  $a * x = b$ ;
- (2).  $\forall a, b \in G$ , 存在唯一的  $x \in G$ , 使得  $x * a = b$ .

## 七、组合与计数(第 1 小题 7 分, 第 2 小题 5 分, 共 12 分)

1.  $n$  本相同的书放在  $k$  个不同的书架上有多少种方式? 如果这些书两两不同, 并且书在书架上的位置不同认为是不同的放置方式, 则有多少种方式?
2.  $f_n$  表示长度为  $n$  且不包含两个连续的 0 的位串的数目, 写出  $f_n$  的递推关系式, 计算  $f_1$ ,  $f_2$  和  $f_5$ 。(位串是指只包含 0 或 1 的字符串)