一、 对下面给定的每一个周期离散时间信号，确定其傅里叶级数的系数。并画出每一组系数 a_k 的幅值和相位。

a) $x(n)=\sin(\frac{n-1}{4}\pi)$

b) $x(n)=\cos(\frac{2n}{7}\pi)+\sin(\frac{2n}{3}\pi)$

c) $x(n)=\cos(\frac{11n}{4}\pi-\frac{\pi}{3})$

d) $x(n)$以 6 为周期，且 $x(n)=(\frac{1}{2})^n,\quad -2\le n\le 3$

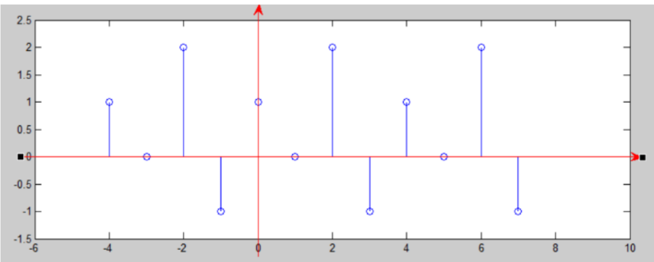
e) $x(n)=\sin(\frac{2n}{3}\pi)\cos(\frac{n}{2}\pi)$

f) $x(n)$以 4 为周期，且 $x(n)=1-\sin(\frac{n}{4}\pi),\quad 0\le n\le 3$

g) $x(n)$以 12 为周期，且 $x(n)=1-\sin(\frac{n}{4}\pi),\quad 0\le n\le 11$

二、 研究下图中所画的信号 $x(n)$，该信号是周期的，且周期 N=4。信号可以用离散时间傅里叶级数表示为：

$$x(n)=\sum_{k=0}^{3}a_k e^{jk(\frac{2\pi}{4})n}$$



a）写出这 4 个方程，利用求解含有 4 个未知数的 4 个方程的任何一种标准方法，直接解这个方程。（首先，务必把上面的复指数函数化简为最简单的形式）

b）通过利用离散时间傅里叶级数分析公式：

$$a_k=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}x(n)e^{-jk(\frac{2\pi}{4})n}$$

直接计算 a_k，来验证上述答案。

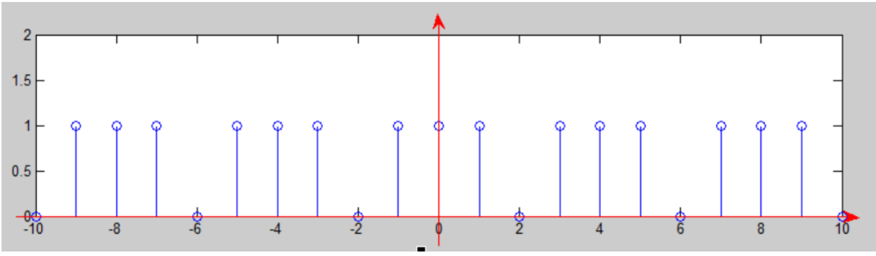
三、 在下面每一小题中，我们规定了周期为 8 的一个周期性信号的傅里叶技术

的系数。是对每一种情况，确定信号 $x(n)$

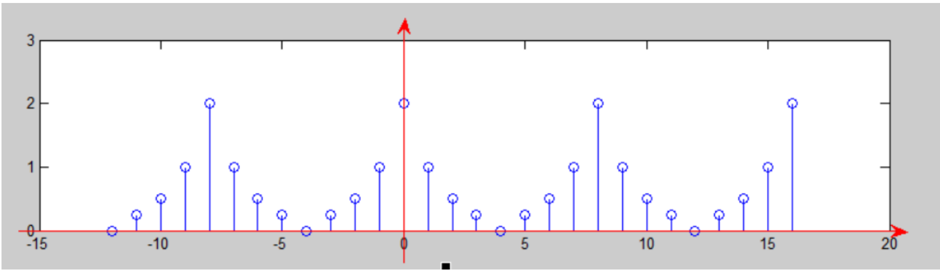
1) $a_k = \cos(\frac{k}{4}\pi) + \sin(\frac{3k}{4}\pi)$

2) $a_k = \begin{cases} \sin(\frac{k}{3}\pi) & 0 \le k \le 6 \\ 0 & k = 7 \end{cases}$

3) a_k 如下图所示。



4) a_k 如下图所示。



四、 设 x(n)十一个周期序列，其周期为 N，傅里叶级数表示为：

$$x(n) = \sum_{k=<N>} a_k e^{jk(\frac{2\pi}{N})n} \qquad (1)$$

a) 下列每个信号的傅里叶技术的系数都能用上式中的 a_k 来表示，请导出这些表达式。

1) $x(n\text{-}n_0)$

2) $x(n) - x(n-1)$

3) $x^*(-n)$

4) $x(n) - x(n-\frac{N}{2}) \qquad N$是偶数

b) 假若 N 为偶数，且上述（1）式中的 $x(n)$满足：

$$x(n)=-x(n+\frac{N}{2}) \qquad \text{对所有的} n$$

证明：对所有的偶整数 k， $a_k=0$

五、 一个 LTI 系统的单位冲激响应为：

$$h(n)=(\frac{1}{2})^{n}$$

对下列输入，求该系统输出 $y(n)$的傅里叶级数表达式。

a) $x(n)=\sin(\frac{3n}{4}\pi)$

b) $x(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(n-4k)$

c) $x(n)$是一个周期信号，其周期为 6，且：$x(n)=\begin{cases}1 & n=0,\pm1 \\ 0 & n=\pm2,\pm3\end{cases}$