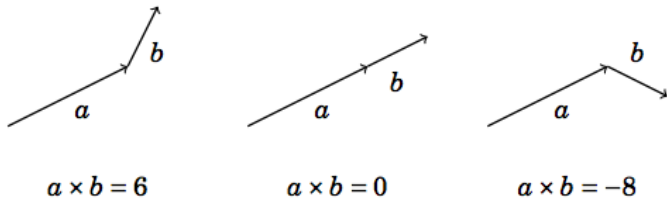


8. Геометрични задачи [[AL](#) 29, р. 265]

** Координатна система, точки и вектори

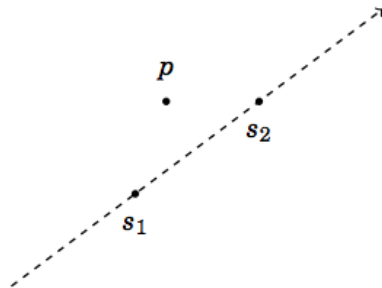
- Точки и линии, $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$

-- векторно произведение ([cross product](#)) $a \times b = a_1 b_2 - a_2 b_1$



дясна координатна система

-- положение на точка относно права



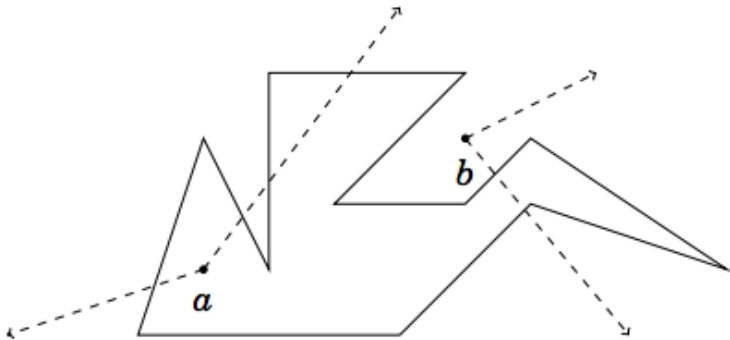
$c = (p - s_1) \times (p - s_2)$ показва местоположението на точката p относно правата, определена от точките s_1 и s_2 . Ако $c > 0$, p се намира от лявата страна, ако $c < 0$, p е от дясната страна и ако $c = 0$, точките s_1 , s_2 и p лежат на една права.

- Пресичане на отсечки (Line Segment Intersection)

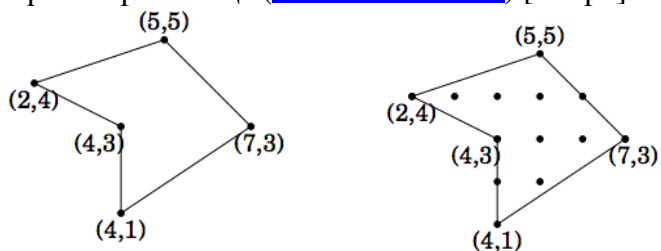
-- [Line-line intersection](#)

- Многоъгълници (не самопресичащи се)

-- Точка в многоъгълник



-- Ориентирано лице ([Shoelace Formula](#)) [AL p.]



$$A = |x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + \dots + x_{n-1}y_n + x_ny_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - \dots - x_ny_{n-1} - x_1y_n|/2$$

$$\frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (p_i \times p_{i+1}) \right| = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right|,$$

Пример: $| (2 \cdot 5 - 5 \cdot 4) + (5 \cdot 3 - 7 \cdot 5) + (7 \cdot 1 - 4 \cdot 3) + (4 \cdot 3 - 4 \cdot 1) + (4 \cdot 4 - 2 \cdot 3) | / 2 = 17/2$

([Polygon Area](#))

Теорема на Пик. Нека координатите на върховете на непресичащ се многоъгълник са цели числа. Тогава лицето на многоъгълника е $S = a + b/2 - 1$, където е a броят на целите точки вътре в многоъгълника и b е броят на целите точки на границата на многоъгълника.

Пример: $6 + 7/2 - 1 = 17/2$

-- Скаларно произведение $a \cdot b = a_1b_1 - a_2b_2$

перпендикулярни вектори

- Разстояние между две точки, дължина на вектор

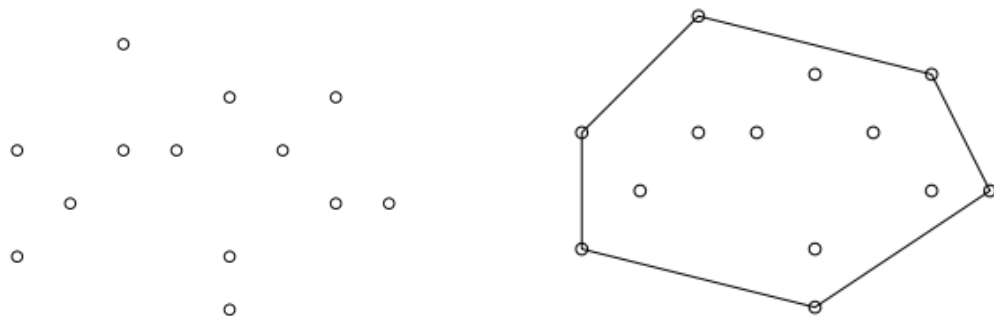
Евклидово (l_2) разстояние: $e^2 = (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2$

Манхатън (l_1) разстояние: $m = |a_1 - a_2| + |b_1 - b_2|$

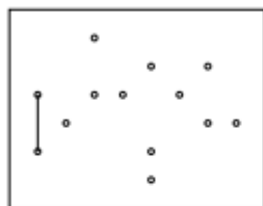
Чебишево (l_{\inf}) разстояние: $c = \max\{|a_1 - a_2|, |b_1 - b_2|\}$

** Изпъкнала обвивка ([Convex Hull](#)) [AL p. 278]

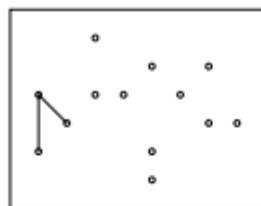
Изпъкналата обвивка за дадено множество от точки P е изпъкнал многоъгълник с минимално лице, който съдържа изцяло множеството P .



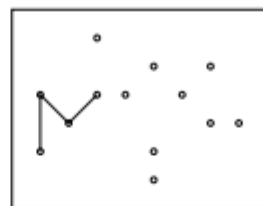
Задача: Дадено е множество от точки в равнината. Да се намери затворената обвивка на множеството.
Алгоритъм на Андрю - $O(n \log n)$



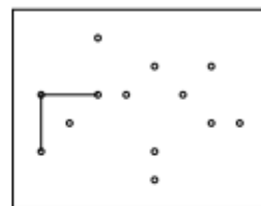
1



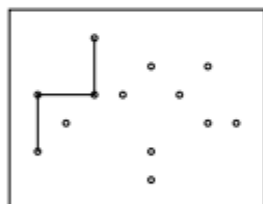
2



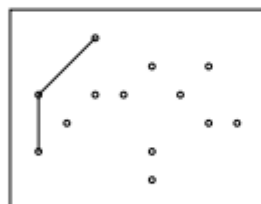
3



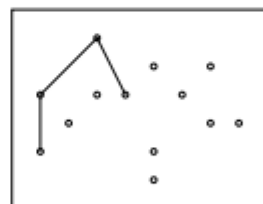
4



5



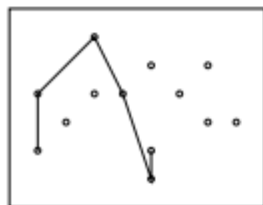
6



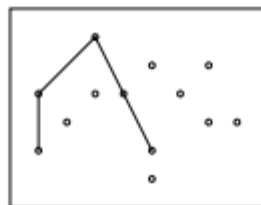
7



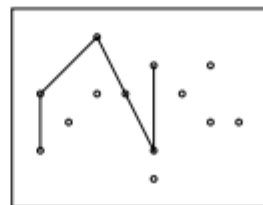
8



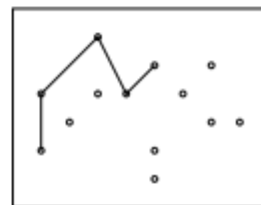
9



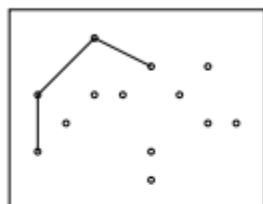
10



11



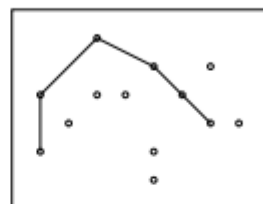
12



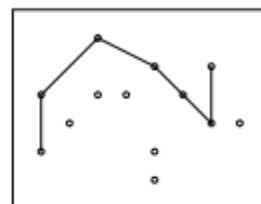
13



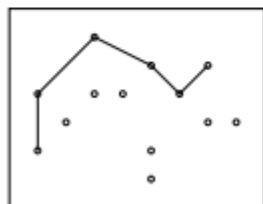
14



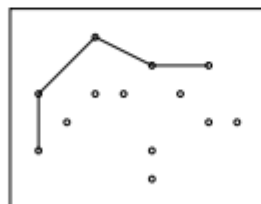
15



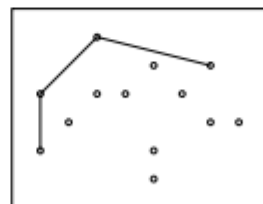
16



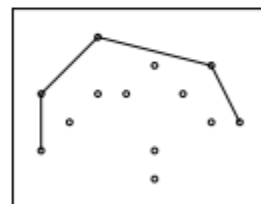
17



18



19



20

[Други алгоритми](#)

Най-близка двойка точки (Closest Points) [AL p. 277]

Х. Борисов, И. Тодоров, Геометрията в състезателното програмиране, [I част](#), [II част](#), 2009.

Три-ъгълници

<https://www.hackerrank.com/fifth-interuniversity-nbu-programming-contest>

Брой триъгълници

<https://www.hackerrank.com/nbu-march-2020-programming-contest>
