

9. Математически задачи

*** Полином (многочлен, [Polynomial](#))

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Полиноми с цели коефициенти.

Пример: $P_3(x) = x^3 + 4x^2 + 5$

Нормална форма на полином - коефициентите нямат общ делител.

Пример: $P_3(x) = x^3 + 4x^2 + 5$ е нормална форма, а $P_3(x) = 2x^3 + 8x^2 + 10$ не е.

* Представяне

- като редица от коефициенти

$$a_0, a_1, \dots, a_n$$

Пример: 5 0 4 1

- като низ с правилата на TeX, [LaTeX](#)

$$\$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0\$$$

Пример: $x^3 + 4x^2 + 5$

- като низ на езика [Паскал](#) ([Pascal](#))

Пример: $x^3 + 4 * x^2 + 5$

- като низ на езика C

Пример: $x * x * x + 4 * x * x + 5$

* Пресмятане на стойност

- По общата формула за многочлен със запазване на x^k , за $k = 1, 2, \dots, n$, без използване на аритметичната функция pow.

- Стойността на полиномът $P_n(x)$ се смята за време $O(n)$ по [схемата на Хорнер](#). Последователно се пресмятат стойностите на редицата полиноми, всяка за време $O(1)$.

- $p_0(x) = a_n, p_i(x) = a_{n-i} + x p_{i-1}(x), i = 1, 2, \dots, n.$

Получаваме $P_n(x) = p_n(x)$.

* [Производна](#) на полином

$$P'_n(x) = n a_n x^{n-1} + (n-1) a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_2 x + a_1$$

Програма за намиране на производната на полином.

Минимална и максимална стойности:

- решаване на уравнението $P'_n(x) = 0$.

- в даден интервал, за цели стойности на аргумента x

Задача от състезания: Полином.

<https://www.hackerrank.com/nbu-march-2020-programming-contest>

* Интеграл

- неопределен интеграл - примитивна функция

$\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$, защото $(x^{n+1})' = (n+1)x^n$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

- определен интеграл - граници на интегриране

$$\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b) = F(x) \Big|_a^b$$

където $F'(x) = f(x)$.

- пресмятане на лице (площ) на фигура, заградена от графика на функция и абсисната ос ([видео](#)).

Задачи за полиноми

*** Числени методи

* Нули на функция (корени на уравнение) - [Slides](#)

- метод на разполовяването ([bisection method](#))

Задача: [Корен2020](#)

- други методи

* Системи от уравнения

Задачи, при които се налага решаване на система от уравнения: пресечни точки на фигури в равнината,

- линейни системи от уравнения

метод на Гаус - Gaussian Elimination - [видео](#)

[Gauss-Seidel method](#)

- нелинейни системи от уравнения

Предварителни пресмятания и довеждане на решението до няколко формули.

Търсене на целочислени решения (пълно изчерпване).

Нелинейни системи и квантови компютри

*** Комплексни числа [[AL](#) Complex numbers, p. 266], ([Wiki](#))

Комплексно число се представя с израза $x + yi$, където x и b са реални числа, а i се нарича имагинерна единица, дефинирана с $i^2 = -1$.

В този израз x е реалната част, а y е имагинерната част на комплексното число.

Пример: Числото $3 + 2i$ има реална част 3 и имагинерна част 2.

Реалните числа могат да се представят като комплексни с имагинерна част 0.

Пример: $2 = 2 + 0i$.

[Комплексни числа в C++11](#)

[Радиани](#) и градуси

Комплексни числа и вектори в декартовата равнина.

Пример: [com.cpp](#)
