Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача А. Системата МІО

MIU е формална система, състояща се от низове, в които се срещат само трите букви M, I и U. Тези низове се образуват по следните правила:

- А. Ако притежавате низ, чиято последна буква е ${ t I}$, можете да прибавите на края му ${ t U}$.
 - В. Да допуснем, че имате Mx. Тогава към колекцията си може да добавите Mxx.
- $\sf C.$ Ако някой низ от колекцията ви има $\sf III$, можете направите нов низ $\sf c U$ на мястото на $\sf III.$
 - D. Ако в някой низ има UU, можете да го премахнете.

В системата има само една аксиома: Низът МІ принадлежи на системата, т.е. вашата колекция съдържа низът МІ "по рождение". (От книгата на Хофстатър, "Гьодел, Ешер, Бах — една гирлянда към безкрайността")

Да се напише програма, която да произвежда низове за колекцията. За да бъде алгоритъмът еднозначен, към правило С допълваме: Заместваме всички тройки III до тогава, докато в низа не останат три последователни букви I. Низът III...I заместваме с U...I, т.е. ако имаме подниз, съдържащ само I, заместваме най-напред най-лявата тройка III. И допълнение към правило D — изтриваме всички двойки UU, докато в низа не останат две последователни букви U.

Входът съдържа много примери, всеки пример на отделен ред. Един пример се състои от редица от главни букви А, В, С и D. За всеки член на редицата се опитваме да приложим съответното правило за текущия низ. Ако низът не отговаря на условието на правилото, не го променяме. Винаги стартираме от низа MI.

За всеки пример на отделен ред отпечатваме низ, получен след прилагане на всички правила от редицата.

Пример:

| Вход | Изход |
|----------|-------|
| BBACBD | MUIIU |
| DBBAACBD | MUIIU |

Бележка: Получената редица от низове от формалната система e: MI, MII, MIII, MIIII, MIIIU, MUIUU, MUIIU.

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача В. Делене на половина

Дадено е множество S от цели числа. Тегло t(S) на множеството S наричаме сумата от елементите му. Да се раздели множеството на две части S_1 и S_2 така, че теглата на двете части да бъдат максимално близки, т.е. $|t(S_1) - t(S_2)|$ да е най-малкото възможно число.

Всеки пример започва с числото N — броя на елементите на множеството ($2 \le N \le 1000$). Следват самите стойности на елементите — цели положтелни числа, по-малки от 10000. Входът съдържа много примери.

За всеки пример от входа да се отпечати:

- теглото на по-лекото множество;
- нов ред;
- стойностите на елементите на това множество в нарастващ ред;
- празен ред.

| Вход | Изход |
|--------------------------|--------------------|
| 10 | 136 |
| 3 2 3 2 2 77 89 23 90 11 | 2 2 2 3 3 11 23 90 |
| | |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача С. Повтарящи се числа

Дадена е редица a_1 , a_2 , ..., a_N от цели числа, всяко в интервала от 1 до 100 000, $2 \le N \le$ 10 000 000. Напишете програма, която да намери числото, което се среща най-често в редицата. Ако няколко числа се срещат по равен брой пъти, да се изведе най-малкото от тях.

На първия ред на стандартния **вход** ще бъде зададен броят T на примерите, с които ще бъде тествана програмата. Данните за всеки тестов пример са разположени в два реда. На първия е зададен броят N на числата в редицата, а на втория – N-те числа, разделени с по един интервал.

За всеки тестов пример програмата трябва да **изведе** на отделен ред на стандартния изход най-често срещащото се число.

| Вход | Изход |
|---------------------|-------|
| 2 5 | 100 |
| 100 100 200 300 300 | |
| 6 5 4 3 2 1 6 | |

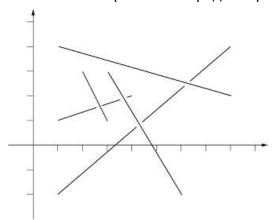
Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача D. Гигантско микадо

ТУнчо имал n пръчки с различна дължина. Той играе игра, при която ги хвърля една по една произволно по пода. Играта Микадо се състои в изваждането на пръчките една по една без да се мръднат другите. Лесно може да се сетиш, че клечките, които са найотгоре (върху тях няма други) могат да се извадят най-лесно. Например такава винаги е последната хвърлена. Помогнете на ТУнчо да разбере колко им е броя.

Нека приемем, че клечките са с пренебрежимо малка дебелина. **Входът** се състои от няколко теста. Данните за всеки един от тях започват с число $1 \le n \le 100\,000$, което показва колко клечки ще има в тази игра. На следващите п реда са записани 4 числа, задаващи координатите на краищата на пръчката (-1000 $\le x$, $y \le 1000$). Пръчките се описват, в реда в който са хвърлени. Както и да ги хвърля ТУнчо никога не може да остави повече от 1000 пръчки свободни. Край на тестовете се задава с n=0.

За всеки тестов пример, на отделен ред да се **изведе** списък с номерата на пръчките, които са свободни. Този списък трябва да е сортиран по реда на хвърляне и номерата да са разделени със запетая и интервал. Всеки ред завършва с точка.



| Вход | |
|------------|----------|
| | Изход |
| 5 | 2, 4, 5. |
| 1 1 4 2 | 1, 2, 3. |
| 2 3 3 1 | |
| 1 -2.0 8 4 | |
| 1 4 8 2 | |
| 3 3 6 -2.0 | |
| 3 | |
| 0 0 1 1 | |
| 1 0 2 1 | |
| 2 0 3 1 | |
| 0 | |
| | |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача Е. Единици

Напишете програма, която намира квадрата на число, което се записва с n (1 $\leq n \leq$ 1 000 000) единици.

От първия ред на стандартния вход се въвежда броят на тестовете. За всеки тест се въвежда стойността на n.

На съответните редове на стандарния изход да се изведат получените резултати като цели положителни числа.

| Вход | Изход | |
|------|-------------------|--|
| 2 | 121 | |
| 2 | 12345678987654321 | |
| 9 | | |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача F. Низове

Разглеждаме първите n малки букви от латинската азбука (1 < n < 20). Образуваме всички низове с дължина n, съставени от тези букви и такива, че всеки от тези низове не съдържа една и съща буква повече от веднъж. Подреждаме низовете лексикографски (по азбучен ред). Кой е низът, стоящ на k-тото място?

Напишете програма, която въвежда броя на тестовете и за всеки тест въвежда n и k (0 < $k \le n!$), и извежда резултата на съответния ред в стандартния изход.

| Вход | Изход |
|------|-------|
| 2 | bcad |
| 4 9 | cab |
| 3 5 | |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача G. Цифри

Анализираме текст, състоящ се от T параграфа ($1 \le T \le 20$), всеки съдържащ N реда ($1 \le N \le 100$). Всеки от редовете може да съдържа само цифри и малки букви от английската азбука. За всеки от параграфите искаме да "извлечем" числата, след премахването на евентуални водещи нули. Ако такива числа съществуват, то след сортирането им в нарастващ ред казваме, че те образуват група.

Всяко число може еднозначно да бъде еднозначно определено, като сканирайки всеки ред от поредния параграф, избираме най-дългата редица, съдържаща само цифри. Например, в реда 01a2b3456cde478 се съдържат числата 1, 2, 3456 и 478.

Входът съдържа T параграфа, всеки започващ с число N, следвано от N-те реда на поредния параграф.

Изходът трябва да съдържа търсените групи в реда, в който сме ги намерили, анализирайки входния текст. Всеки две групи трябва да бъдат разделени с единствен ред, съдържащ само символа '~'.

| Вход | Изход |
|--------------|--------|
| 3 | 1 |
| 2 | 3 |
| 1o3za4 | 4 |
| 01 | ~ |
| 4 | 0 |
| 43algo0 | 2 |
| ala002 | 2 |
| lea2nbu | 43 |
| 231233 | 231233 |
| 4 | ~ |
| 01bond | 0 |
| 02james007 | 1 |
| 03bond | 2 |
| 04contest000 | 3 |
| | 4 |
| | 7 |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача Н. Бира

Разполагаме с S лева ($1 \le S \le 1$ 000 000), които искаме да похарчим за бира. Заведението, в който се намираме, предлага N вида бира ($2 \le N \le 20$ 000), всяка на цена L_i ($1 \le L_i \le 1$ 000 000). Ще купуваме комплекти от по 2 вида бира. Кои точно комплекта ще купим, решаваме след като прегледаме всички възможности. Разбира се, само с наличните пари. От колко различни комлекта трябва да направим избора си?

Входът съдържа няколко тестови примера. Първият ред на всеки от тях започва с целите числата N и S. Следват N реда, съдържащи целите числа L_i . — цената на i-тия вид бира. Входът завършва с две нули.

За всеки пореден тестов пример трябва да се изведе търсения брой различни комплекти от по 2 вида бира, които бихме могли да си купим с наличните пари, и съответно да изпием след това.

Пример:

| Вход | Изход |
|------|-------|
| 4 6 | 4 |
| 3 | |
| 5 | |
| 2 | |
| 1 | |
| 0 0 | |

Забележка: Четирите различни комплекти са: 1 и 3; 1 и 4; 2 и 4; 3 и 4.

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача І. Зайци

Редицата от числата на Фибоначи е разгледана от италианския математик Фибоначи през XIII век. Използвал ги, за да моделира нарастването на популацията на зайците. Той забелязал, че броя на двойките зайци, родени през дадена година е равен на сумата от броя на двойките зайци, родени през предходните две години. Т.е. броя на зайците, родени през птата година, може да се изрази, чрез следната рекурентна зависимост:



$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

заедно с началните условия F_0 = 0, F_1 = 1. Първите няколко члена на редицата са:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ...

В годините преди прехода един друг математик, чийто интелект и известност по никакъв начин не могат да бъдат сравнени с тези на Фибоначи, се интересувал пък от общия брой двойки зайци в различни периоди [L, R] (с начална и крайна година L и R, включително). Например за периода [1, 10] търсеният брой е 143, за [3, 33] е 9227462, и т.н.

След много часове и безсънни нощи, прекарани в анализиране на резултатите за различни периоди, и сравняването им със статистическите данни, любезно предоставени му от директора на ТКЗС-то в Станке Димитров (днес Дупница), професор Статистичков открил някои шокиращи го разминавания. След дълго умуване и ровене в какви ли не научни трудове, попаднал на брилянтна статия, написана от група съветски учени (Влади Въргала, режисьор на филма "Операция шменти капели" представи подобна група от учени като "най-великите учени на планетата"). Умът му не го побирал... Гледал и не вярвал на очите си, подобно на познайте кой съвременен професор. Оказало се, че зайците в СССР, както и тези в братска НР България се размножавали по малко по-различен модел (разбира се, нали са от една порода) от този в Италия. Като цяло редицата на Фибоначи се доближавала до този модел, но имало години, в които бройката на двойките зайци се различавала драстично. Такива например били годините след 1986 г. (Чернобилската авария), както и някои други, но да не се отклоняваме твърде много ©.

По време на прехода професор Статистичков получил предизвикателството на живота си – прилагал математическите си познания, нужни на определени групи хора в тъй наречената

приватизация и изкарвал луди пари от тая работа. И както може да очаквате, дългогодишния му проект, изучаващ популацията на зайците останал на заден план.

Към днешна дата на вас се пада честта да продължете великото дело на вече покойния професор Статистичков, като напишете програма, обработваща множество тестови примери, всеки от тях започващ с броя на годините – N ($1 \le N \le 10^4$) и Q ($2 \le Q \le 10^6$). Следват Q заявки от следните типове , върху истинската редица на Фибоначи, дефинирана по-горе:

| Тип заявка | Очаквано поведение |
|-------------|---|
| add I K P | Добавя Р заека, Р ($1 \le P \le 10^4$), зададено в бройна система К ($2 \le K \le 36$), към І-тата година, ($1 \le I \le N \le 10^4$). Забележка: Броят на зайците в годините след І-тата година остава непроменен. |
| get L R S K | Извежда на отделен ред последните S символа ($1 \le S \le 20$) на общия брой двойки зайци в периода с начална и крайна години R и L, ($1 \le L \le R \le N$), след преобразуването му в бройна система K ($2 \le K \le 36$). Забележка: Ако S е по-голямо от дължината на отговора, тогава трябва да се изведе целия отговор. |

| Вход | Изход |
|-----------------|-----------------------|
| 1 | 1 |
| 100 20 | 143 |
| get 1 1 3 10 | 143 |
| get 1 10 3 10 | 43 |
| get 1 10 5 10 | 9227462 |
| get 1 10 2 10 | 0011000110 |
| get 3 33 10 10 | 82ff |
| get 3 33 10 2 | 1 |
| get 3 33 4 17 | 145 |
| add 2 10 2 | 01 |
| get 1 1 3 10 | 0210200212 |
| get 1 10 3 10 | 1136 |
| get 1 10 2 2 | 5hrye |
| get 3 33 10 3 | 2ac6 |
| get 3 33 4 7 | 9450 |
| get 3 33 10 36 | 927372692193079001165 |
| get 3 33 4 14 | 17166978768832 |
| add 10 10 2 | |
| add 14 10 1986 | |
| get 3 33 4 10 | |
| get 1 100 69 10 | |
| get 43 63 14 10 | |

Школа "Състезателно програмиране" Състезание, 18 декември 2011 г.

Задача Ј. Отпуски

След неотдавна приетите промени в закона за отпуските много хора се оказват в следното положение: Трябва да излязат в отпуска, тъй като имат много натрупани дни от предишни години, които не могат да бъдат прехвърлени за следващата година. Ако не ги използват до края на годината, тези дни ще бъдат загубени.

Програмистите в една софтуерна фирма решили вкупом да си вземат по една голяма коледна отпуска... Шефът обаче бил на друго мнение – всеки може да излезе в отпуска, стига това да не удължи крайния срок, в който поредната нова версия на продукта трябва да е готова. Казал на ръководещите проекта да съставят оптимален план, съобразен с оставащите задачи за всеки от програмистите. На базата на този план всеки от тях може да излезе веднага в отпуска, но трябва да се върне на работа в деня, когато трябва да започне първата си задача, според плана.

Програмистът не може да работи по повече от една задача по едно и също време (в практиката това съвсем не е така). За изпълнението на i-та задача са необходими T_i дни и тя трябва да бъде завършена не по-късно от S_i —тия ден, считано от днес (деня с индекс 0!).

Програмата ви трябва да обработи няколко тестови примера. Всеки от тях започва с броя на задачите N ($1 \le N \le 1000$) за поредния програмист. Следват N двойки числа — T_i ($1 \le T_i \le 1000$) и S_i ($1 \le S_i \le 1000000$), със значене описано по-горе. Входът завършва с числото -1.

За всеки от примерите, на отделен ред трябва да се изведе търсения отговор.

Пример:

| Вход | Изход |
|------|-------|
| 4 | 2 |
| 3 5 | |
| 8 14 | |
| 5 20 | |
| 1 16 | |
| -1 | |

Забележка: В показания пример разполагаме с един програмист, за който има планувани четири задачи, които отнемат по 3, 8, 5 и 1 дена и трябва да бъдат завършени не по-късно от дни 5, 14, 20 и 16, считано от днес.

При оптимален график програмистът трябва да се яви на работа, след два дена и да започне работа по първа задача. След като я приключи, продължава с втората, след това с четвъртата и най-накрая изпълнява третата задача.