

応用数学科 ゼミ案

発表者：中橋 健太郎

1. 日 時 令和2年10月26日(月) 13:00 ~ C3号館 7F 応用数学科共同ゼミ室(右奥の部屋)

2. 対象学級 瓜屋ゼミ(8名:男子5名,女子3名)およびゼミ見学の3年生

3. 使用教材 プリント

4. 単 元 名 Stone-Weierstrass の定理

5. 単元の目標

- (1) Bernstein 多項式による Weierstrass の多項式近似定理が理解できる.
- (2) Stone-Weierstrass の定理が理解できる.
- (3) Stone-Weierstrass の定理を応用することができる.

6. 単元の指導計画

- Weierstrass の多項式近似定理 (1 時間)
- Stone-Weierstrass の定理 (1 時間)

7. 単元の評価規準

【A】 関心・意欲・態度	【B】 数学的な見方・考え方	【C】 数学的な技能	【D】 知識・理解
① Bernstein 多項式の定義や性質を理解しようとする. ② 多項式近似に興味をもつ. ③ とにかく気合で話についてきている.	① Bernstein 多項式を用いた Weierstrass の多項式近似定理の証明の思考や過程を振り返り, 多面的に考察することができる.	① 定理の証明において事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの議論を身につけている. ② Stone-Weierstrass の定理について理解した事柄を他者に説明できる.	① いろんな定義・性質が理解できる. ② いろんな定義・定理の意味を理解し, 基礎的な知識を身につけている.

8. 本時の目標

Bernstein 多項式を用いた Weierstrass の多項式近似定理を利用して, Stone-Weierstrass の定理の証明について理解することができる.

- Bernstein 多項式の性質が理解できる. 【D】
- Weierstrass の多項式近似定理が理解できる. 【D】
- Stone-Weierstrass の定理が理解できる. 【B】

9. 本時の展開

時間	学習内容および学習活動	指導上の留意点	評価 (観点)
導入	<ul style="list-style-type: none"> • Weierstrass の多項式近似定理について知る. • Bernsein 多項式について知る. 	<ul style="list-style-type: none"> • Weierstrass の多項式近似定理を述べる. • Bernstein 多項式の定義を述べる. • Bernstein 多項式の性質を述べる. 	
展開	<ul style="list-style-type: none"> • 補題 1.4 について考える. • 定理 1.5 について考える. • 多元環について知る. • 補題 2.3, 補題 2.4 について考える. • Stone-Weierstrass の定理について考える. 	<ul style="list-style-type: none"> • 補題 1.4 を解説する. • 定理 1.5 を解説する. その際, 関数列の一致収束について復習させるとともに, これが最初に述べた多項式近似定理であることを強調する. • 多元環, 部分代数について簡単に説明する. • 関数の \max, \min の定義のアイデアについて説明する. • 補題 2.3, 補題 2.4 を解説する. その際, 集合位相論についての復習も行う. • Stone-Weierstrass の定理を解説する. 	
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> • 本日のまとめ. • 次回予告を聞く. 	<ul style="list-style-type: none"> • 本日の要点をまとめる. • 次回予告をする. 	

備考:

定理 1.1 (Weierstrass の多項式近似定理).

多項式関数全体は Banach 空間 $C([0, 1])$ において稠密である.

定理 3.2 (Stone-Weierstrass の定理).

Γ は $C(K)$ の閉部分代数で, K の点を分離し, $1 \in \Gamma$ であり, さらに $f \in \Gamma \Rightarrow \bar{f} \in \Gamma$ を満たすとする. このとき, $\Gamma = C(K)$.