ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

7ο Εξάμηνο

ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΥ ΝΑΤΑΛΙΑ

ΑΕΜ:9146

email: nkostopou@ece.auth.gr

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: Ι. ΘΕΟΧΑΡΗΣ

Θεσσαλονίκη 2020

Πίνακας περιεχομένων

Εργασία 1η : Σχεδίαση Κατωδιαβατών Φίλτρων

Κατωδιαβατό Φίλτρο Butterworth

Προδιαγραφές

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_p = 3\ kHz,\ f_s = 6\ kHz$

και

$\boldsymbol{a_{min} = 18\ dB, a_{max} = 0.7\ dB}$

1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1.1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στα πλαίσια της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται:

$$n = \frac{\log|(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1)|}{2\log(\frac{\omega_s}{\omega_p})} = \frac{\log|(62.95/0.174)|}{2\log(\frac{37699}{18850})} = \frac{2.558}{0.602} = 4.2$$

Οι συχνότητες f_p, f_s μετατρέπονται στις αντίστοιχες κυκλικές συχνότητες ω_p και ω_s:

$\omega_p = 2\pi f_p = 18850\ rad/s$

$\omega_s = 2\pi f_s = 37699\ rad/s$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αλλά 4.2 στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο.

$$\boldsymbol{n = 5}$$

Άρα εχουμε ένα φίλτρο 5ης τάξης.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη συχνότητα ημισείας ισχύος ω_o από τον τύπο:

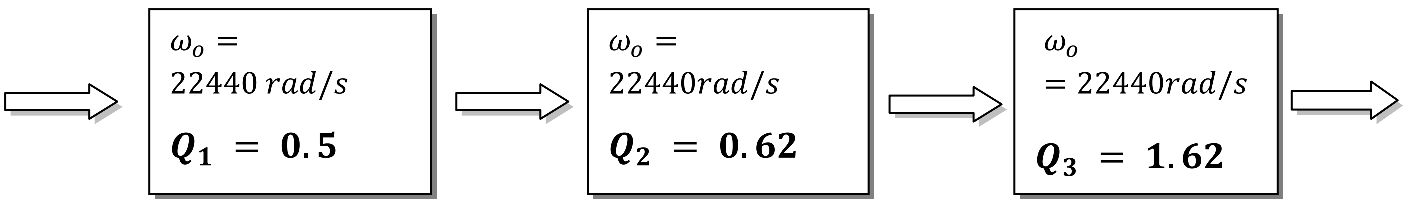
$$\omega_o = \frac{\omega_p}{\left(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1\right)^{1/2n}} = \frac{18850}{0.174^{1/10}} = \frac{18850}{0.8395} = 22440\, rad/s$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε $a > a_{min}$ για $\omega = \omega_s$ οπότε οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν για ευκολία, από σχετικούς πίνακες και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ψ_κ	**Q**	**p_κ**
0^o	0.5	-1.00
$\pm 36^o$	0.62	-0.8090±j0.5877
$\pm 72^o$	1.62	-0.309±j0.951

Οι πόλοι κείνται πάνω σε ένα κύκλο με ακτίνα $\omega_o = 22440 rad/s$. Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 3 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή:



1.2. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\omega_0 = 1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση με τη συχνότητα $k_f = \omega_0$για να πάρουμε τα πραγματικά στοιχεία.

Μονάδα (I)

Η μονάδα αυτή είναι ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο. Επιλέγουμε:

$R = C = 1$

Κλιμακοποίηση:

Επειδή $\omega_o = 22440\, rad/s$, επιλέγουμε $k_f = \omega_o = 22440$. Επιπλέον, για να έχουμε πυκνωτή $1.1\,\mu F$ πρέπει να έχουμε συντελεστή κλιμακοποίησης πλάτους: $k_m = \frac{1}{22440 * 0.1 * 10^{-6}} = 445.632$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$C_1 = 0.1\,\mu F,\;\; R_1 = 445.632\,\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Στην μονάδα αυτή υλοποιούμε ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (στρατηγική 2), για απλότητα στο κέρδος:

$k = 1, \qquad R_{21} = R_{22} = 1$

Ενώ τα στοιχεία C_{21} και C_{22} προκύπτουν:

$C_{21} = 2Q_2 = 1.24,\;\; C_{22} = \frac{1}{2Q_2} = 0.8065$

Κλιμακοποίηση:

Επειδή έχουμε $\omega_o = 22440\, rad/s$, επιλέγουμε $k_f = \omega_o = 22440$. Επιπλέον, για να έχουμε πυκνωτή $0.1\,\mu F$ πρέπει να έχουμε συντελεστή κλιμακοποίησης πλάτους: $k_m = \frac{1.24}{22440 * 0{,}1 * 10^{-6}} = 552.58$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$C_{21} = 0.1\,\mu F,\;\; C_{22} = \frac{C_{22old}}{k_f k_m} = 65.03\, nF,\;\; R_{21} = R_{22} = R * k_m = 552.58\,\Omega$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Στην μονάδα αυτή υλοποιούμε ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (στρατηγική 2), για απλότητα στο κέρδος:

$k = 1, \qquad R_{31} = R_{32} = 1$

Ενώ τα στοιχεία C_{31} και C_{32} προκύπτουν:

$C_{31} = 2Q_3 = 3.24, \; C_{32} = \frac{1}{2Q_3} = 0.3086$

Κλιμακοποίηση:

Επειδή έχουμε $\omega_o = 22440 \, rad/s$, επιλέγουμε $k_f = \omega_o = 22440$. Επιπλέον, για να έχουμε πυκνωτή $0.1 \, \mu F$ πρέπει να έχουμε συντελεστή κλιμακοποίησης πλάτους: $k_m = \frac{3.24}{22440 * 0,1 * 10^{-6}} = 1443.9$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$C_{31} = 0.1 \, \mu F, \; C_{32} = \frac{C_{32old}}{k_f k_m} = 9.526 \, nF, \; R_{21} = R_{22} = R * \, k_m = 1443.9 \, \Omega$

1.3. Ρύθμιση κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0 dB στο dc. Η κάθε μία από τις δύο μονάδες έχει κέρδος k = 1, άρα το συνολικό κέρδος του φίλτρου είναι $K_{o\lambda} = k_1 \times k_2 = 1$.

Λύνοντας την εξίσωση $20 \log \alpha K = 0 <=> \alpha K = 10^0 = 1 <=> \alpha = 1$

Παρατηρώ πως έχω το επιθυμητό κέρδος, άρα δεν χιάζεται να γίνει κάποια περεταίρω ρύθμιση του κέρδους.

1.4. Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

- Η συνάρτηση μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_1(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{22440}{s + 22440}$$

- Η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας είναι:

$$T_2(s) = \frac{k{\omega_o}^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q_2} s + {\omega_o}^2} = \frac{22440^2}{s^2 + 36193.54s + 22440^2}$$

- Η συνάρτηση μεταφοράς της τρίτης μονάδας είναι:

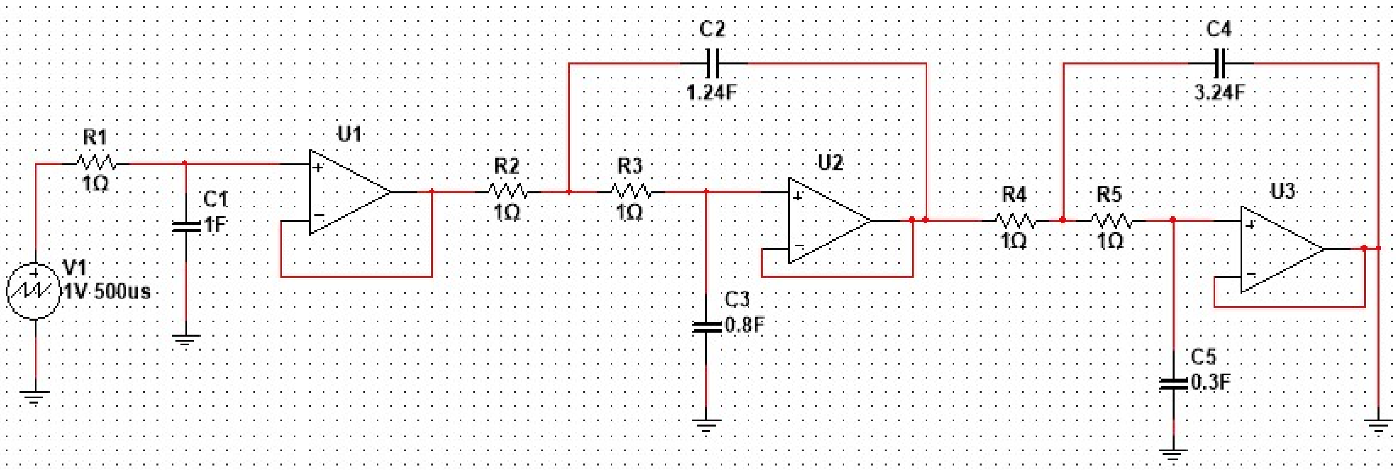
$$T_3(s) = \frac{k{\omega_o}^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q_3}s + {\omega_o}^2} = \frac{22440^2}{s^2 + 13851.85s + 22440^2}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου Butterworth είναι:

$$T_{LP}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

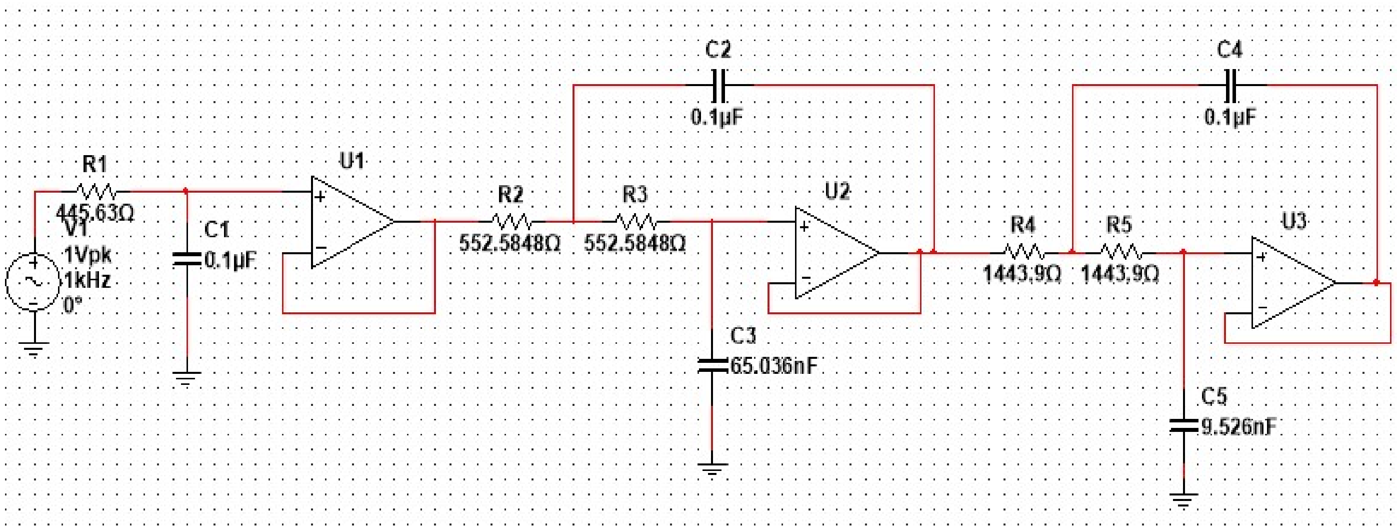
$$T_{LP}(s) = 1 * \frac{22440}{s + 22440} * \frac{22440^2}{s^2 + 36193.54s + 22440^2} * \frac{22440^2}{s^2 + 13851.85s + 22440^2}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται



οι 3 μονάδες οι αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης και 3ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλεπιδρούν η μια στην άλλη:

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το επιθυμητό κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι

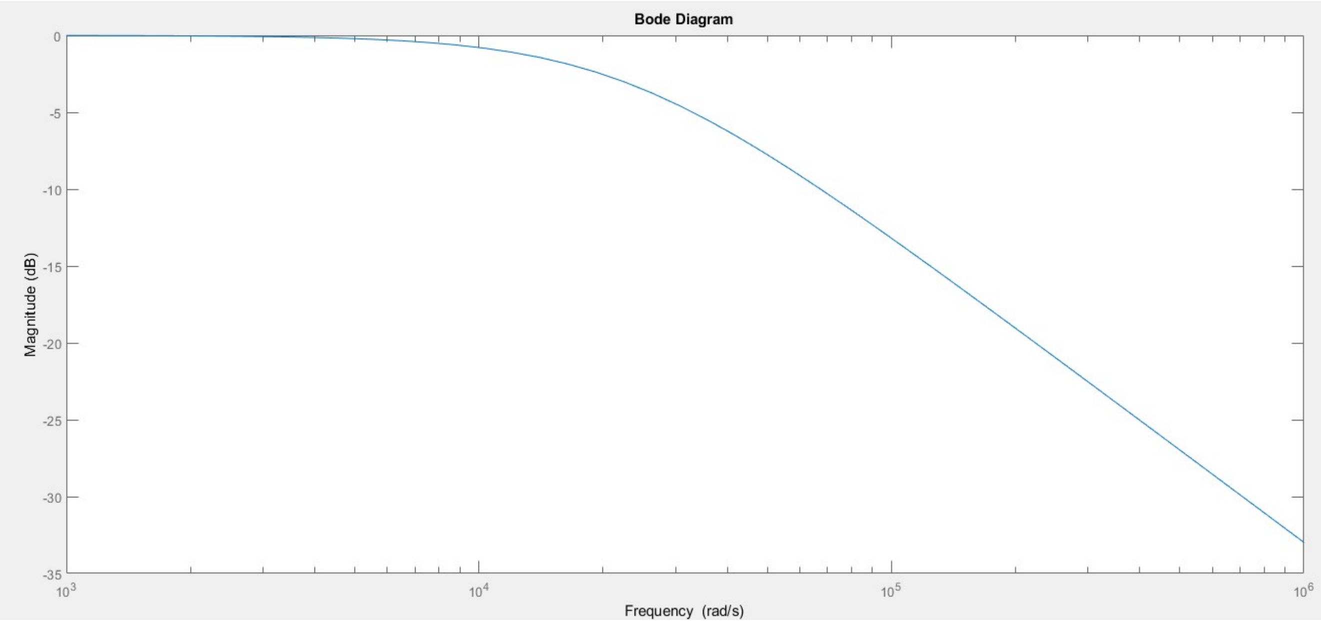


στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

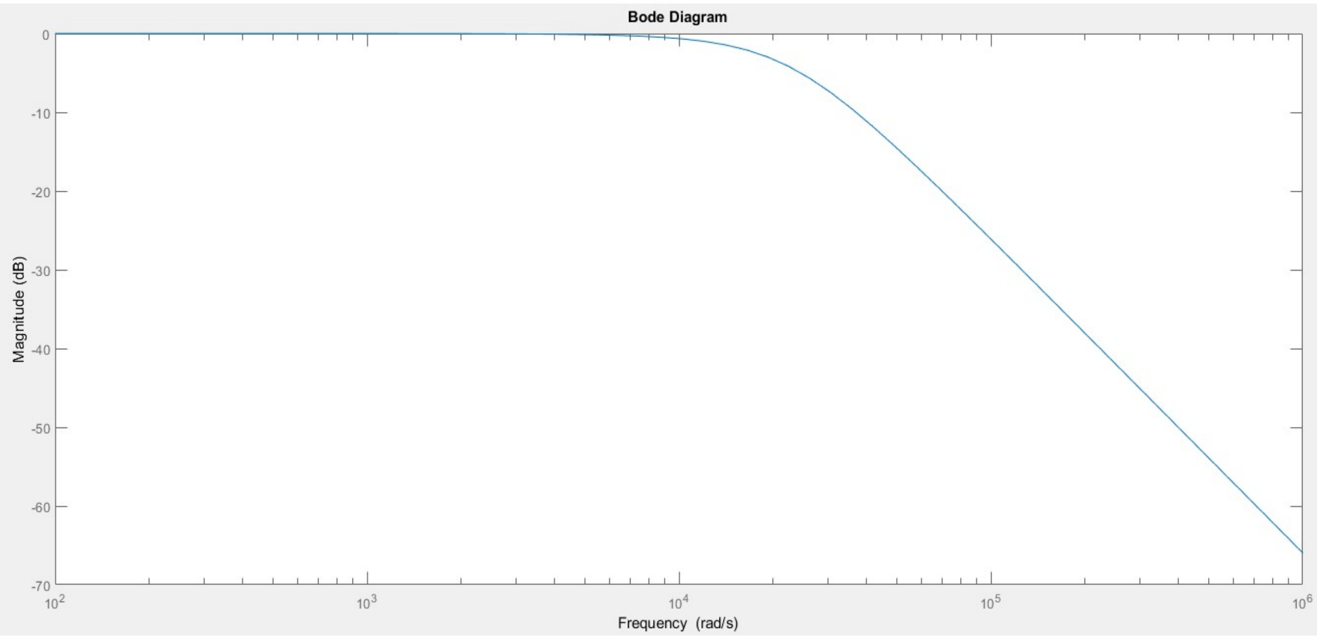
2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

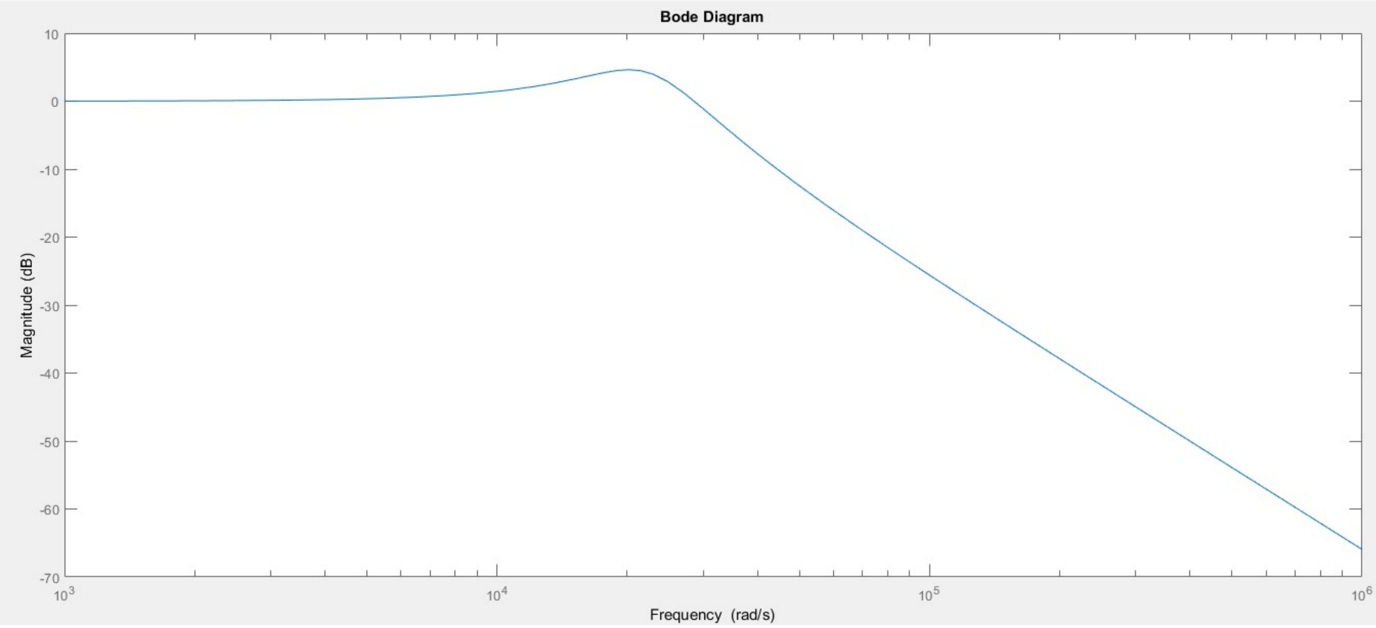
- 1η Μονάδα



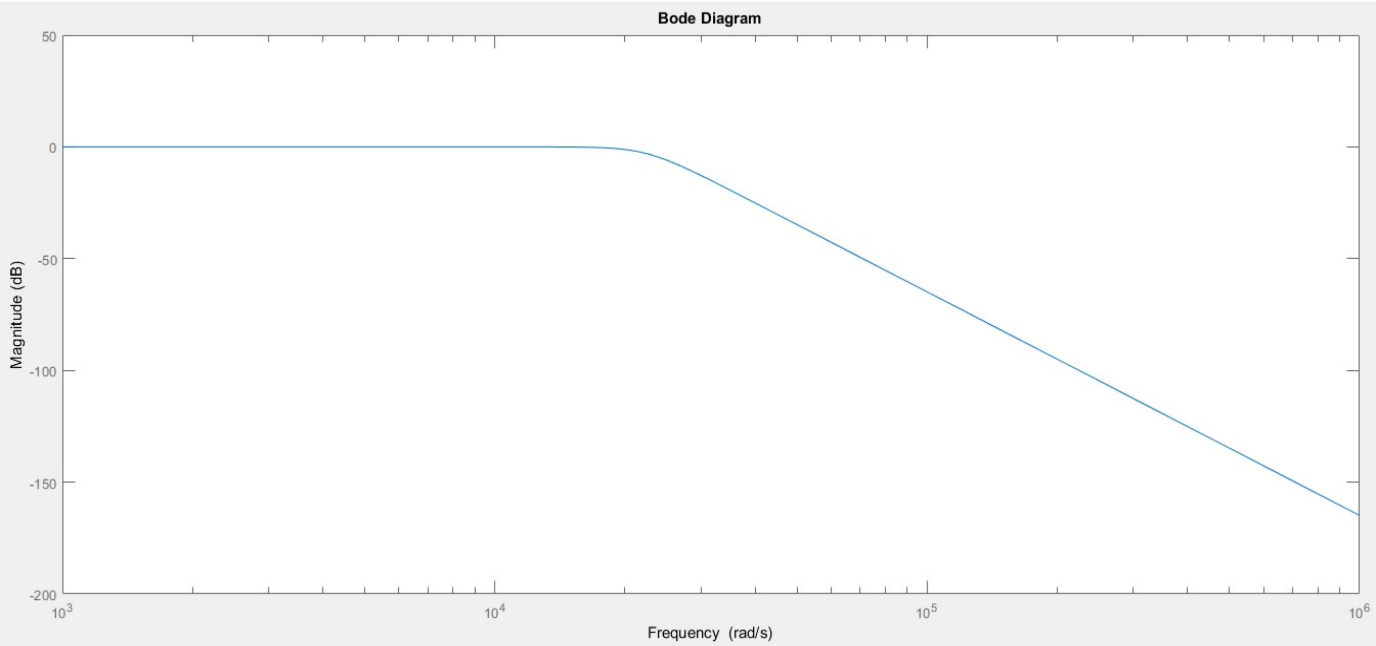
- 2η Μονάδα



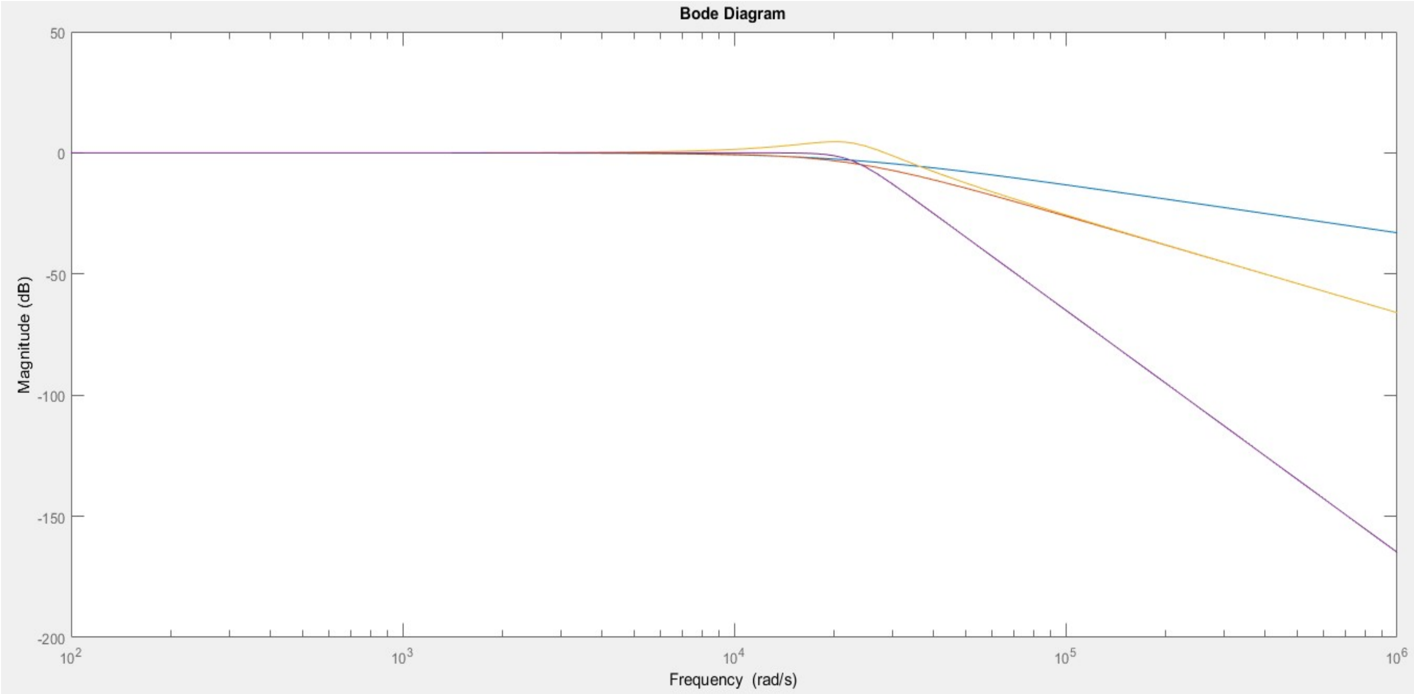
- 3η Μονάδα



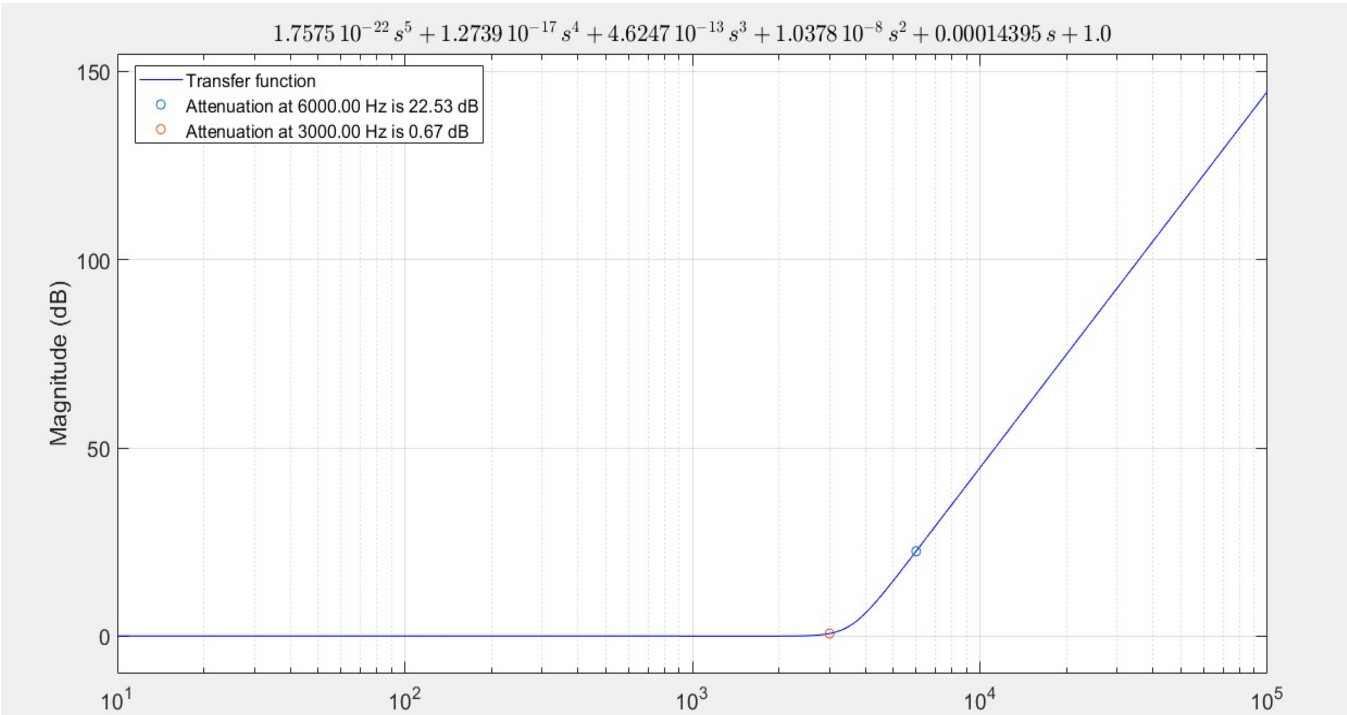
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Παρακάτω βλέπουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

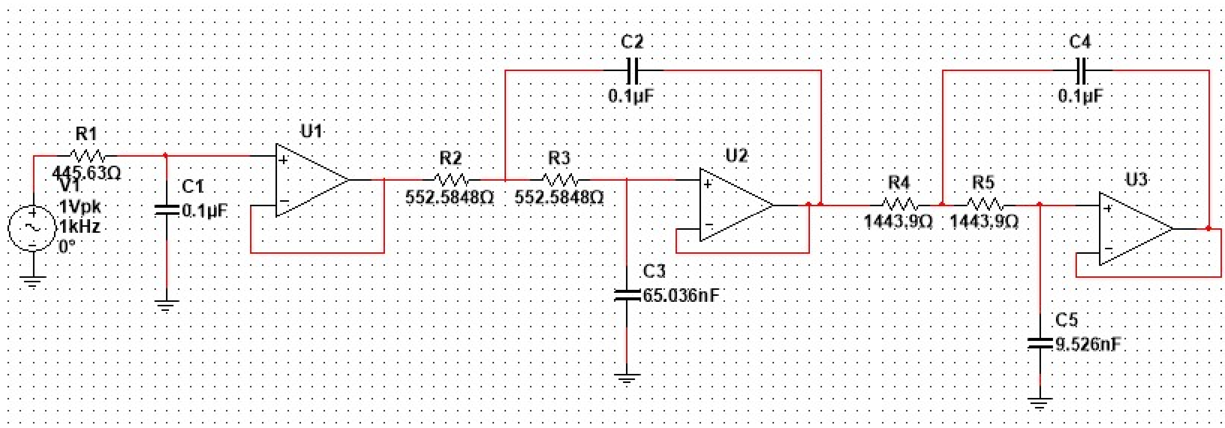


Στην συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p = 3\ KHz$ και την $f_s = 6KHz$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση για τη συχνότητα $f_p = 3\ KHz$ δίνεται $a = 0.67$. Όπου $α_{max}$= 0.7, άρα παρατηρώ πως α < $α_{max}$ και βλέπουμε πως πληρείται η απαιτούμενη προδιαγραφή. Για $f_s = 6\ KHz$ η απόσβεση δίνεται $a = 22.53$. Όπου $α_{min}$= 18, άρα παρατηρώ πως α > $α_{min}$ και πληρείται η απαιτούμενη προδιαγραφή.

3. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim

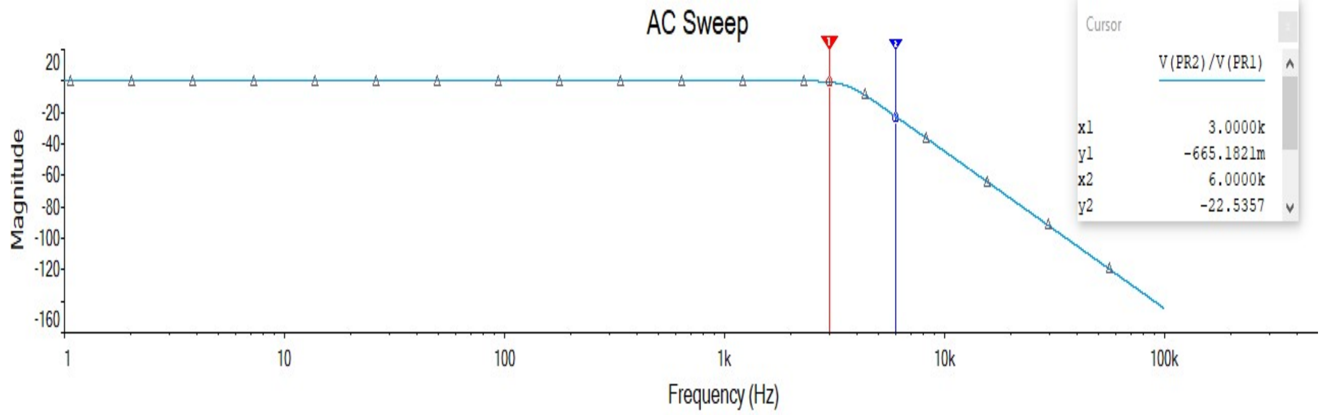
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας με βάση τις στρατηγικές σχεδίασης του φίλτρου, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν όπως τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



3.1. Απόκριση του φίλτρου

Με την βοήθεια του Bode Plotter και τη πηγή AC έχουμε την απόκριση συχνότητας που φαίνεται στο σχήμα:

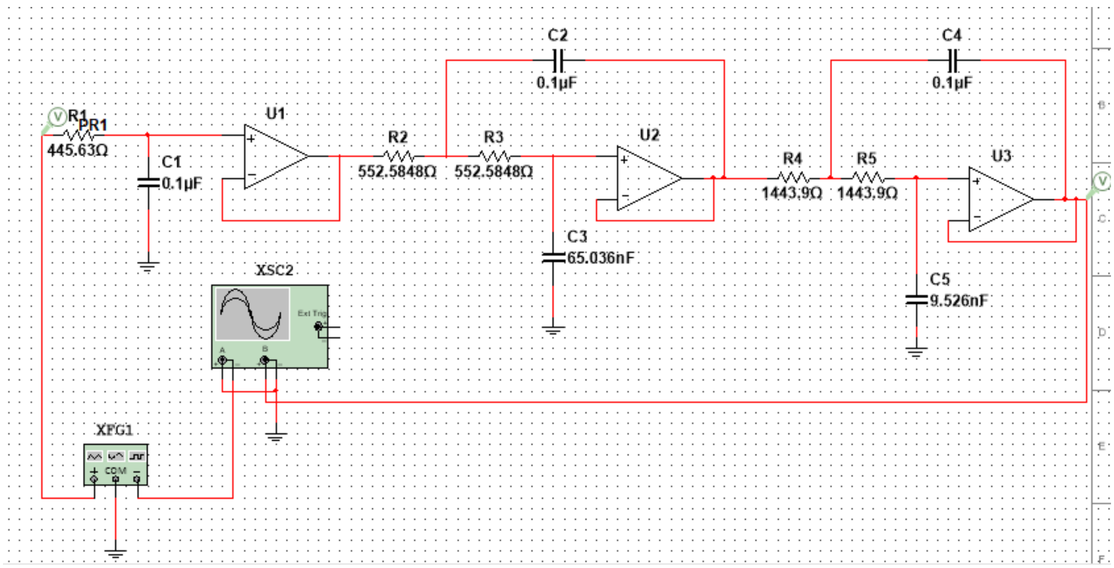


Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ξεκάθαρα ότι οι προδιαγραφές μας πληρούνται αφού στα 3 KHz η απόσβεση είναι περίπου 0.66 dB, μικρότερη από το a_{max}. Ενώ στα 6 KHz η απόσβεση είναι περίπου 22.53 dB, μεγαλύτερη δηλαδή του ζητούμενου a_{min}.

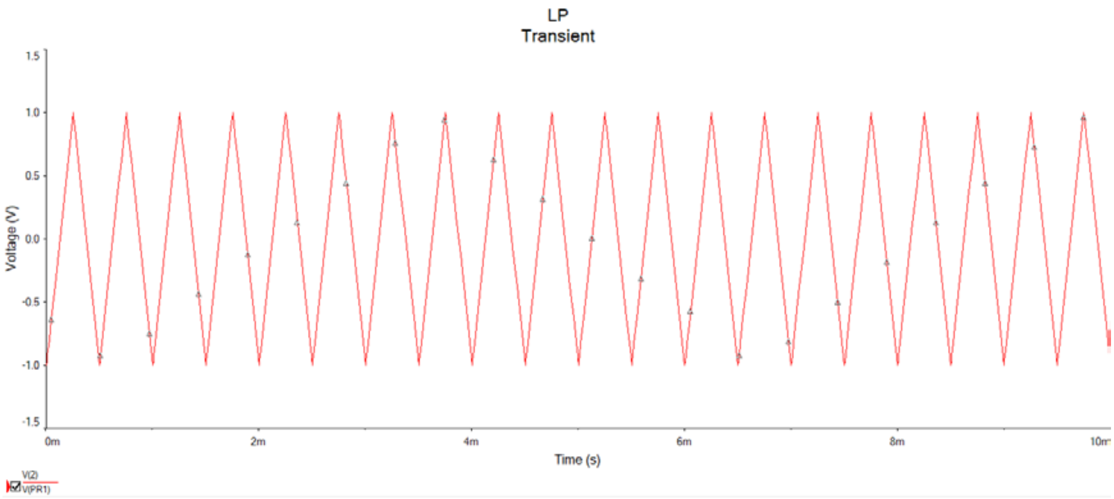
3.2. Απόκριση σε κυματομορφή παλμού

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα τριγωνικό περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα 2.0 KHz. Για την δημιουργία του τριγωνικου σήματος , χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο Function Generator και στην συνέχεια με την χρήση ενός παλμογράφου εξάγαμε τα επιθυμητά διαγράμματα

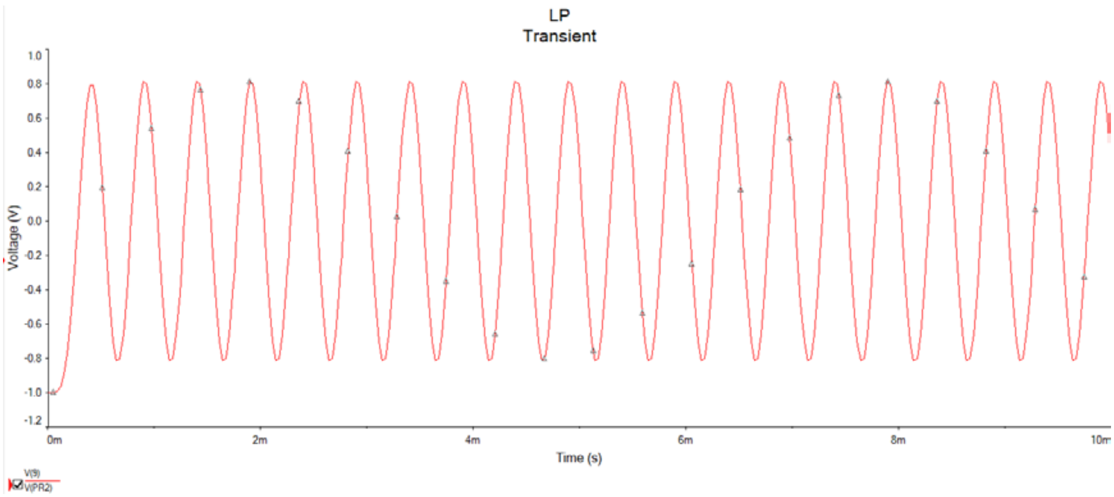
Το κύκλωμα:



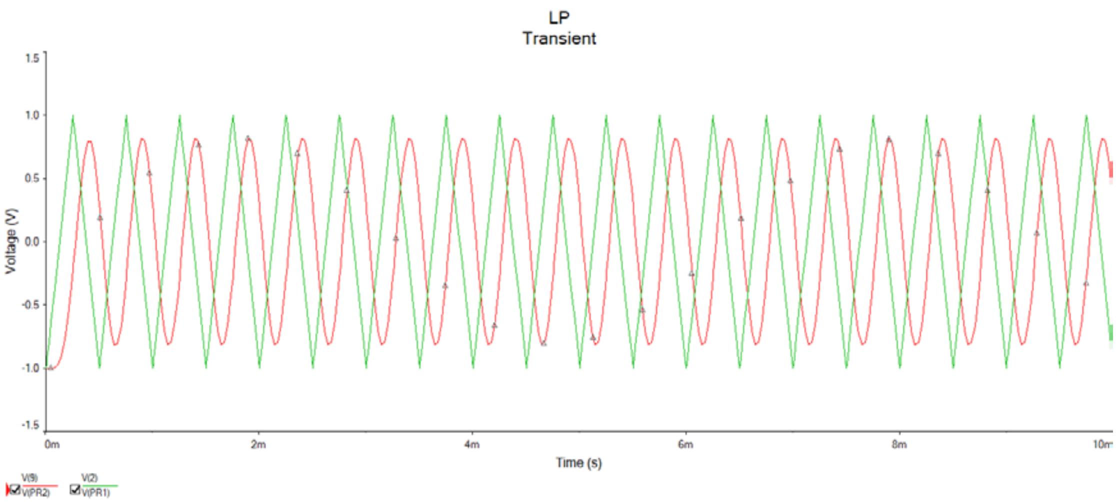
Σήμα που έχουμε στην είσοδο:



Σήμα που έχουμε στην έξοδο:

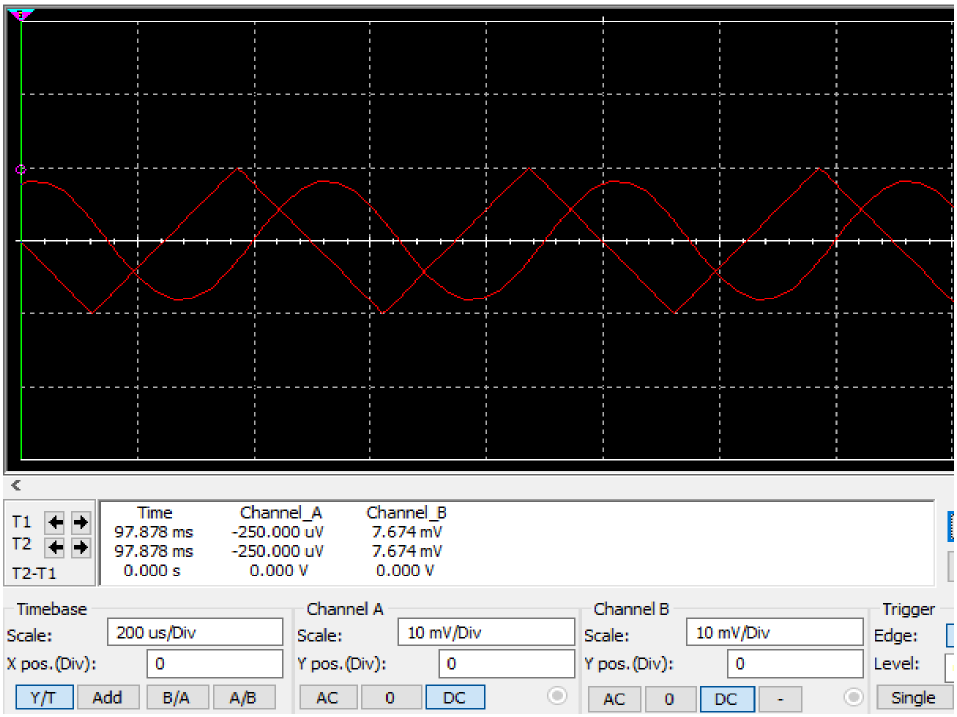


Το σήμα εισόδου και το σήμα εξόδου σε κοινό διάγραμμα:



Με κόκκινο είναι το σήμα εξόδου και με πράσινο το σήμα εισόδου.

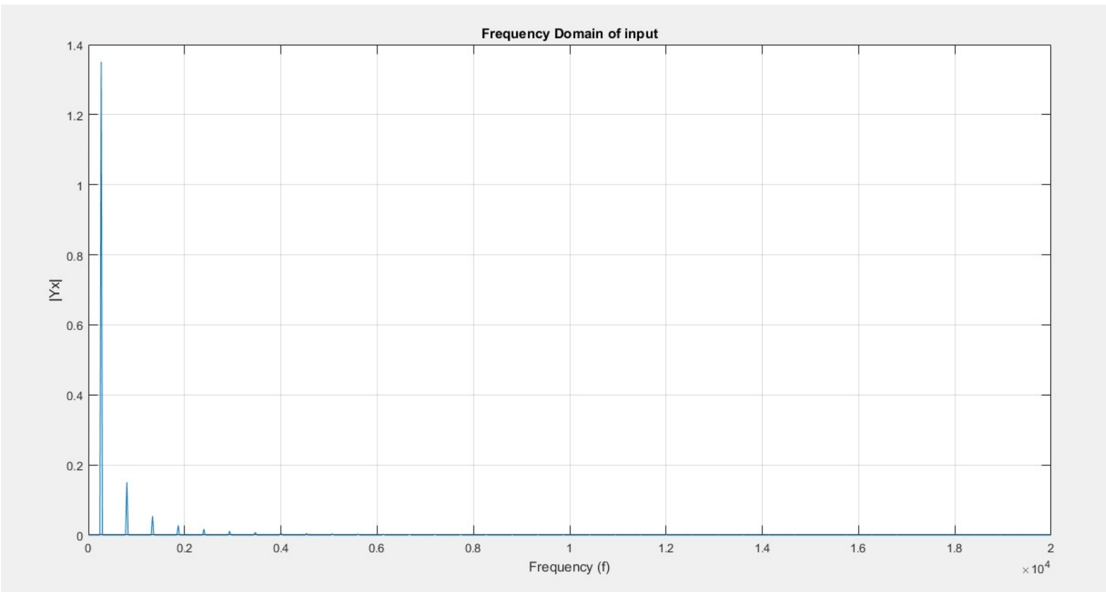
Ανάλογο αποτέλεσμα προκύπτει και με την χρήση του παλμογράφου που διαθέτει το πρόγραμμα.



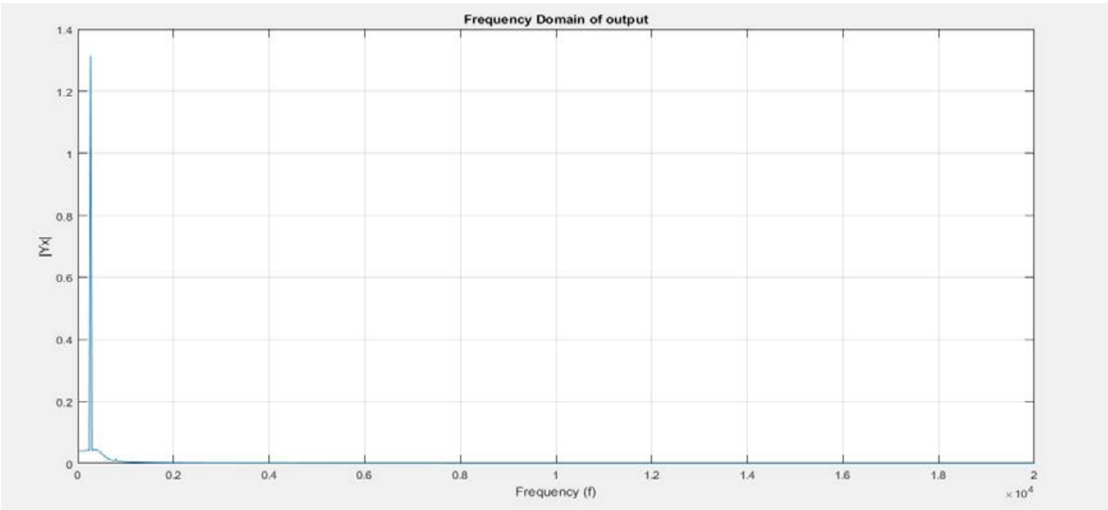
3.3. Ανάλυση Furier

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο περιμένουμε να έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

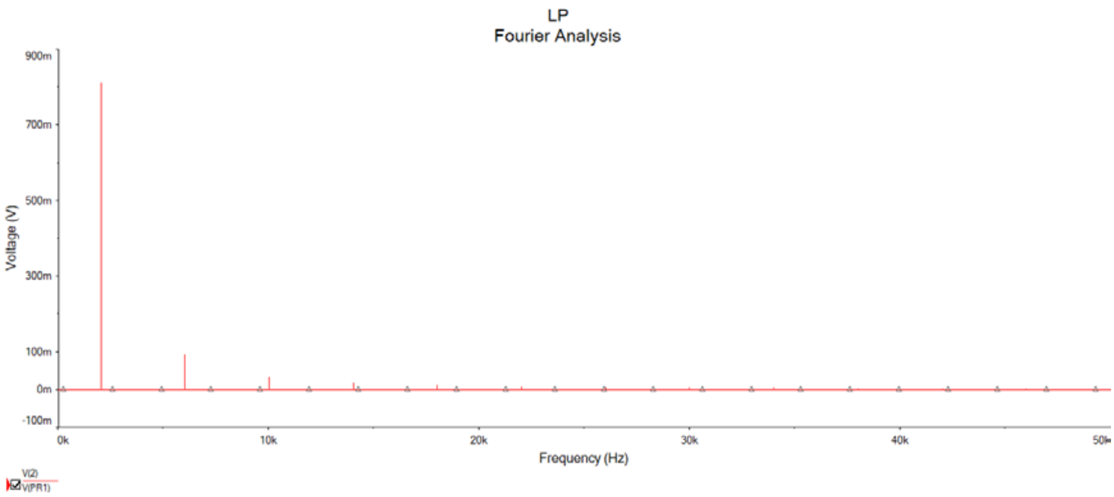
Φάσμα σήματος εισόδου από Matlab:



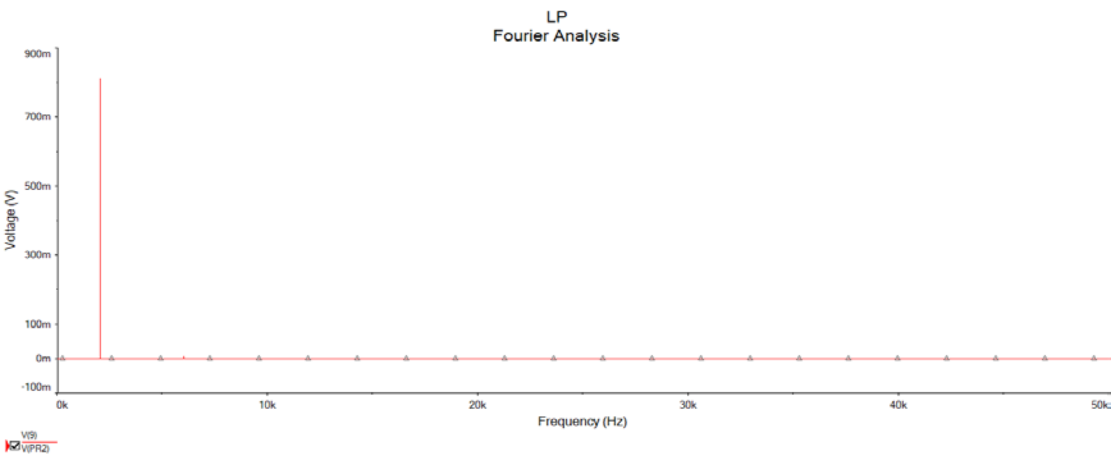
Φάσμα σήματος εξόδου από Matlab:



Φάσμα σήματος εισόδου από Multisim:



Φάσμα σήματος εξόδου από Multisim:



Παρατηρούμε πως το φίλτρο ενισχύει τις χαμηλές συχνότητες και ότι οι υψηλές συχνότητες που παρουσίαζε η είσοδος μετά από τη συχνότητα αποκοπής f_s = 6kHz εξαλείφονται. Παρ'όλα αυτά στα αποτελέσματα του Matlab παρατηρούμε απόσβεση ίσως λίγο νωρίτερα από τις επιθυμητές συχνότητες, όμως αυτό δεν επηρεάζει την λειτουργικότητα του φίλτρου. Αν συγκρίνουμε τα δύο φάσματα μπορούμε να επιβεβαιώσουμε τον ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου καθώς υπάρχει ενίσχυση της εισόδου και αποκοπή των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος.

Εργασία 2η : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατού Φίλτρου

Ζωνοδιαβατό Φίλτρο Inverse Chebyshev

Προδιαγραφές

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_0 = 1\ kHz,\ f_1 = 800\ Hz,\ f_2 = 1250\ Hz,\ f_3 = 633.5Hz,\ f_4 = 1.57kHz$

και

$a_{min} = 31\ dB,\ a_{max} = 0.56dB$

1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1.1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά μετατρέπουμε τις συχνότητες στις αντίστοιχες κυκλικές συχνότητες:

$\omega_0 = 6283{,}2\ rad/sec$

$\omega_1 = 5026{,}5\ rad/sec$

$\omega_2 = 7854\ rad/sec$

$\omega_3 = 3980\ rad/sec$

$\omega_4 = 9918{,}1\ rad/sec$

Χρησιμοποιούμε τις παραπάνω προδιαγραφές ώστε να βγάλουμε τις αντίστοιχες προδιαγραφές του κατωδιαβατού φίλτρου:

Συχνότητες:

$\Omega_p = 1$

$$\Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

$bw = \omega_2 - \omega_1 = 28274.3\ \ rad/s$

Η τάξη του φίλτρου που απαιτείται:

$$\mathrm{n} = \frac{\cosh^{-1}\left[\left(10^{\mathrm{a_{min}}/10}-1\right)/\left(10^{\mathrm{a_{max}}/10}-1\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{\Omega_{\mathrm{p}}}\right)} = 3.82$$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αλλά 3.82 στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο.

$$\boldsymbol{n = 4}$$

Υπολογίζω το ε και α:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{min}}{10}}-1}} = 0.0282\,,\ \ \alpha = \frac{1}{\mathrm{n}}\sinh^{-1}\frac{1}{\varepsilon} = 1.0655$$

Υπολογίζω την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο:

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\left[\frac{1}{n}\cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]} = 0.6160 < 1$$

Για n=4 οι γωνίες Butterworth βρίσκονται: $\psi_{1,2} = \pm 22.5°,\ \psi_{3,4} = \pm 67.5°$. Οι πόλοι του Chebyshev προκύπτουν μέσω των γωνιών του Butterworth από τον τύπο $(p_k = -\sinh a \cdot \cos\psi_k + j \cdot \cosh a \cdot \sin\psi_k)$

$p_{1,2} = -1.1815 \pm 0.6213 \cdot i,\ \ Q_{1,2} = 0.5649\,,\ \Omega_{1,2} = 1.3349$

$p_{3,4} = -0.4899 \pm 1.4998 \cdot i,\ \ Q_{3,4} = 1.6118,\ \ \Omega_{3,4} = 1.5777$

Για να βρούμε τους πόλους του Inverse Chebyshev πρέπει να αντιστρέψουμε τους πόλους της απόκρισης του Chebyshev:

$$\widehat{\Omega_{1,2}} = \frac{1}{\Omega_{01,2}} = 0.7491$$

$$\widehat{\Omega_{3,4}} = \frac{1}{\Omega_{03,4}} = 0.6339$$

Για να γυρίσουμε στις αρχικές συνθήκες πολλαπλασιάζω με το Ω_s τους πόλους:

$\widehat{\Omega_{1,2}} = \widehat{\Omega_{1,2}} \cdot \Omega_s = 1.5732,\qquad \widehat{\Omega_{3,4}} = \widehat{\Omega_{3,4}} \cdot \Omega_s = 1.3311$

Η θέση των πόλων είναι:

$$\Sigma_{1,2} = -\frac{\widehat{\Omega_{1,2}}}{2Q_{1,2}} = -1.3924 \qquad \Sigma_{3,4} = -\frac{\widehat{\Omega_{3,4}}}{2Q_{3,4}} = -0.4129$$

Και:

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\widehat{\Omega_{1,2}}^2 - \Sigma_{1,2}{}^2} = 0{,}7322 \qquad \Omega_{3,4} = \sqrt{\widehat{\Omega_{3,4}}^2 - \Sigma_{3,4}{}^2} = 1{,}2654$$

Άρα τελικά έχουμε τους πόλους Inverse Chebyshev :

$p_{1,2} = -1.3924 \pm 0.7322 \cdot i \quad και \quad p_{3,4} = -0.4129 \pm 1.2654 \cdot i$

Για τα μηδενικά έχουμε:

$z_k = \sec\left(\frac{k \cdot \pi}{2\pi}\right)$ όπου $k = 1{,}3$

$z_{1,2} = 1.0824 \; και \; z_{3,4} = 2.6131$

Η κλιμακοποιηση των μηδενικών μας δίνει:

$\widehat{Z_1} = z_1 * \ \Omega_s = 2.273$

$\widehat{Z_3} = z_3 * \ \Omega_s = 5.4876$

Στη συνέχεια μετασχηματίζουμε τους πόλους και τα μηδενικά της κατωδιαβατής απόκρισης εφαρμόζοντας τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό συχνότητας $LP \rightarrow BP$.

$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 2.222$

<u>Μετασχηματισμός 1ου Μιγαδικού Πόλου:</u>

$$\Sigma_{1,2} = -1.3924 \, και \; \Omega_{1,2} = 0{,}7322$$

Υπολογισμός μεγεθών Αλγορίθμου Geffe:

$C = \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 2.4749$

$D = \frac{2\Sigma_{1,2}}{q_c} = 1.2532$

$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.5012$

$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 3.7388$

$Q = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{2}(E+G)} = 1.6197$

$k = \frac{\Sigma_{1,2} Q_{1,2}}{q_c} = 1.0149$

$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.233$

Άρα τελικά έχουμε:

$\omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 5288.5$

$\omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 7464.9$

Μετασχηματισμός 2[ου] Μιγαδικού Πόλου:

$$\Sigma_{3,4} = -0.4129 \;\; \kappa\alpha\iota \quad \Omega_{3,4} = 1{,}2654$$

Υπολογισμός μεγεθών Αλγορίθμου Geffe:

$C = \Sigma_{3.4}^2 + \Omega_{3.4}^2 = 1.7718$

$D = \dfrac{2\Sigma_{3.4}}{q_c} = 0.3716$

$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.3588$

$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.2950$

$Q = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{2}(E+G)} = 5.5975$

$k = \frac{\Sigma_{3.4} Q_{3.4}}{q_c} = 1.0412$

$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.3259$

Άρα τελικά έχουμε:

$\omega_{03} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 4738.7$

$\omega_{04} = W \cdot \omega_0 = 8331.0$

Μετασχηματισμός 1[ου] Μηδενικού

Μετασχηματίζουμε τα πρωτότυπα μηδενικά, ώστε να πάρουμε αυτά του ζωνοδιαβατού φίλτρου

$$K = 2 + \frac{\hat{Z}_1^2}{q_c^2} = 3.0462$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 2.672$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \sqrt{x} = 10271$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 3843.8$$

<u>Μετασχηματισμός 2^{ου} Μηδενικού</u>

Μετασχηματίζουμε τα πρωτότυπα μηδενικά, ώστε να πάρουμε αυτά του ζωνοδιαβατού φίλτρου

$$K = 2 + \frac{\hat{Z}_1^2}{q_c^2} = 8.098$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 7.9725$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \sqrt{x} = 17741$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 2225.3$$

Τελικά βλέπουμε πως δημιουργήθηκαν 4 ζεύγη μιγαδικών πόλων , 4 ζεύγη φανταστικών μηδενικών καθώς και 4 πόλοι και 4 μηδενικά στην αρχή των αξόνων που αλληλοαναιρούνται. Στη συνέχεια χωρίζουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης και η συνάρτηση μεταφοράς θα αποτελείται από 4 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$\boldsymbol{\omega_{01}}$=$\mathbf{5288.5}$ | $\boldsymbol{Q_1 = 1.6197}$ | $\boldsymbol{\omega_{z1} = 10271}$

$\boldsymbol{\omega_{02}}$=$\mathbf{7464.9}$ | $\boldsymbol{Q_2 = 1.6197}$ | $\boldsymbol{\omega_{z2} = 3843.8}$

$\boldsymbol{\omega_{03}}$=$\mathbf{4738.7}$ | $\boldsymbol{Q_3 = 5.5975}$ | $\boldsymbol{\omega_{z3} = 17741}$

$\boldsymbol{\omega_{04}}$=$\mathbf{8331}$ | $\boldsymbol{Q_4 = 5.5975}$ | $\boldsymbol{\omega_{z4} = 2225.3}$

Η πρώτη και η τρίτη μονάδα αντιστοιχούν σε φίλτρο LPN ($\omega_0 < \omega_z$) , ενώ η δεύτερη και η τέταρτη αντιστοιχούν σε φίλτρο HPN ($\omega_0 > \omega_z$).

<u>1.2. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς</u>

Για τα ζωνοφρακτικά φίλτρα χρησιμοποιούμε συμφώνα με την εκφώνηση τα κυκλώματα των Σχ. 7.21 και 7.23 για την υλοποίηση των φίλτρων HPN και LPN.

<u>ΜΟΝΑΔΑ (Ι)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.21 για LPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 1.9421$

$R_1 = R_4 = 1$

$R_2 = 4 * Q^2 = 10.4937$

$$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2 * Q^2} = 0.7188$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{(\Omega_z^2 - 1)} = 3.7861$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.3087$$

$$\mathrm{k}_1 = \frac{1}{\mathrm{R}_3 + 1} = 0.5818$$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 5288{,}5\ rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 5288{,}5$ και $k_m = \frac{0.3087}{5288{,}5*10^{-6}} = 58.3715$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 58{,}3715\Omega,\ R_2 = 612{,}5354\Omega,\ R_3 = 41{,}9593\Omega, R_4 = 58{,}3715\Omega$

$R_5 = 221.0033\Omega$

C=1μF

<u>ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.23 για HPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 0.5149$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 2.7716$$

$$k_{22} = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9260$$

$R_1 = R_3 = 1$

$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 59.7311$

$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 12.5180$

$C_1 = k_1 C = 0.3586$

$$C_2 = \frac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.1294$$

$k_2 = \ \mathrm{k}_2 * \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}\right) = 3.4926$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 7464.9 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 7464.9$ και $k_m = 17.333$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 17.333\Omega,\ R_2 = 1.0353k\Omega,\ R_3 = 17.333\Omega, R_4 = 216.9741\Omega$

$C_1 = 2.77\mu F, C_2 = 1\mu F$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙΙ)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.21 για LPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 1.9421$

$R_1 = R_4 = 1$

$R_2 = 4 * Q^2 = 125.3271$

$$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2 * Q^2} = 0.2273$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{(\Omega_z^2 - 1)} = 9.6285$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.0893$$

$$\mathrm{k}_3 = \frac{1}{\mathrm{R}_3 + 1} = 0.8172$$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 4738.7 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 4738.7$ και $k_m = 18.8502$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 18.8502\Omega,\ R_2 = 2.362\Omega,\ R_3 = 4.2163\Omega, R_4 = 18.8502\Omega$

$R_5 = 181.4996\Omega$

C=1μF

<u>ΜΟΝΑΔΑ (IV)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.23 για HPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 0.5149$

$$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 13.0162$$

$$k_{42} = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9979$$

$R_1 = R_3 = 1$

$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 7.064k$

$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 470.4845$

$C_1 = k_1 C = 0.1549$

$C_2 = \dfrac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.0119$

$k_4 = \mathrm{k}_2 * \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}\right)$ = 13.9865

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 8331 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 8331$ και $k_m = 1.4281$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 1.4281\Omega,\ R_2 = 10.089k\Omega,\ R_3 = 1.4281\Omega, R_4 = 641.88\Omega$

$C_1 = 13.016\mu F, C_2 = 1\mu F$

<u>1.3. Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>

- Συνάρτηση μεταφοράς πρώτης μονάδας:

$$T_1(s) = k_I \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 0.5818 \cdot \frac{s^2 + 10.5 \cdot 10^7}{s^2 + 3265.1s + 2.796 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς δεύτερης μονάδας:

$$T_2(s) = k_2 \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 3.492 \cdot \frac{s^2 + 1.477 \cdot 10^7}{s^2 + 4608.8s + 5.572 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς τρίτης μονάδας::

$$T_3(s) = k_3 \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 0.8172 \cdot \frac{s^2 + 31.474 \cdot 10^7}{s^2 + 846.5s + 2.24 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς τέταρτης μονάδας: :

$$T_4(s) = k_H * \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 13.98 \cdot \frac{s^2 + 0.495 \cdot 10^7}{s^2 + 1488.3s + 6.94 \cdot 10^7}$$

<u>1.4. Ρύθμιση κέρδους</u>

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 10 dB στο dc.

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται δίνεται από τη σχέση:

$$T_{BE} = T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s)$$

Θα υπολογίσουμε τα μέτρα των συναρτήσεων $T_1(s)$, $T_2(s), T_3(s), T_4(s)$ στην κεντρική συχνότητα $\omega_0 = 6283{,}2 rad/s$.

$|T_1(j\omega_0)| = 1.6325$

$|T_2(j\omega_0)| = 2.5984$

$|T_3(j\omega_0)| = 12.6131$

$|T_4(j\omega_0)| = 15.4016$

Επομένως θα είναι:

$$|T_{BE(j\omega_0)}| = |T_1(j\omega_0)| \cdot |T_2(j\omega_0)| \cdot |T_3(j\omega_0)| \cdot |T_4(j\omega_0)| = 824.062$$

Από τις προδιαγραφές όμως απαιτείται το κέρδος να είναι 10 dB ή 3.1623 οπότε πρέπει να αποσβέσουμε κατά το λόγο $\alpha = \frac{3.1623}{824.062} = 0.003837$. Για να πετύχω αυτό το κέρδος θα πρέπει να χρησιμοποιήσω μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $\frac{R_2}{R_1} = 0.003837$. Άρα αν επιλέξω $R_1 = 1\,k\Omega$ τότε έχω $R_2 = 3.8337\,k\Omega$. Επειδή όμως η αναστρέφουσα συνδεσμολογία προκαλεί και αναστροφή φάσης, προσθέτω στο τέλος μια ακόμα αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 και στοιχεία *R1=R2=1kΩ.*

Άρα τελικά η συνάρτηση μεταφοράς γίνεται:

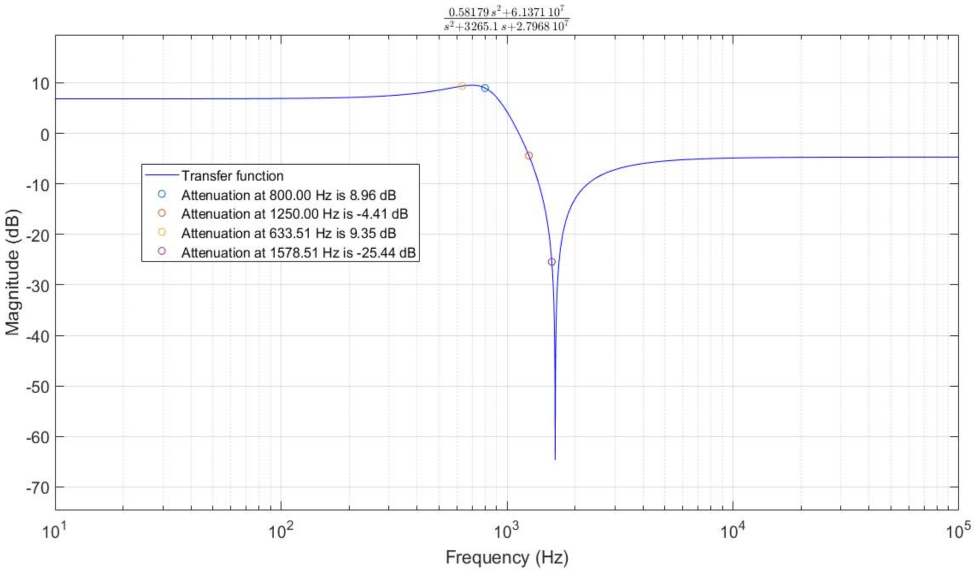
$$T_{BE} = 0.003837 \cdot 0.5818 \cdot \frac{s^2+10.5\cdot10^7}{s^2+3265.1s+2.796\cdot10^7} \cdot 3.492 \cdot \frac{s^2+1.477\cdot10^7}{s^2+4608.8s+5.572\cdot10^7} \cdot 0.8172 \cdot \frac{s^2+31.474\cdot10^7}{s^2+846.5s+2.24\cdot10^7} \cdot 13.98 \cdot \frac{s^2+0.495\cdot10^7}{s^2+1488.3s+6.94\cdot10^7}$$

2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

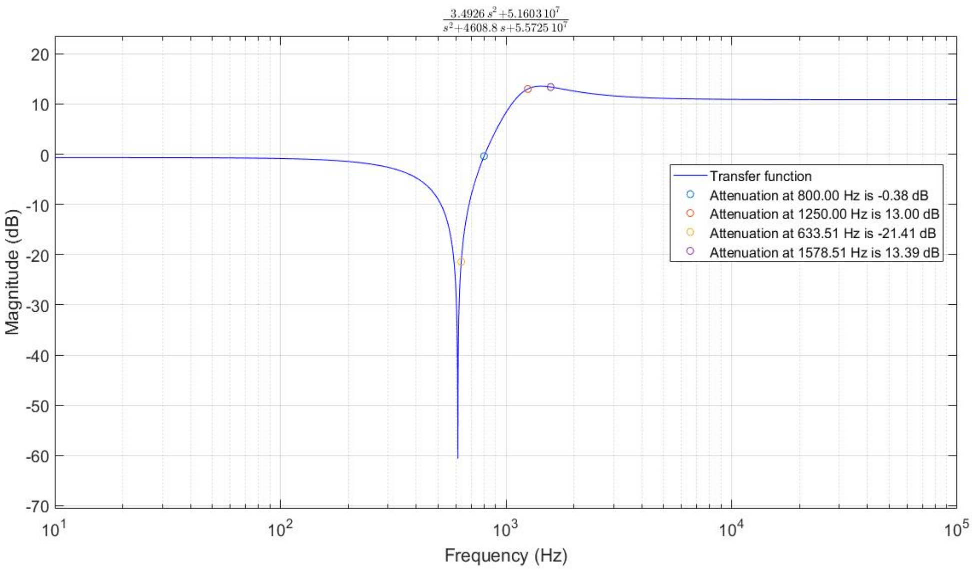
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Οι αποκρίσεις πλάτους για την πρώτη, δεύτερη, τρίτη και τέταρτη μονάδα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m.

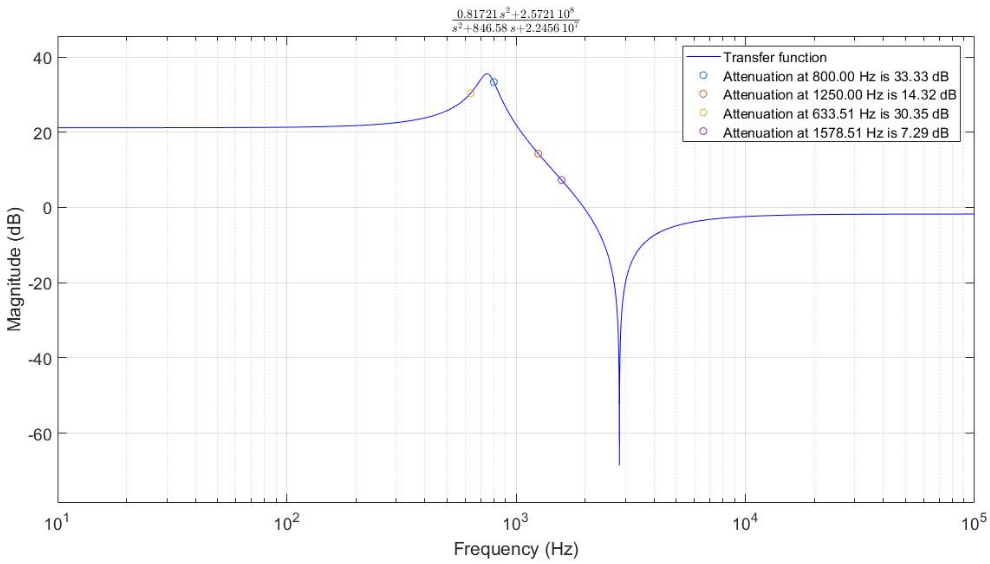
- 1η Μονάδα (LPN):



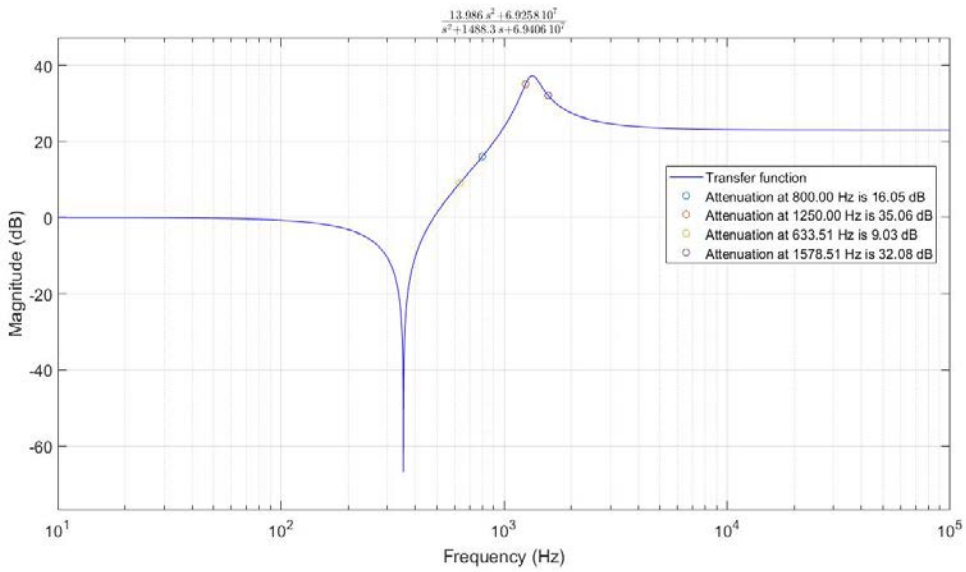
- 2η Μονάδα (HPN):



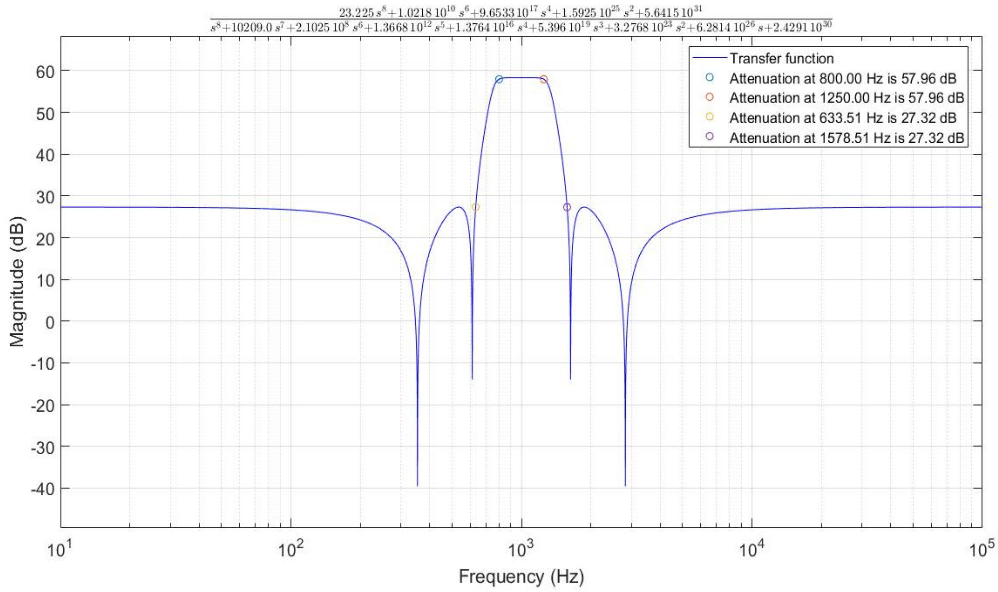
- 3η Μονάδα (LPN):



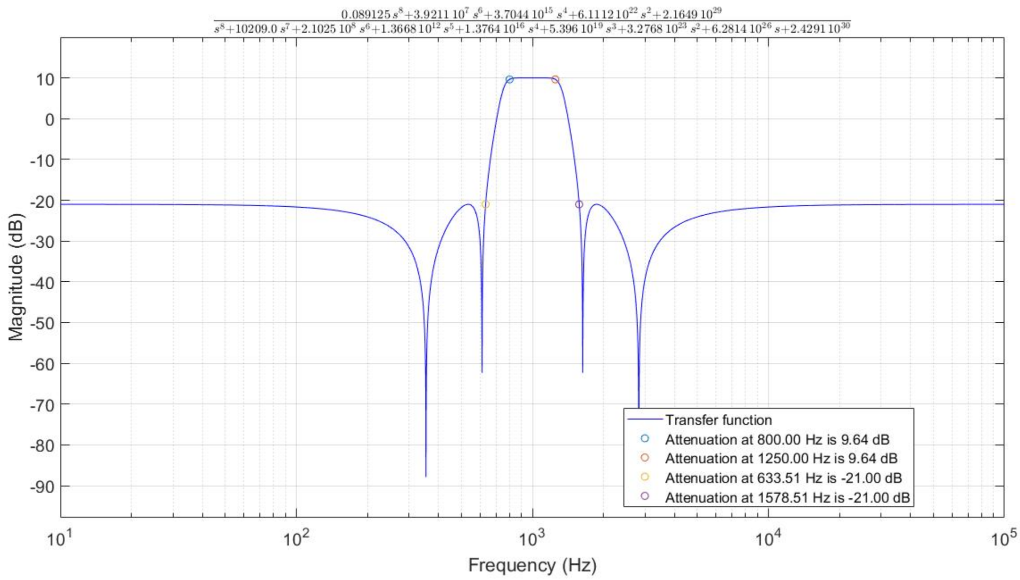
- $4^{η}$ Μονάδα (HPN):



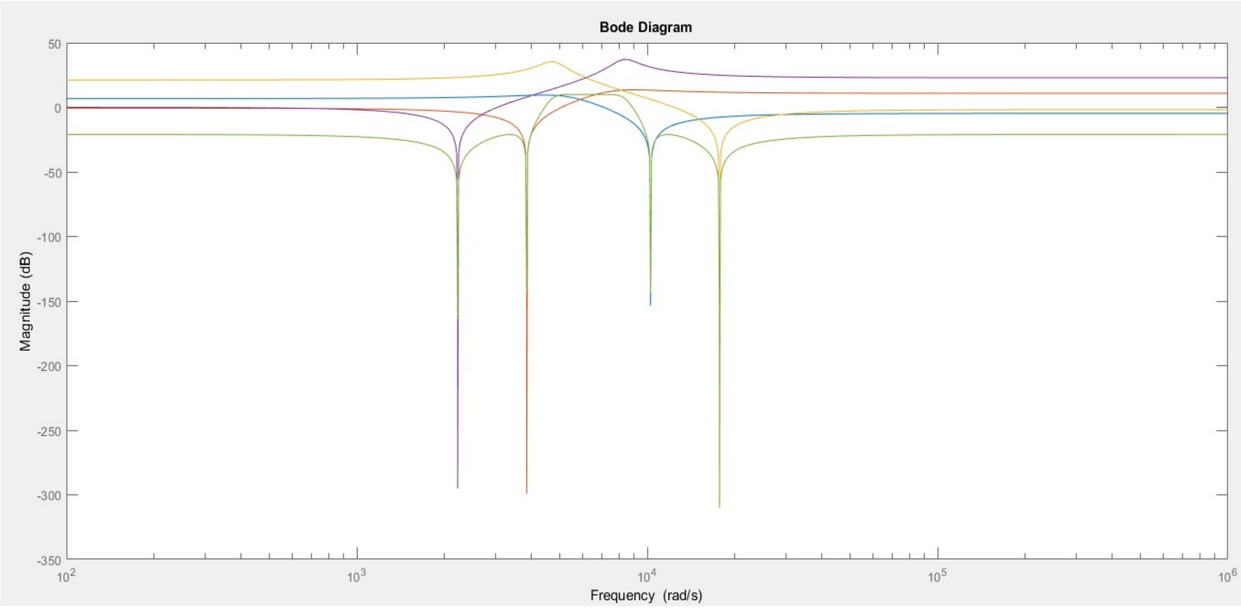
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας πριν την ρύθμιση κέρδους.



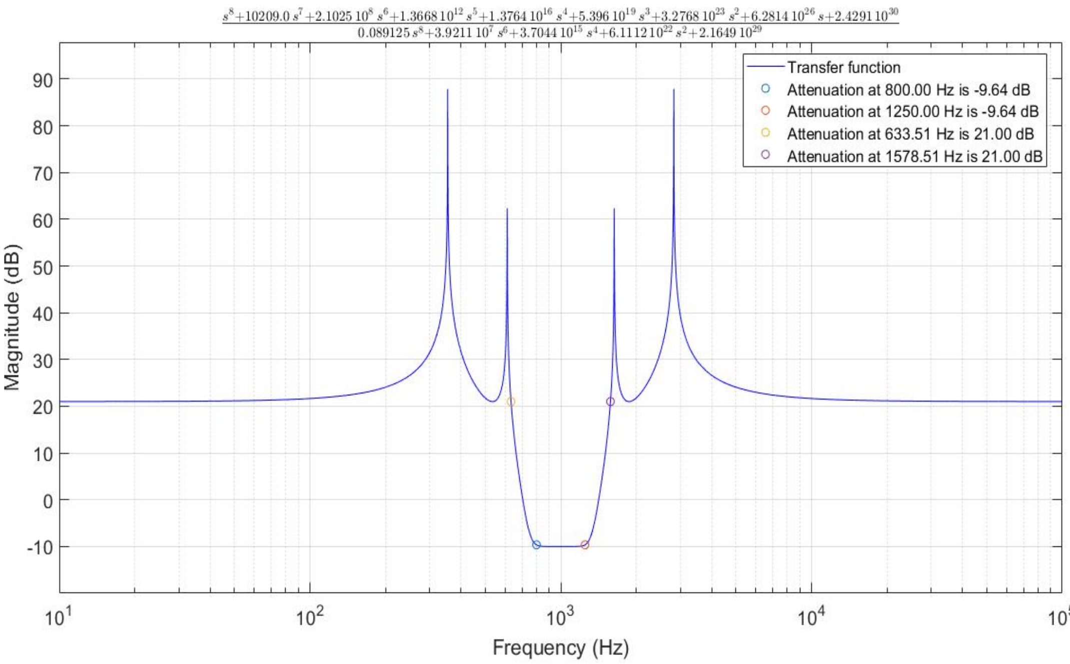
Συνολική συνάρτηση μεταφοράς μετά την ρύθμιση κέρδους στα 10dB.



Παρακάτω βλέπουμε τις αποκρίσεις των μονάδων και της τελικής συνάρτησης μεταφοράς , σε ένα κοινό διάγραμμα Bode:



Τέλος, βλέπουμε το γράφημα της απόσβεσης τις συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φιλτρου:



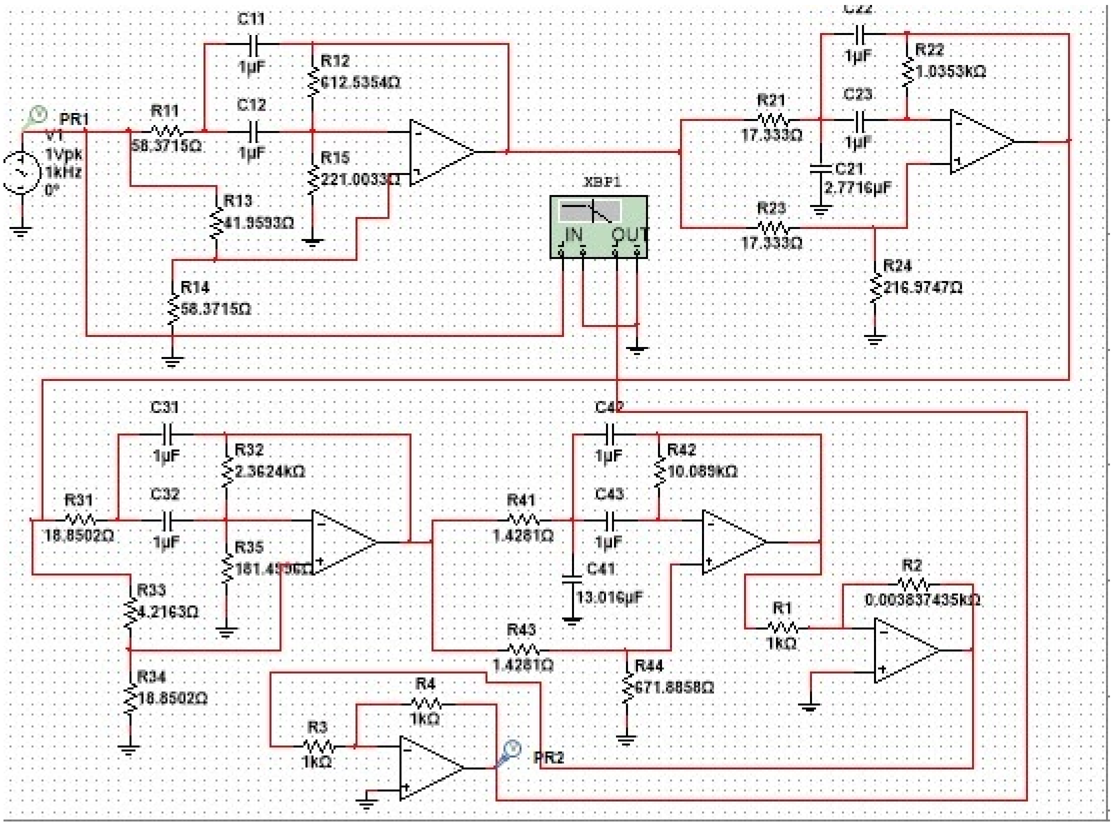
Στο παραπάνω διάγραμμα σημειώνονται οι κρίσιμες συχνότητες της συνάρτησης f1, f2, f3, f4 όπως και τα αντίστοιχα κέρδη. Παρατηρούμε πως πληρούνται όλες τις προδιαγραφές της εκφώνηση λαμβάνοντας υπόψη και την ρύθμιση του κέρδους.

Συγκεκριμένα αρχικά έχουμε κέρδος 10 dB όπως ζητήθηκε στην εκφώνηση. Για τις συχνότητες f1 = 800Hz και f2 = 1250Hz έχουμε α= −9.64+10 = 0.36dB, δηλαδή α< amax=0.56dB . Για τις συχνότητες f3 = 633.51Hz και f4 = 1578.51Hz έχουμε α=21+10=31dB, αρα αυτή η προδιαγραφή ικανοποιείται ακριβώς αφού α=αmax=31dB και για τις δύο συχνότητες.

3. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim

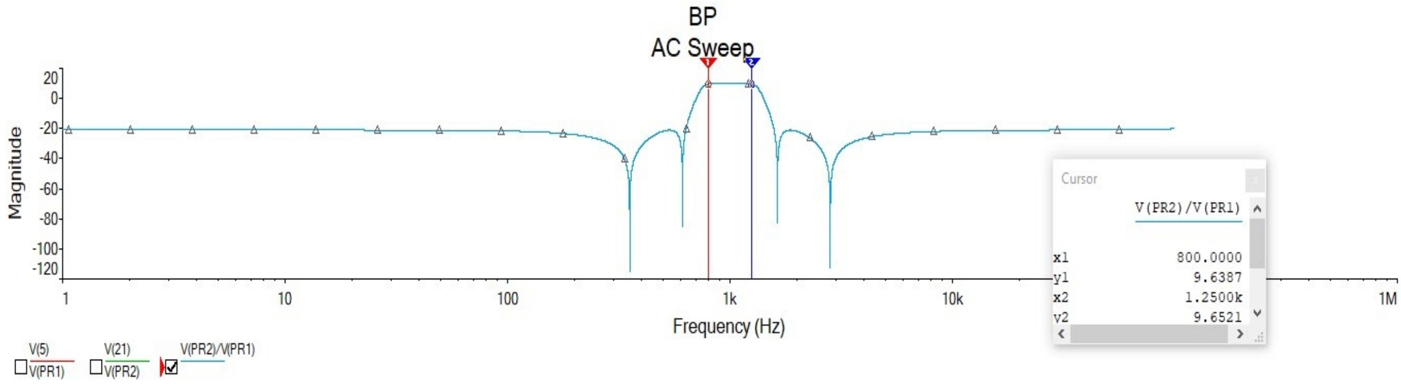
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας με βάση τις στρατηγικές σχεδίασης του φίλτρου, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

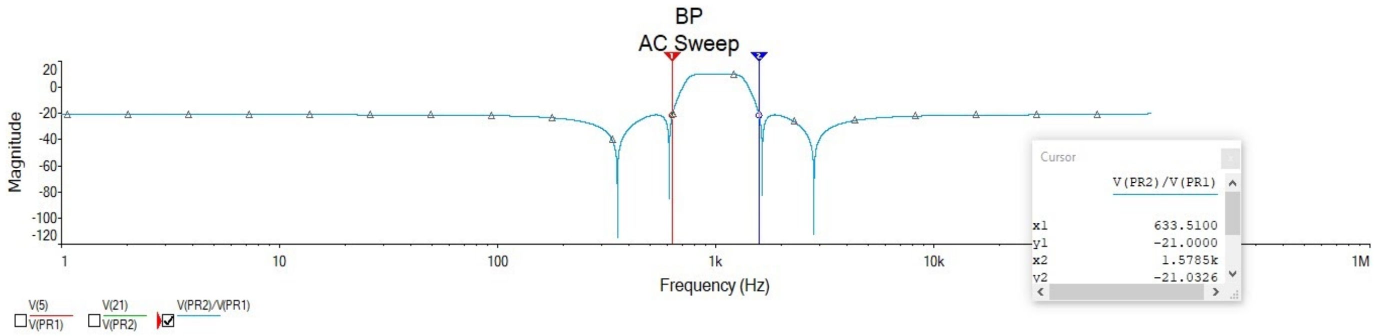
Εισάγουμε λοιπόν όπως τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

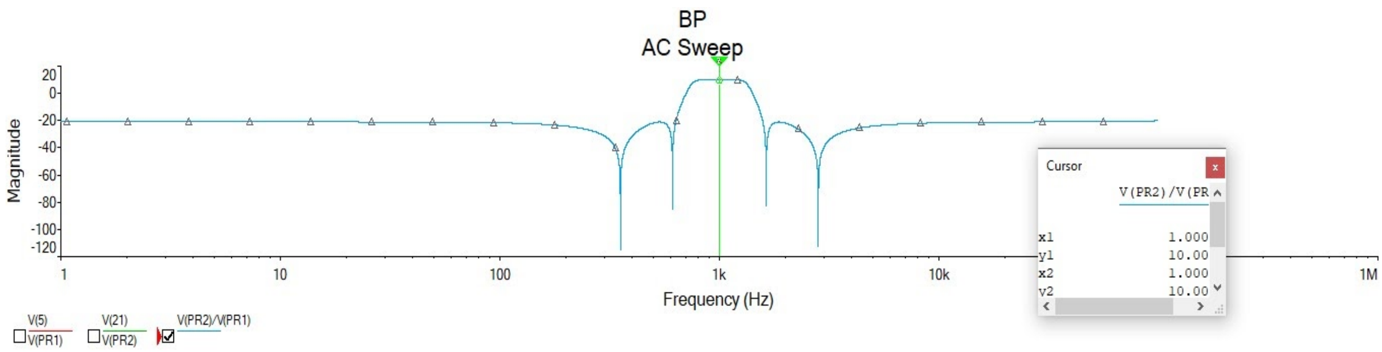


3.1. Απόκριση του φίλτρου

Με την βοήθεια του Bode Plotter και με την χρήση της AC Analysis παίρνουμε τα διαγράμματα με τις κρίσιμες συχνότητες.







Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε πως πληρούνται οι προδιαγραφές της εκφώνησης. Συγκεκριμένα, στο πρώτο διάγραμμα για τις συχνότητες f1, f2 το κέρδος είναι 9.63 και 9.65 αντίστοιχα, άρα η προδιαγραφή του $a_{max} = 0.566dB$ ικανοποιείται. Στο δεύτερο διάγραμμα για τις συχνότητες f3, f4 το κέρδος είναι 21 και 21,003 αντίστοιχα, άρα βλέπουμε πως ικανοποιείται ακριβώς η προδιαγραφή $a_{min} = 31dB$ με μια πολύ μικρή απόκλιση λόγο της χαμηλής ακρίβειας των τιμών σε σχέση με το Matlab. Στο τελευταίο διάγραμμα φαίνεται πως το κέρδος του φύτρου είναι 10dB, όπως ζητήθηκε.

3.2. Περιοδικό σήμα εισόδου

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή διέγερσης με περιοδικό σήμα το οποίο αποτελεί ένα άθροισμα συνημιτόνων όπως ζητήθηκε από την εκφώνηση.

$$f(t) = \cos\left[\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{3}\right] t + 0.6\cos\left[\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{4}\right] t + 0.7\cos(0.5\omega_3 t) + 0.8\cos(2.4\omega_4 t) + 0.6\cos(3\omega_4 t)$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

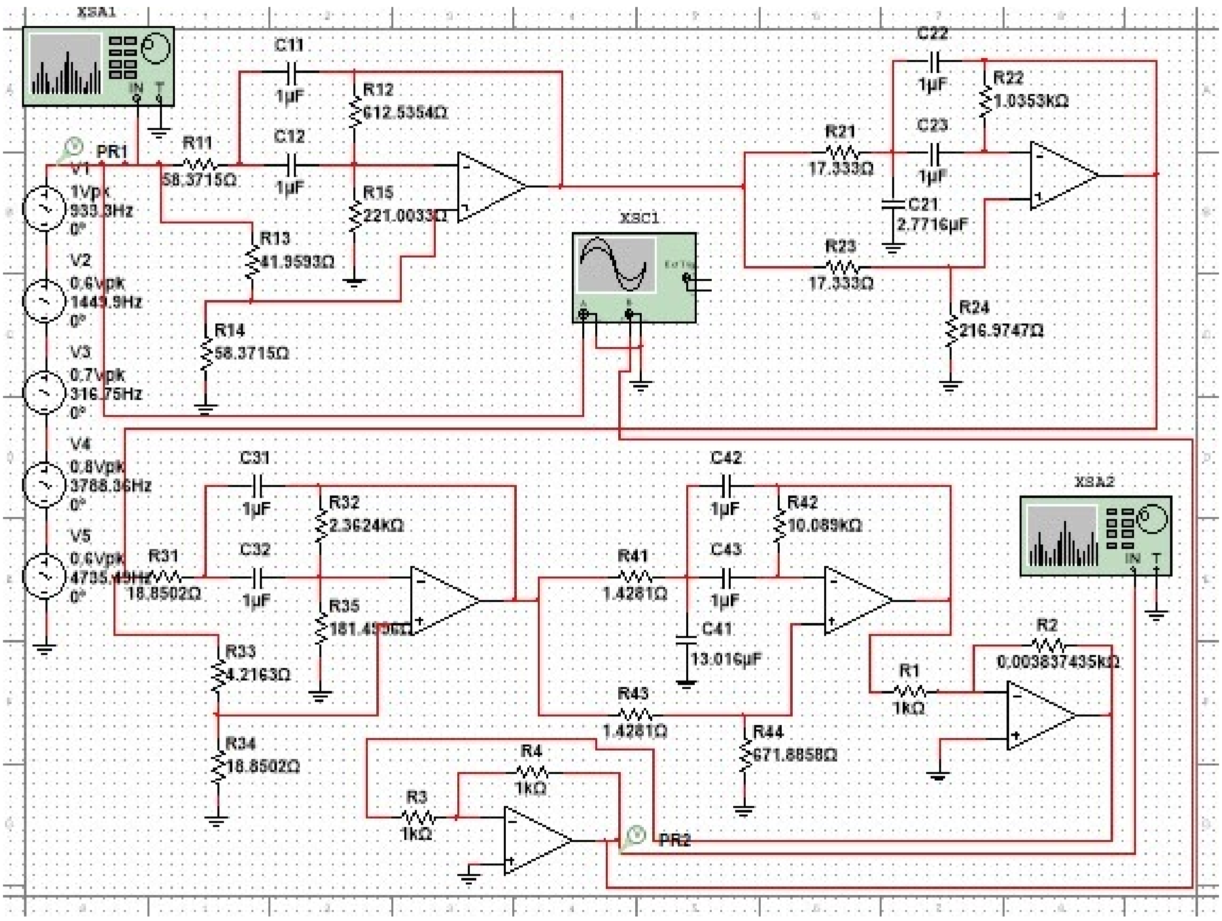
$$f(t) = \cos(5864.3t) + 0.6\cos(9110.6\, t) + 0.7\cos(1990.2t) + 0.8\cos(23803t) + 0.6\cos(29754t)$$

Οι συχνότητες για τις πηγές είναι:

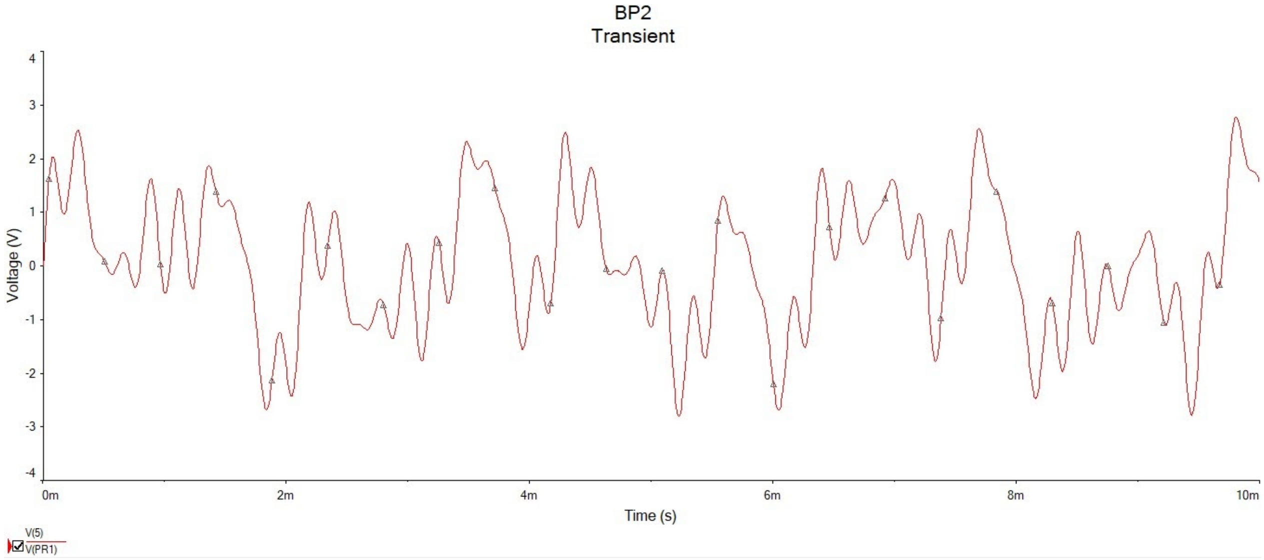
$f_0 = 933.3Hz,\quad f_1 = 1449.9Hz,\quad f_2 = 316.75Hz,\quad f_3 = 3788.36Hz,$

$f_4 = 4735.49Hz$

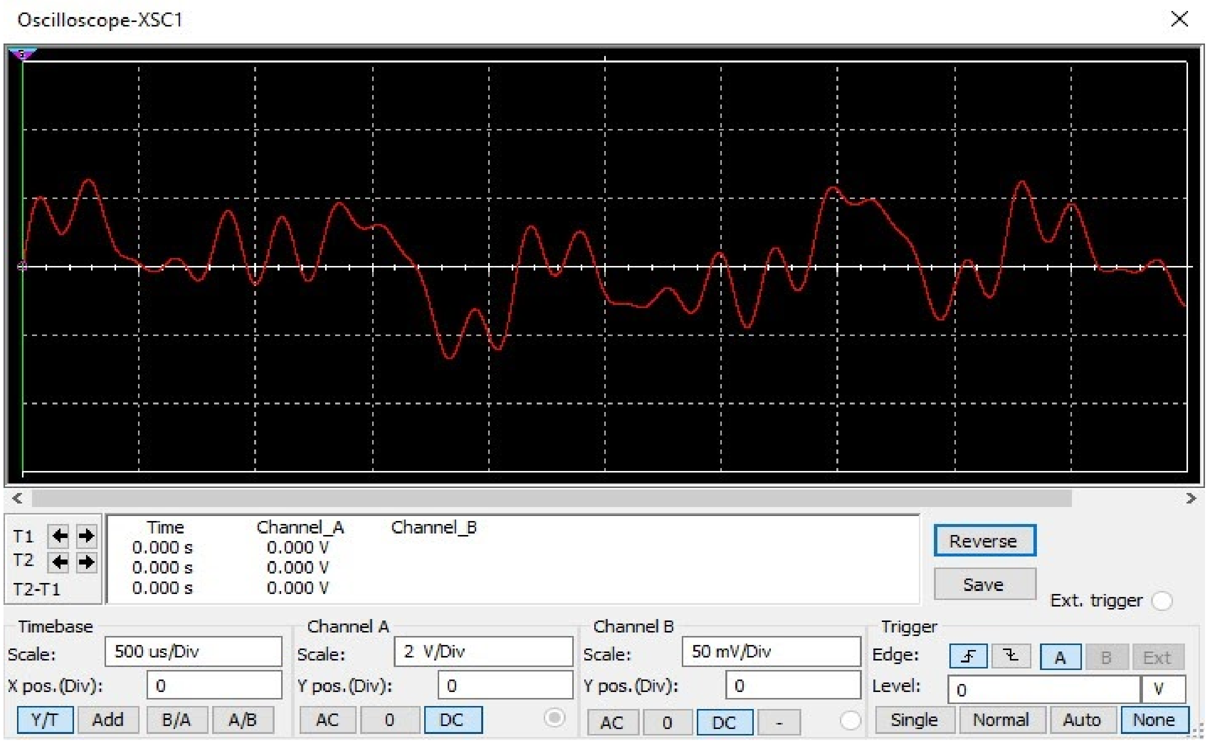
Βάζουμε τις 5 πηγές και παίρνουμε το κύκλωμα:



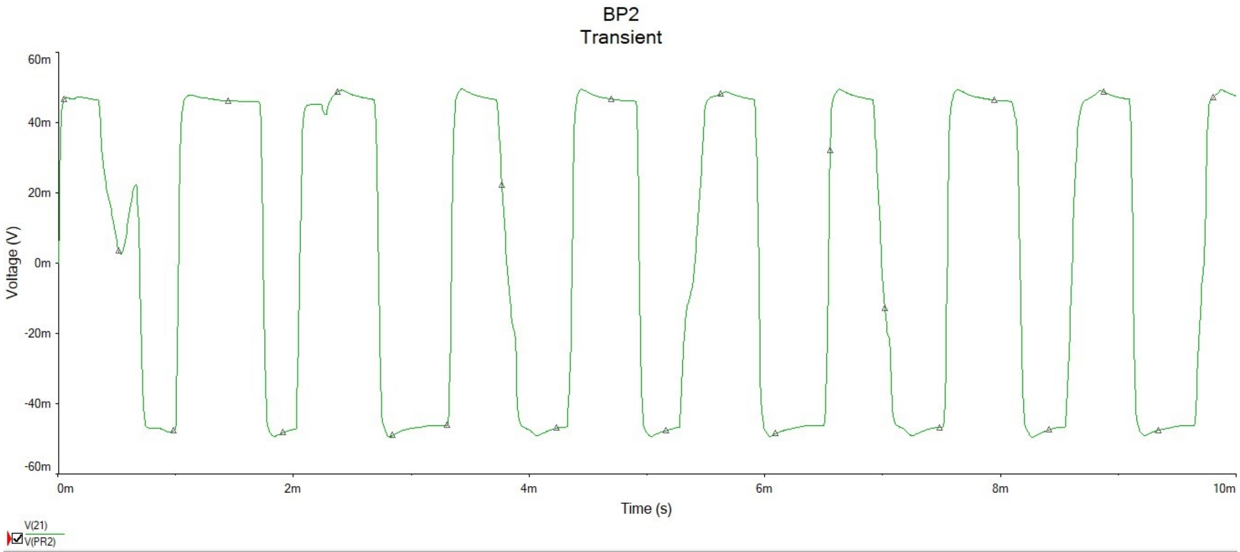
Σήμα εισόδου με Transient Analysis:



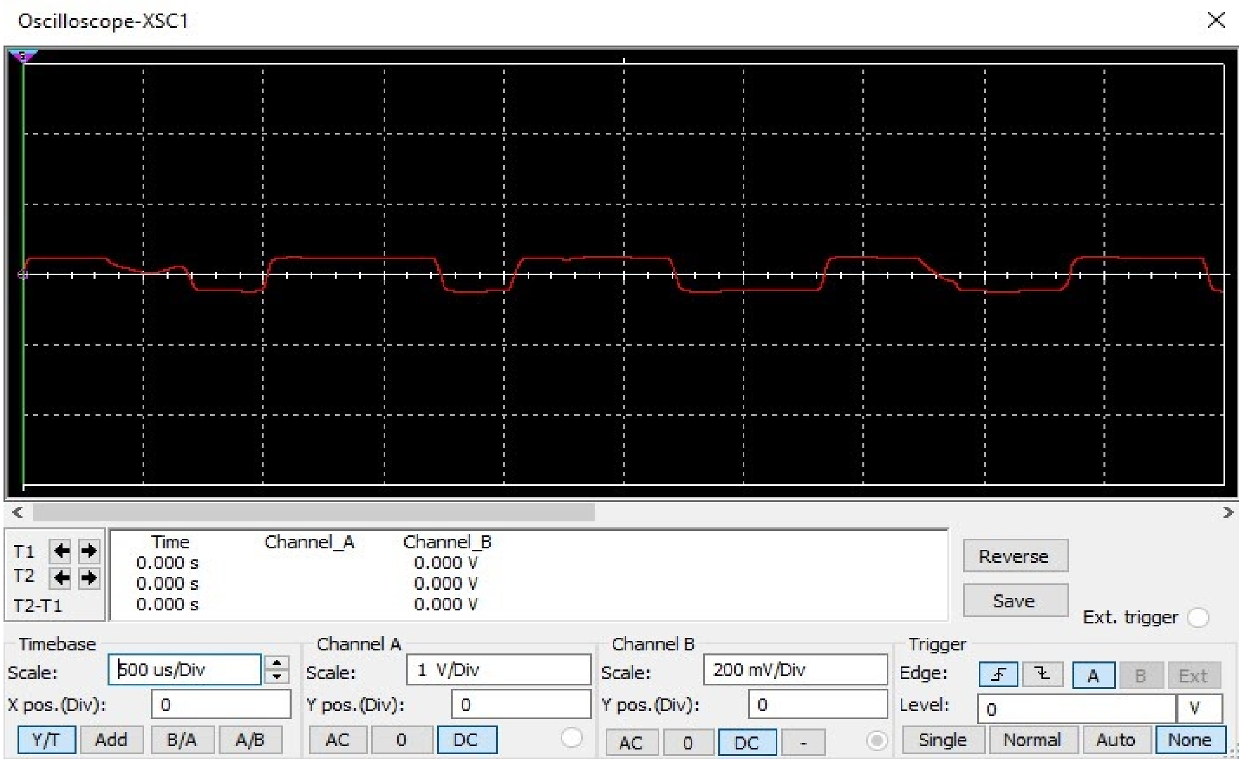
Σήμα εισόδου παλμογράφου:



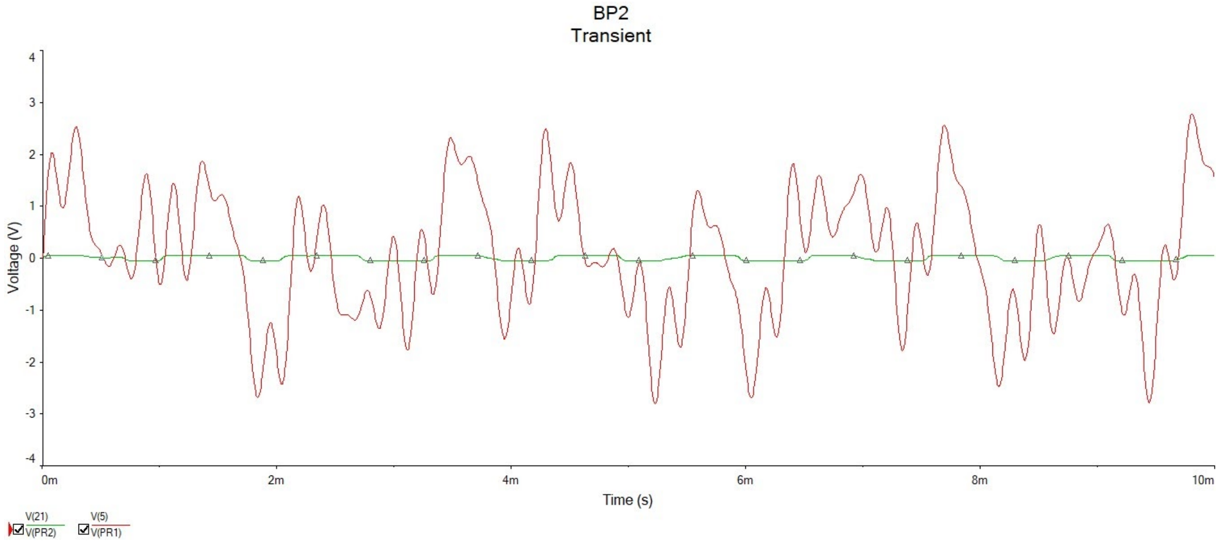
Σήμα εξόδου με Transient Analysis:



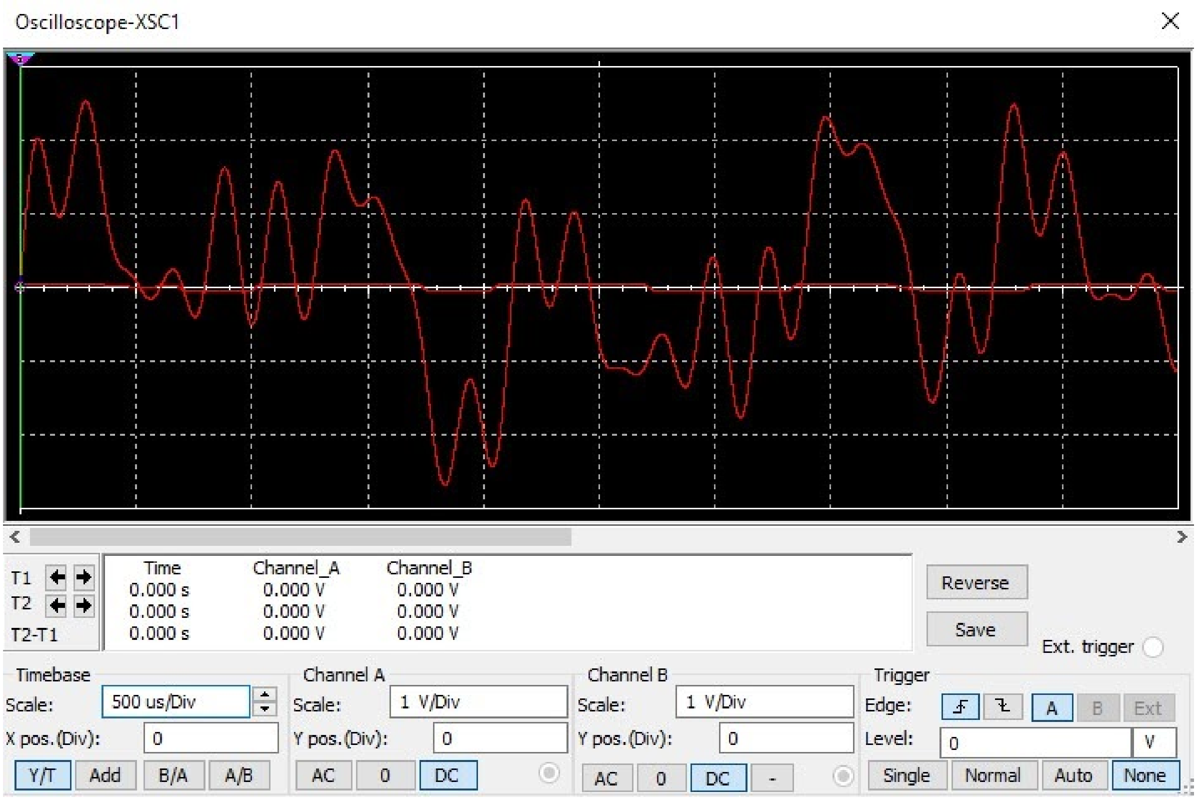
Σήμα εξόδου παλμογράφου:



Σήμα εισόδου-εξόδου με Transient Analysis:



Σήμα εισόδου-εξόδου παλμογράφου:

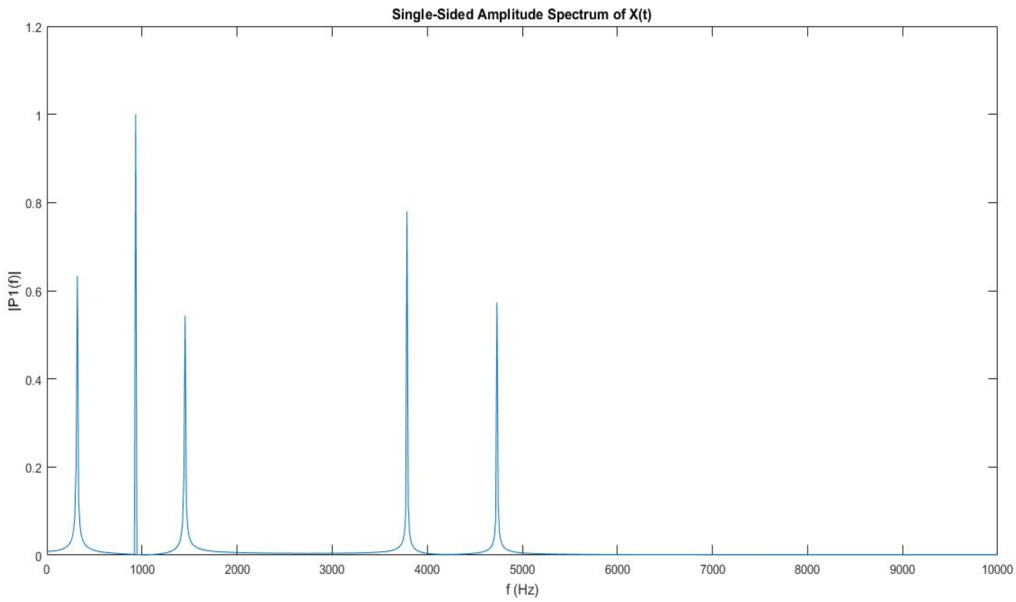


Από τις παραπάνω εικόνες παρατηρούμε πως σήμα εξόδου είναι κατά πολύ μικρότερο σε πλάτος από το σήμα εισόδου, όπως είχαμε προβλέψει με την θεωρητική ανάλυση κατά την ρύθμιση κέρδους του φίλτρου, όπου χρειάστηκε να κάνουμε μεγάλη απόσβεση.

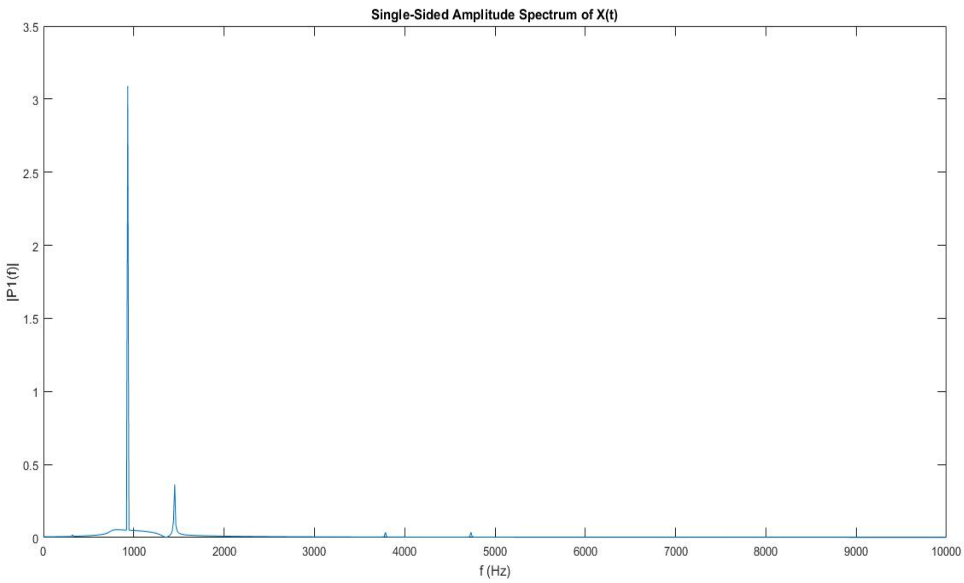
3.3. Ανάλυση Furier

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο περιμένουμε να έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

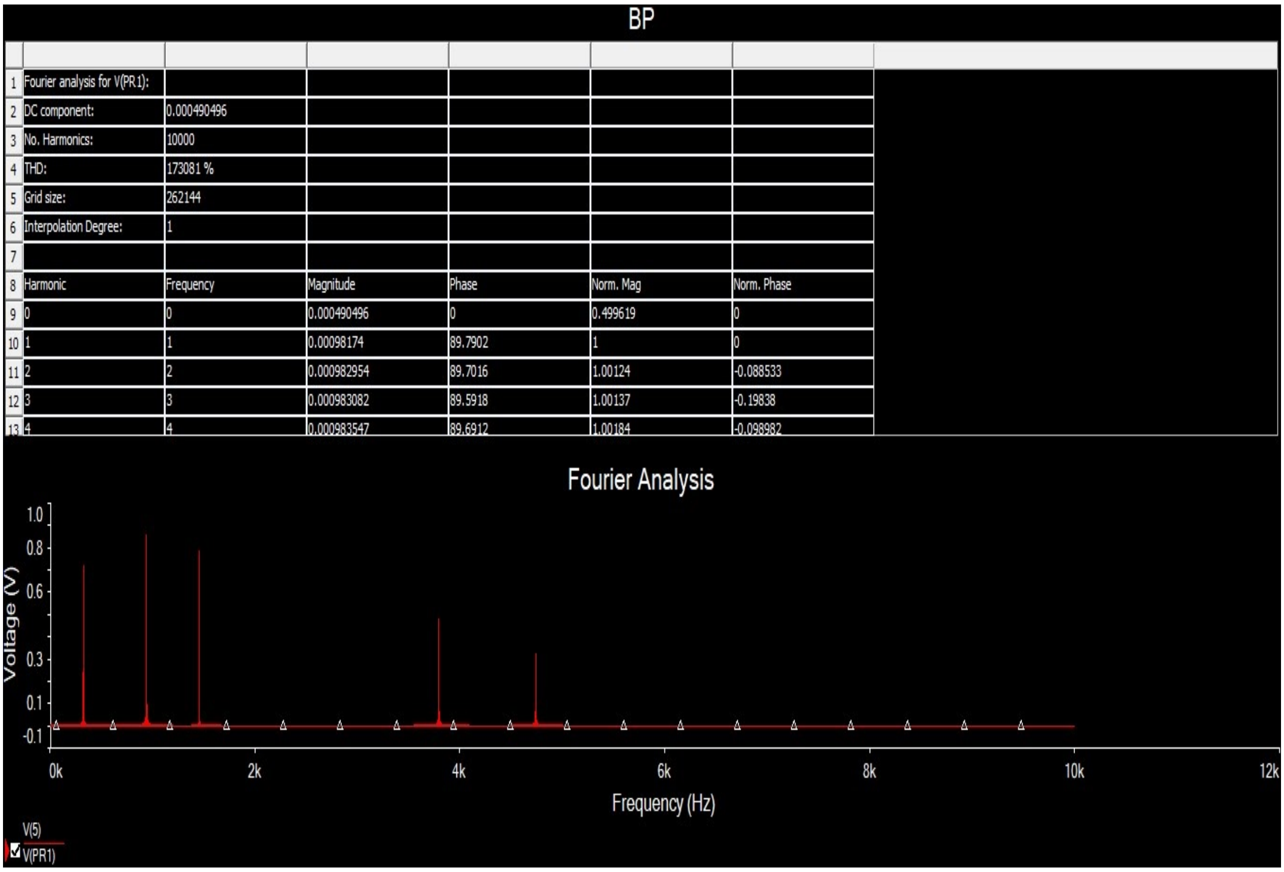
Φάσμα σήματος εισόδου από Matlab:



Φάσμα σήματος εξόδου από Matlab:



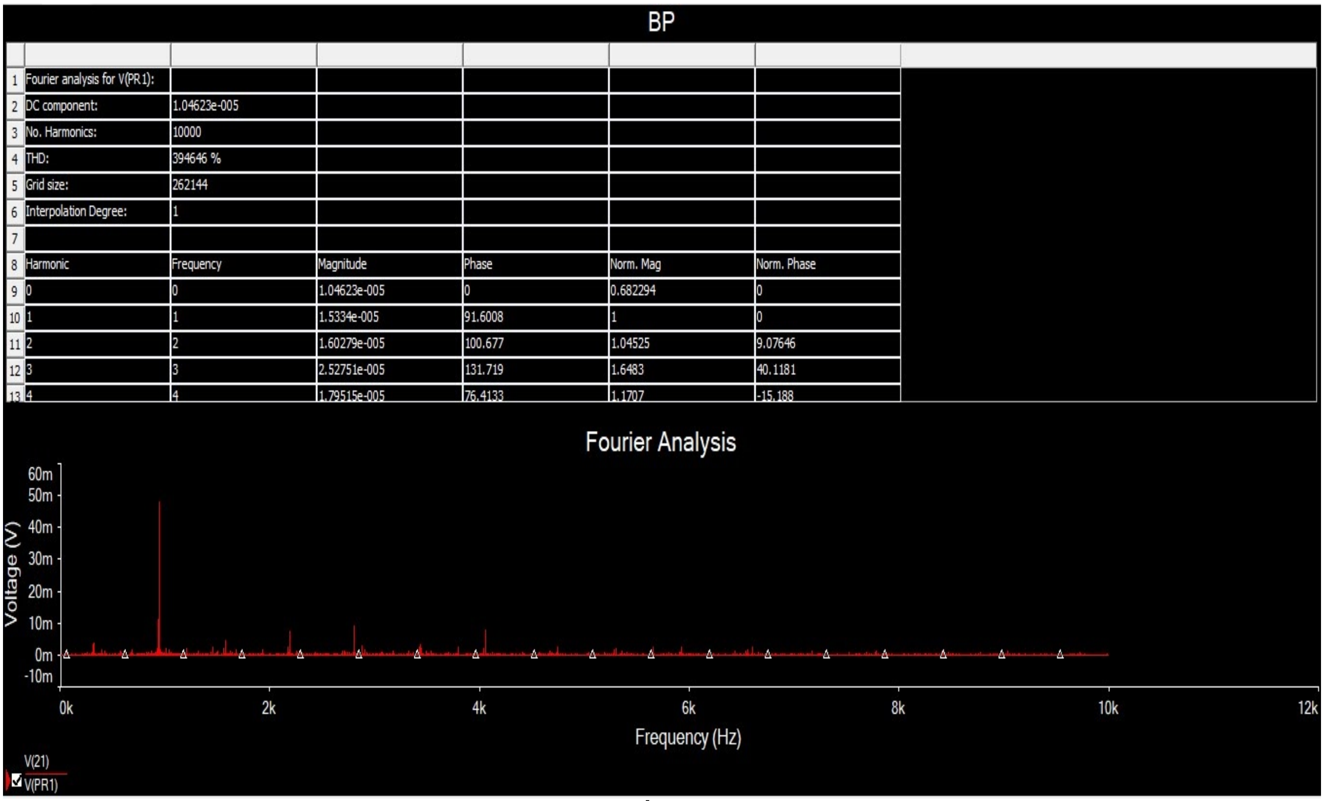
Φάσμα σήματος εισόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



BP

1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	0.000490496				
3	No. Harmonics:	10000				
4	THD:	173081 %				
5	Grid size:	262144				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	0.000490496	0	0.499619	0
10	1	1	0.00098174	89.7902	1	0
11	2	2	0.000982954	89.7016	1.00124	-0.088533
12	3	3	0.000983082	89.5918	1.00137	-0.19838
13	4	4	0.000983547	89.6912	1.00184	-0.098982

Φάσμα σήματος εξόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



BP

1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	1.04623e-005				
3	No. Harmonics:	10000				
4	THD:	394646 %				
5	Grid size:	262144				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	1.04623e-005	0	0.682294	0
10	1	1	1.5334e-005	91.6008	1	0
11	2	2	1.60279e-005	100.677	1.04525	9.07646
12	3	3	2.52751e-005	131.719	1.6483	40.1181
13	4	4	1.79515e-005	76.4133	1.1707	-15.188

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε πως το σήμα εισόδου έχει 5 κεντρικές συχνότητες και στο σήμα εξόδου αποκόπτοναι συμαντικά όλες οι συχνότητες εκτός από εκείνες στην περιοχή της κεντρικής συχνότητας 1000 Hz. Το κύκλωμα λοιπόν λειτουργεί σωστά ως ζωνοδιαβατο αφήνοντας μόνο εκείνη την περιοχή συχνοτήτων ανέπαφη και απορρίπτοντας τις άλλες.

Εργασία 3η : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικού Φίλτρου

Ζωνοφρακτικό Φίλτρο Chebyshev

Προδιαγραφές

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_0 = 1.05\ kHz,\ f_1 = 900\ Hz,\ f_2 = 1225\ Hz,\ f_3 = 963.59 Hz,\ f_4 = 1.1442 kHz$

και

$a_{min} = 24.9\ dB,\ a_{max} = 1.1 dB$

1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1.1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά μετατρέπουμε τις συχνότητες στις αντίστοιχες κυκλικές συχνότητες:

$\omega_0 \ = 6597{,}3\ rad/sec$

$\omega_1 \ = 5654{,}9\ rad/sec$

$\omega_2 \ = 7696{,}9\ rad/sec$

$\omega_3 \ = 6054{,}5\ rad/sec$

$\omega_4 \ = 7188{,}9\ rad/sec$

Χρησιμοποιούμε τις παραπάνω προδιαγραφές ώστε να βγάλουμε τις αντίστοιχες προδιαγραφές του κατωδιαβατού φίλτρου:

Συχνότητες:

$\Omega_p = 1$

$$\Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1.8$$

$bw = \omega_2 - \omega_1 = 2042\ \ rad/s$

Η τάξη του φίλτρου που απαιτείται:

$$n = \frac{cosh^{-1}\left[(10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1) \Big/ (10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1) \right]^{\frac{1}{2}}}{cosh^{-1}(\omega_s)} = 3.5$$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αλλά 3.5 στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο.

$$\boldsymbol{n = 4}$$

Υπολογίζω το ε και α:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} = 0.5369\,, \ \ \alpha = \frac{1}{\mathrm{n}} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} = 0.3451$$

Υπολογίζω την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο:

$$\omega_{hp} = cosh\left[\frac{1}{n} * cosh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right] = 1.0626$$

Για n=4 οι γωνίες Butterworth βρίσκονται: $\psi_{1,2} = \pm 22.5°$, $\psi_{3,4} = \pm 67.5°$. Οι πόλοι του Chebyshev προκύπτουν μέσω των γωνιών του Butterworth από τον τύπο $(p_k = -\sinh a \cdot \cos \psi_k + j \cdot \cosh a \cdot \sin \psi_k)$

Οι πόλοι της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης, καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών:

$\boldsymbol{\psi_\kappa}$	**Q**	$\boldsymbol{p_k}$	$\boldsymbol{\Omega_\kappa}$
$\boldsymbol{\pm 22.5°}$	0.7994	$-0.325 \pm 0.4057i$	0.52
$\boldsymbol{\pm 67.5°}$	3.6697	$-0.134 \pm 0.9794i$	0.9887

Αντιστρέφοντας βρίσκουμε τους πόλους του ανωδιαβατού φίλτρου ενώ τα Q παραμένουν τα ίδια

$$\widehat{\Omega_{1,2}} = \frac{1}{\Omega_{1,2}} = 1.9233 \qquad \widehat{\Omega_{3,4}} = \frac{1}{\Omega_{3,4}} = 1.0115$$

ψ_κ	Q	p_k	Ω_κ
$\pm 22.5°$	0.7994	$-1.202 \pm 1.5006i$	1.9233
$\pm 67.5°$	3.6697	$-0.1347 \pm 1.002i$	1.0115

Στην συνέχεια εφαρμόζω τον αλγόριθμο Geffe για τον μετασχηματισμό των παραπάνω πόλων και $q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 3.2308$

<u>Μετασχηματισμός 1ου Μιγαδικού Πόλου:</u>

$$\Sigma_{1,2} = 1.3924 \; και \; \Omega_{1,2} = 0{,}7322$$

Υπολογισμός μεγεθών Αλγορίθμου Geffe:

$C = \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 3.9689$

$D = \frac{2\Sigma_{1,2}}{q_c} = 0.7447$

$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.3544$

$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.0918$

$Q = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 2.7597$

$k = \frac{\Sigma_{1,2} Q_{1,2}}{q_c} = 1.0275$

$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.2637$

Άρα τελικά έχουμε:

$\omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 5220.8$

$\omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 8336.8$

<u>Μετασχηματισμός 2ου Μιγαδικού Πόλου:</u>

$$\Sigma_{3,4} = 0.1378 \;\; και \;\; \Omega_{3,4} = 1.0020$$

Υπολογισμός μεγεθών Αλγορίθμου Geffe:

$C = \Sigma_{3.4}^2 + \Omega_{3.4}^2 = 1.023$

$D = \dfrac{2\Sigma_{3.4}}{q_c} = 0.0853$

$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.098$

$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.0945$

$Q = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{2}(E+G)} = 23.7238$

$k = \frac{\Sigma_{3.4} Q_{3.4}}{q_c} = 1.0120$

$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.1671$

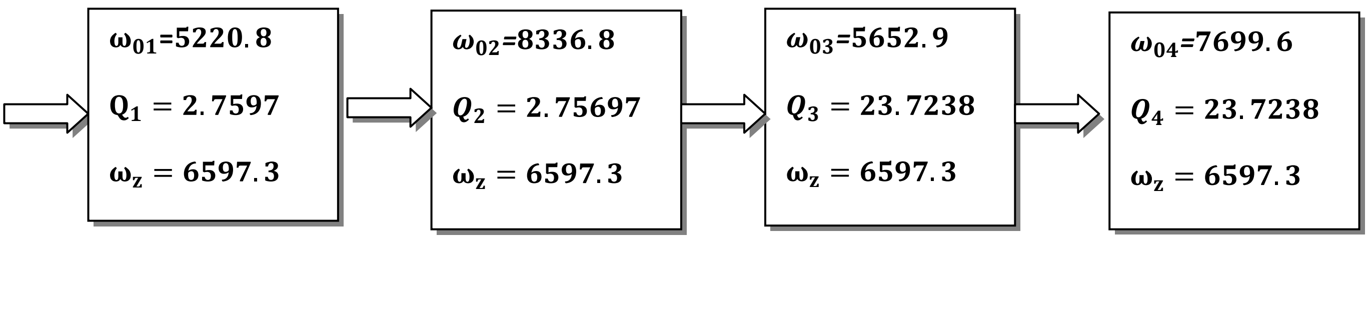
Άρα τελικά έχουμε:

$\omega_{03} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 5652.9$

$\omega_{04} = W \cdot \omega_0 = 7699.6$

Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δύο ζευγών μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικών στο μηδέν.

Από τους παραπάνω μετασχηματισμούς δημιουργήθηκαν τέσσερα ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο ζεύγη μηδενικών στην αρχή των αξόνων που αλληλοαναιρούνται και για κάθε έναν από τους πόλους προέκυψαν δύο φανταστικά μηδενικά $z = \pm j * \omega_0 = \pm j6597.3$. Η συνάρτηση μεταφοράς θα αποτελείται από 4 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



1.2. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα χρησιμοποιηθούν τα ζωνοφρακτικά κυκλώματα των Σχ. 7.21 και 7.23 για την υλοποίηση των φίλτρων HPN και LPN.

ΜΟΝΑΔΑ (Ι)

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.21 για LPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 1{,}2637$

$R_1 = R_4 = 1$

$R_2 = 4 * Q^2 = 30.46$

$$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2 * Q^2} = 0.1048$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{(\Omega_z^2 - 1)} = 51.0424$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.1812$$

$$\mathrm{k_H} = \frac{1}{\mathrm{R_3} + 1} = 1.4453$$

$$k_L = k_H \cdot (\frac{\omega z}{\omega 0})^2 = 1.4453$$

Κλιμακοποίηση:

Για $\omega_0 = 5220{,}8\ rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 5220.8$ και $k_m = 34.7033$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 34.7033\Omega,\ R_2 = 1.0572k\Omega,\ R_3 = 3.6381\Omega, R_4 = 34.7033\Omega$

$R_5 = 1.7713k\Omega$

C=1μF

<u>ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.23 για HPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 0.7914$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.5968$$

$$k_{22} = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9519$$

$R_1 = R_3 = 1$

$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 51.3575$

$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 19.777$

$C_1 = k_1 C = 0.0833$

$$C_2 = \frac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.1395$$

$k_H = \mathrm{k}_{22} * \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}\right) = 1.52$

$$k_L = k_H \cdot (\frac{\omega z}{\omega 0})^2 = 0.9519$$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 8336.8 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 8336.8$ και $k_m = 16.7379$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 16.7379\Omega,\ R_2 = 859.6153\Omega,\ R_3 = 16.7379\Omega, R_4 = 331.0255\Omega$

$C_1 = 0.596\mu F, C_2 = 1\mu F$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙΙ)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.21 για LPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 1.1671$

$R_1 = R_4 = 1$

$R_2 = 4 * Q^2 = 2.251k$

$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2 * Q^2} = 0.0012$

$R_5 = \frac{4 * Q^2}{(\Omega_z^2 - 1)} = 6.218k$

$C = \frac{1}{2Q} = 0.0211$

$\mathrm{k_H} = \frac{1}{\mathrm{R_3} + 1} = 0.9988$

$k_L = \ k_H \cdot \ (\frac{\omega z}{\omega 0})^2 = 1.3604$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 5652.9 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 5652.9$ και $k_m = 3.7283$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 3.7283\Omega,\ R_2 = 8.393k\Omega,\ R_3 = 0.0045\Omega, R_4 = 3.783\Omega$

$R_5 = 23.183k\Omega$

C=1μF

<u>ΜΟΝΑΔΑ (IV)</u>

Υλοποιείται σύμφωνα με το Σχ. 7.23 για HPN φίλτρα.

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\omega_z = 0.8568$

$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.3621$

$k_{42} = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9992$

$R_1 = R_3 = 1$

$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 3.14k$

$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 1.329k$

$C_1 = k_1 C = 0.0065$

$C_2 = \dfrac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.0178$

$k_H = \ \mathrm{k}_2 * \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}\right)$ = 1.361

$k_L = \ k_H \cdot \ (\dfrac{\omega z}{\omega 0})^2 = 0.992$

<u>Κλιμακοποίηση:</u>

Για $\omega_0 = 7699.6 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 7699.6$ και $k_m = 2.3177$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = 2.3177\Omega,\ R_2 = 7.277k\Omega,\ R_3 = 2.3177\Omega, R_4 = 3.081k\Omega$

$C_1 = 0.362\mu F, C_2 = 1\mu F$

<u>1.3. Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>

- Συνάρτηση μεταφοράς πρώτης μονάδας:

$$T_1(s) = k_H \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 0.9051 \cdot \frac{s^2 + 4.352 \cdot 10^7}{s^2 + 1892s + 2.72 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς δεύτερης μονάδας:

$$T_2(s) = k_H \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 1.520 \cdot \frac{s^2 + 4.352 \cdot 10^7}{s^2 + 3021s + 6.95 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς τρίτης μονάδας::

$$T_3(s) = k_H \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 0.9988 \cdot \frac{s^2 + 4.352 \cdot 10^7}{s^2 + 238.3s + 3.19 \cdot 10^7}$$

- Συνάρτηση μεταφοράς τέταρτης μονάδας: :

$$T_4(s) = k_H * \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = 1.316 \cdot \frac{s^2 + 4.352 \cdot 10^7}{s^2 + 324.6s + 5.92 \cdot 10^7}$$

1.4. Ρύθμιση κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 10 dB στο dc.

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται δίνεται από τη σχέση:

$$T_{BE} = T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s)$$

Το συνολικό κέρδος των τεσσάρων μονάδων είναι $k_{1H} \cdot k_{2H} \cdot k_{3H} \cdot k_{4H} = 1.8701.$ Θέλουμε όμως να κάνουμε ρύθμιση έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 10dB ή 3.1623 επόμενος χρειαζόμαστε ενίσχυση κέρδους $k = \frac{3.1623}{1.8701} = 1.6909.$ Για να πετύχω αυτό το κέρδος θα πρέπει να χρησιμοποιήσω μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $\frac{r_2}{r_1} + 1 = 1.6909.$ Άρα αν επιλέξω $R_1 = 1\ k\Omega$ τότε έχω $R_2 = 0.6909\ k\Omega$. Άρα τελικά η συνάρτηση μεταφοράς γίνεται:

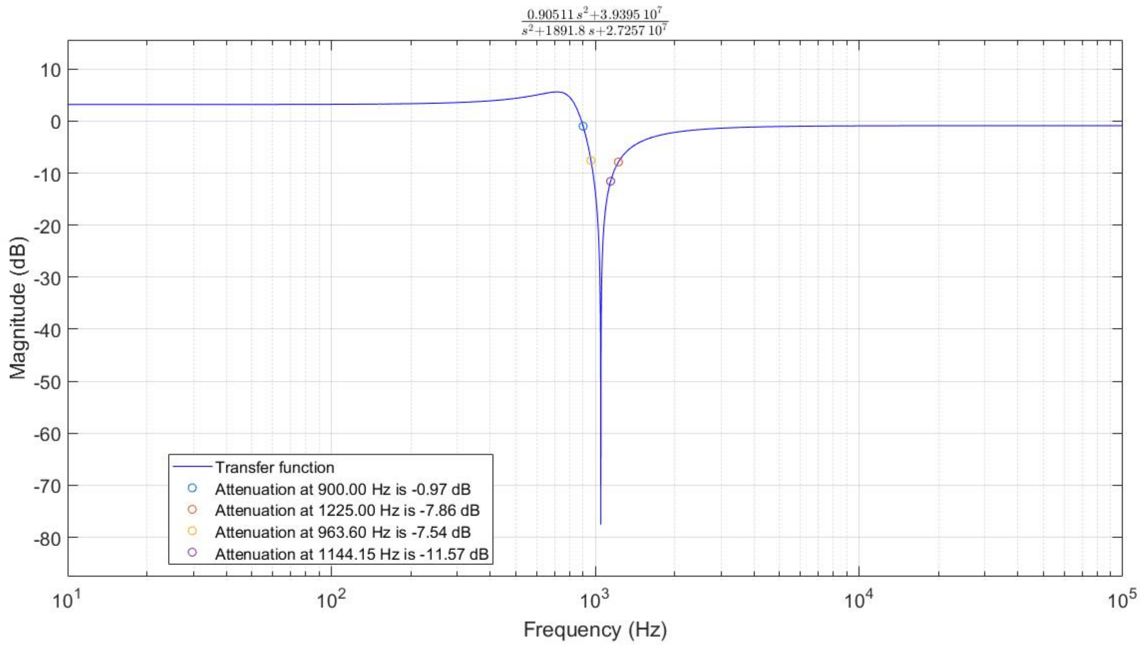
$$T_{BE} = 1.6909 \cdot 0.9051 \cdot \frac{s^2+4.352\cdot10^7}{s^2+1892s+2.72\cdot10^7} \cdot 1.520 \cdot \frac{s^2+4.352\cdot10^7}{s^2+3021s+6.95\cdot10^7} \cdot 0.9988 \cdot \frac{s^2+4.352\cdot10^7}{s^2+238.3s+3.19\cdot10^7} \cdot 1.316 \cdot \frac{s^2+4.352\cdot10^7}{s^2+324.6s+5.92\cdot10^7}$$

2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

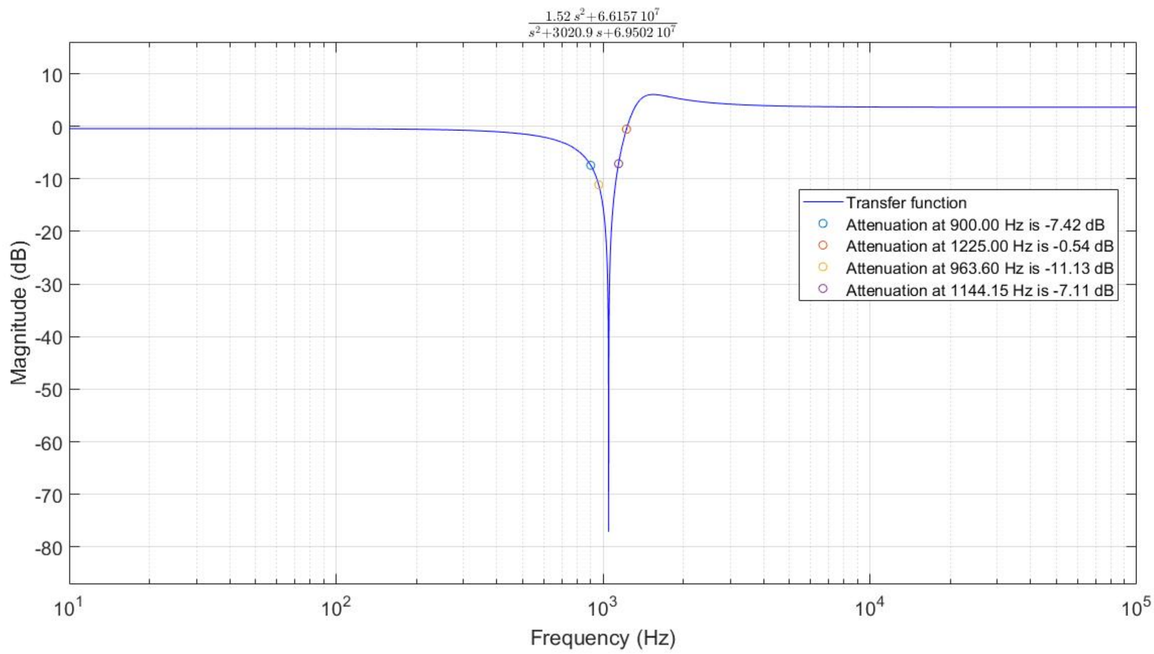
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Οι αποκρίσεις πλάτους για την πρώτη, δεύτερη, τρίτη και τέταρτη μονάδα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m.

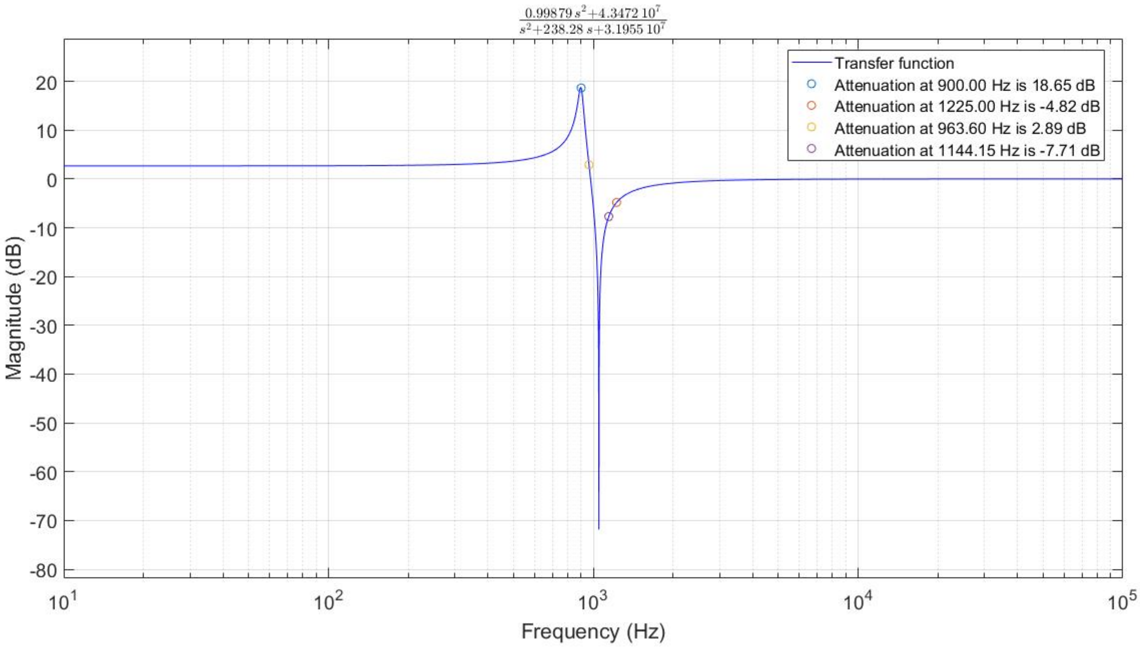
- $1^{η}$ Μονάδα (LPN):



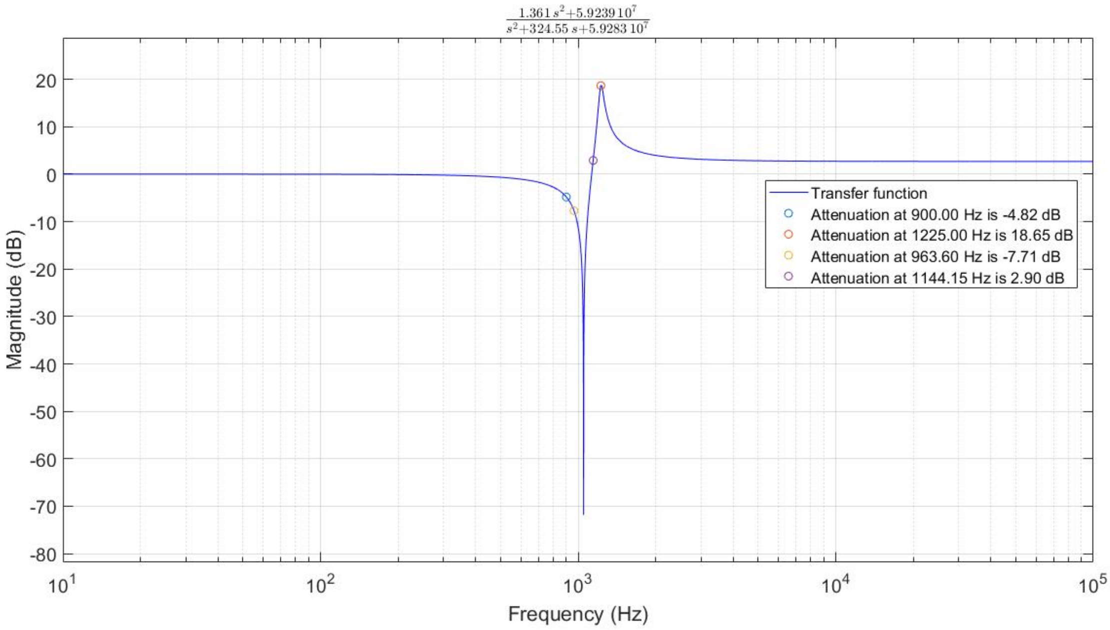
- $2^{η}$ Μονάδα (HPN):



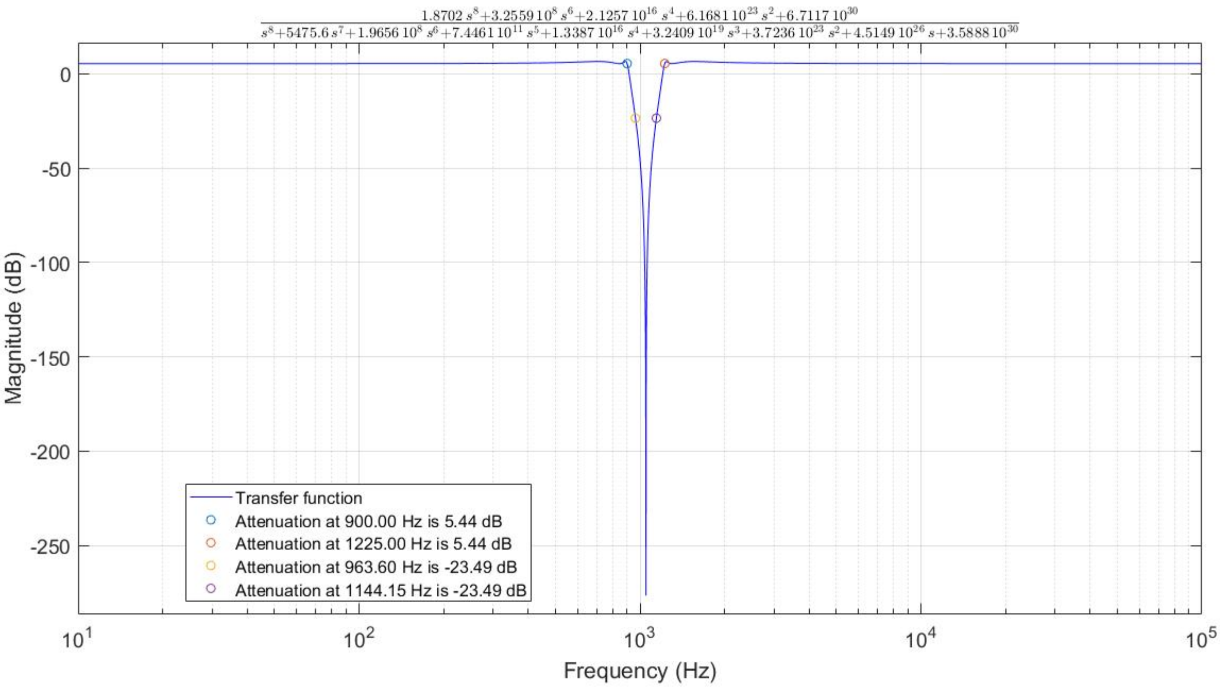
- 3η Μονάδα (LPN):



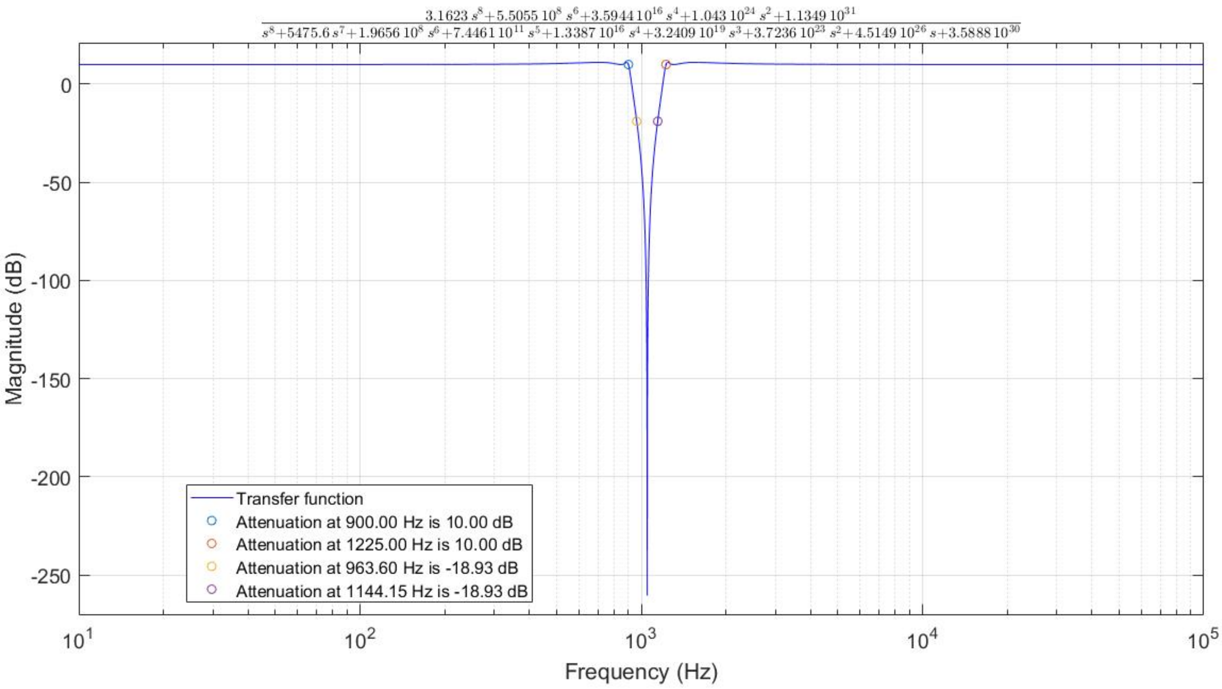
- 4η Μονάδα (HPN):



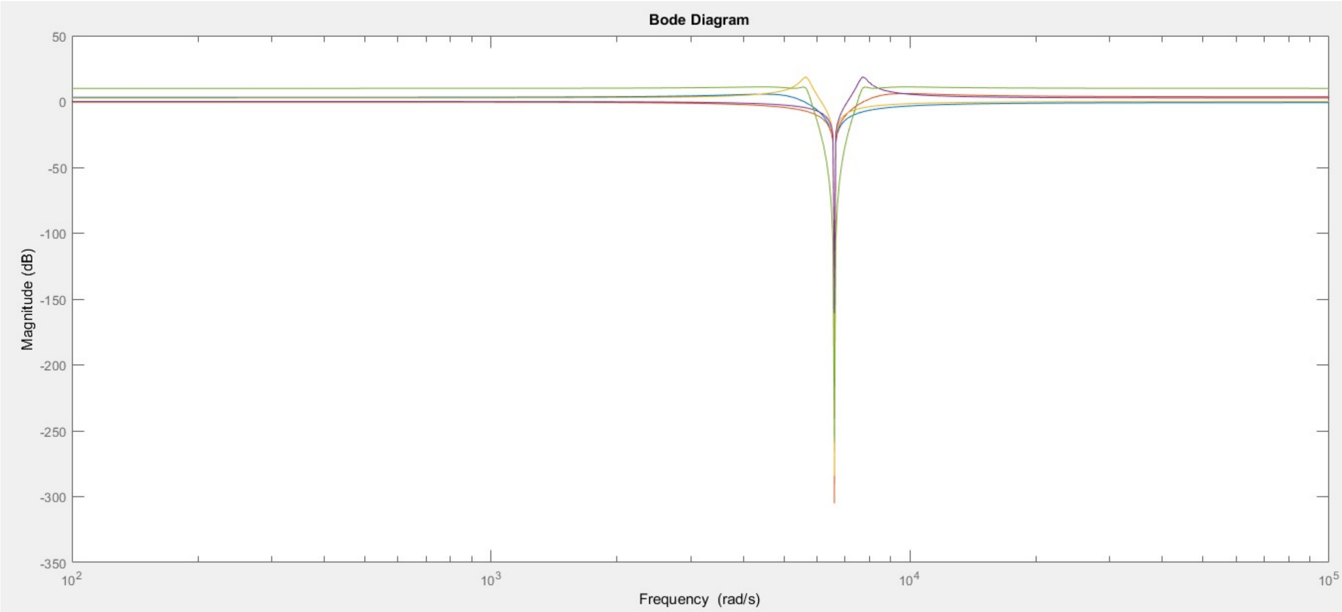
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας πριν την ρύθμιση κέρδους.



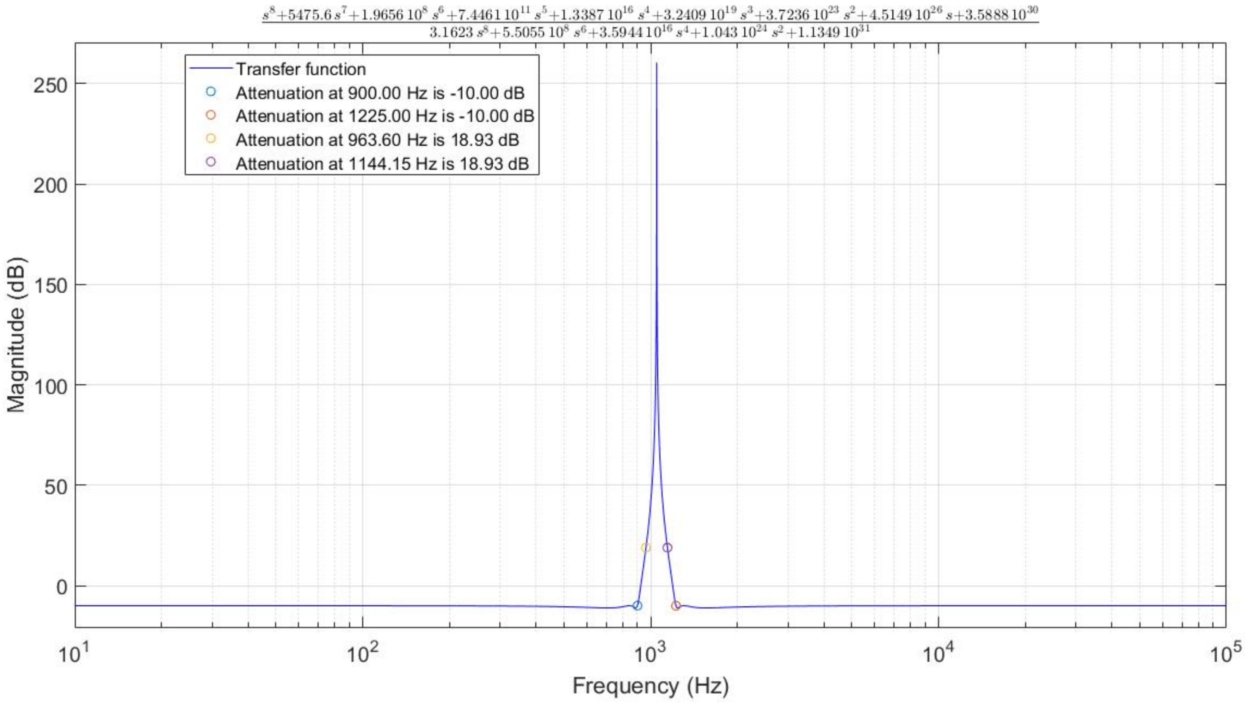
Συνολική συνάρτηση μεταφοράς μετά την ρύθμιση κέρδους στα 10dB.



Παρακάτω βλέπουμε τις αποκρίσεις των μονάδων και της τελικής συνάρτησης μεταφοράς , σε ένα κοινό διάγραμμα Bode:



Τέλος, βλέπουμε το γράφημα της απόσβεσης τις συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φιλτρου:



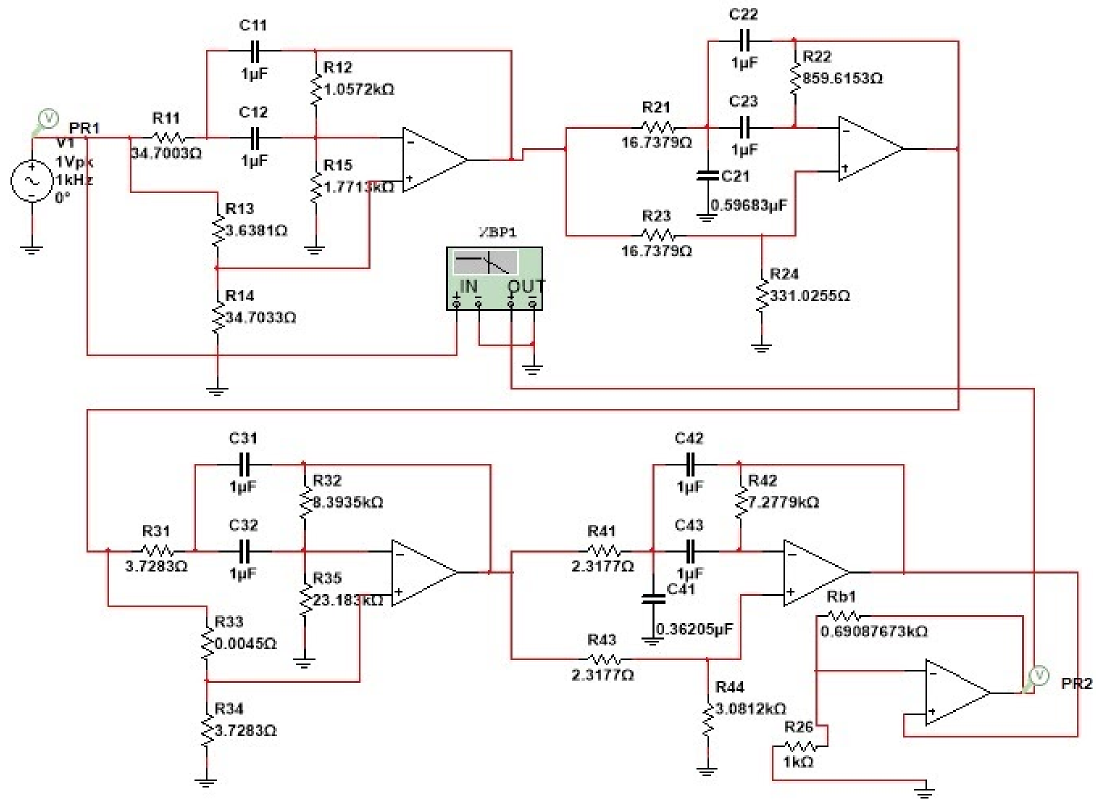
Στο παραπάνω διάγραμμα σημειώνονται οι κρίσιμες συχνότητες της συνάρτησης f1, f2, f3, f4 όπως και τα αντίστοιχα κέρδη. Παρατηρούμε πως πληρούνται όλες τις προδιαγραφές της εκφώνηση λαμβάνοντας υπόψη και την ρύθμιση του κέρδους.

Συγκεκριμένα αρχικά έχουμε κέρδος 10 dB όπως ζητήθηκε στην εκφώνηση. Για τις συχνότητες f1 = 900Hz και f2 = 1225Hz έχουμε α= −10+10 = $0dB$, δηλαδή α<amax=1.1dB . Για τις συχνότητες f3 = 963.6Hz και f4 = 1144.15Hz έχουμε α=18.93+10=28.93dB, αρα α>amax=24.9dB.

3. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim

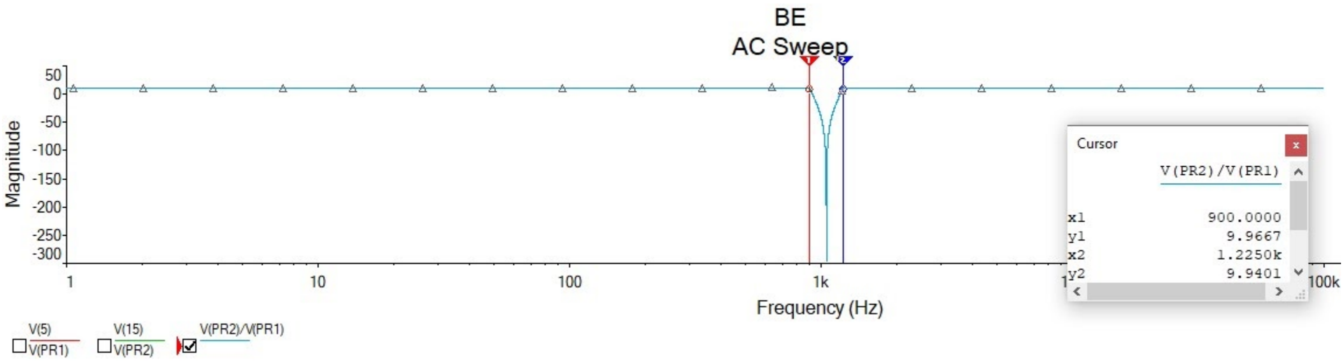
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας με βάση τις στρατηγικές σχεδίασης του φίλτρου, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

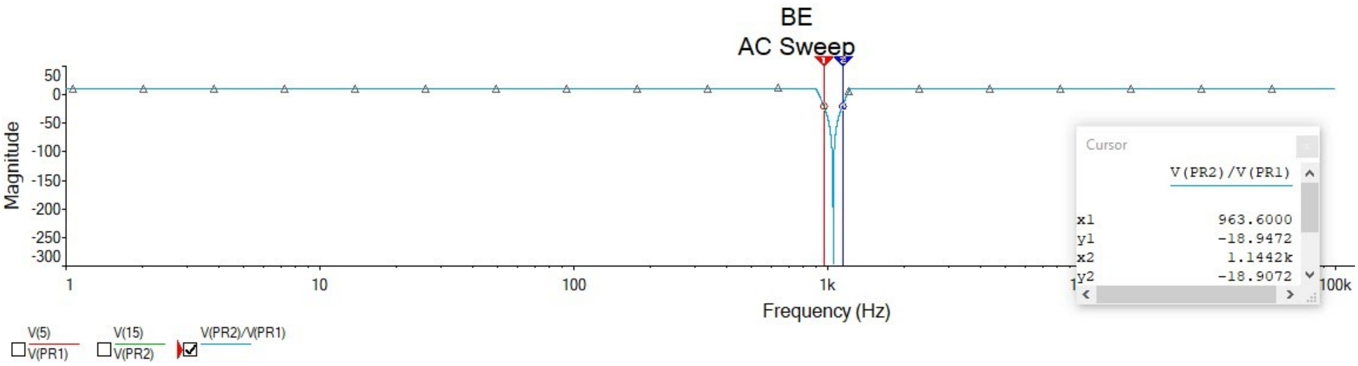
Εισάγουμε λοιπόν όπως τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



3.1. Απόκριση του φίλτρου

Με την βοήθεια του Bode Plotter και με την χρήση της AC Analysis παίρνουμε τα διαγράμματα με τις κρίσιμες συχνότητες.





Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε πως πληρούνται οι προδιαγραφές της εκφώνησης. Συγκεκριμένα, στο πρώτο διάγραμμα για τις συχνότητες f1, f2 το κέρδος είναι 9.96 και 9.94 αντίστοιχα, άρα η προδιαγραφή του $a_{max} = 1.1dB$ ικανοποιείται. Στο δεύτερο διάγραμμα για τις συχνότητες f3, f4 το κέρδος είναι 18.94 και 18.9 αντίστοιχα, άρα βλέπουμε πως ικανοποιείται η προδιαγραφή $a_{min} = 24.9dB$ με μια πολύ μικρή απόκλιση λόγο της χαμηλής ακρίβειας των τιμών σε σχέση με το Matlab.

3.2. Περιοδικό σήμα εισόδου

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή διέγερσης με περιοδικό σήμα το οποίο αποτελεί ένα άθροισμα συνημιτόνων όπως ζητήθηκε από την εκφώνηση.

$$f(t) = 0.8 \cdot \cos\left[\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2}\right] t + 0.1\cos\left[\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{2}\right] t + \cos(0.5\omega_1 t) + 0.8\cos(2.4\omega_2 t) + 0.4\cos(3.5\omega_2 t)$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

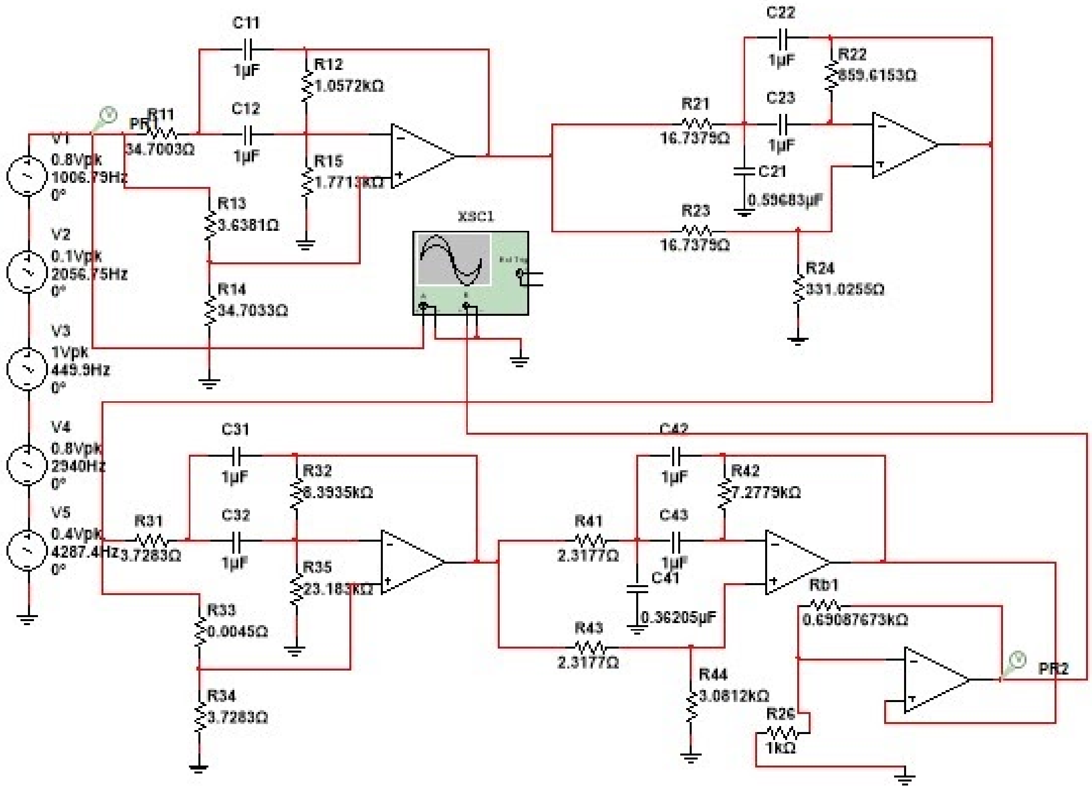
$$f(t) = 0.8 \cdot \cos(6325.9t) + 0.1\cos(12923\,t) + \cos(2827t) + 0.8\cos(18473t) + 0.4\cos(26939t)$$

Οι συχνότητες για τις πηγές είναι:

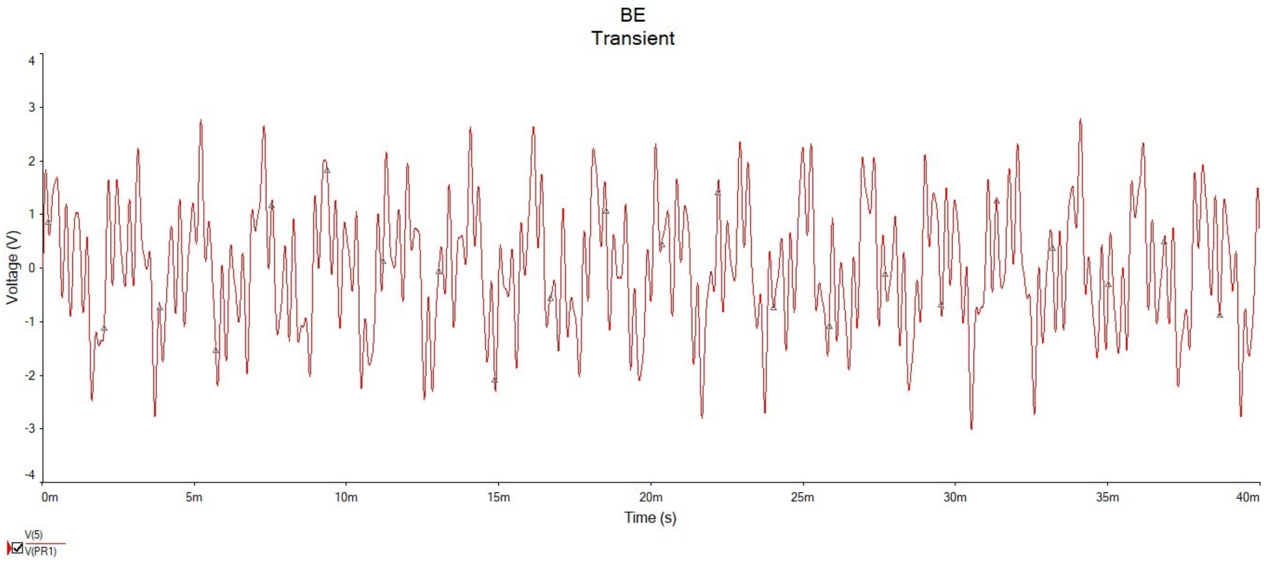
$f_0 = 1006.79Hz,\quad f_1 = 2056.75Hz,\quad f_2 = 449.9Hz,\quad f_3 = 2940Hz,$

$f_4 = 4287.4Hz$

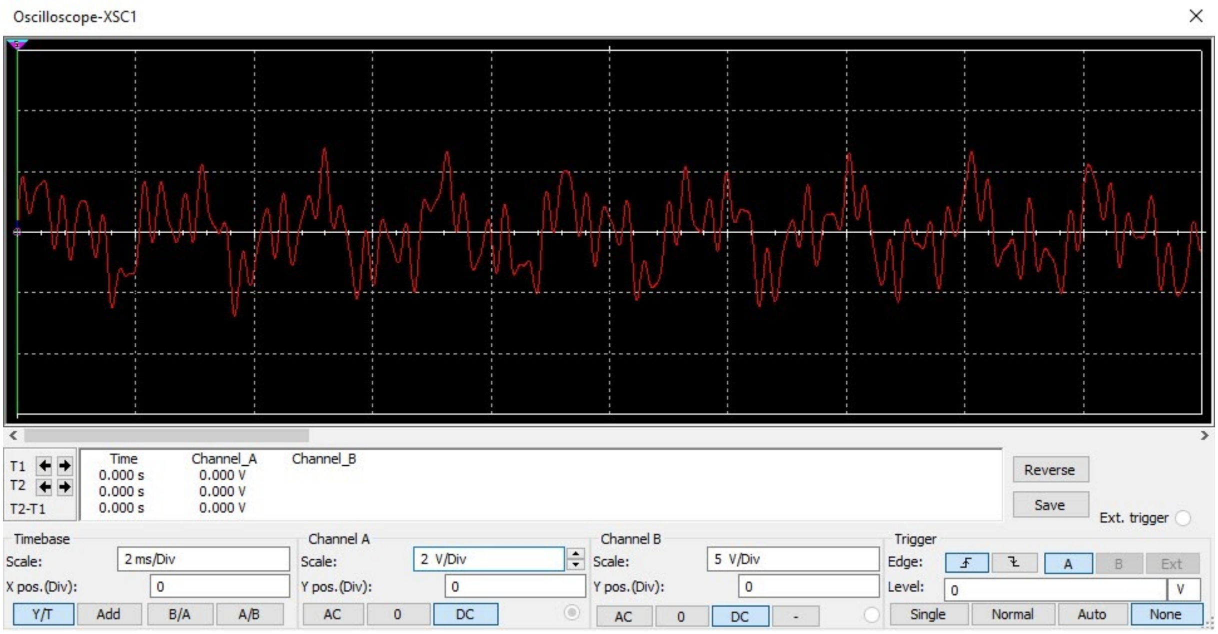
Βάζουμε τις 5 πηγές και παίρνουμε το κύκλωμα:



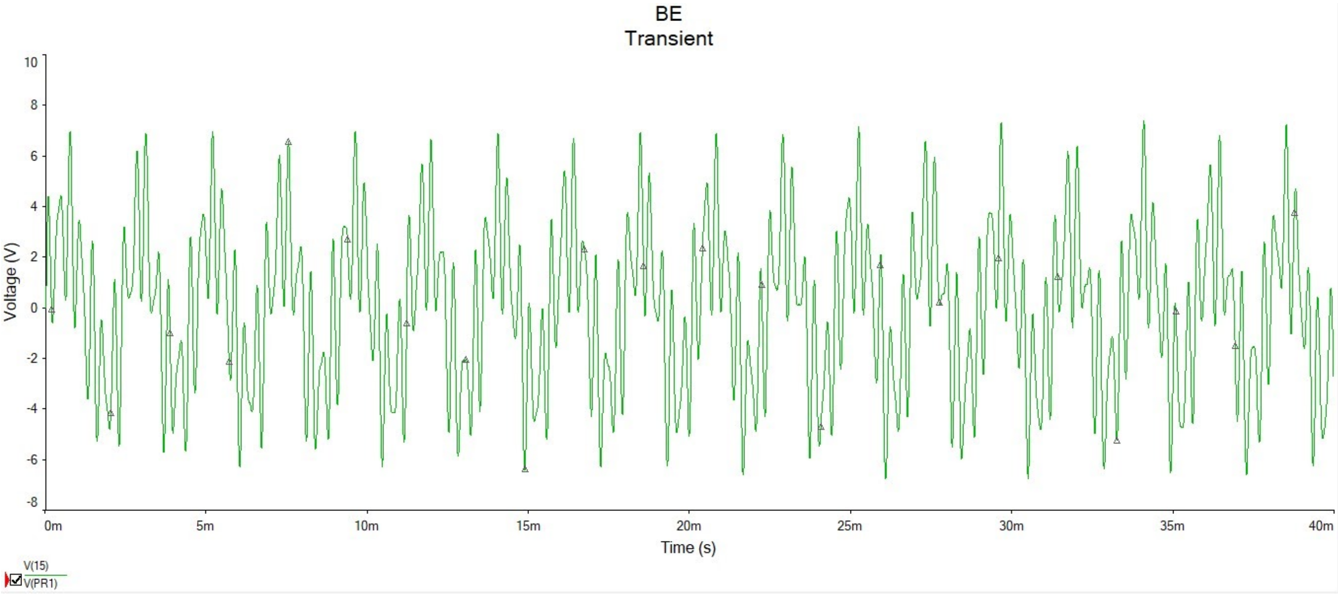
Σήμα εισόδου με Transient Analysis:



Σήμα εισόδου παλμογράφου:

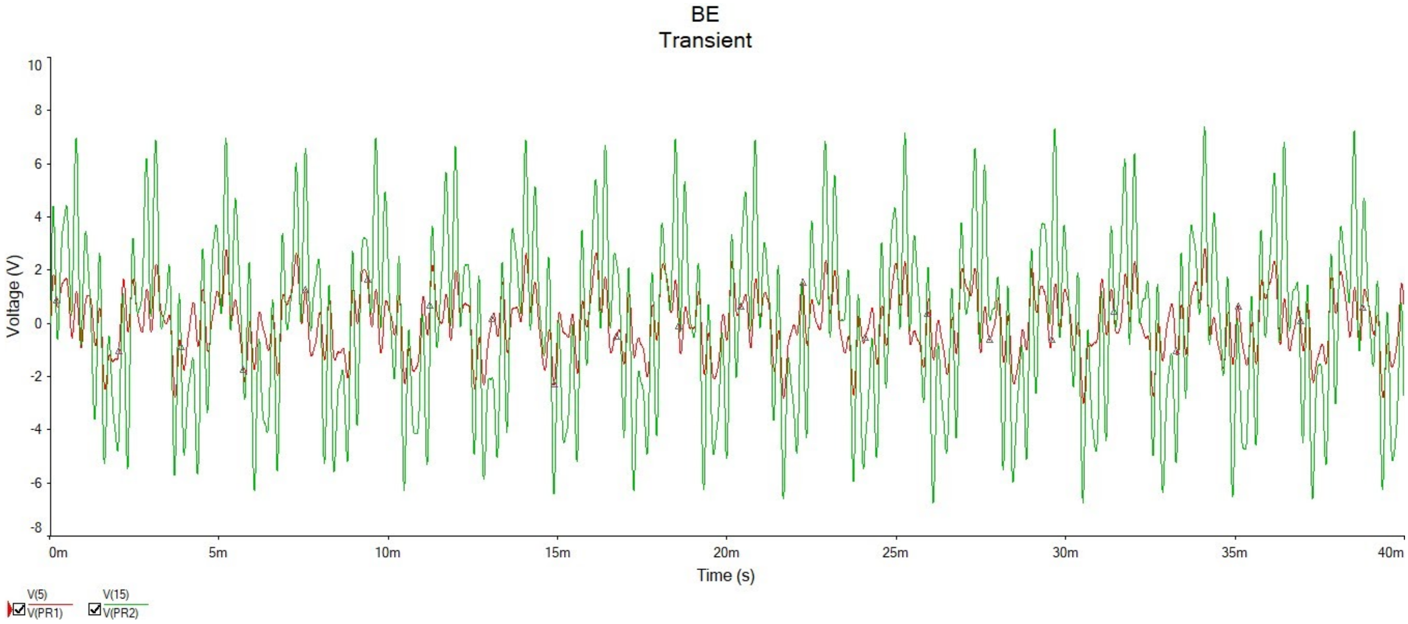


Σήμα εξόδου με Transient Analysis:

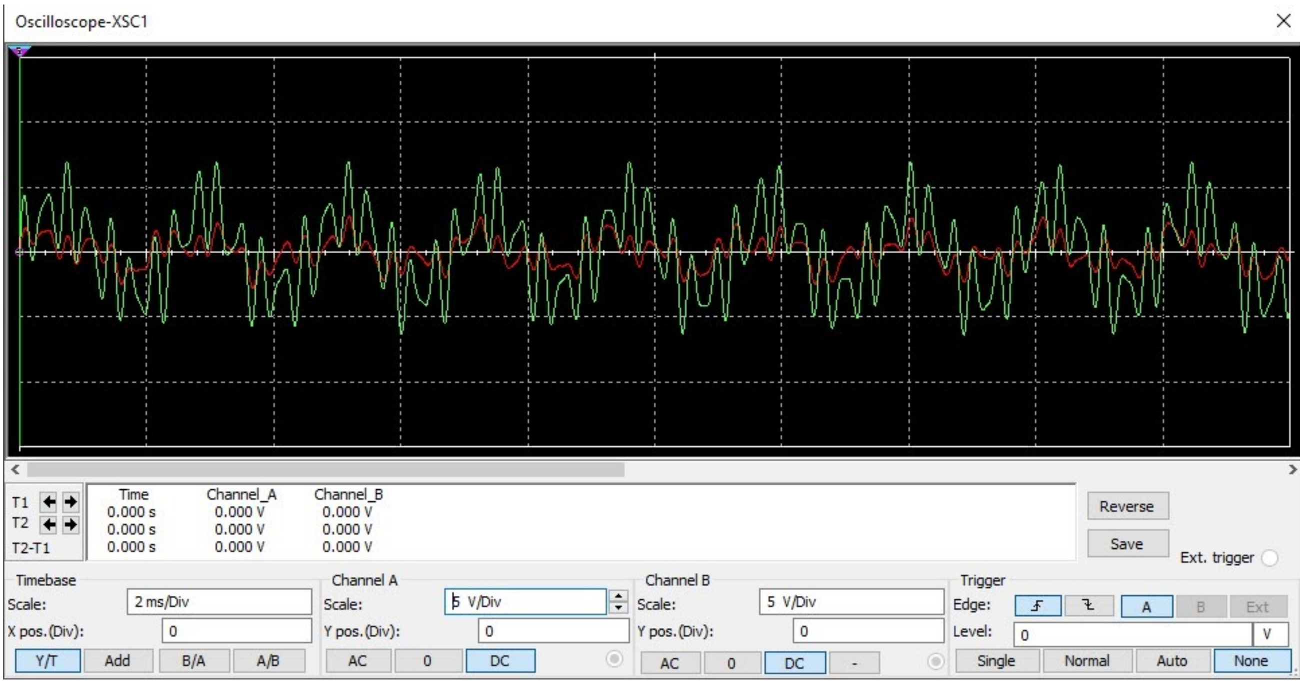


Σήμα εξόδου παλμογράφου:

Σήμα εισόδου-εξόδου με Transient Analysis:



Σήμα εισόδου-εξόδου παλμογράφου:

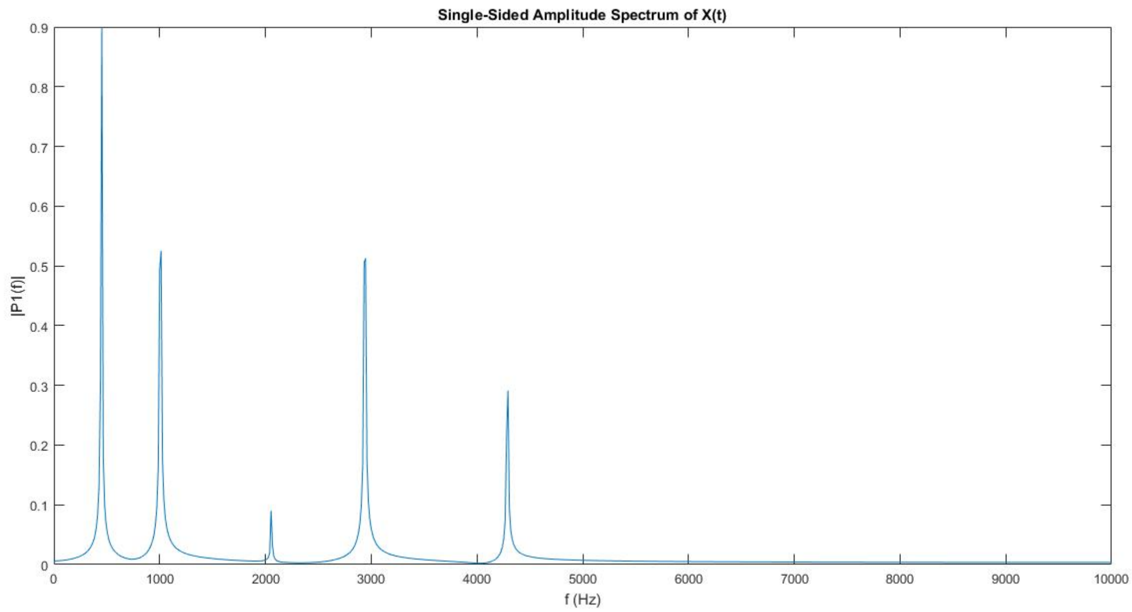


Από τις παραπάνω εικόνες παρατηρούμε πως σήμα εξόδου είναι ενισχυμένη σε σχέση με το σήμα εισόδου, όπως είχαμε προβλέψει με την θεωρητική ανάλυση κατά την ρύθμιση κέρδους του φίλτρου.

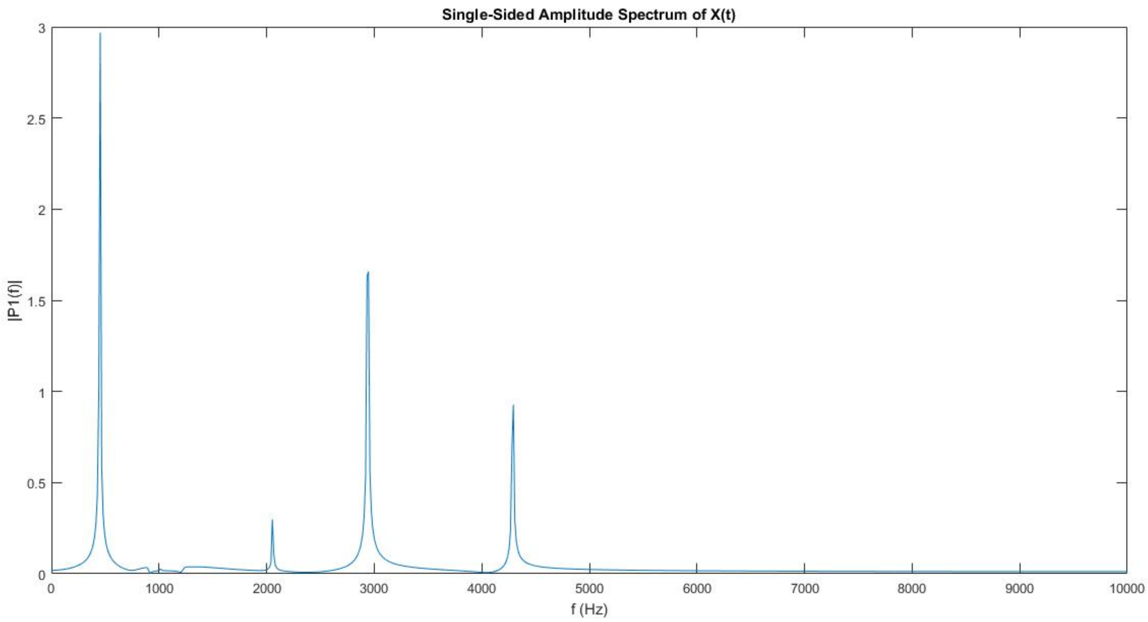
3.3. Ανάλυση Furier

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο περιμένουμε να έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

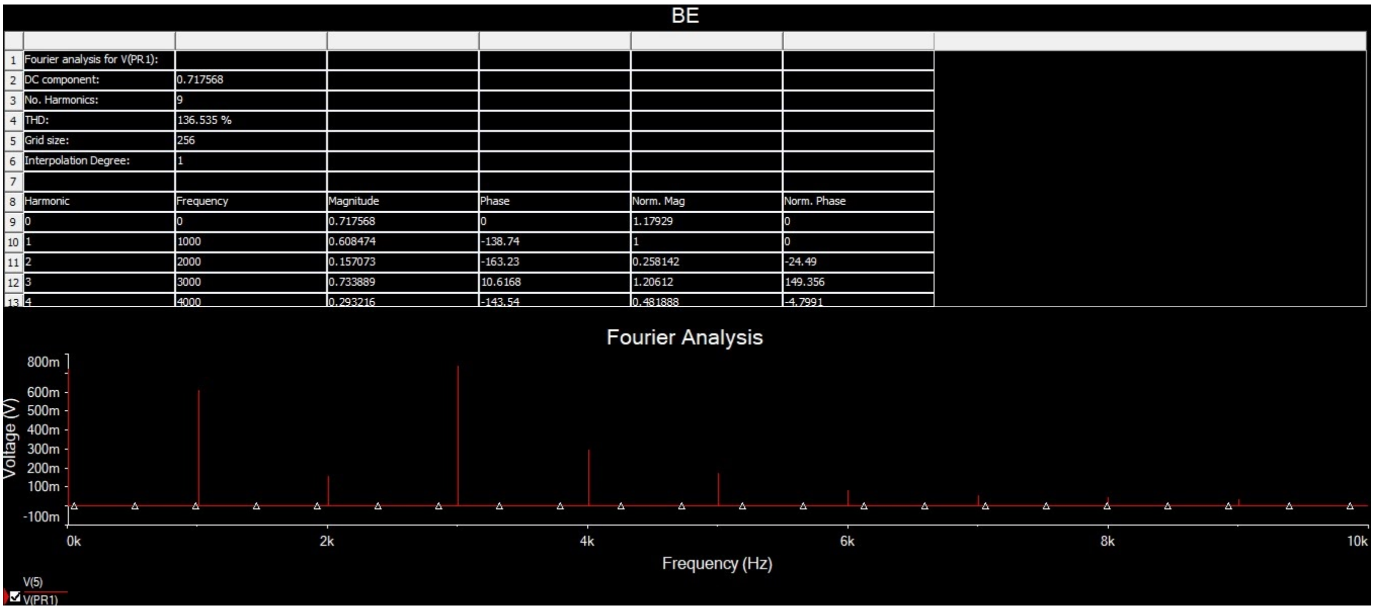
Φάσμα σήματος εισόδου από Matlab:



Φάσμα σήματος εξόδου από Matlab:



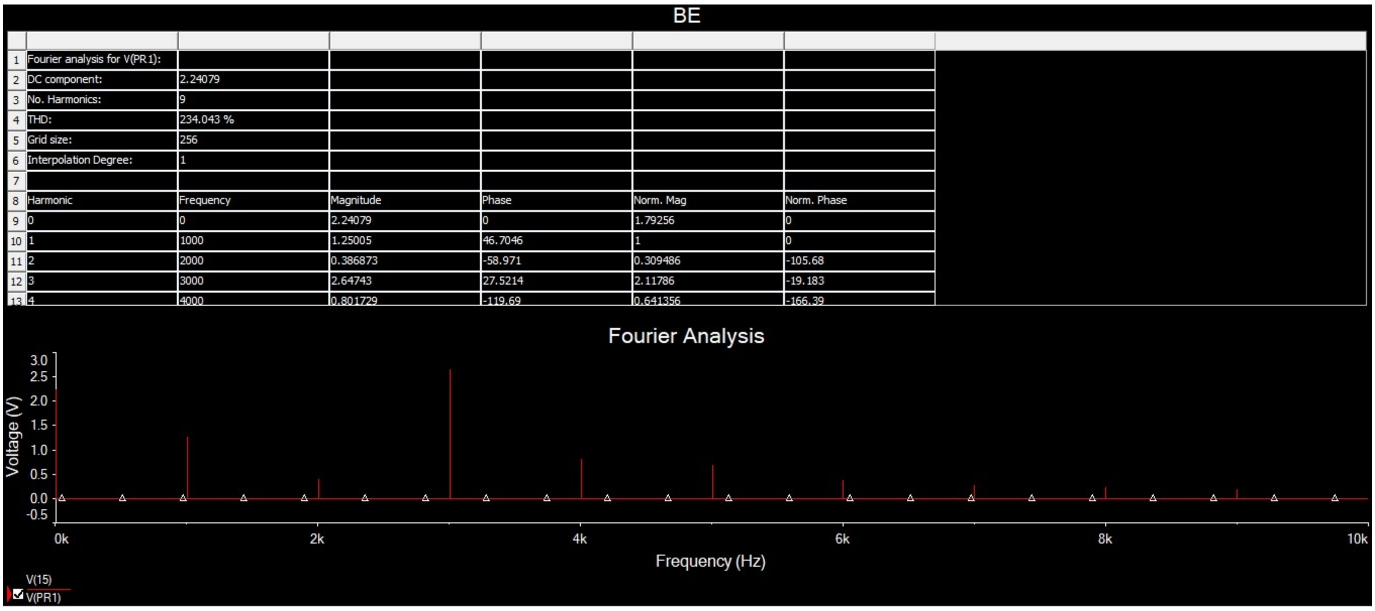
Φάσμα σήματος εισόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



BE

1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	0.717568				
3	No. Harmonics:	9				
4	THD:	136.535 %				
5	Grid size:	256				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	0.717568	0	1.17929	0
10	1	1000	0.608474	-138.74	1	0
11	2	2000	0.157073	-163.23	0.258142	-24.49
12	3	3000	0.733889	10.6168	1.20612	149.356
13	4	4000	0.293216	-143.54	0.481888	-4.7991

Φάσμα σήματος εξόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



BE

1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	2.24079				
3	No. Harmonics:	9				
4	THD:	234.043 %				
5	Grid size:	256				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	2.24079	0	1.79256	0
10	1	1000	1.25005	46.7046	1	0
11	2	2000	0.386873	-58.971	0.309486	-105.68
12	3	3000	2.64743	27.5214	2.11786	-19.183
13	4	4000	0.801729	-119.69	0.641356	-166.39

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε πως το σήμα εισόδου έχει 5 κεντρικές συχνότητες και στο σήμα εξόδου διαιρούνται όλες οι συχνότητες που δεν βρίσκονται ανάμεσα στις συχνότητες αποκοπής f1 και f2, ενώ αυτές που είναι ανάμεσα αποκόπτονται. Άρα θεωρούμε πως η λειτουργία του φίλτρου είναι επιτυχημένη. Το κύκλωμα λοιπόν λειτουργεί σωστά ως ζωνοφρακτικο αφήνοντας μόνο εκείνη την περιοχή συχνοτήτων ανέπαφη και απορρίπτοντας τις άλλες.

Εργασία 4η : Σχεδίαση Ανωδιαβατού Φίλτρου

Ανωδιαβατό Φίλτρο Chebyshev

Προδιαγραφές

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_p = 3000\ Hz,\ f_s = 1666.7Hz$

και

$a_{min} = 26.7\ dB,\ a_{max} = 0.6dB$

1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1.1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά μετατρέπουμε τις συχνότητες στις αντίστοιχες κυκλικές συχνότητες:

$\omega_p\ = 6597{,}3\ rad/sec$

$\omega_s\ = 5654{,}9\ rad/sec$

Χρησιμοποιούμε τις παραπάνω προδιαγραφές ώστε να βγάλουμε τις αντίστοιχες κανονικοποιημένες προδιαγραφές του κατωδιαβατού φίλτρου:

Συχνότητες:

$\Omega_p = 1$ και $\Omega_s = 1.8$

Η τάξη του φίλτρου που απαιτείται:

$$n = \frac{\log\left[\frac{\left(10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1\right)}{\left(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1\right)}\right]}{2\log\Omega_s} = 3.9$$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αλλά 3.9 στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο.

$$\boldsymbol{n = 4}$$

Υπολογίζω το ε και α:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} = 0.4073\,,\ \alpha = \frac{1}{n}\sinh^{-1}\frac{1}{\varepsilon} = 0.4076$$

Υπολογίζω την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο:

$$\Omega_{hp} = \cosh\left[\frac{1}{n}\cosh^{-1}\left(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}\right] = 0.99$$

Για n=4 οι γωνίες Butterworth βρίσκονται: $\psi_{1,2} = \pm 22.5°$, $\psi_{3,4} = \pm 67.5°$. Οι πόλοι του Chebyshev προκύπτουν μέσω των γωνιών του Butterworth από τον τύπο ($p_k = -\sinh a \cdot \cos\psi_k + j \cdot \cosh a \cdot \sin\psi_k$)

ψ_κ	Q	p_k	Ω_κ
$\pm \mathbf{22.5°}$	0.733	$-0.3871 \pm 0.414i$	0,5674
$\pm \mathbf{67.5°}$	3,1635	$-0.1603 \pm 1.001i$	1.0144

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον ευθύ μετασχηματισμό συχνότητας για να μεταφερθούμε από την κατωδιαβατή συνάρτηση μεταφοράς στην ανωδιαβατή συνάρτηση μεταφοράς. Θα υπολογίσουμε δηλαδή τους πόλους της ανωδιαβατής συνάρτησης μεταφοράς Chebyshev.

Η συχνότητα ημίσειας ισχύος της ανωδιαβατής συνάρτησης:

$$\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = \frac{18850}{0.99} = 19040.4 rad/s$$

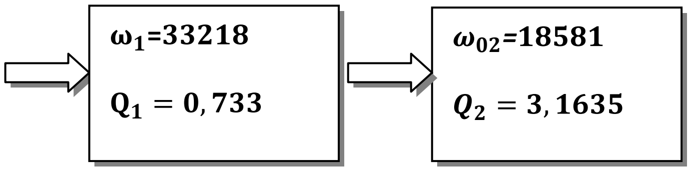
Αντιστρέφοντας λοιπόν, τους πόλους παίρνουμε για τους πόλους:

$$\omega_1 = \frac{\omega_p}{\Omega_1} = 33218\, rad/s$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_p}{\Omega_2} = 18581 rad/s$$

Οπότε οι πόλοι βρίσκονται πάνω σε κύκλο με ακτίνα $\omega_1 = 33218$ και $\omega_2 = 18581$ αντίστοιχα. Από την εφαρμογή του μετασχηματισμού προκύπτουν 4 μηδενικά στην αρχή των αξόνων.

Η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί αποτελείται από 2 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω:



1.2. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα χρησιμοποιηθούν τα ανωδιαβατά κυκλώματα Sallen-Key με βάση τη στρατηγική 1.

ΜΟΝΑΔΑ (Ι)

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$

$R_1 = R_2 = 1$

$C_1 = C_2 = 1$

$k_1 = 3 - \frac{1}{Q} = 1.6357$

$r_{11} = 1, r_{12} = 2 - \frac{1}{Q} = 0.6357$

Κλιμακοποίηση:

Για $\omega_0 = 33218\, rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 33218$ και $k_m = 30.1038$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = R_2 = 30.1038\Omega$, $C_1 = C_2 = 1\mu F$

$r_{11} = 30.10383\,\Omega$, $r_{12} = 19.1363\,\Omega$

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)

Θεωρούμε $\omega_0 = 1$

$R_1 = R_2 = 1$

$C_1 = C_2 = 1$

$k_2 = 3 - \frac{1}{Q} = 2.6839$

$r_{21} = 1, r_{22} = 2 - \frac{1}{Q} = 1.6839$

Κλιμακοποίηση:

Για $\omega_0 = 18581 rad/sec$ θέλω να έχω τουλάχιστον ένα πυκνωτή ίσο με $C = 1\mu F$:

$k_f = \omega_0 = 18581$ και $k_m = 53.818$

Για τις πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζω με k_m

$R_1 = R_2 = 53.818\Omega$, $C_1 = C_2 = 1\mu F$

$r_{11} = 53.818\Omega$, $r_{12} = 90.6237\ \Omega$

1.3. Ρύθμιση κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0 dB στο dc. Η κάθε μία από τις δύο μονάδες έχει κέρδος k = 1, άρα το συνολικό κέρδος του φίλτρου είναι $K_{ολ} = k_1 \cdot k_2 = 4.39$.

Λύνοντας την εξίσωση $20 \log aK = 10 <=> aK = 10^{1/2} = 3.1622 <=> a = 0.7203$

Αυτό το επιτυγχάνουμε χρησιμοποιώντας μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $\frac{R_2}{R_1} = 0.7203$.

Επιλέγουμε $R_1 = 1\ k\Omega$ οπότε $R_2 = 720.33\ \Omega$.

Επειδή όμως η αναστρέφουσα συνδεσμολογία προκαλεί και αναστροφή φάσης, προσθέτω στο τέλος μια ακόμα αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 και στοιχεία *R1=R2=1kΩ.*

1.4. Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

- Η συνάρτηση μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_1(s) = k_1 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1} s + \omega_1^2} = 1.6357 \frac{s^2}{s^2 + 45317.87s + 33218^2}$$

- Η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας είναι:

$$T_2(s) = k_2 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2} s + \omega_2^2} = 2.6839 \frac{s^2}{s^2 + 5873.5s + 18581^2}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev είναι:

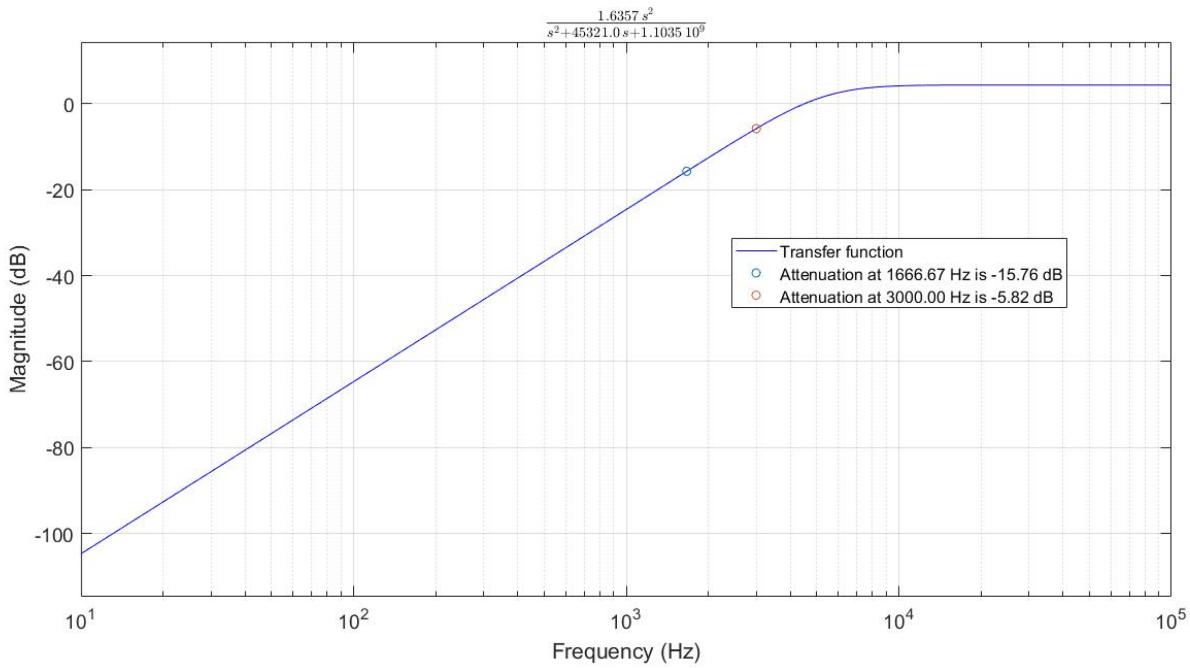
$$T_{HP}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

$$T_{HP}(s) = 0.7203 \cdot 1.6357 \frac{s^2}{s^2 + 45317.87s + 33218^2} \cdot 2.6839 \frac{s^2}{s^2 + 5873.5s + 18581^2}$$

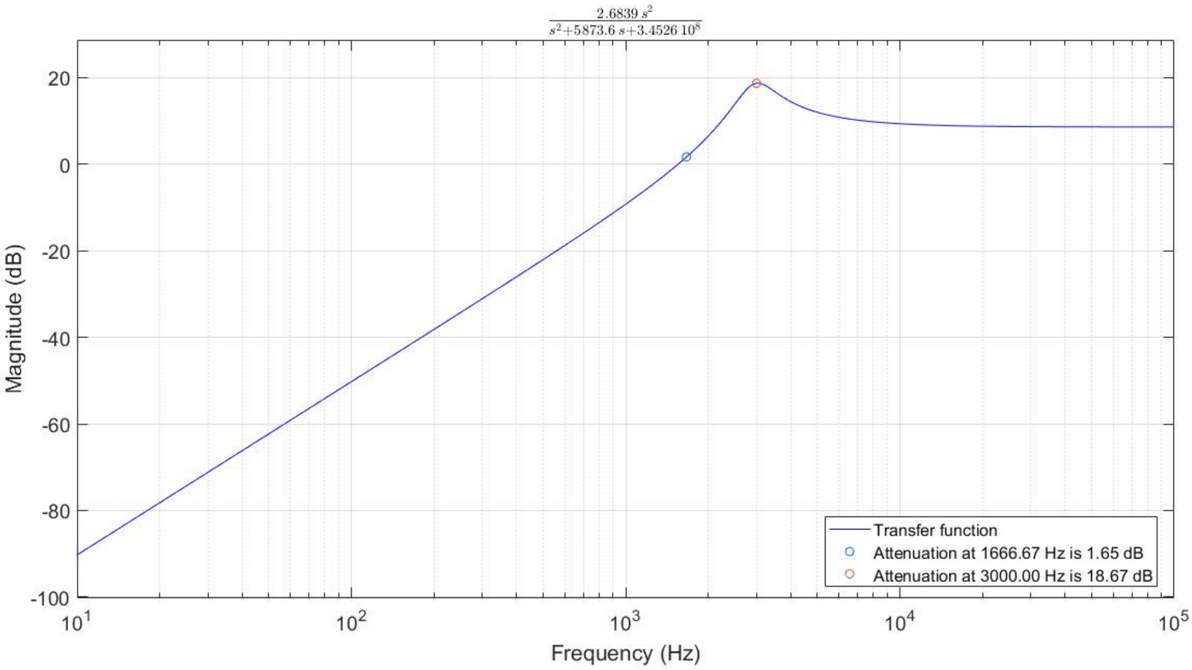
2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

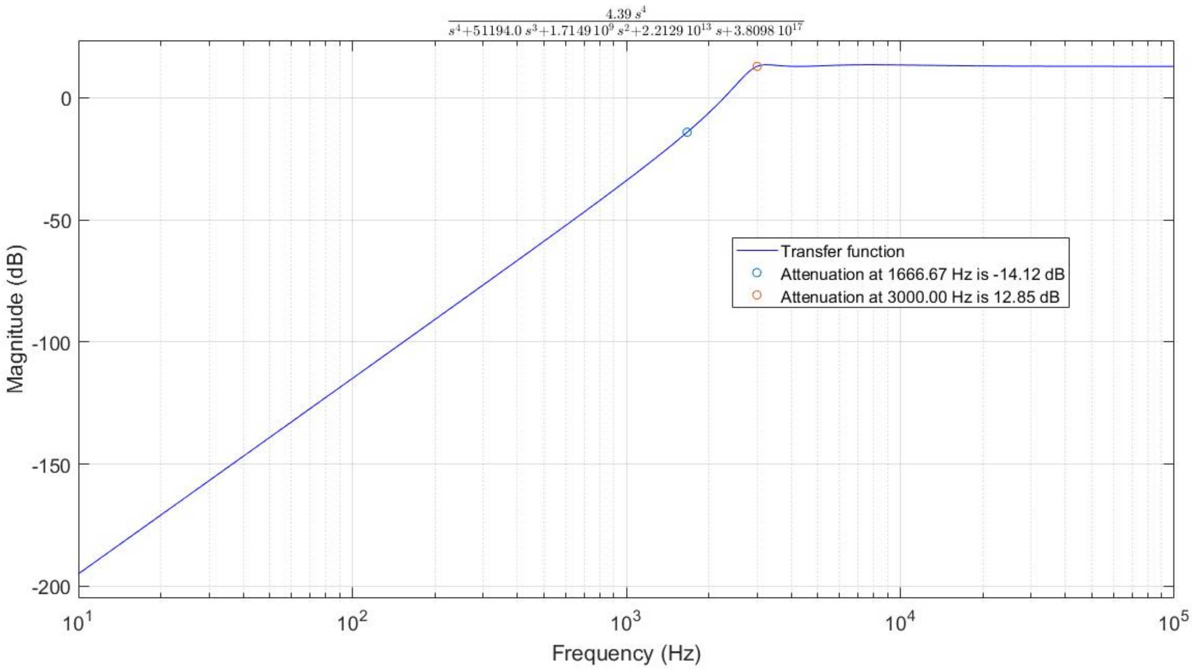
- 1^{η} Μονάδα:



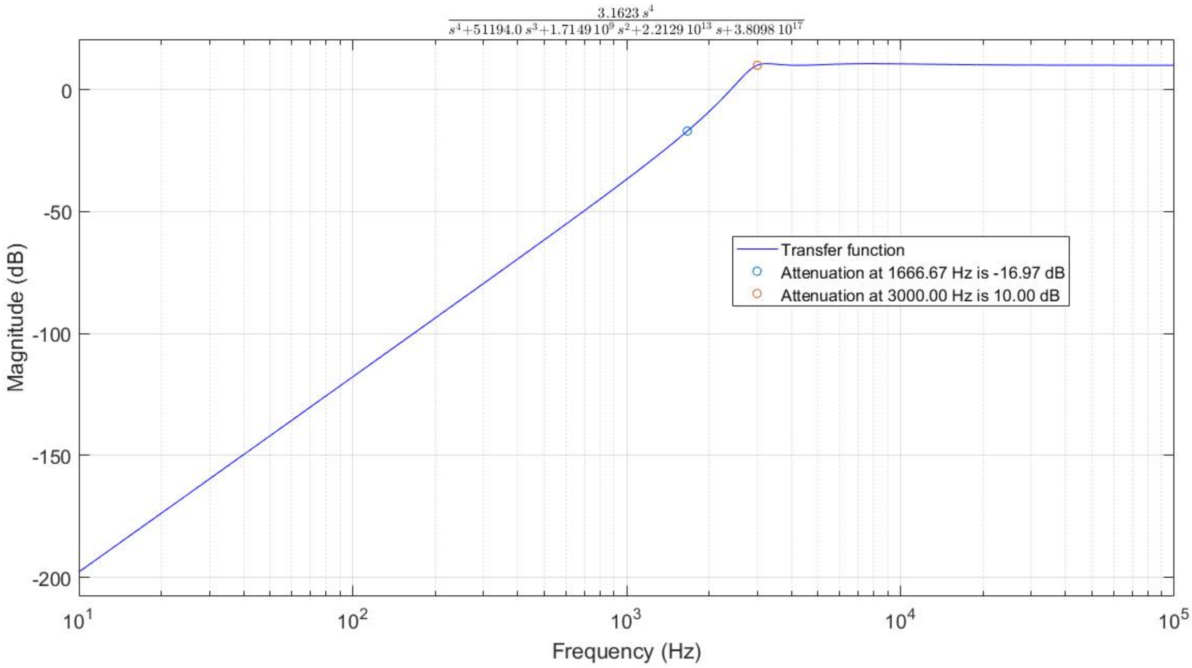
- $2^η$ Μονάδα:



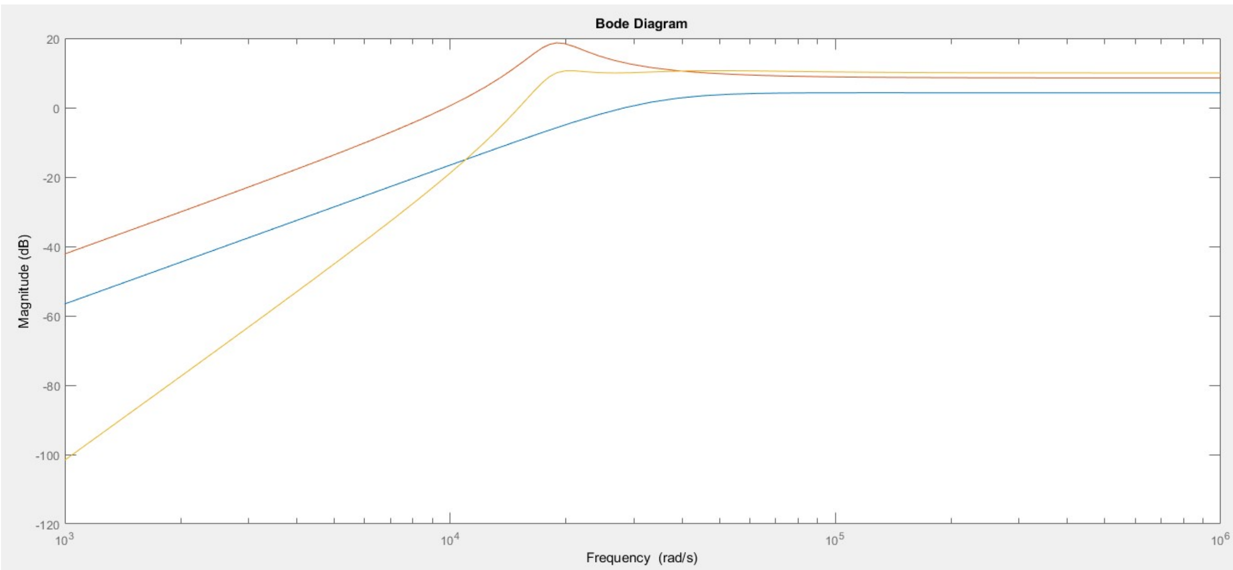
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας πριν την ρύθμιση κέρδους.



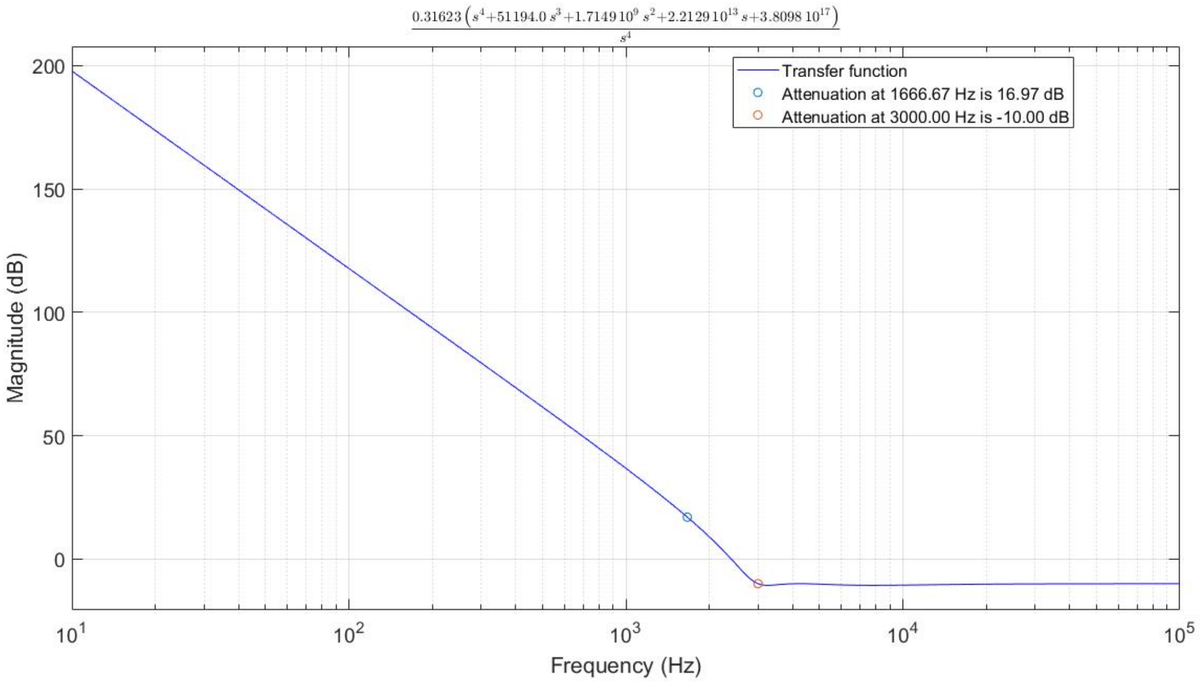
Συνολική συνάρτηση μεταφοράς μετά την ρύθμιση κέρδους στα 10dB.



Παρακάτω βλέπουμε τις αποκρίσεις των μονάδων και της τελικής συνάρτησης μεταφοράς , σε ένα κοινό διάγραμμα Bode:



Τέλος, βλέπουμε το γράφημα της απόσβεσης τις συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φιλτρου:



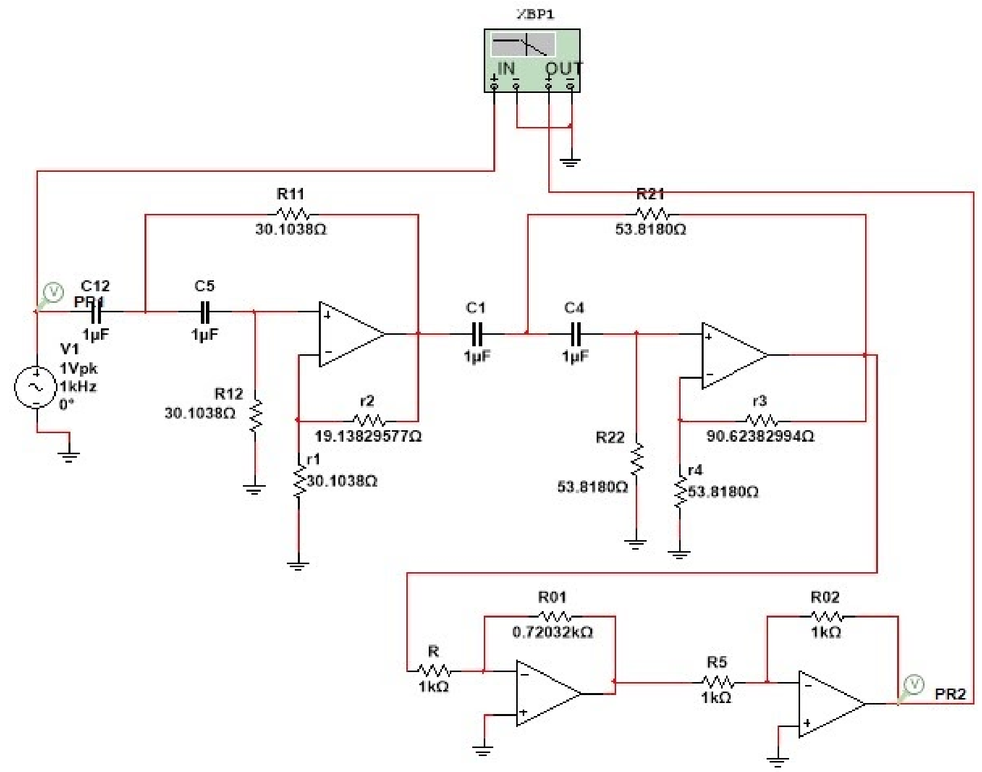
Στο παραπάνω διάγραμμα σημειώνονται οι κρίσιμες συχνότητες της συνάρτησης fs, fp όπως και τα αντίστοιχα κέρδη. Παρατηρούμε πως πληρούνται όλες τις προδιαγραφές της εκφώνηση λαμβάνοντας υπόψη και την ρύθμιση του κέρδους.

Συγκεκριμένα αρχικά έχουμε κέρδος 10 dB όπως ζητήθηκε στην εκφώνηση. Για την συχνότητα fp = 3000Hz έχουμε α= −10+10 = 0dB, δηλαδή α<amax=0,66dB . Για την συχνότητες fs = 1666,7Hz έχουμε α=16,97+10=26,97dB, αρα α>αmax=26,77dB.

3. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim

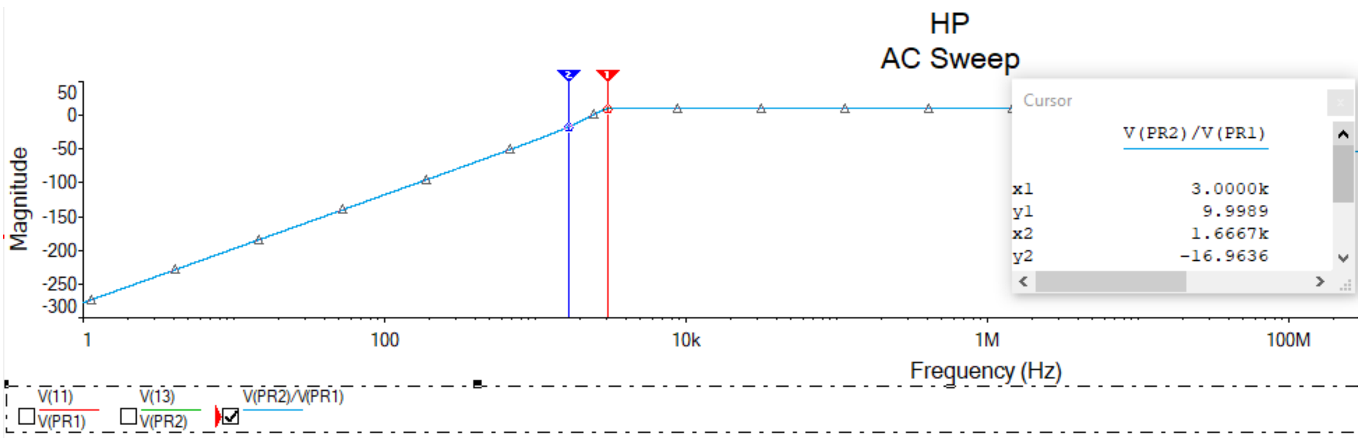
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας με βάση τις στρατηγικές σχεδίασης του φίλτρου, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν όπως τις δύο μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



3.1. Απόκριση του φίλτρου

Με την βοήθεια του Bode Plotter και με την χρήση της AC Analysis παίρνουμε το διαγράμμα με τις κρίσιμες συχνότητες.



Από το παραπάνω διαγράμμα παρατηρούμε πως πληρούνται οι προδιαγραφές της εκφώνησης. Συγκεκριμένα, για τις συχνωτητες fs, fp το κέρδος είναι 9.99 και 16,93 αντίστοιχα, άρα η προδιαγραφή του $a_{max} = 0{,}66dB$ καθώς και η προδιαγραφή $a_{min} = 16.77dB$ ικανοποιείται με μια πολύ μικρή απόκλιση λόγο της χαμηλής ακρίβειας των τιμών σε σχέση με το Matlab.

3.2. Περιοδικό σήμα εισόδου

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή διέγερσης με περιοδικό σήμα το οποίο αποτελεί ένα άθροισμα συνημιτόνων όπως ζητήθηκε από την εκφώνηση.

$$f(t) = \cos[0.2\omega_s]t + 0.6\cos[0.7\omega_s]\,t + 1.5\cos\left(1.6\omega_p t\right) + 0.7\cos\left(2.4\omega_p t\right) + 0.4\cos(5\omega_p t)$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

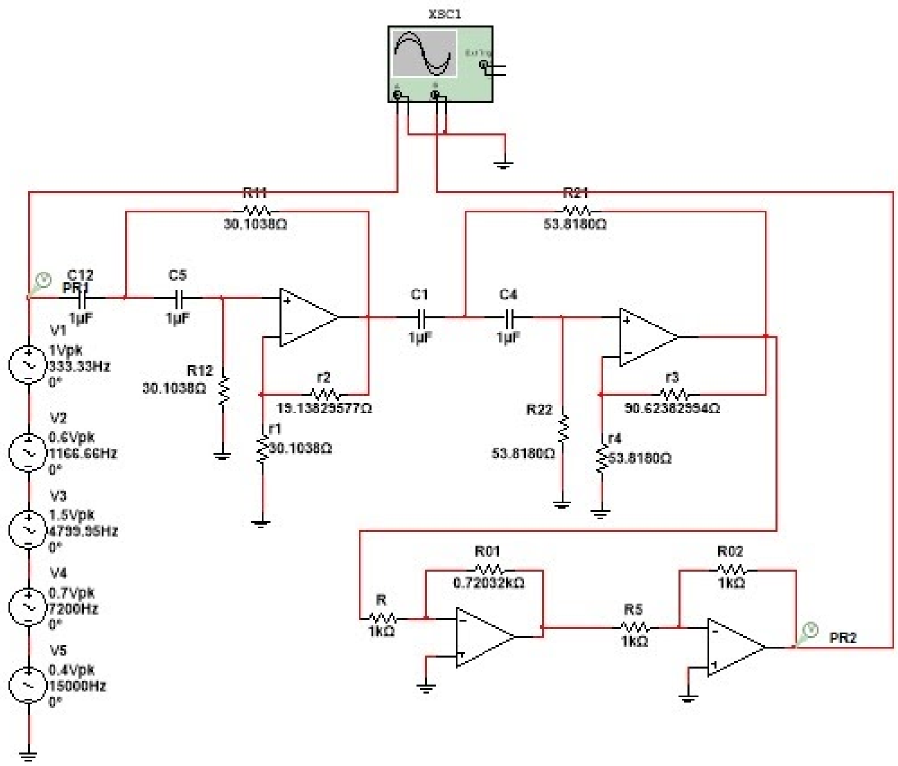
$$f(t) = \cos(2094.4t) + 0.6\cos(7330.4\,t) + 1.5\cos(30159t) + 0.7\cos(45239t) + 0.4\cos(94248t)$$

Οι συχνότητες για τις πηγές είναι:

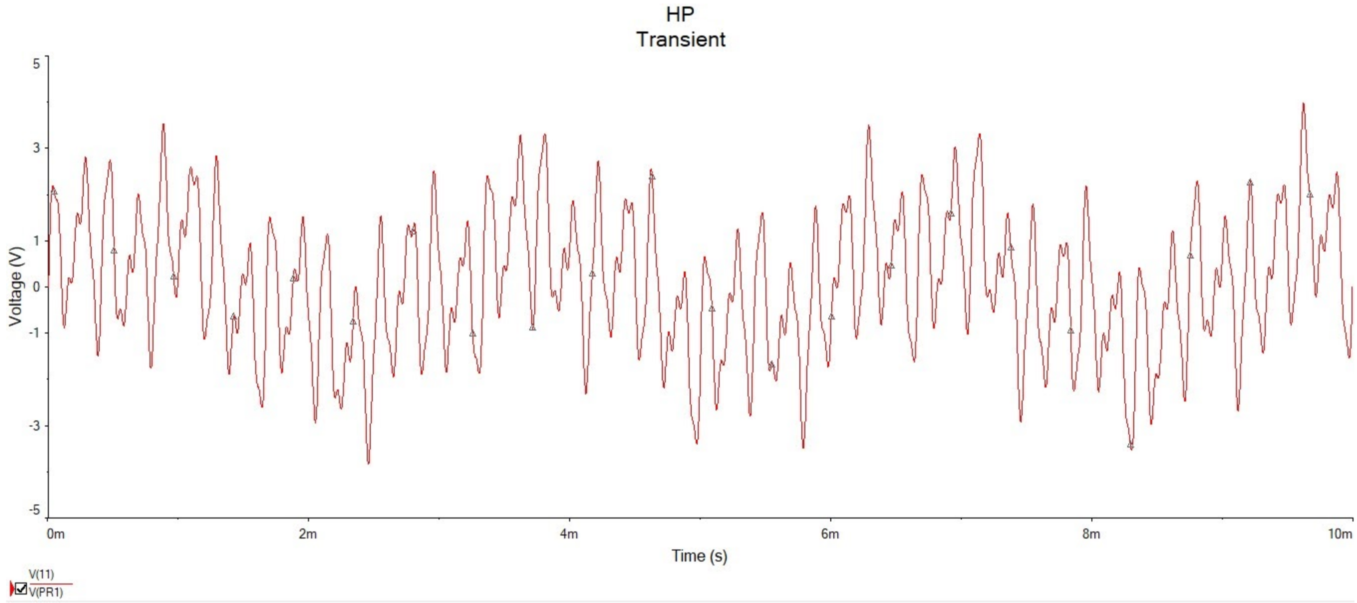
$f_0 = 333.33Hz,\qquad f_1 = 1166.66Hz,\qquad f_2 = 4799.95Hz,\qquad f_3 = 7200Hz,$

$f_4 = 15000Hz$

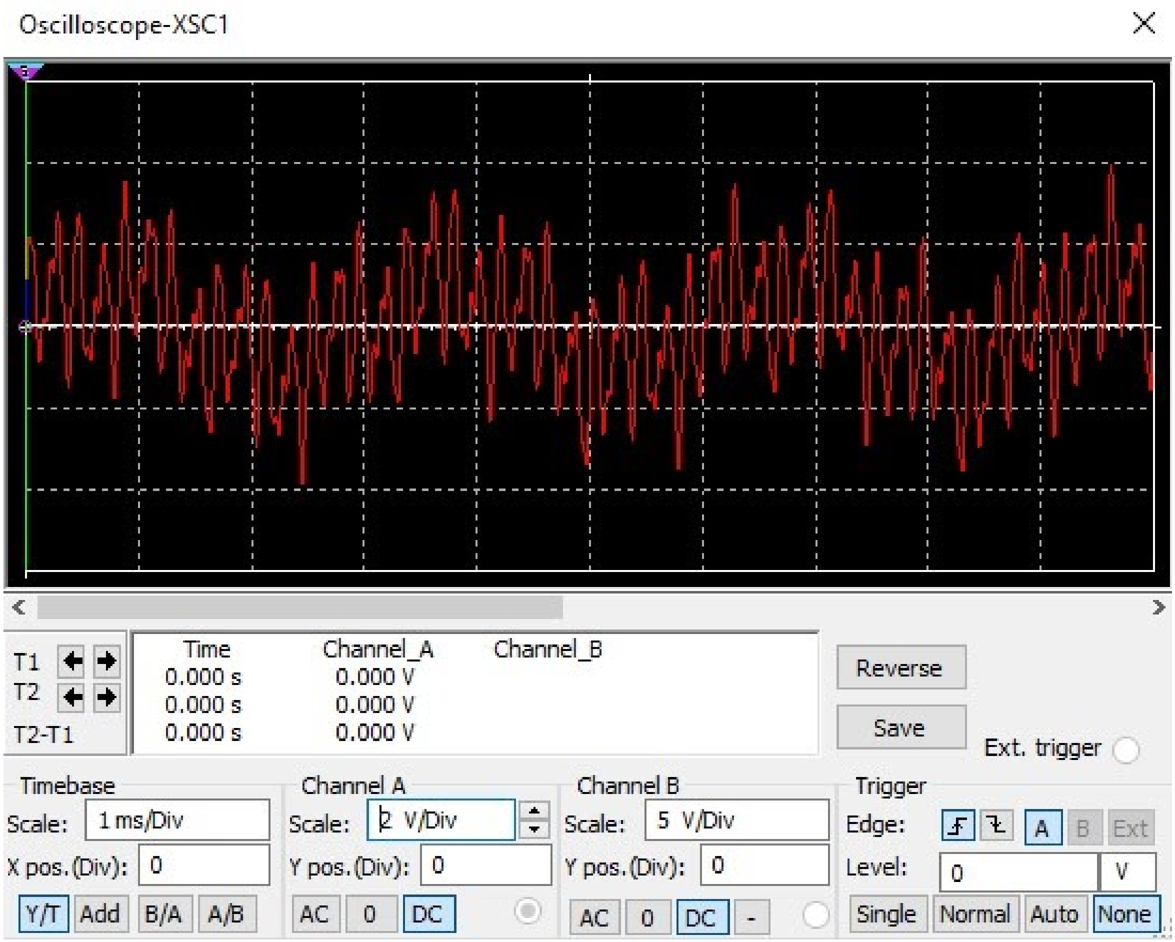
Βάζουμε τις 5 πηγές και παίρνουμε το κύκλωμα:



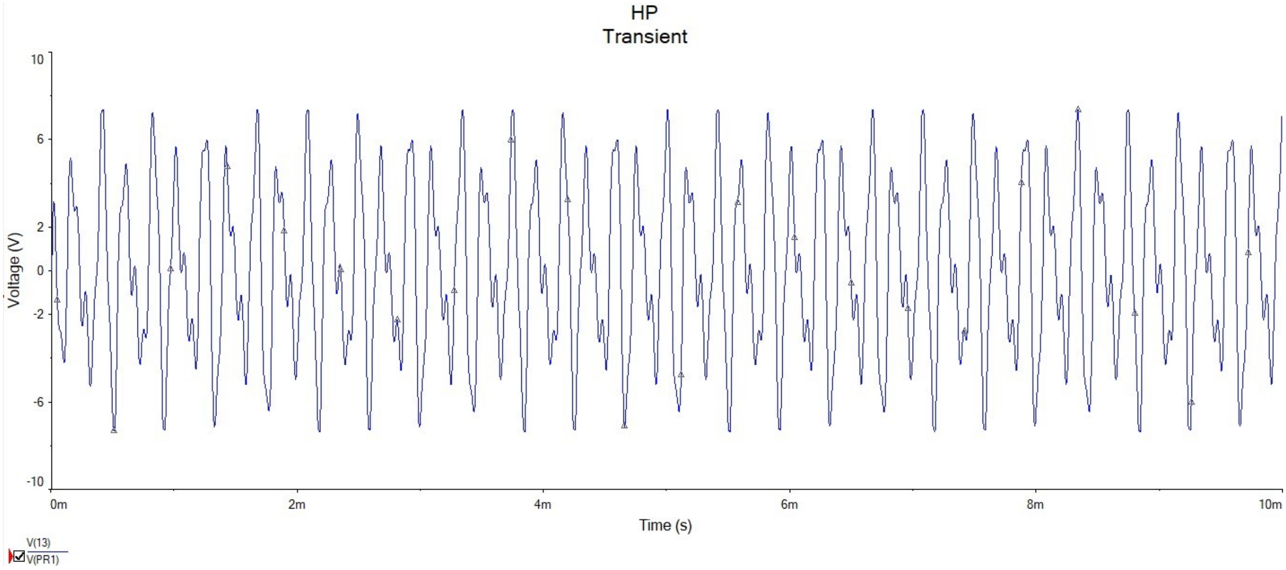
Σήμα εισόδου με Transient Analysis:



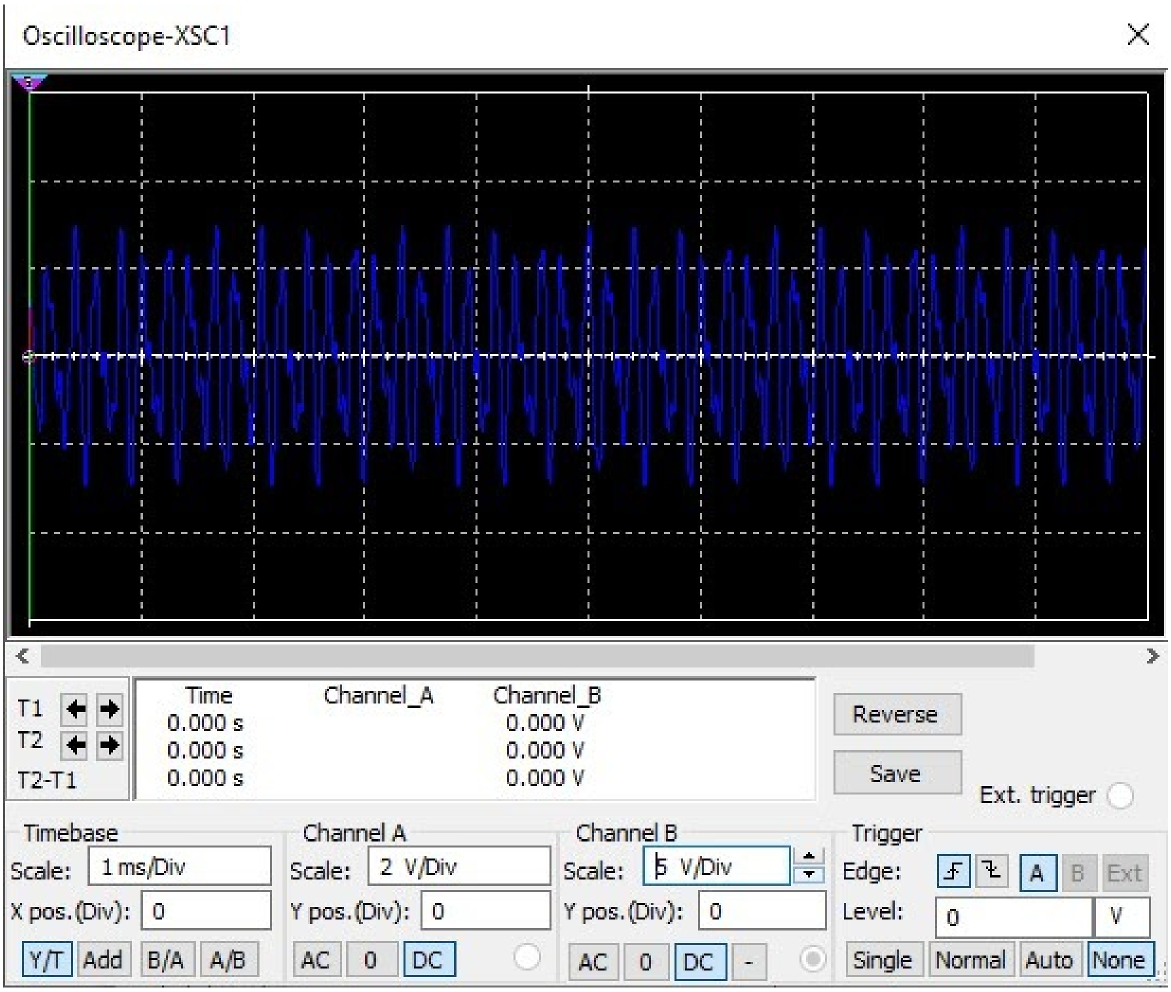
Σήμα εισόδου παλμογράφου:



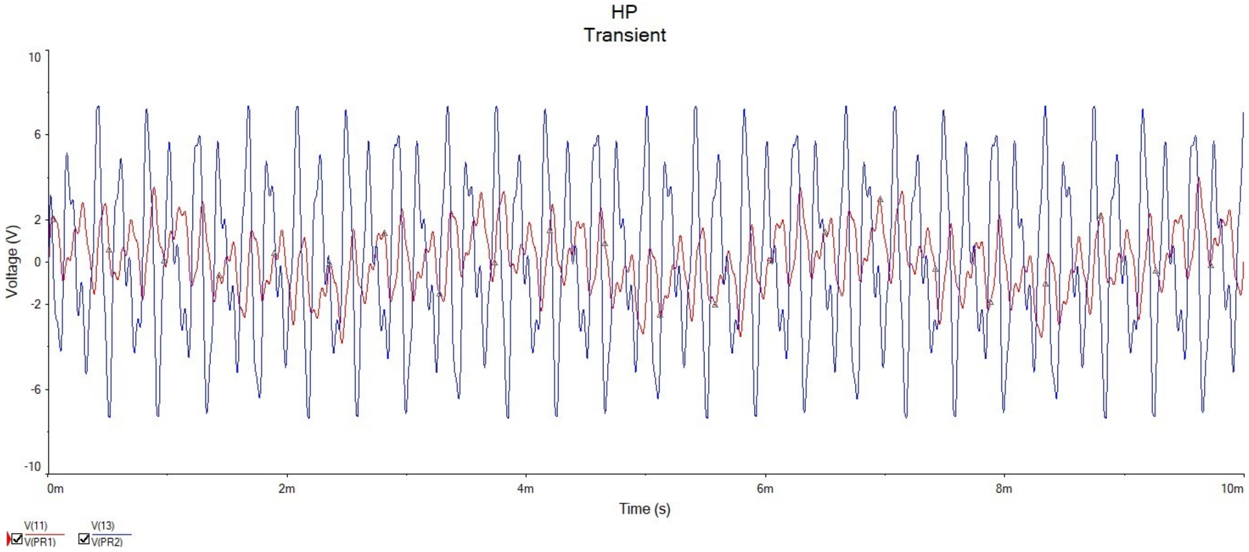
Σήμα εξόδου με Transient Analysis:



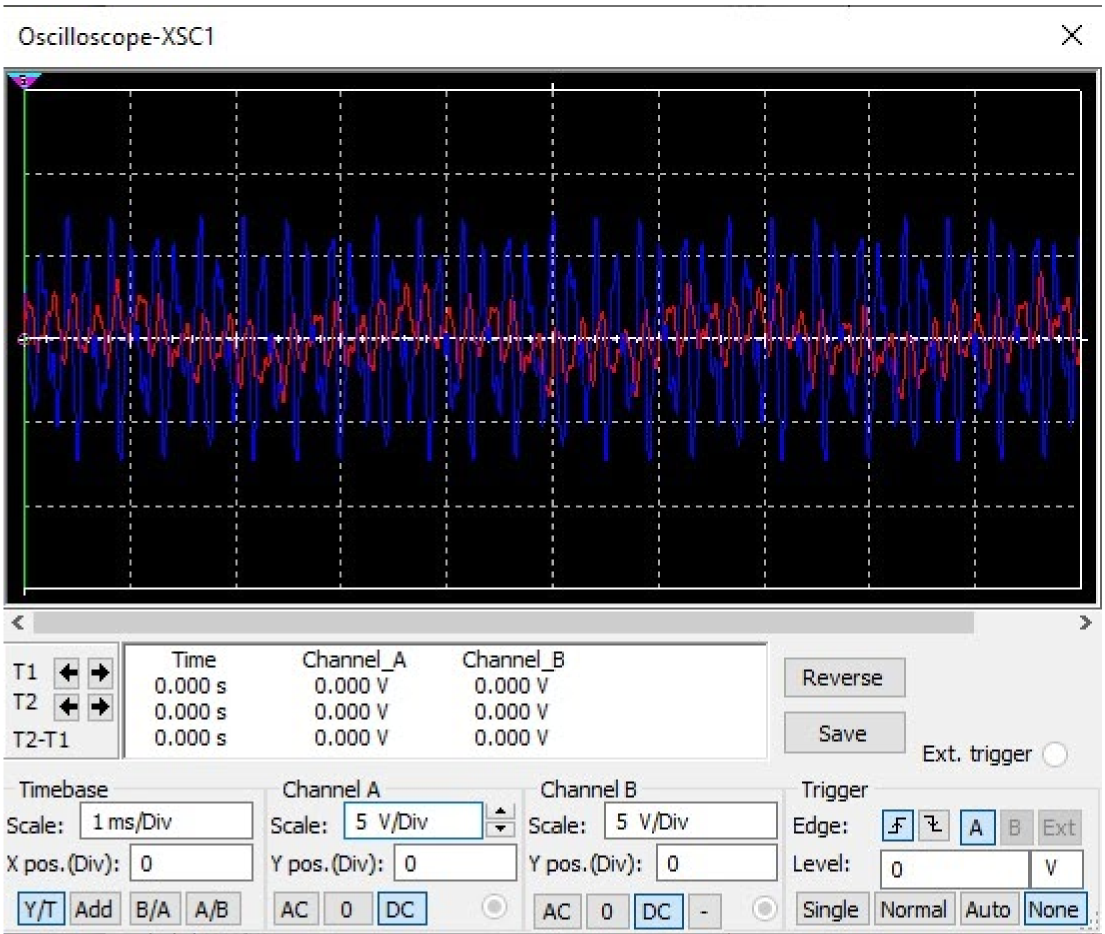
Σήμα εξόδου παλμογράφου:



Σήμα εισόδου-εξόδου με Transient Analysis:



Σήμα εισόδου-εξόδου παλμογράφου:

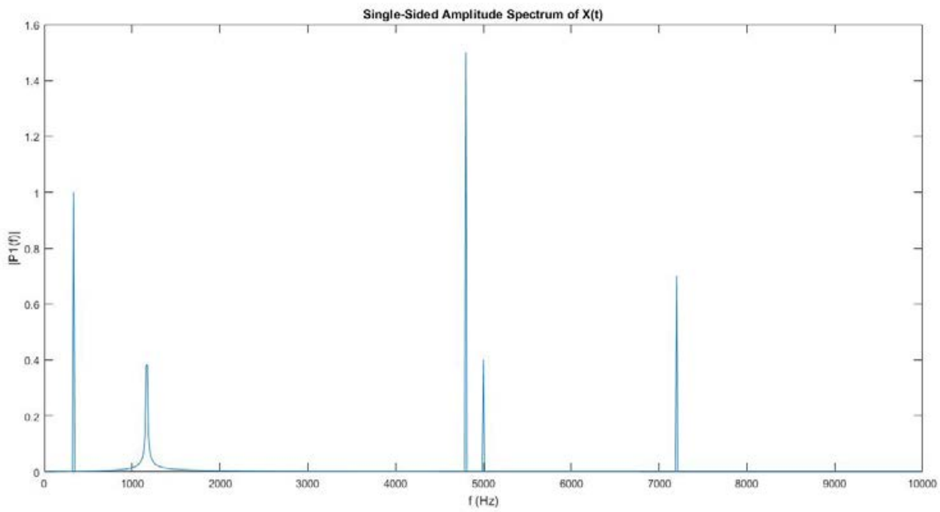


Από τις παραπάνω εικόνες παρατηρούμε πως σήμα εισόδου είναι κατά πολύ μικρότερο σε πλάτος από το σήμα εξλοδου, όπως είχαμε προβλέψει με την θεωρητική ανάλυση κατά την ρύθμιση κέρδους του φίλτρου, όπου χρειάστηκε να κάνουμε μεγάλη απόσβεση.

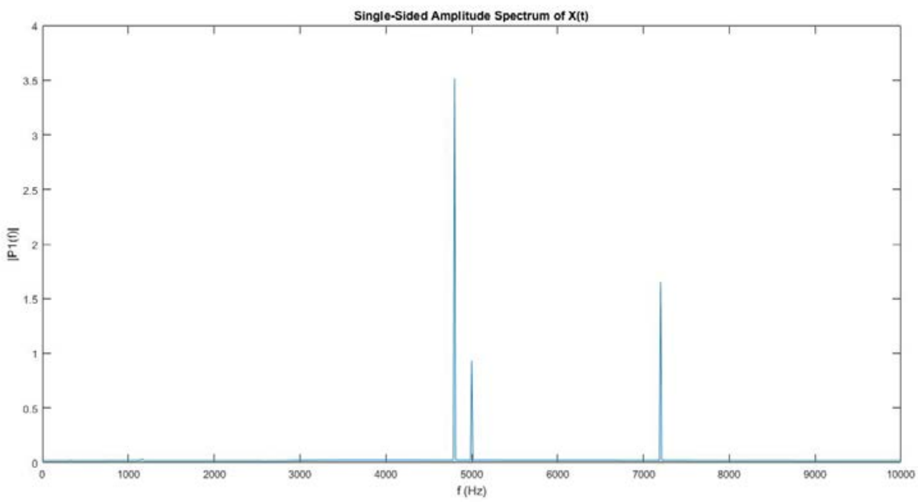
3.3. Ανάλυση Furier

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο περιμένουμε να έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

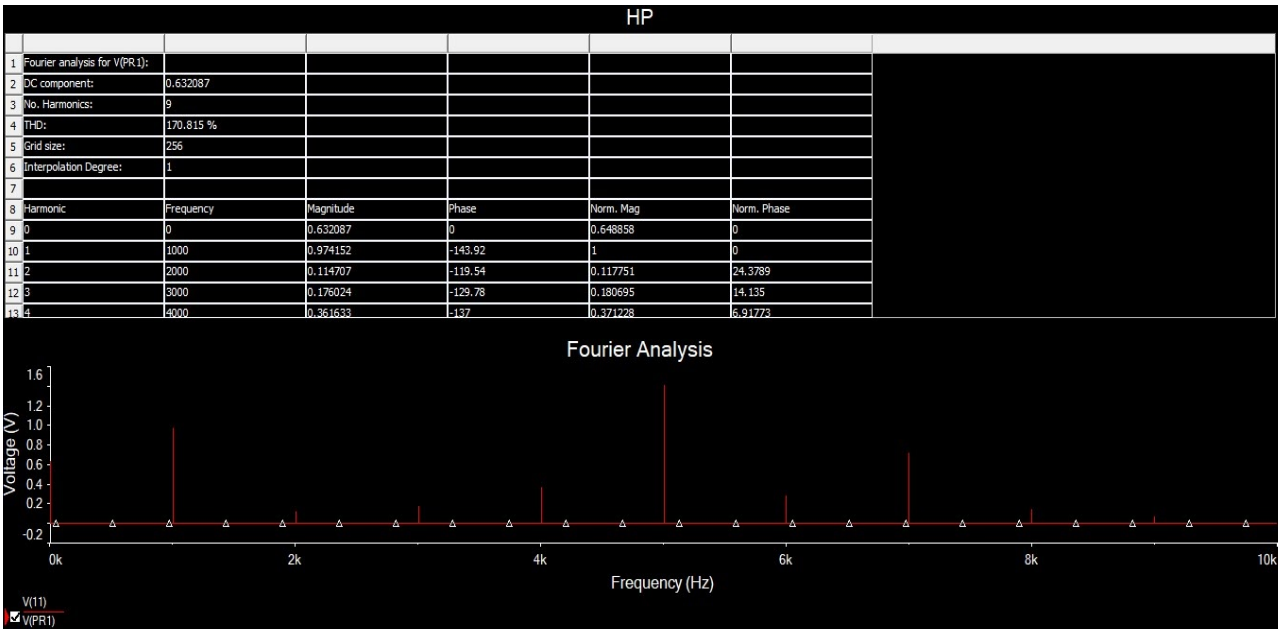
Φάσμα σήματος εισόδου από Matlab:



Φάσμα σήματος εξόδου από Matlab:

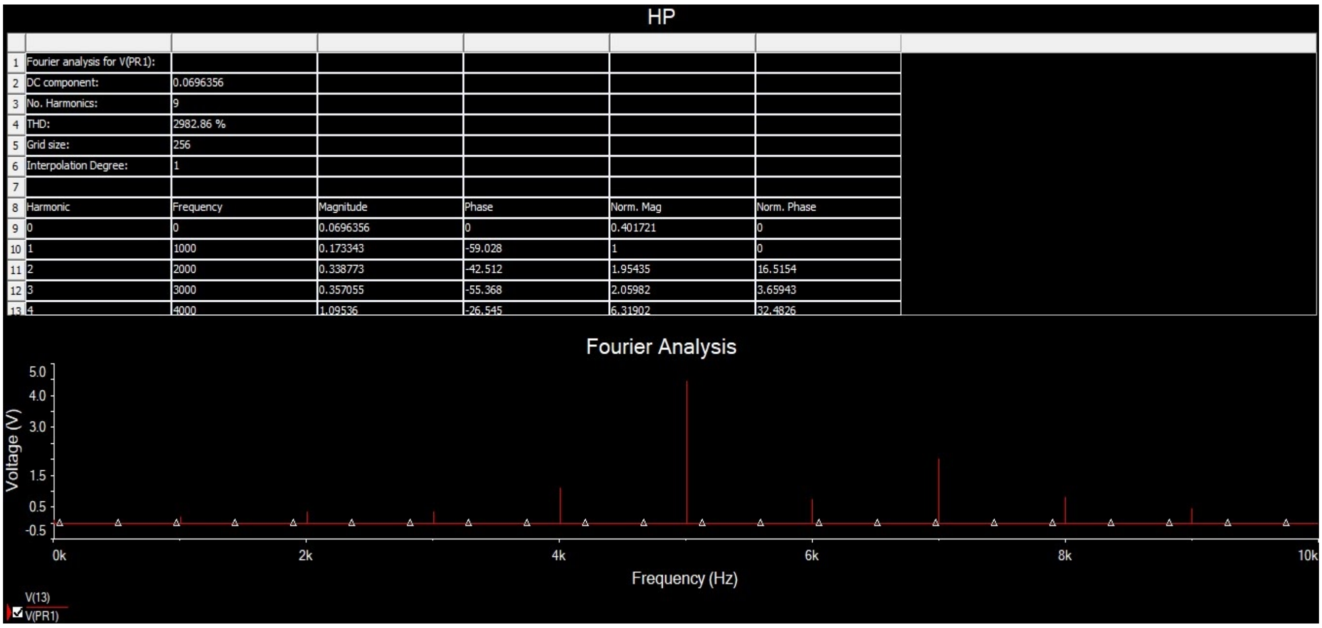


Φάσμα σήματος εισόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	0.632087				
3	No. Harmonics:	9				
4	THD:	170.815 %				
5	Grid size:	256				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	0.632087	0	0.648858	0
10	1	1000	0.974152	-143.92	1	0
11	2	2000	0.114707	-119.54	0.117751	24.3789
12	3	3000	0.176024	-129.78	0.180695	14.135
13	4	4000	0.361633	-137	0.371228	6.91773

Φάσμα σήματος εξόδου από Fourier Analysis στο Multisim:



1	Fourier analysis for V(PR1):					
2	DC component:	0.0696356				
3	No. Harmonics:	9				
4	THD:	2982.86 %				
5	Grid size:	256				
6	Interpolation Degree:	1				
7						
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag	Norm. Phase
9	0	0	0.0696356	0	0.401721	0
10	1	1000	0.173343	-59.028	1	0
11	2	2000	0.338773	-42.512	1.95435	16.5154
12	3	3000	0.357055	-55.368	2.05982	3.65943
13	4	4000	1.09536	-26.545	6.31902	32.4826

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε πως στο σήμα εξόδου αποκόπτονται σημαντικά όλες οι συχνότητες εκτός από εκείνες στις υψηλές συχνότητες. Το κύκλωμα λοιπόν λειτουργεί σωστά ως ανωδιαβατό απορρίπτοντας τις χαμηλές συχνότητες. Παρατηρώ πως τα αποτελέσματα και των δύο προγραμμάτων είναι σχεδόν όμοια και είμαστε πλήρως ικανοποιημένοι από το φίλτρο που σχεδιάστηκε.