

Vorlesung



Programmieren I und II

Unit 5

Rekursive Programmierung und rekursive Datenstrukturen,

Lambda-Ausdrücke und Streams



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

1

Disclaimer



Zur rechtlichen Lage an Hochschulen:

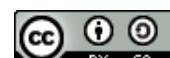
Dieses Handout und seine Inhalte sind durch den Autor selbst erstellt. Aus Gründen der Praktikabilität für Studierende lehnen sich die Inhalte stellenweise im Rahmen des Zitatrechts an Lehrwerken an.

Diese Lehrwerke sind explizit angegeben.

Abbildungen sind entweder selber erstellt, als Zitate kenntlich gemacht oder unterliegen einer Lizenz, die nicht die explizite Nennung vorsieht. Sollten Abbildungen in Einzelfällen aus Gründen der Praktikabilität nicht explizit als Zitate kenntlichgemacht sein, so ergibt sich die Herkunft immer aus ihrem Kontext: „Zum Nachlesen ...“.

Creative Commons:

Und damit andere mit diesen Inhalten vernünftig arbeiten können, wird dieses Handout unter einer Creative Commons Attribution-ShareAlike Lizenz (CC BY-SA 4.0) bereitgestellt.



<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

2



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke

*Praktische Informatik und
betriebliche Informationssysteme*

- Raum: 17-0.10
- Tel.: 0451 300 5549
- Email: nane.kratzke@th-luebeck.de



@NaneKratzke

Updates der Handouts auch über Twitter #prog_inf und
#prog_itd

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

3

Units

1. Semester
2. Semester

Unit 1
Einleitung und
Grundbegriffe

Unit 2
Grundelemente
imperativer Programme

Unit 3
Selbstdefinierbare
Datentypen und
Collections

Unit 4
Einfache I/O
Programmierung

Unit 5
Rekursive
Programmierung,
rekursive
Datenstrukturen,
Lambdas

Unit 6
Objektorientierte
Programmierung und
UML

Unit 7
Konzepte
objektorientierter
Programmiersprachen,
Klassen vs. Objekte,
Pakete und Exceptions

Unit 8
Testen (objektorientierter)
Programme

Unit 9
Generische Datentypen

Unit 10
Objektorientierter Entwurf
und objektorientierte
Designprinzipien

Unit 11
Graphical User Interfaces

Unit 12
Multithread
Programmierung

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

4

Abgedeckte Ziele dieser UNIT



Kenn Kennt existierender Programmierparadigmen und Laufzeitmodelle	Sicheres Anwenden grundlegender programmiersprachlicher Konzepte (Datentypen, Variable, Operatoren, Ausdrücke, Kontrollstrukturen)	Fähigkeit zur problemorientierten Definition und Nutzung von Routinen und Referenzytoren (insbesondere Liste, Stack, Mapping)	Verstehen des Unterschieds zwischen Werte- und Referenzsemantik
Kennt Kennen und Anwenden des Prinzips der rekursiven Programmierung und rekursiver Datenstrukturen, sowie Lambda Funktionen	Kennt Kennen des Algorithmusbegriffs, implementieren einfacher Algorithmen	Kennt Kennen objektorientierter Konzepte Datenkapselung, Polymorphie und Vererbung	Sicheres Anwenden programmiersprachlicher Konzepte der Objektorientierung (Klassen und Objekte, Schnittstellen und Generics, Streams, GUI und MVC)
Kennt Kennen von UML Klassendiagrammen, sicheres Übersetzen von UML Klassendiagrammen in Java (und von Java in UML)	Kennt Kennen der Grenzen des Testens von Software und erste Erfahrungen im Testen (objektorientierter) Software	Sammelt Sammeln erster Erfahrungen in der Anwendung objektorientierter Entwurfsprinzipien	Sammelt Sammeln von Erfahrungen mit weiteren Programmiermodellen und -paradigmen, insbesondere Multithread Programmierung sowie funktionale Programmierung

Am Beispiel der Sprache JAVA

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

5

Themen dieser Unit

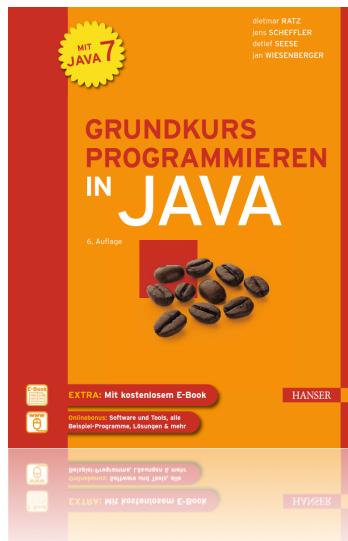


 Rekursive Routinen	Rekursive Algorithmen und Datenstrukturen	Lambdas
<ul style="list-style-type: none">• Rekursiv definierte Methoden• Beispiele für rekursive Methoden• Formulierung rekursiver Methoden	<ul style="list-style-type: none">• Algorithmus• Rekursive Datenstrukturen (Binäräbäume)• BubbleSort (imperativ) vs BinSort (rekursiv)	<ul style="list-style-type: none">• Anonyme Funktionen• Streams• Filter• Map• Reduce

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

6

Zum Nachlesen ...



Kapitel 6

Methoden und Unterprogramme

Abschnitt 6.2

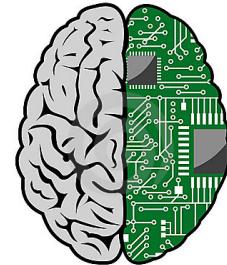
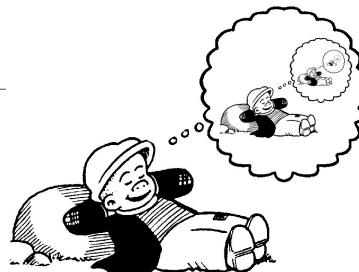
Rekursiv definierte Methoden

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

7

Rekursive Routinen

- Methoden, die sich selber aufrufen.
- Rekursionen können dazu genutzt werden, um Kontrollanweisungen (insb. Schleifen) zu vermeiden und durch Aufrufstrukturen abzubilden.
- Diverse Funktionen und Strukturen der Mathematik sind rekursiv definiert.
- Einige komplexe Probleme (z.B. Türme von Hanoi) lassen sich erstaunlich einfach rekursiv formulieren und lösen.
- Die Entwicklung rekursiver Methoden fördert ferner das **Computational Thinking** und ist so wertvoll im Rahmen der Informatikausbildung.



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

8

Beispiel: Fakultät – eine rekursiv definierte mathematische Funktion



- Die Fakultät von 0 ist 1.
- Die Fakultät einer positiven Zahl n ist n multipliziert mit der Fakultät von n-1.

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 0 \\ n \cdot (n-1)! & \text{falls } n \neq 0 \end{cases}$$

- Die Fakultät einer Zahl n ist also das Produkt aller ganzen Zahlen von 1 bis zu dieser Zahl n.

$$n! = n * (n-1) * (n-2) * \dots * 1$$

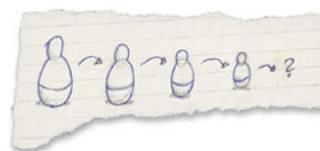
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

9

Exkurs: Rekursion Beispiel – Fakultät in JAVA (I)



```
public int fac(int n) {
    if (n == 0) return 1;
    return fac(n-1) * n;
}
```



- $\text{fac}(3) =$
 - $\text{fac}(2) * 3 =$
 - $\text{fac}(1) * 2 * 3 =$
 - $\text{fac}(0) * 1 * 2 * 3 =$
 - $1 * 1 * 2 * 3 =$
 - 6
- | | |
|-------------------|---|
| $\text{fac}(1) =$ | $1 * \text{fac}(0)$ |
| $\text{fac}(2) =$ | $2 * \text{fac}(1 * \text{fac}(0))$ |
| $\text{fac}(3) =$ | $3 * \text{fac}(2 * \text{fac}(1 * \text{fac}(0)))$ |

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

10

Exkurs: Rekursion Beispiel – Fakultät in JAVA (II)



```
public int fac(int n) {  
    if (n == 0) return 1;  
    return fac(n-1) * n;  
}
```

- Die Anzahl der Multiplikationen wird also in der dynamischen Aufrufstruktur der Methode `fac` abgebildet und nicht explizit codiert
- Iterativ kann das wie folgt durch eine for-Schleife ausgedrückt werden.

```
public int facit(int n) {  
    int ret = 1;  
    for (int i = n; i > 0; i--)  
        ret *= i;  
    return ret;  
}
```

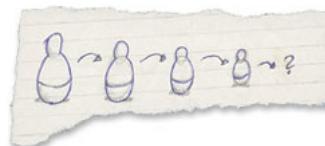
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

11

Rekursionsabbruch



- Bei rekursiv definierten Methoden ist es wesentlich, sicherzustellen, dass die Rekursion endet.
- Die Bedingung die hierfür zuständig ist, nennt man **Rekursionsabbruchbedingung**
- Sie sollte beim Programmieren als erster Problembestandteil formuliert werden und stellt zumeist den einfachsten Fall
 - trivialen
 - aber häufig übersehenen Sonderfall
- dar.



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

12

Entwicklung einfacher rekursiver Methoden



Schritt 1:

Formulierung des Methodenkopfes (Signatur)



Schritt 2:

Definition des Rekursionsabbruchs



Schritt 3:

Formulierung des Falls n und Rückführung auf den Fall n-1

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

13

Beispiel: Rekursive Summe (I)



Rekursive Implementierung der Addition der Zahlen 0 bis n.

$$\begin{aligned} \text{sum}(n) &= \sum_{i \in 0..n} i = 0 + 1 + 2 + \dots + n \\ \text{sum}(n) &= \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ n + \text{sum}(n-1) & \text{falls } n > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Formulierung des Methodenkopfes
(Signatur)

Definition des Rekursionsabbruchs

Formulierung des Falls n und
Rückführung auf den Fall n-1

`public static int sum(int n) {`

`}`

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

14

Beispiel: Rekursive Summe (II)

Rekursive Implementierung der Addition der Zahlen 0 bis n.

$$sum(n) = \sum_{i \in 0..n} i = 0 + 1 + 2 + \dots + n$$

$$sum(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ n + sum(n - 1) & \text{falls } n > 0 \end{cases}$$

Formulierung des Methodenkopfes (Signatur)

Definition des Rekursionsabbruchs

Formulierung des Falls n und Rückführung auf den Fall n-1

```
public static int sum(int n) {
    if (n == 0) {
        return 0;
    }
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

15

Beispiel: Rekursive Summe (III)

Rekursive Implementierung der Addition der Zahlen 0 bis n.

$$sum(n) = \sum_{i \in 0..n} i = 0 + 1 + 2 + \dots + n$$

$$sum(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ n + sum(n - 1) & \text{falls } n > 0 \end{cases}$$

Formulierung des Methodenkopfes (Signatur)

Definition des Rekursionsabbruchs

Formulierung des Falls n und Rückführung auf den Fall n-1

```
public int sum(int n) {
    if (n == 0) {
        return 0;
    } else {
        return n + sum(n-1);
    }
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

16

Beispiel: Rekursive Summe (IV)



Rekursive Implementierung der Addition der Zahlen 0 bis n.

$$sum(n) = \sum_{i \in 0..n} i = 0 + 1 + 2 + \dots + n$$
$$sum(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ n + sum(n-1) & \text{falls } n > 0 \end{cases}$$

```
// Ich schreibe Rekursionen gerne auch so ...
// Vergleiche mit mathematischer Definition oben!
// else ist häufig unnötig.
public int sum(int n) {
    if (n == 0) return 0; // Rekursionsabbruch
    return n + sum(n-1); // Rekursion
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

17

Beispiel: Rekursive Summe (V)



Rekursive Implementierung der Addition der Zahlen 0 bis n.

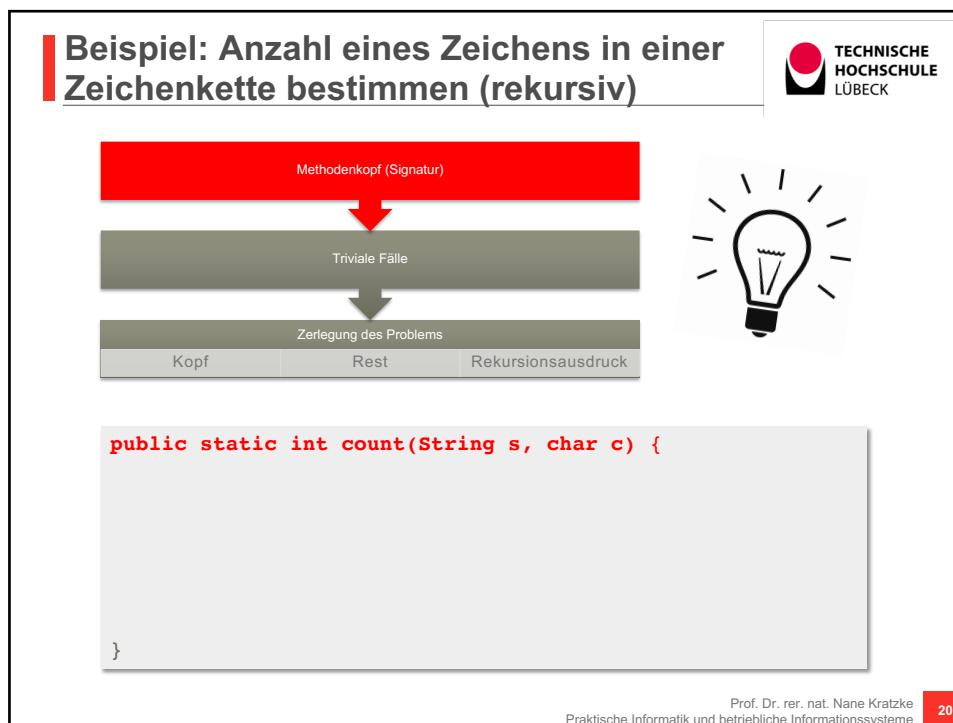
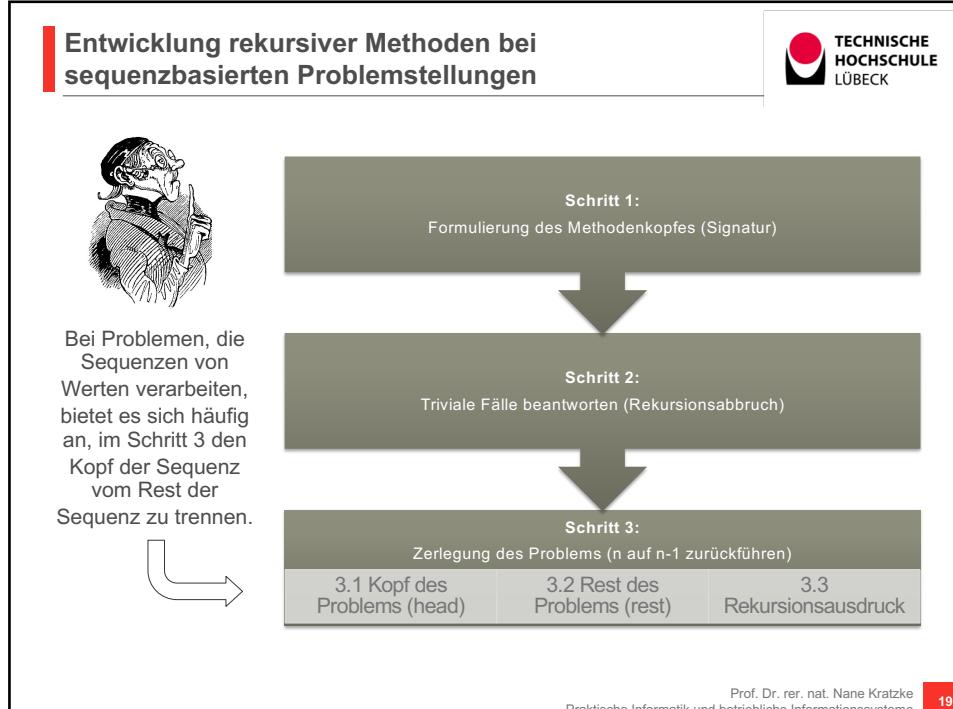
$$sum(n) = \sum_{i \in 0..n} i = 0 + 1 + 2 + \dots + n$$
$$sum(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ n + sum(n-1) & \text{falls } n > 0 \end{cases}$$

```
// Und man kann das natürlich auch elegant
// mit einem einzigen Ausdruck formulieren.

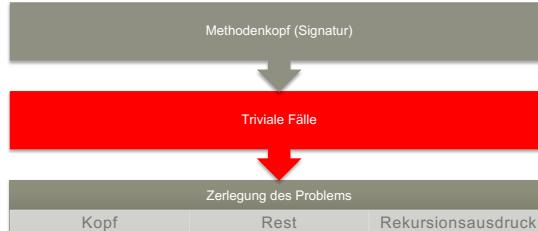
public int sum(int n) {
    return n == 0 ? 0 : n + sum(n-1);
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

18



Beispiel: Anzahl eines Zeichens in einer Zeichenkette bestimmen (rekursiv)

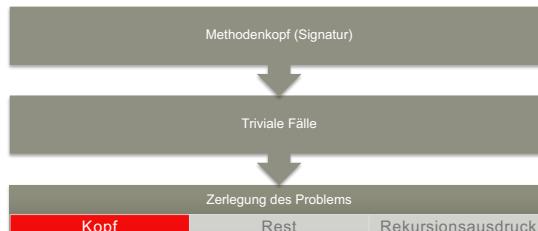


```
public static int count(String s, char c) {  
    if (s.isEmpty()) return 0;  
  
    ...  
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

21

Beispiel: Anzahl eines Zeichens in einer Zeichenkette bestimmen (rekursiv)

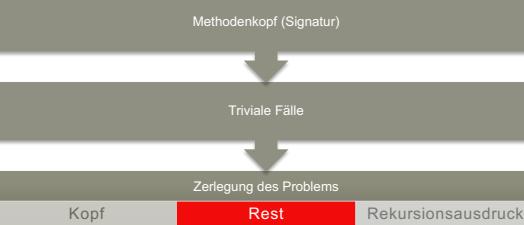


```
public static int count(String s, char c) {  
    if (s.isEmpty()) return 0;  
  
    char head = s.charAt(0);  
  
    ...  
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

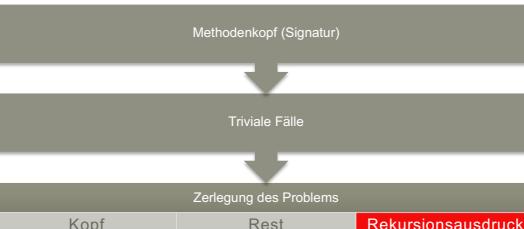
22

Beispiel: Anzahl eines Zeichens in einer Zeichenkette bestimmen (rekursiv)



```
public static int count(String s, char c) {  
    if (s.isEmpty()) return 0;  
  
    char head = s.charAt(0);  
    String rest = s.substring(1);  
  
}
```

Beispiel: Anzahl eines Zeichens in einer Zeichenkette bestimmen (rekursiv)

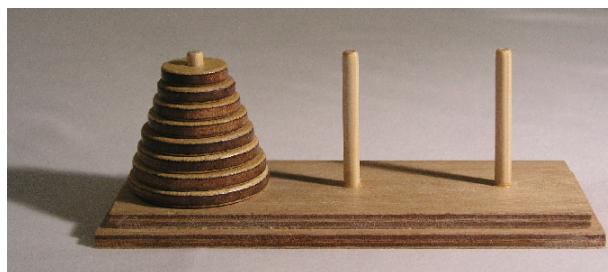


```
public static int count(String s, char c) {  
    if (s.isEmpty()) return 0;  
  
    char head = s.charAt(0);  
    String rest = s.substring(1);  
  
    return (c == head ? 1 : 0) + count(rest, c);  
}
```

Komplexe Probleme mit einfachen Rekursionen lösen



Wie bekommen Sie alle Scheiben von dem linken Stab auf den rechten Stab, wenn nur kleinere Scheiben auf größeren Scheiben auf den Stäben liegen dürfen und pro Zug nur ein Stein bewegen werden darf?



Quelle: Wikipedia

Das sogenannte „Türme von Hanoi“-Problem

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

25

Geschichte der Türme von Hanoi



- Nach dem franz. Mathematiker **Eduard Lucas** (1842 - 1891) geht das Problem angeblich auf indische Mönche im großen Tempel zu Benares (im vermeintlichen Mittelpunkt der Welt) zurück, die einen Turm aus 64 goldenen Scheiben versetzen müssen. Wenn Ihre Arbeit vollendet ist, ist das Ende der Welt gekommen.



Quelle: Wikipedia

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

26

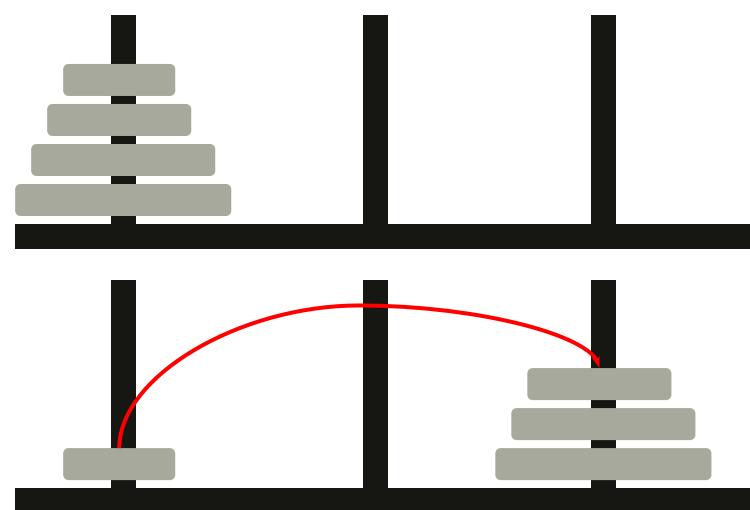
Die Strategie der Mönche

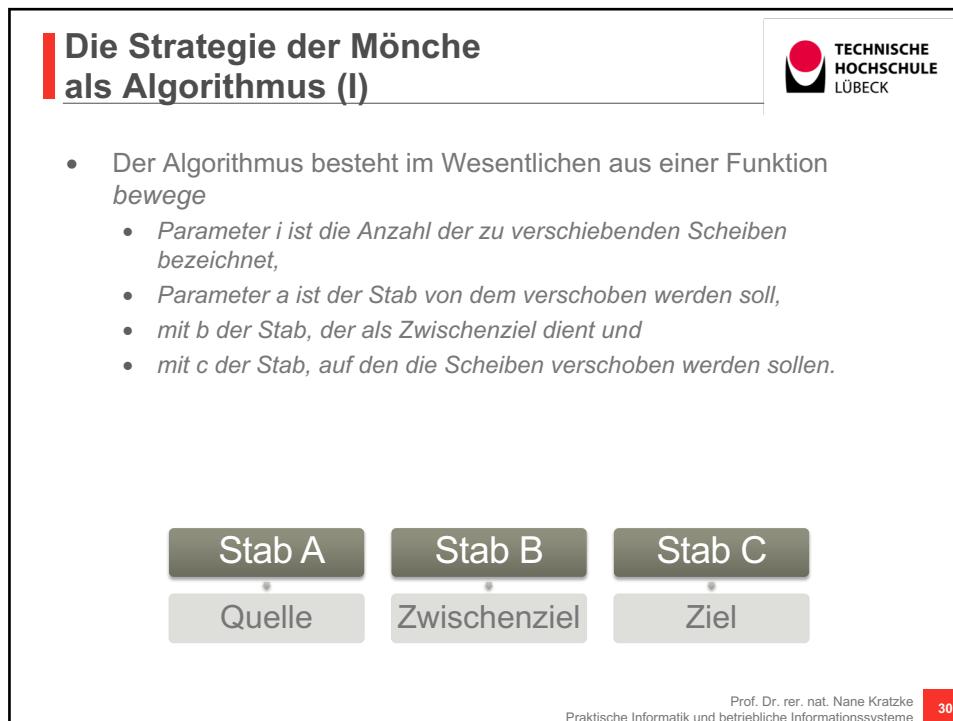
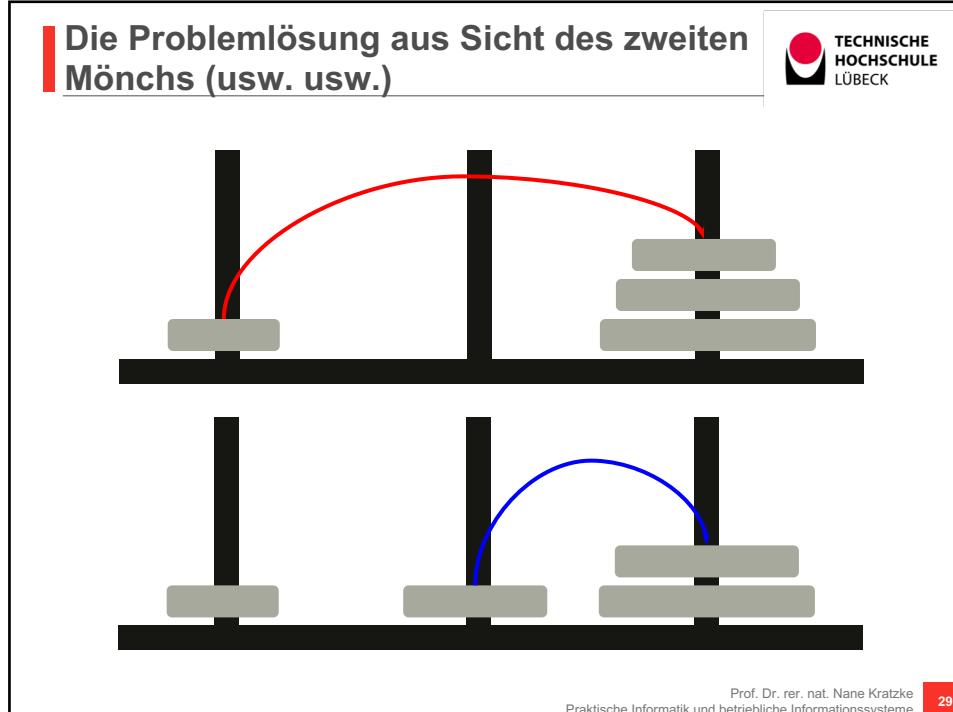
- Der älteste Mönch erhält die Aufgabe, den Turm aus 64 Scheiben zu versetzen.
- Da er die komplexe Aufgabe nicht bewältigen kann, gibt er dem zweitältesten Mönch die Aufgabe, die oberen 63 Scheiben auf einen Hilfsplatz zu versetzen.
- Er selbst (der Älteste) würde dann die große letzte Scheibe zum Ziel bringen.
- Dann könnte der Zweitälteste wieder die 63 Scheiben vom Hilfsplatz zum Ziel bringen.
- Der zweitälteste Mönch fühlt sich der Aufgabe ebenfalls nicht gewachsen.
- So gibt er dem drittältesten Mönch den Auftrag, die oberen 62 Scheiben zu transportieren, und zwar auf den endgültigen Platz.
- Er selbst (der Zweitälteste) würde dann die zweitletzte Scheibe an den Hilfsplatz bringen.
- Schließlich würde er wieder den Drittältesten beauftragen, die 62 Scheiben vom Zielfeld zum Hilfsplatz zu schaffen.
- Dies setzt sich bis zum 64. Mönch (dem Jüngsten) fort, der die obenauf liegende kleinste Scheibe alleine verschieben kann.



Quelle: Pixabay

Die Problemlösung aus Sicht des ersten Mönchs





Die Strategie der Mönche als Algorithmus (II)



- Die Funktion `bewege` löst ein Teilproblem dadurch, dass es dieses in drei einfachere Probleme aufteilt.
- Die drei Teilprobleme werden sequentiell ausgeführt.
 - Zunächst wird der um eine Scheibe kleinere Turm von a auf das Zwischenziel b verschoben. Die Stäbe b und c tauschen dabei ihre Rollen.
 - Anschließend wird die einzige verbliebene Scheibe von a nach c verschoben.
 - Zum Abschluss wird der zuvor auf b verschobene Turm auf seinen Bestimmungsort c verschoben, wobei hier a und b die Rollen tauschen



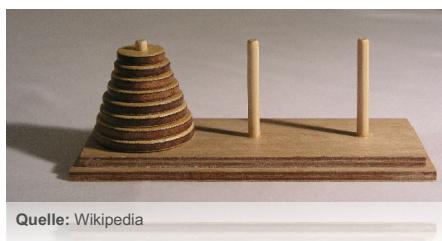
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

31

Die Strategie der Mönche als JAVA-Methode



```
public void bewege(int i, Stack a, Stack b, Stack c)
{
    if (i == 0) return;      // Rekursionsabbruch
    bewege(i - 1, a, c, b); // nächster Mönch
    c.push(a.pop());        // Setze deinen Stein
    bewege(i - 1, b, a, c); // nächster Mönch
}
```



Quelle: Wikipedia

Das Problem der Türme von Hanoi ist also mit einem rekursiven Vier-Zeiler zu lösen!

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

32

Die Türme von Hanoi



 **WIKIPEDIA**
Die freie Enzyklopädie



Sie finden eine Menge Hinweise zu den Türmen von Hanoi, z.B. unter Wikipedia:

http://de.wikipedia.org/wiki/Türme_von_Hanoi

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

33



pssst...

Tipp: Bei Rekursionen dreist sein.

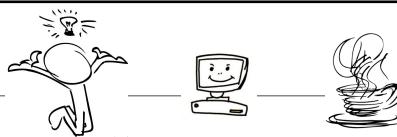
dreist
Bedeutung: frech, unverschämt; recht ungeniert und ohne Hemmungen sich etwas herausnehmend
Herkunft: aus dem Niederdeutschen < mittelniederdeutsch dr̄iste, dr̄istic = *beherzt, kühn, frech*
Quelle: Duden

Erkenntnis des Tages

Lösen sie nur Triviales.
Überlassen Sie den Rest der Rekursion.

Quelle: Pixabay

Miniübung:



Gegeben sei folgende Liste:

```
List v = new LinkedList();
for (int i = 0; i < 10; i++) v.add(i);
```

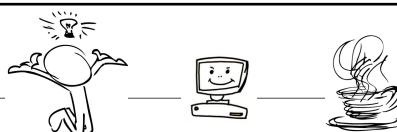
Entwickeln Sie nun eine Methode `rekprint`, um eine Liste oben angegebener Art in folgender Form als String zurückzugeben:

0-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

35

Miniübung:



Gegeben sei folgendes Array:

```
int[] as = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 };
```

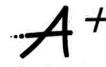
Entwickeln Sie nun eine Methode `rekprinta`, um ein Array oben angegebener Art in folgender Form als String zurückzugeben:

1-2-3-4-5-6

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

36

Zusammenfassung



- **Rekursive Methoden**
 - Rufen sich selber auf
 - Komplexe Probleme einfach ausdrücken (Türme von Hanoi)
 - Ersetzen Kontrollanweisungen durch Aufrufstrukturen
- **Beispiele für Rekursionen**
 - Fakultät (einfach)
 - Summe von 0 bis n (einfach)
 - Türme von Hanoi (komplex)
- **Formulierung einer rekursiven Methode**
 - Definiere die Signatur (Methodenkopf)
 - Implementiere die Abbruchbedingung(en)
 - Implementiere den Fall n unter Rückgriff auf den Fall n-1 bzw. n+1



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

37

Themen dieser Unit

Rekursive Routinen

- Rekursiv definierte Methoden
- Beispiele für rekursive Methoden
- Formulierung rekursiver Methoden

Rekursive Algorithmen und Datenstrukturen

- Algorithmus
- Rekursive Datenstrukturen (Binäräbäume)
- BubbleSort vs BinSort

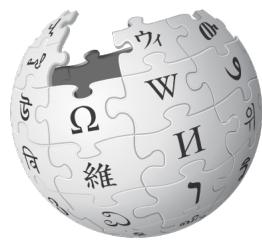
Lambdas

- Anonyme Funktionen
- Streams
- Filter
- Map
- Reduce

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

38

Zum Nachlesen ...



WIKIPEDIA
Die freie Enzyklopädie

Algorithmus

<http://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus>

Binärbaum

<http://de.wikipedia.org/wiki/Binärbaum>

BubbleSort

<http://de.wikipedia.org/wiki/Bubblesort>

BinSort

<http://de.wikipedia.org/wiki/Binarytreesort>

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

39

Algorithmen



- Ein Algorithmus ist eine aus endlich vielen Schritten bestehende eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems
- Eigenschaften eines Algorithmus
 - Das Verfahren muss in einem endlichen Text **eindeutig beschreibbar** sein (**Finitheit**)
 - Jeder Schritt des Verfahrens muss tatsächlich **ausführbar** sein (**Ausführbarkeit**)
 - Das Verfahren darf zu jedem Zeitpunkt nur **endlich viel Speicherplatz** benötigen (**Dynamische Finitheit**)
 - Das Verfahren darf nur **endlich viele Schritte** benötigen (**terminierend**)
- Oftmals wird gefordert, dass ein Algorithmus **deterministisch** ist
 - Der Algorithmus muss bei denselben Voraussetzungen das gleiche Ergebnis liefern (**Determiniertheit des Ergebnisses**)
 - Die nächste anzuwendende Regel im Verfahren ist zu jedem Zeitpunkt eindeutig definiert (**Determinismus des Verfahrens**)

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

40

Ein Beispiel für einen natürlichsprachigen Algorithmus zum Sortieren



Sie haben eine Liste von Zahlen und sollen diese in eine aufsteigende Reihenfolge bringen.

Ein **Verfahrensanweisung** hierfür könnte bspw. so aussehen:

1. Gehe davon aus, dass die Liste nicht sortiert ist.
2. Ist die Liste sortiert? Wenn ja Springe zu Schritt 6.
3. Behauple ab sofort die Liste sei sortiert (denn das sollen die folgenden Schritte bewecken).
4. Durchlaufe die Liste in aufsteigender Richtung Element für Element. Pro Schritt tue das folgende
 1. Betrachte immer zwei benachbarte Elemente
 2. Stehen diese in falscher Ordnung vertausche die Elemente
 3. Behauple die Liste ist nicht sortiert (ein Fehler wurde ja gefunden)
5. Springe zu Schritt 2
6. Beende den Algorithmus (denn die Liste ist nun sortiert).

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

41

BubbleSort Prinzip am Beispiel



6 5 3 1 8 7 2 4



WIKIPEDIA
Die freie Enzyklopädie

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

42

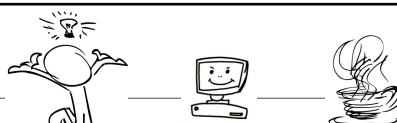
Der Algorithmus in JAVA (bubbleSort)



```
public static void bubbleSort(int[] xs) {  
    boolean unsorted=true; Schrift 1: Behauptet Liste sei unsortiert  
  
    while (unsorted) { Schrift 2: Ist die Liste sortiert?  
  
        unsorted = false; Schrift 3: Behauptet Liste wird sortiert sein  
  
        for (int i=0; i < xs.length-1; i++) { Schrift 4:  
Listendurchlauf  
  
            if (xs[i] > xs[i+1]) { Schrift 4.1: Betrachte ben. Elemente  
                int dummy = xs[i]; Schrift 4.2: Wenn in falscher Ordnung  
tausche  
                xs[i] = xs[i+1]; Schrift 4.3: Liste war doch nicht sortiert  
                xs[i+1] = dummy;  
                unsorted = true;  
            }  
        }  
    } Schrift 5: Springe zu Schritt 2  
} Schrift 6: Ende des Algorithmus
```

e 43

Miniübung:



Geben Sie den **Listenzustand** nach Ausführung von **bubbleSort Durchläufen** an:

Ausgangsliste: 5 4 1 7 6 3 2 8

Nach 1. Durchlauf:

Nach 2. Durchlauf:

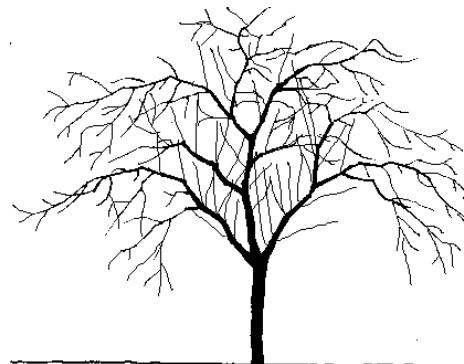
Nach 3. Durchlauf:

Nach 4. Durchlauf:

Nach 5. Durchlauf:

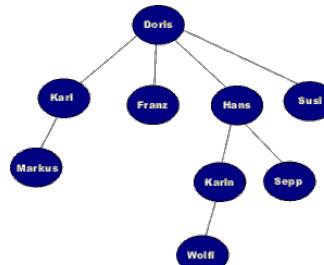
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme 44

Von Listen und Bäumen



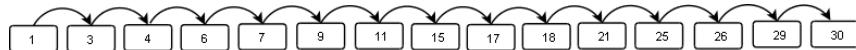
Die Datenstruktur Baum

- Unter einem Baum versteht man in der Informatik eine Datenstruktur, die ausgehend von einem Wurzelknoten, einen oder mehrere Kindknoten haben kann, die wiederum weitere Kindknoten haben können.
- Bäume gehören zu häufig genutzten Datenstrukturen in der Informatik
- Bekannte Anwendungen von Bäumen sind z.B.
 - Dateisysteme (Verzeichnishierarchien)
 - Webseiten (Der HTML Code wird als Baum eingelesen und durch Webbrowser dargestellt)



Algorithmen zur rekursiven Datenstruktur Baum

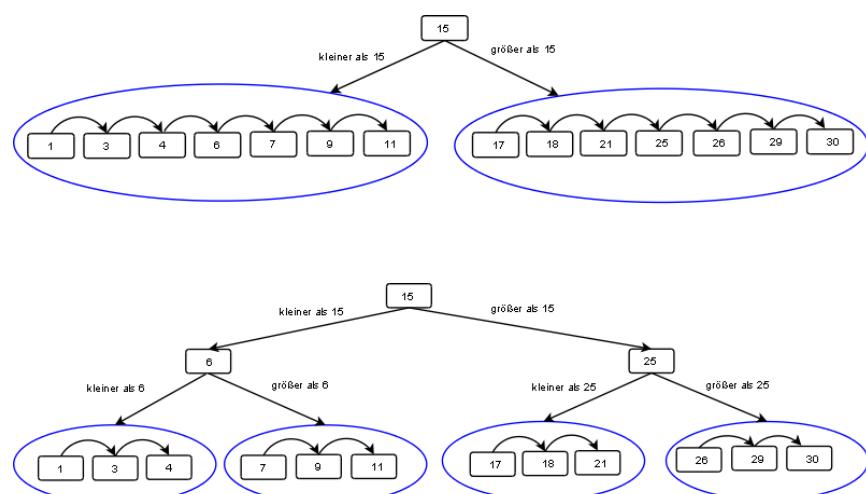
Von der Liste zum Baum:



In einer sortierten Liste erscheint das Suchen eines bestimmten Elements sehr einfach:

- Sucht man beispielsweise das Element 9 in obiger Liste, wird die Liste durchlaufen und man erhält das Element nach 6 Vergleichen.
- Sucht man das Element 10, sind 7 Vergleiche notwendig.
- Ist das gesuchte Element jedoch am Ende der Liste sind sehr viele Vergleichsoperationen notwendig, für das Element 30 benötigt man 15 Vergleiche.
- Bei großen Listen (z.B. ein Wörterbuch) hat eine solche Suche ein sehr schlechtes Zeitverhalten.
- Die Laufzeit der Suche ist bei dieser Suche linear von n abhängig.
- Die Suche wird effizienter, wenn man die Liste in der Mitte teilt.

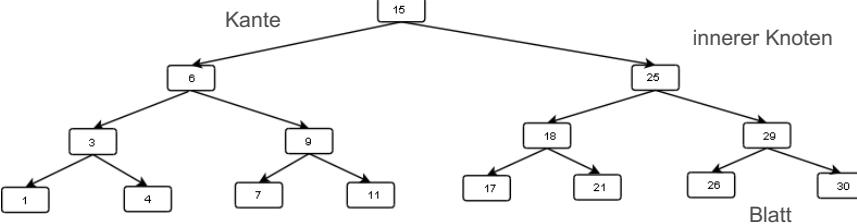
Von der Liste zum Baum



Sortierter Binärbaum



**TECHNISCHE
HOCHSCHULE
LÜBECK**



Ein solcher Baum heißt **Binärbaum**.

- Bei den Knoten unterscheidet man zwischen **inneren Knoten** (mit Nachfolger) und **Blätter** (kein Nachfolger).
- Die Referenzen zwischen den Knoten nennt man **Kanten**.
- Die **Tiefe** eines Knotens ist die Anzahl der Kanten + 1, die beim Durchlauf von der Wurzel bis zum Knoten beschritten werden.
- Der oberste Knoten heißt **Wurzel** und hat die Tiefe 1.
- Alle Knoten mit der gleichen Tiefe beschreiben eine **Ebene** des Baumes.
- Die **Höhe** des Baumes ist festgelegt durch die größtmögliche Tiefe.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
 Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

49

JAVA Referenztyp Knoten eines Baums

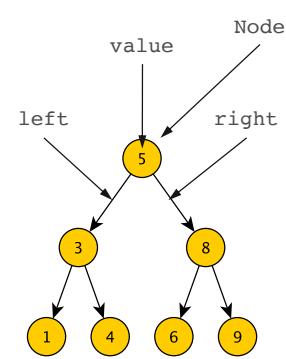


**TECHNISCHE
HOCHSCHULE
LÜBECK**

```
class Node {
    public Node left;
    public Node right;
    public int value;

    public Node(int v, Node l, Node r) {
        value = v;
        left = l;
        right = r;
    }

    public String toString() {
        return value + " ";
    }
}
```



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
 Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

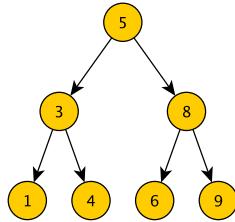
50

Ausdrücken eines Baums in JAVA



Dieser Baum lässt sich in folgender Form in JAVA ausdrücken:

```
Node tree = new Node(5,  
    new Node(3,  
        new Node(1, null, null),  
        new Node(4, null, null)  
    ),  
    new Node(8,  
        new Node(6, null, null),  
        new Node(9, null, null)  
    )  
);
```



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

51

Baumdurchlauf



Möchte man alle Elemente eines Baumes ausgeben, muss man sich Strategien überlegen, in welcher Reihenfolge der Baum durchlaufen wird. Hierzu existieren Algorithmen, die beim Durchlaufen eines Baumes jeden Knoten genau einmal besuchen und auswerten. Folgende drei (rekursive) Algorithmen existieren hierzu:

- **inorder-Durchlauf (Merke: L K R)**
 - Beauftrage den linken Teilbaum des Knotens k mit inorder-Durchlauf
 - Besuche den Knoten k selbst
 - Beauftrage den rechten Teilbaum des Knotens k mit inorder-Durchlauf
- **preorder-Durchlauf (Merke: K L R)**
 - Besuche den Knoten k selbst
 - Beauftrage den linken Teilbaum des Knotens k mit preorder-Durchlauf
 - Beauftrage den rechten Teilbaum des Knotens k mit preorder-Durchlauf
- **postorder-Durchlauf (Merke: L R K)**
 - Beauftrage den linken Teilbaum des Knotens k mit postorder-Durchlauf
 - Beauftrage den rechten Teilbaum des Knotens k mit postorder-Durchlauf
 - Besuche den Knoten k selbst

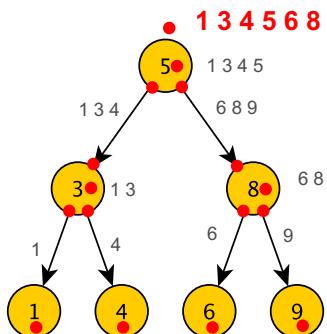
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

52

Baumdurchlauf

Beispiel: inorder Ausgabe eines Binärbaums

Inorder: Linker Ast – Knoten – Rechter Ast



```
public static String inorder(Node n) {  
    if (n == null) return "";  
    return inorder(n.left) +  
        n +  
        inorder(n.right);  
}
```

Oder als Einzeiler:

```
public static String inorder(Node n) {  
    return n == null ? "" : inorder(n.left) + n + inorder(n.right);  
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

53

Einfügen in sortierte Binärbäume

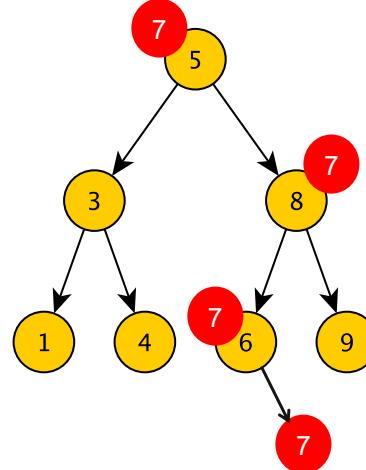
- Um einen sortierten Binärbaum erweitern oder schrittweise erzeugen zu können, benötigt man eine insert Methode
- Auch diese Methode kann rekursiv definiert werden.
- Zunächst muss geprüft werden, ob der Baum leer ist. Für diesen Fall ist das einzufügende Element die Wurzel des Baumes.
- Ist der Baum nicht leer, wird ausgehend von der Wurzel zunächst geprüft, ob das einzufügende Element mit dem Knoten übereinstimmt. Ist dies der Fall, wird das Element nicht eingefügt.
- Ist das einzufügende Element kleiner als der aktuelle Knoten und hat einen linken Teilbaum, wird die insert Methode für diesen linken Teilbaum aufgerufen.
- Ist es größer und existiert ein rechter Teilbaum, wird sie für den rechten Teilbaum aufgerufen.
- Hat der aktuelle Knoten keinen Nachfolger, kann das Element als Abbruchbedingung der Rekursion eingefügt werden.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

54

Insert Operation auf einem sortierten Binärbaum

```
void insert(int v, Node tree) {  
    if (tree == null) return;  
    if (tree.value == v) return;  
  
    if (v < tree.value) {  
        if (tree.left == null) {  
            tree.left = new Node(v,  
                null, null);  
        } else  
            insert(v, tree.left);  
    }  
  
    if (v > tree.value) {  
        if (tree.right == null) {  
            tree.right = new Node(v,  
                null, null);  
        } else  
            insert(v, tree.right);  
    }  
}
```



Mit Binärbäumen sortieren

- Durchlufe eine unsortierte Liste Element für Element von vorne nach hinten
- Füge jedes Element mittels der `insert` Operation in einen Binärbaum ein
- Man erhält einen sortierten Binärbaum
- Durchlufe diesen Binärbaum in inorder Durchlauf
- Man erhält eine sortierte Liste

Mit Binärbäumen sortieren Veranschaulichung

Inorder Durchlauf ergibt:
1-2-3-4-5-6-7-8

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

57

Miniübung:

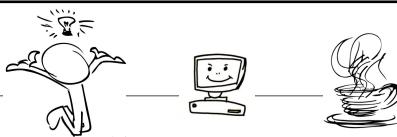
Geben Sie die **postorder** Ausgabe unten stehenden Baumes an:

5
3 8
1 4 6 9

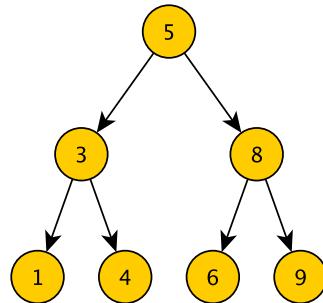
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

58

Miniübung:



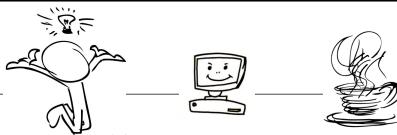
Drücken Sie unten stehenden Baum in JAVA aus. Nutzen Sie dabei den Node Referenztyp wie er in der VL definiert wurde.



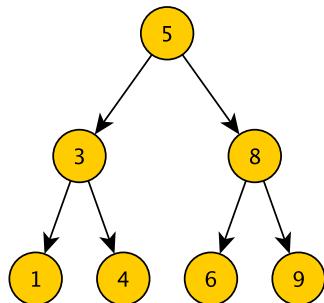
Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

59

Miniübung:



Gegeben sei ein Baum. Bestimmen Sie die Anzahl der Knoten dieses Baums (und beliebiger anderer) mit einer Funktion nodes().



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

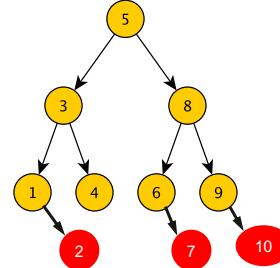
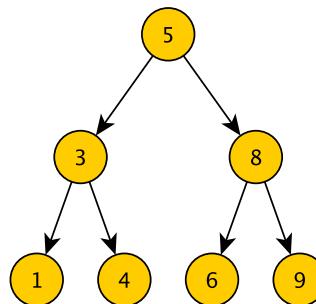
60

Miniübung:



Gegeben ist folgender Baum tree. Es werden die folgenden insert Operationen auf tree ausgeführt.

```
insert(7, tree);
insert(2, tree);
insert(10, tree);
```



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

61

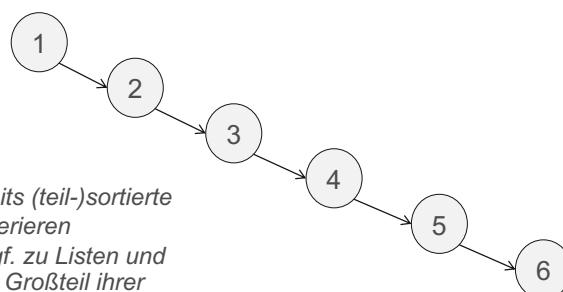
Miniübung:



Gegeben ist folgende Liste:

1-2-3-4-5-6

Überführen Sie diese in einen Binärbaum indem Sie diese sequentiell von vorne nach hinten durchlaufen und mit der insert Operation in einen Binärbaum speichern.



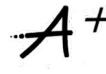
Hinweis:

*Existieren bereits (teil-)sortierte
Liste so degenerieren
Binäräbäume ggf. zu Listen und
verlieren einen Großteil ihrer
Effizienz*

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

62

Zusammenfassung



- **Algorithmus**
 - Eigenschaften
 - Determinismus
- **BubbleSort**
 - Verfahrensanweisung
 - JAVA Implementierung
- **Rekursive Datenstruktur (Binär)Bäume**
 - Knotendefinition als Referenztyp
 - In-/pre-/post-order Durchläufe
 - Insert in sortierten Binärbaum
- **BinSort**
 - Aufbau eines sortierten Baums mittels insert
 - Inorder Durchlauf



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

63

Themen dieser Unit

Rekursive Routinen

- Rekursiv definierter Methoden
- Beispiele für rekursive Methoden
- Formulierung rekursiver Methoden

Rekursive Algorithmen und Datenstrukturen

- Algorithmus
- Rekursive Datenstrukturen (Binäräbäume)
- BubbleSort vs BinSort

Lambdas

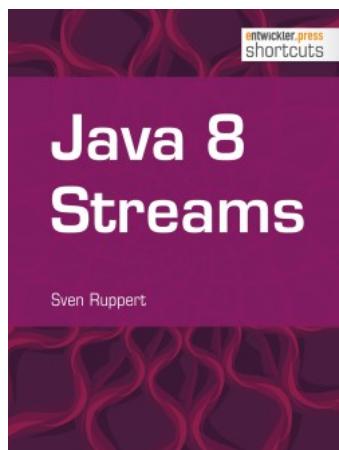
- Anonyme Funktionen
- Funktionstypen
- Streams
- Filter
- Map
- Reduce



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

64

Wo können Sie es nachlesen?



Kapitel 2

Core Methods

- 2.1 `forEach`
- 2.2 `map`
- 2.3 `filter`
- 2.5 `reduce`
- 2.6 `limit/skip`
- 2.7 `distinct`
- dropWhile/takeWhile (seit JAVA 9)
- 2.9 `allMatch/anyMatch/noneMatch/count`



<http://docs.oracle.com/javase/9/docs/api/java/util/stream/Stream.html>

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

65

Streams



- Pipeline für Datenströme (bitte nicht mit I/O Streams aus Unit 4 verwechseln!)
- Streams sind für den Einsatz von Lambdas konzipiert worden
- Streams ermöglichen keinen wahlfreien Zugriff, nur auf das erste Element
- Streams sind **lazy**, sie liefern Elemente erst, wenn eine Operation auf einem Element angewendet werden soll
- Streams können **unendlich** sein. Mittels Generatorfunktionen können Streams die permanente Lieferung von Daten generieren.
- Streams lassen sich gut parallelisieren (dazu mehr im 2. Semester)



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

66

Erzeugen von Streams



Üblicherweise erzeugt man Streams aus Collections mittels der `stream()` Methode.

```
List<String> list = Arrays.asList("Ich", "bin", "ein", "Beispiel");  
Stream<String> s1 = list.stream();
```

Es geht aber auch mit der `Stream.of(T...)` Methode

```
Stream<String> s2 = Stream.of("Noch", "ein", "Beispiel");
```

Oder so ...

```
Stream<String> s3 = Stream.of("Noch, ein, Beispiel".split(", "));
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

67

Unendliche Streams (I)



Klingt komisch (*Jeder Rechner ist letztlich endlich, wie soll da etwas Unendliches hineinpassen?*). Geht aber.

Hier mal ein Beispiel für einen Stream, der unendlich viele ganzzahlige Zufallszahlen zwischen 0 und 1000 erzeugt.

```
Stream<Integer> rand = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 1000));
```

Der Trick ist, dass man in der Programmierung natürlich nicht unendliche Streams komplett ausliest ;-)

Wir wollen hier nur einmal die ersten 100 davon ausgeben (es werden also 100 angefordert) und mit jeder Anforderung wird dann (lazy) eine Zufallszahl erzeugt.

```
rand.limit(100).forEach(r -> {  
    System.out.println(r);  
});
```

```
278  
400  
25  
...
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

68

Unendliche Streams (II)



Mittels `iterate(T, UnaryOperator<T>)` kann man auch Streams mittels eines Generatorlambdas generieren.

Hier mal ein Beispiel für einen Stream, der unendlich viele ganzzahlige Werte beginnend ab 1 in Dreierschritten erzeugt.

```
Stream<Integer> incs = Stream.iterate(1, x -> x + 3);
```

```
incs.limit(100).forEach(r -> {
    System.out.println(r);
});
```

```
1
4
7
10
13
16
...
...
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

69

Streams für primitive Datentypen



Für alle primitiven Datentypen (byte, short, int, long, float, double und boolean) gibt es aber auch Spezialstreams. Für int z.B. `IntStream`.

Insbesondere den `IntStream` kann man recht pragmatisch zum Zählen nutzen.

```
IntStream.range(0, 5).forEach(i -> System.out.print(i + " "));           // => 0 1 2 3 4
IntStream.rangeClosed(0, 5).forEach(i -> System.out.print(i + " "));        // => 0 1 2 3 4 5

System.out.println(IntStream.range(0, 5).sum());                            // => 10
System.out.println(IntStream.range(0, 5).min());                            // => OptionalInt[0]
System.out.println(IntStream.range(0, 5).average());                          // => OptionalDouble[2.0]
System.out.println(IntStream.range(0, 5).max());                            // => OptionalInt[4]

// Mit boxed() kann man die "Primitive-Streams" wieder in "normale" Streams
// konvertieren.
Stream<Integer> is = IntStream.range(0, 5).boxed();

// Normale Streams kann man mit mapToType() in primitive Streams konvertieren.
IntStream pis = Stream.iterate(0, i -> i + 1).mapToInt(i -> i);
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

70

Beispiel: Primzahlen bis 50 bestimmen



Allerdings muss man aufpassen. Alle Lambdafunktionen die in solche Primitiven Streams gegeben werden, müssen auf Primitiven Datentypen (also bspw. int anstelle von Integer) definiert sein!

```
// Damit lassen sich dann allerdings recht einfach Abzählprobleme ausdrücken.  
IntPredicate isPrim = i -> IntStream.range(2, i).allMatch(n -> i % n != 0);  
IntStream.rangeClosed(2, 100).filter(isPrim).forEach(p -> System.out.print(p));
```

```
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47
```

Das Prinzip funktioniert natürlich auch für alle anderen Primitiven Datentypen in Java

```
int      ->      IntStream  
double   ->      DoubleStream  
char     ->      CharStream  
...  
...
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

71

Wie machen wir aus Streams wieder Collections?



Streams sind gut um Daten zu verarbeiten. Aber irgendwann brauchen wir die Daten wieder in einem „direkteren“ Zugriff (zumindest in Java).

So können wir bspw. eine Liste mit 10 Zufallszahlen erzeugen.

```
Stream<Integer> rand = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 1000));  
List<Integer> rs = rand.limit(10)  
    .collect(Collectors.toList());  
System.out.println(rs);
```

```
[978, 323, 331, 583, 484, 421, 916, 296, 476, 525]
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

72

Wie machen wir aus Streams einen String?



Insbesondere für Konsolenausgaben ist es hilfreich, einen Stream in einen String konvertieren zu können.

So lässt sich bspw. eine Liste mit 10 kommaseparierten Zufallszahlen erzeugen und ausgeben.

```
Stream<Integer> rand = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 1000));
String out = rand.limit(10)
    .map(i -> "" + i) // Integer -> String
    .collect(Collectors.joining(", "));
System.out.println(out);
```

```
978, 323, 331, 583, 484, 421, 916, 296, 476, 525
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

73

Wie machen wir aus Streams ein Mapping?



Mappings sind Key-Value Paare. Insbesondere wenn Sie in Streams nach Gruppen von Elementen suchen, sind Mappings ggf. ein geeignetes „Zwischenformat“ für ihre Verarbeitung.

Wollen wir z.B. in einem Stream von ganzzahligen Zufallswerten [0..1000] bestimmen, welche Zufallszahlen im Bereich von [0..333[(Gruppe „small“), welche im Bereich von [333..666[(Gruppe „medium“) und welche im Bereich [666..1000] (Gruppe „big“) liegen, so könnte man dies wie folgt machen.

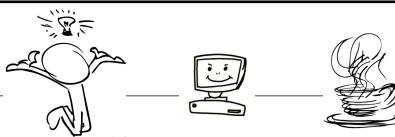
```
Stream<Integer> rand = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 1000));
Map<String, List<Integer>> map = rand.limit(10)
    .collect(Collectors.groupingBy(r -> {
        if (r >= 0 && r < 333) return "small";
        if (r >= 333 && r < 666) return "medium";
        return "big";
    }));
System.out.println(map);
```

```
{small=[73, 178, 234], big=[947, 843, 774, 976], medium=[625, 359, 605]}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

74

Miniübung:



Bestimmen Sie aus einem Stream von 1.000.000 ganzzahligen Zufallszahlen zwischen 0 und 100 wie viele Zufallszahlen in den Bereichen

[0..19], [20..39], [40..59], [60..79], [80..100]

anteilig (bezogen auf alle gezogenen Zufallszahlen) liegen.

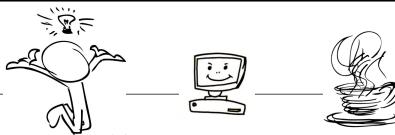
Sie sollen etwa folgenden Konsolenoutput erzeugen und nur Lambdas und Streams nutzen:

[80..100]:	19.9497%
[60..79]:	20.0396%
[20..39]:	19.9402%
[40..59]:	20.0571%
[0..19]:	20.0134%

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

75

Miniübung:



Lösung:

```
private static int TOTAL = 1000000;
Stream<Integer> rand = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 100));

Map<String, List<Integer>> randGroups = rand.limit(TOTAL)
    .collect(Collectors.groupingBy(r -> {
        if (r < 20) return "[0..19]";
        if (r < 40) return "[20..39]";
        if (r < 60) return "[40..59]";
        if (r < 80) return "[60..79]";
        return "[80..100]";
    }));
String out = randGroups.entrySet().stream().map(e ->
    e.getKey() + ": \t" +
    ((double)e.getValue().size() / TOTAL * 100) + "%"
).collect(Collectors.joining("\n"));

System.out.println(out);
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

76

Lambda Funktionen (I)



Uns ist in den letzten Beispielen eine \rightarrow Notation über den Weg gelaufen.

```
String out = rand.limit(10)
    .map(i -> "" + i) // Integer -> String
    .collect(Collectors.joining(", "));
```

Diese Notation definiert eine anonyme Funktion (oder auch Ad hoc Funktion, Lambda Ausdruck).

Wir hätten für $i \rightarrow "" + i$ auch folgendes schreiben können

```
String int2String(int i) {
    return "" + i;
}
```

und (wenn Java konsequent wäre) folgendes schreiben können.

```
String out = rand.limit(10)
    .map(int2String) // Integer -> String
    .collect(Collectors.joining(", "));
```

Hinweis: Aber dann hätten wir uns einen Namen ausdenken müssen, der nur an einer Stelle genutzt wird und außerdem Typparameter rumschleppen müssen.

Hinweis: Leider ist Java nicht konsequent und die Notation geht aus Gründen der Abwärts-kompatibilität nicht. Andere Sprachen können so etwas.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

77

Lambda Funktionen (II)



Um Lambda-Ausdrücke zu formulieren, gehen wir wie folgt vor.

```
(Typ1 n1, Typ2 n2, Typ3 n3, ...) -> { anweisungen; }
```

Hinweis: Allgemeinste und verboseste Form. Üblicherweise werden vereinfachte Formen genutzt (siehe unten).

Beispiel: Lambda-Ausdruck zum Multiplizieren.

```
(int x, int y) -> { return x * y; }
```

Auf Typen kann aber dank Typinferenz verzichtet werden.

```
(x, y) -> { return x * y; }
```

Hinweis: Typinferenz bedeutet, dass der Datentyp aus der Verwendung des Lambda-Ausdrucks abgeleitet werden kann.

Besteht die rechte Seite nur aus einer Anweisung kann auf die Klammer verzichtet werden.

Ferner kann auf `return` verzichtet werden, wenn der Anweisungsblock nur dazu dient einen Ausdruck auszuwerten.

```
(x, y) -> x * y
```

Hinweis: Aufgrund dieser kompakten Notation, ist dies die präferierte Form wie Lambda-Ausdrücke genutzt werden.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

78

Lambda Funktionen (III)



Hat ein Lambda-Ausdruck nur einen Parameter, so kann auch noch die Klammer um die Parameter auf der linken Seite weggelassen werden.

`x -> x * x`

Hinweis: Einfacher geht es jetzt aber wirklich nicht mehr ;-)

Hat ein Lambda-Ausdruck keinen Parameter, so kann dies wie folgt notiert werden.

`() -> System.out.println("Hello World")`

`() -> 10`

`() -> Math.random() // Generiert eine Zufallszahl`

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

79

Funktionen an Funktionen übergeben



Was soll das alles?

Mit Java 8 können Sie nun auch (über den Umweg neuer Funktionstypen) Funktionen (also ausführbare Logik!) als Parameter für Methoden definieren.

Oder anders gesagt:

Man kann einer Methode eine „Methode“ übergeben.

Klingt komisch, klingt innovativ, ist es aber nicht.



Nur Java konnte das jahrelang nicht!

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

80

Funktionen an Funktionen übergeben

Die Stream-Klasse definiert eine Reihe von Methoden, die Lambda-Funktionen (also Code!) als Parameter erwarten.

Es gibt dabei unterschiedliche Arten von Funktionen, hier eine Auswahl, die mit Java 8 definiert worden sind.

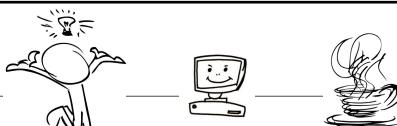


Name	Beschreibung
Predicate<T>	Prüft einen Parameter des Typs T auf eine Eigenschaftserfüllung (liefert Boolean)
BiPredicate<R, S>	Prüft zwei Parameter des Typs R und S darauf, ob sie in einer Relation zueinander stehen oder nicht (liefert Boolean)
Function<T, R>	Funktionen die Parameter des Typs T auf Ergebnisse des Typs R abbilden. Bspw. Länge einer Zeichenkette T == String, R == Integer
UnaryOperator<T>	Ein Operator der Parameter des Typs T in Ergebnisse desselben Typs umrechnet. Bspw. Kann die Fakultät als unärer Operator angesehen werden. $3! = 6$ (int -> int)
BinaryOperator<T>	Ein Operator der zwei Parameter des Typs T in Ergebnisse desselben Typs umrechnet. Bspw. $+ . 4 + 3 = 7$ (int, int) -> int
BiFunction<T, U, R>	Funktionen die zwei Parameter des Typs T und U auf Ergebnisse des Typs R abbilden. Bspw. Funktion zum Suchen der Häufigkeit eines Zeichens in einer Zeichenkette (String, Character) -> Integer

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

81

Miniübung:



Definieren sie eine Lambda-Funktionen und weisen sie diese einem geeigneten Funktionstyp zu.

Prüfen ob eine ganzzahlige Zahl gerade ist.

```
Predicate<Integer> even = = x -> x % 2 == 0;  
even.test(5) == false
```

Bestimmen der Länge einer Zeichenkette.

```
Function<String, Integer> length = = s -> s.length();  
length.apply("Hello") == 5
```

Quadrieren einer Fließkommazahl.

```
UnaryOperator<Double> sqr = = v -> v * v;  
sqr.apply(5.0) == 25.0
```

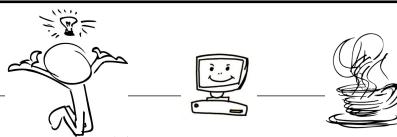
Bestimmung des Divisionsrests (Modulo) zweier ganzzahliger Zahlen.

```
BinaryOperator<Integer> modulo = = (a, b) -> a % b;  
modulo.apply(5, 2) == 1
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

82

Miniübung:



Bestimmung der Anzahl eines Zeichens in einer Zeichenkette.

```
BiFunction<Character, String, Long> count =  
    (c, s) -> s.chars().filter(x -> x == (int)c).count();  
  
count.apply('o', "Hello World") == 2
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

83

Die Stream Klasse



Wenn wir Daten verarbeiten machen wir dies oft in einer Art von “Pipelines” einzelner Verarbeitungsschritte (*auch in der „normalen“ Programmierung*). Für diese häufig erforderliche Verarbeitungspattern bieten Streams entsprechende Methoden an, die Lambda-Funktionen verarbeiten können.

Aus den folgenden Bausteinen werden solche Verarbeitungen meist gebildet.



Überspringen/Beschränken von Daten
Selektieren von Daten

Verarbeiten von Daten
Aggregieren von Daten
Weitere Aggregationen

skip()/limit()
filter() auch
drop/takeWhile()
map() auch sorted()
reduce() auch collect()
count(),
all/any/noneMatch()

Hinweis: Was SELECT FROM WHERE in SQL ist, ist die Abfolge von filter(), map(), reduce() in der Programmierung mit Lambdas

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

84

Stream::skip()



Möchte man in einem Stream die ersten n Elemente nicht verarbeiten, so geht dies mittels skip().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Stream<Integer> is = stream.skip(4);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

```
[5, 6, 7, 8, 9, 0]
```

Hinweis:

Ist n größer als Elemente in dem Stream m vorhanden sind, wird ein leerer Stream zurückgeliefert.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

85

Stream::limit()



Möchte man in einem Stream nur die ersten n Elemente verarbeiten, so geht dies mittels limit().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Stream<Integer> is = stream.limit(4);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

```
[1, 2, 3, 4]
```

Hinweis:

Ist n größer als Elemente in dem Stream m vorhanden sind, wird ein Stream der Länge $m < n$ zurückgeliefert.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

86

Stream::filter()



Möchte man in einem Stream Elemente herausfiltern, die einer Bedingung genügen (z.B. nur ungerade Werte), geht dies mittels filter().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Predicate<Integer> odd = i -> i % 2 != 0;  
Stream<Integer> is = stream.filter(odd);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

```
[1, 3, 5, 7, 9]
```

Hinweis:

Die Langformen werden hier nur angegeben, um den Funktionstyp explizit zu machen.

Oder auch in dieser Form:

```
Stream<Integer> is = stream.filter(i -> i % 2 != 0);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

Hinweis:

Die kürzeren Formen sind gebräuchlicher und auch flexibler einsetzbar.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

87

Stream::dropWhile()



Möchte man in einem Stream solange keine Elemente verarbeiten, bis erstmalig eine Bedingung erfüllt ist, so geht dies mittels dropWhile().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Stream<Integer> is = stream.dropWhile(i -> i < 4);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

```
[4, 5, 6, 7, 8, 9, 0]
```

Achtung, dies geht erst seit



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

88

Stream::takeWhile()



Möchte man in einem Stream nur solange Elemente verarbeiten, wie eine Bedingung erfüllt ist, so geht dies mittels takeWhile().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Stream<Integer> is = stream.takeWhile(i -> i < 4);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));  
  
[1, 2, 3]
```

Achtung, dies geht erst seit



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

89

Stream::map()

Hinweis: map() ist die Schleife der funktionalen Programmierung.



Möchte man in einem Stream auf jedem Element eine Funktion ausführen, so geht dies mittels map().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Function<Integer, String> toString = i -> "" + i + "";  
Stream<String> is = stream.map(toString);  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));  
  
['1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', '9', '0']
```

Hinweis:
Die Langformen werden hier nur angegeben, um den Funktionstyp explizit zu machen.

Oder auch in dieser Form:

```
Stream<String> is = stream.map(i -> "" + i + "");  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

Hinweis:
Die kürzeren Formen sind gebräuchlicher und auch flexibler einsetzbar.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

90

Stream::sorted()



Möchte man einen Stream sortieren, so geht dies mittels sorted().

```
Stream<String> strings =  
    Stream.of("Dies", "ist", "ein", "Beispiel");  
  
Comparator<String> byLength = (s1, s2) -> s1.length() - s2.length();  
  
Stream<String> sorted = strings.sorted(byLength);  
  
sorted.forEach(s -> System.out.println(s));
```

ist
ein
Dies
Beispiel

Hinweis:

Ein Comparator vergleicht zwei Werte w1 und w2.
Liefer der Comparator für w1, w2 etwas kleiner als Null so steht w1 vor w2 in der Ordnung (ist kleiner).
Liefer der Comparator für w1, w2 etwas größer als Null so steht w1 hinter w2 in der Ordnung (ist größer).
Liefer der Comparator für w1, w2 Null so steht w1 und w2 in derselben Ordnung (ist gleich).
Mittels sorted können Sie also eine beliebige Ordnung definieren (vgl. Informatik I) und anhand dieser sortieren.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

91

Stream::distinct()



Möchte man in einem Stream nur unterschiedliche Elemente verarbeiten, so geht dies mittels distinct().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1);  
  
Stream<Integer> is = stream.distinct();  
System.out.println(is.collect(Collectors.toList()));
```

[1, 2, 3, 4, 5]

Hinweis:

Hierbei wird die Wertegleichheit herangezogen, nicht die Referenzgleichheit. D.h. die Elemente innerhalb des Streams werden mittels equals() und nicht mittels == verglichen!

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

92

Stream::reduce()



Möchte man alle Werte in einem Stream auf einen Wert „zusammenrechnen“ so geht dies mittels `reduce()`.

`reduce(id, op)` hat dabei zwei Parameter.

1. Der initiale Wert *id* mit dem die Reduktion begonnen wird (das neutrale Element *id* der Reduktionsoperation *op*, d.h. $x \text{ op } id == x$)
2. Die Reduktionsoperation *op*, diese muss assoziativ sein (d.h. $(x \text{ op } y) \text{ op } z == x \text{ op } (y \text{ op } z)$)

0 +

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

1 +

2	3	4	5
---	---	---	---

3 +

3	4	5
---	---	---

6 +

4	5
---	---

10 +

5

15

op sei die Addition, d.h. +

id für + ist 0

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme 93

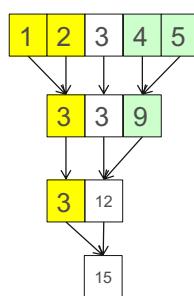
Stream::reduce()



Da die Reduktionsoperation assoziativ ist, kann das ganze auch in einer beliebig anderen Reihenfolge (und auch **parallel**) erfolgen.

Hinweis:

Initiale Operation mit neutralem Element aus Gründen der Anschaulichkeit weggelassen!



Hinweis:

Das geht natürlich auch in einer beliebigen anderen Reduktionsabfolge, vorausgesetzt die Reduktionsoperation ist assoziativ!

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme 94

Stream::reduce()

Hinweis: Die initial eingeführte collect() Methode, die Streams wieder in Listen/Maps oder Strings überführt, gehört auch in diese Aggregator-Kategorie. Die Collectors Klasse bietet eigentlich nur Aggregatoren an, die man häufig braucht.



Möchte man alle Werte in einem Stream auf einen Wert „zusammenrechnen“ so geht dies mittels reduce().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
BinaryOperator<Integer> plus = (x, y) -> x + y;  
int sum = stream.reduce(0, plus);  
System.out.println(sum);
```

45

Hinweis:
Die Langformen werden hier nur angegeben, um den Funktionstyp explizit zu machen.

Oder auch in dieser Form:

```
int sum = stream.reduce(0, (x, y) -> x + y);  
System.out.println(sum);
```

Hinweis:
Die kürzeren Formen sind gebräuchlicher und auch flexibler einsetzbar.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

95

Stream::count()



Möchte man in einem Stream die Anzahl vorhandener Elemente bestimmen, so geht dies mittels count().

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1);  
  
long quantity = stream.count();  
System.out.println(quantity);
```

10

Hinweis:

Achtung der Rückgabetype von count() ist long. D.h. es wird von der Möglichkeit seeeeeeee sehr langer Streams ausgegangen ;-)

Die Länge eines unendlich langen Streams, dauert unendlich lange zu berechnen (irgendwie logisch). Unten stehende Zeile wird also nie terminieren ...

```
long nr = Stream.iterate(1, x -> x + 1).count(); // terminiert nie!
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

96

Stream::all/any/noneMatch()

Möchte man in einem Stream alle Elemente gegen eine Bedingung prüfen, so geht dies mit den Methoden

1. boolean **allMatch(Predicate<T>)** alle Elemente genügen einer Bedingung
2. boolean **anyMatch(Predicate<T>)** mindestens ein Element genügt einer Bedingung
3. boolean **noneMatch(Predicate<T>)** kein Element genügt einer Bedingung



Quelle: Pixabay

Stream::all/any/noneMatch()

Gegeben sei folgende Liste und folgende Prädikate:

```
List<Integer> is          = Arrays.asList(1, 2, 3, 4, 5);  
Predicate<Integer> even     = i -> i % 2 == 0;  
Predicate<Integer> isZero   = i -> i == 0;
```

Geben Sie bitte an, welche Ausdrücke zu false und welche zu true ausgewertet werden.

<code>is.stream().allMatch(even)</code>	// false
<code>is.stream().anyMatch(even)</code>	// true
<code>is.stream().noneMatch(even)</code>	// false
<code>is.stream().allMatch(isZero)</code>	// false
<code>is.stream().anyMatch(isZero)</code>	// false
<code>is.stream().noneMatch(isZero)</code>	// true

Stream::forEach()



Streams bieten nun eine Reihe von Methoden an, die solche Funktionstypen als Parameter nutzen.

Möchte man bspw. einen Stream einfach Element für Element durchgehen und für jedes Element Anweisungen ausführen, so geht dies mittels `forEach()`

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
Consumer<Integer> print = i -> System.out.println("- " + i);  
stream.forEach(print);
```

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 0

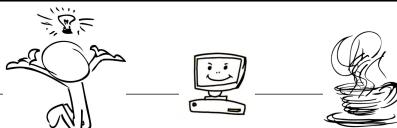
Oder auch kürzer:

```
Stream<Integer> stream = Stream.of(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0);  
  
stream.forEach(i -> System.out.println("- " + i));
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

99

Miniübung:



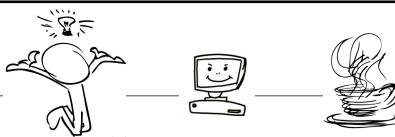
Bestimmen Sie wie viele gleiche Zufallszahlen in folgendem Stream im Bereich der Zufallszahlen 100 bis 200 (jeweils inklusive) gezogen wurden.

```
Stream<Integer> rands = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 100));  
  
long equals = 100 - rands.skip(100).limit(100).distinct().count();
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

100

Miniübung:



Gegeben sei folgende for-Schleife.

```
for(int i = 10; i <= 100; i += 3) {  
    System.out.println(i);  
}
```

Übersetzen sie diese in einen Lambdaausdruck mit demselben Verhalten.

```
Stream.iterate(10, i -> i + 3).limit(100).filter(i -> i <= 100).forEach(i -> {  
    System.out.println(i);  
});
```

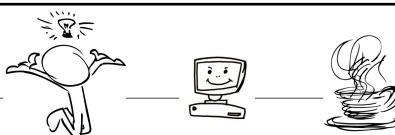
Hinweis:

Der `limit()` Ausdruck ist erforderlich, da wir es mit unendlich großen Streams zu tun haben. Und `filter()` liest unendlich aus dem Stream aus (das meiste wird zwar verworfen, aber es wird gelesen, gelesen, gelesen, ...). Zusätzlich geschieht irgendwann noch ein Integerüberlauf, so dass auf einmal negative Zahlen ausgegeben werden, da diese $<= 100$ sind).

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

101

Miniübung:



Gegeben ist folgender Stream von Zeichenketten.

```
Stream<String> strings = Stream.of("Hello", "functional", "crazy", "World");
```

Verknüpfen sie diesen Stream (und beliebige andere) zu einer Zeichenkette in der jedes Element durch ein Leerzeichen getrennt ist. Nutzen sie ausschließlich die `reduce()` Methode.

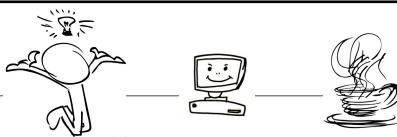
```
strings.reduce("", (s1, s2) -> s1 + (s1.equals("") ? "" : " ") + s2)
```

"Hello functional crazy World"

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

102

Miniübung:



Gegeben ist folgender Stream von Integerwerten.

```
Stream<Integer> rands = Stream.generate(() -> (int)(Math.random() * 1000));
```

Bestimmen sie aus den ersten 100 Einträgen des Streams das Maximum.

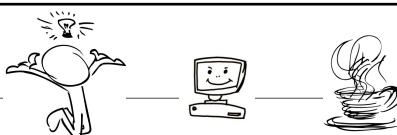
Nutzen sie zur Reduktion nur die `reduce()` Funktion.

```
rands.limit(100).reduce(0, (x, y) -> x <= y ? y : x)
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

103

Miniübung:



Gegeben ist folgender Stream von Integerwerten.

```
Stream<Integer> rands = Stream.generate(() -> Math.random(1000));
```

Geben sie die ersten 10 Einträge in folgender Form

[877, 567, 678, 400, 300, 177, 999, 675, 444, 666]

als Zeichenkette aus.

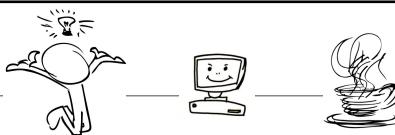
Nutzen sie zur Reduktion nur die `reduce()` Funktion.

```
BinaryOperator<String> concat = (s1, s2) -> s1 + (s1.equals("") ? "" : " ") + s2;  
System.out.println("[" + rands.limit(10).map(x -> x + "").reduce("", concat) + "]");
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

104

Miniübung:



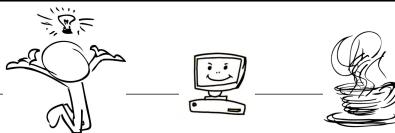
Gegeben sei folgende (klassische) Methode zur Erzeugung von Primzahlen bis n .

```
public static List<Integer> erathostenes(int n) {  
    boolean[] deleted = new boolean[n + 1];  
    List<Integer> prims = new LinkedList<>();  
  
    for (int i = 2; i < Math.sqrt(n); i++) {  
        if (!deleted[i]) prims.add(i);  
        for (int j = i * i; j <= n; j += i) deleted[j] = true;  
    }  
  
    for (int i = (int) Math.sqrt(n) + 1; i <= n; i++)  
        if (!deleted[i]) prims.add(i);  
  
    return prims;  
}
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

105

Miniübung:



Für kryptografische Anwendung benötigen sie eine einfache Methode Primzahlen zu erzeugen. Sie stoßen bei Wikipedia

<https://de.wikipedia.org/wiki/Primzahlgenerator>

auf die folgenden Funktionen, die auf Euler zurück gehen sollen (Euler gilt im Allgemeinen ja als verlässliche Quelle), die beide jeweils nur Primzahlen erzeugen sollen.

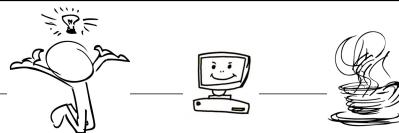
$$p_1(n) = n^2 + n + 17 \quad \text{Euler 1}$$

$$p_2(n) = n^2 - n + 41 \quad \text{Euler 2}$$

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

106

Miniübung:



Sie können die Methode `List<Integer> erathosthenes(int)` als korrekt annehmen.

Prüfen Sie Euler 1 und Euler 2 für die ersten 20 generierten Primzahlen auf Korrektheit.

Geben Sie im Falle fehlerhafter Primzahlen falsch generierte Primzahlen für Euler 1 und Euler 2 aus.

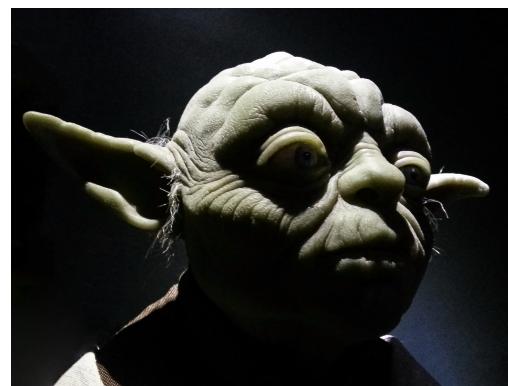
```
Function<Integer, Integer> euler1 = n -> n * n + n + 17;  
Function<Integer, Integer> euler2 = n -> n * n - n + 41;  
  
Predicate<Integer> isPrim = n -> erathosthenes(n).contains(n);  
  
boolean euler1Correct =  
    Stream.iterate(1, i -> i + 1).limit(20).map(euler1).allMatch(isPrim);  
  
Stream.iterate(1, i -> i + 1).limit(20).map(euler1)  
    .filter(e -> !isPrim.test(e))  
    .forEach(p -> {  
        System.out.println(p);  
    });
```

Was passiert, wenn Sie Euler 2 für die ersten 100 generierten Primzahlen prüfen?

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

107

Und nun HTML mit Lambdas erzeugen zu sein wird



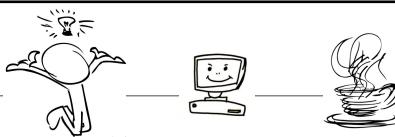
Um zu prüfen, ob verstanden Du hast ...

Quelle: Pixabay

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

108

Miniübung:



Gegeben sind Strings folgenden Formats:

```
String students =  
    "Mustermann, Max" + '\n' +  
    "Musterfrau, Maren" + '\n' +  
    "Hilflos, Holger" + '\n' +  
    "Loniki, Tessa";
```

Wandeln Sie Strings in HTML Zeichenketten, so dass Sie in einem HTML Browser als Tabelle dargestellt würden.

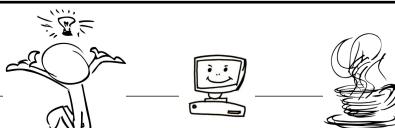
```
<table>  
<tr><td>Max</td><td>Mustermann</td></tr>  
<tr><td>Maren</td><td>Musterfrau</td></tr>  
<tr><td>Holger</td><td>Hilflos</td></tr>  
<tr><td>Tessa</td><td>Loniki</td></tr>  
</table>
```

Nutzen Sie ausschließlich Lambdas, um dies zu realisieren.

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

109

Miniübung:



```
String students =  
    "Mustermann, Max" + '\n' +  
    "Musterfrau, Maren" + '\n' +  
    "Hilflos, Holger" + '\n' +  
    "Loniki, Tessa";
```

Lösung:

```
String lines =  
    Stream.of(students.split("\n"))  
        .map(line -> line.split(", "))  
        .map(stud -> "<tr><td>" + stud[1] + "</td><td>" + stud[0] + "</td></tr>")  
        .collect(Collectors.joining("\n"));  
  
System.out.println("<table>\n" + lines + "\n</table>");
```

Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

110

Zusammenfassung



- Streams
 - Erzeugen mittels `.stream()` oder `Stream.of()`
 - Mittels `.collect()` in Collections wandeln
- Lambda Funktionen
 - Anonyme Funktionen
 - `(a, b, c) -> expression(a, b, c)`
- Funktionstypen
 - Predicate
 - Function, BiFunction
 - UnaryOperator, BinaryOperator
- Streammethoden
 - `forEach()`
 - `map()` und `reduce()`
 - `filter()`, `distinct()` und `sorted()`
 - `limit()`, `skip()`
 - `allMatch()`, `anyMatch()`, `noneMatch()`
 - `count()`



Prof. Dr. rer. nat. Nane Kratzke
Praktische Informatik und betriebliche Informationssysteme

111