- **Задача 1**<sup>©</sup>. В школьной столовой 5 кранов для умывания. Каждый может быть закрыт или открыт. Сколькими способами может течь вода в столовой?
- **Задача 2.** Некое современное здание имеет форму куба, стоящего на четырёх колоннах. Имеется 6 красок. Сколькими способами можно покрасить грани здания этими красками в 6 цветов? (Каждая грань красится целиком в один цвет, разные грани красятся в разные цвета.)
- **Задача 3.** а) В заборе 20 досок, каждую надо покрасить в синий, зелёный или жёлтый цвет, причём соседние доски красятся в разные цвета. Сколькими способами это можно сделать?
- б) А если требуется ещё, чтобы хоть одна из досок обязательно была синей?
- **Задача 4 . a)** Сколько можно составить различных (не обязательно осмысленных) слов из k букв, используя русский алфавит? **б)** А если потребовать, чтобы буквы в словах не повторялись?
- **в)** Сколькими способами можно переставить буквы в слове из k различных букв?
- Задача 5. а) Сколько существует 10-значных чисел, не содержащих цифру 1?
- б) Сколько из них содержит цифру 9 (хотя бы одну)?
- Задача 6. а) Десять девушек водят хоровод. Сколькими способами они могут встать в круг?
- б) Сколько ожерелий можно составить из 10 различных бусин?
- в)\* А если в ожерелье всего 3 белых и 7 синих бусин?
- Задача 7. а) Сколько строк можно составить из 0 и 1, чтобы в каждой строке было 10 цифр?
- 6) На дереве растут 10 яблок. Сколькими способами можно сорвать несколько из них?
- Задача  $8^{\circ}$ . Меню в школьном буфете постоянно и состоит из n разных блюд. Петя хочет каждый день выбирать себе завтрак по-новому (за раз он может съесть от 0 до n разных блюд).
- а) Сколько дней ему удастся это делать? б) Сколько блюд он съест за это время?
- **в)\*** Вася решил последовать примеру Пети, но съедать каждый день нечётное число блюд. Сколько дней ему удастся это делать? **r)\*** Сколько блюд он съест за это время?
- **Задача 9. а)** Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 8 различных ладей так, чтобы они не били друг друга? **б)** Тот же вопрос про 8 неразличимых ладей.
- **Задача 10**. **а)** Фабрика игрушек выпускает разноцветные кубики. У всякого кубика каждая грань окрашена целиком одной из шести красок, имеющихся на фабрике, причём все цвета присутствуют. Сколько видов кубиков выпускает фабрика? **б)** Та же задача, но есть всего пять красок.
- Задача 11. Решите пункт а) предыдущей задачи, заменив куб на тетраэдр (и 6 цветов на 4).
- **Задача 12\*.** Даны два одинаково окрашенных кубика  $1 \times 1 \times 1$  из пункта а) задачи 11. Сколько видов параллелепипедов  $1 \times 1 \times 2$  можно получить, склеивая эти два кубика (по грани)?
- Задача 13. Сколько раз в записи целых чисел от 1 до 222222 встречается цифра 0?
- **Задача 14.** На окружности отмечены десять различных точек. Сколько можно провести незамкнутых несамопересекающихся ломаных с вершинами во всех этих точках?
- Задача 15. а) Какое наибольшее число неразличимых слонов можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга? б) Докажите, что число способов такой расстановки квадрат целого числа. в)\* Найдите это число. (Сначала решите задачу для досок  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4...$ )
- **Задача 16.** Дана белая доска  $10 \times 10$  клеток. Сколькими способами можно окрасить некоторые её клетки в чёрный цвет так, чтобы получился полностью чёрный прямоугольник?
- **Задача 17\*.** В таблицу размера  $m \times n$  записывают числа +1 и -1 так, чтобы произведение чисел в каждой строке и в каждом столбце равнялось 1. Сколькими способами это можно сделать?
- **Задача 18\*. а)** «Чёртово колесо» состоит из p одинаковых кабинок (p простое число). Каждую кабинку можно покрасить в один из n цветов. Сколько есть способов раскраски?
- **б)** (*Малая теорема Ферма*) Выведите из предыдущего пункта, что  $n^p n$  делится на p при любом натуральном числе n и любом простом числе p.

$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5 5 3 a 6	6 6 6 a 6 B	7 7 8 a 6 a	8 8 8 б в г	9 9 10 a	10 11 12 13	$ \begin{vmatrix} 14 & 15 & 15 & 15 \\ a & 6 & B \end{vmatrix} $	16   17   18   18   6