Лабораторная работа 6. Задача об эпидемии

Вариант 10

Ильин Никита Евгеньевич

Содержание

List of Figures

List of Tables

1 Цель работы

Цель работы научиться строить модели эпидемии в OpenModelica.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=11 700) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=270, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=49. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$
2) если $I(0) > I^*$

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$ [1]

[1] Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии.

3 Выполнение лабораторной работы

1. Пишем программу для первого случая.(рис.3.1)

```
model lab06_01
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 16000;
parameter Real I0 = 116;
parameter Real R0 = 16;
parameter Real S0 = N - I0 - R0;

Real I(start = I0);
Real R(start = R0);
Real S(start = S0);
equation
der(S) = 0;
der(I) = - b*I;
der(R) = b*I;
end lab06_01;
```

Figure 3.1: Код программы для случая 1

2. Задаем настройки симуляции.(рис.3.2)

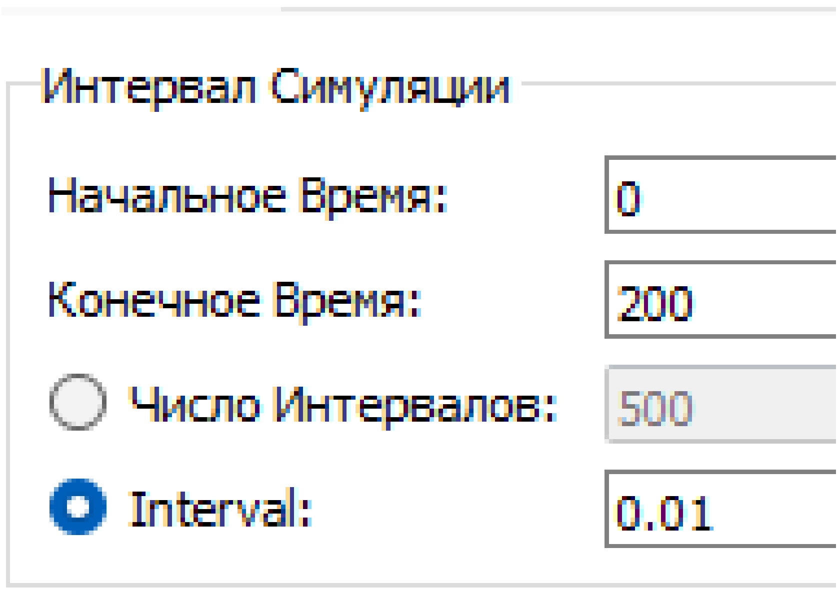

Figure 3.2: Настройки симуляции

3. Получаем график изменения числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных не превышает критического значения. (рис.3.3)

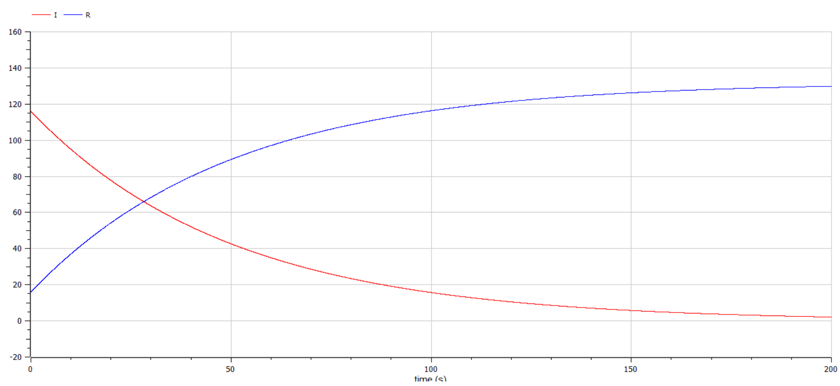

Figure 3.3: График для случая 1.1

4. Получаем график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), если число инфицированных не превышает критического значения. (рис.3.4)

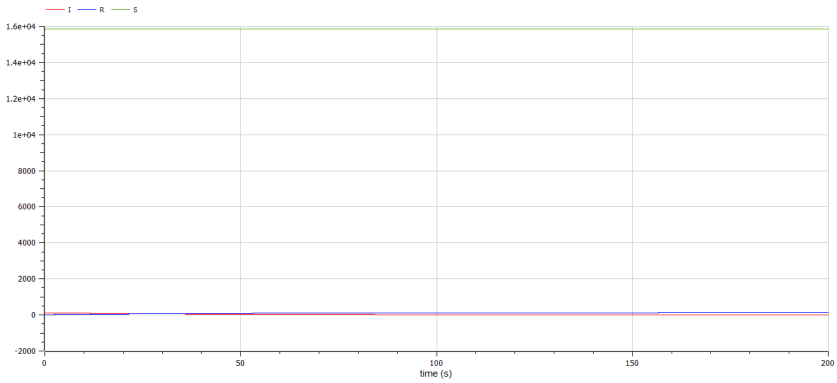

Figure 3.4: График для случая 1.2

5. Изменяем программу для второго случая. (рис.3.5)

```
model lab06_02
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 16000;
parameter Real I0 = 116;
parameter Real R0 = 16;
parameter Real S0 = N - I0 - R0;

Real I(start = I0);
Real R(start = R0);
Real S(start = S0);
equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S - b*I;
der(R) = b*I;
end lab06_02;
```

Figure 3.5: Код программы случая 2

6. Задаем настройки симуляции.(рис.3.6)

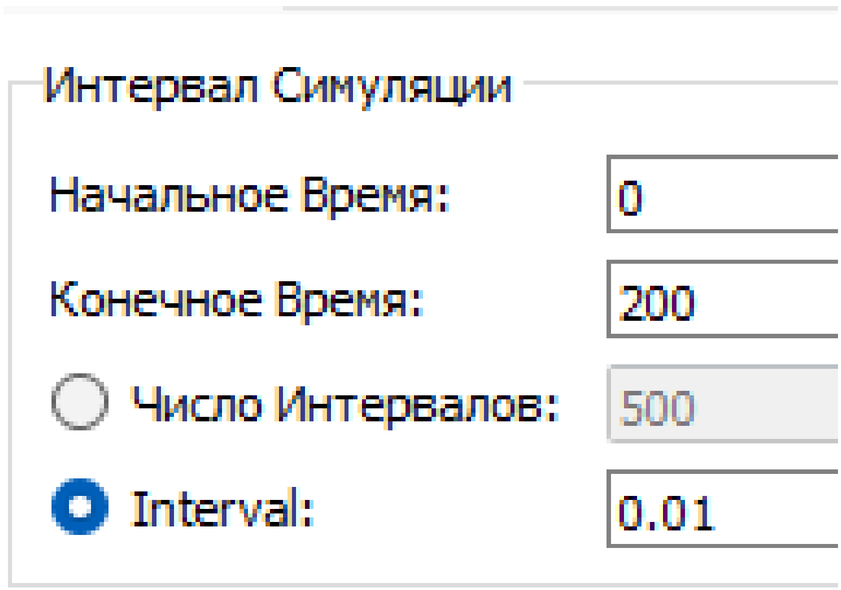

Figure 3.6: Настройки симуляции

6. Получаем график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных выше критического значения. (рис.3.7)

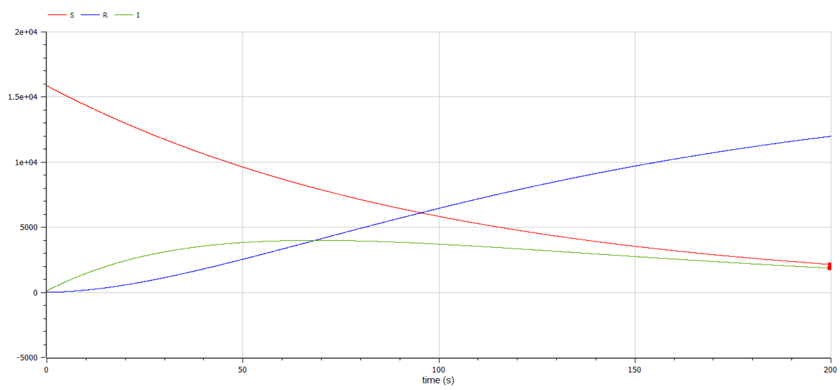

Figure 3.7: График для случая 2

4 Выводы

В данной лабораторной работе мы изучили задачу об эпидемии,построили графики изменения числа особей в каждой из трех групп, а также рассмотрели, как протекает эпидемия в двух разных случаях.

5 Список литературы

1. Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии [Текст] / Д.С.Кулябов. - Москва: - 4 с.