Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 35

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(12+4i) + y(13-9i) = 3-19i \\ x(-8+5i) + y(9-2i) = -158-48i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 12x^5 - 66x^4 - 48x^3 - 231x^2 - 540x - 300$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-2i$, $x_2 = -2-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $4-29i$, $17-4i$, $-5+9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-4+2i| < 1 \\ |arg(z+4-3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, 5, -11)$, $b = (-1, 5, -9)$, $c = (-9, -1, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, -7, 10)$ и плоскость $P: -30y + 24z + 288 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 4, -11)$, $M_1(0, -7, 12)$, $M_2(-8, -1, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -x + 22y + 14z + 162 = 0 \\ 4x + 4y + 128 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -5x + 18y + 14z - 2146 = 0 \\ -4x - 13z + 847 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.