Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 27

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{8\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(13+9i) + y(-1-14i) = -81+317i \\ x(-14-6i) + y(3+8i) = 15-279i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 10x^5 - 44x^4 - 400x^3 - 1342x^2 - 2790x - 2900$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = 2+5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-5+19i$, $23-21i$, $-25-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1-3i| < 1 \\ |arg(z+6-3i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-10, -1, 1)$, $b = (3, 8, 2)$, $c = (-4, -2, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, -7, 9)$ и плоскость $P: 16x + 14y + 8z + 108 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(13, 13, -12)$, $M_1(2, -12, 11)$, $M_2(-10, 0, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 9x + 15y - 11z + 191 = 0 \\ 17x + 13y - 14z + 380 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x + 2y + 3z - 574 = 0 \\ 12x + 8y - 14z + 940 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.