Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 16

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4+6i) + y(-12+2i) = -160-4i \\ x(13+11i) + y(-10-7i) = 33+150i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6+60x^5-496x^4+2464x^3-7632x^2+15664x-16320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-3i$, $x_2 = 3+5i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7+27i$, $-6+27i$, $27+6i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+2i| < 2 \\ |arg(z+5+i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 4, -6)$, $b = (-1, 0, 5)$, $c = (-5, -4, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, -11, -1)$ и плоскость $P: -22x - 36y - 16z + 672 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(14, -4, -14)$, $M_1(0, 8, -4)$, $M_2(-91, 1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 6x - 14y + 5z + 165 = 0 \\ 12x - 11y - 12z + 172 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x - 3y + 17z - 1009 = 0 \\ -13x - 8y + 14z - 1046 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.