Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 32

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12+14i)+y(2-8i) = 52-72i \\ x(-5+10i)+y(11+7i) = -143-11i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+33x^5-141x^4+171x^3+162x^2+138x-900$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-i$, $x_2 = 4-3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-7+9i$, $7-28i$, $8+7i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1| < 3 \\ |arg(z+2+6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -1, 2)$, $b = (-3, 4, 5)$, $c = (5, 0, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0, -4, -2)$ и плоскость $P: 12y-2z+118 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, -10, 14)$, $M_1(2, 7, 0)$, $M_2(-1, 2, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -27x-10y+z-296 = 0 \\ -19x+10y-3z-52 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x-20y+4z+2636 = 0 \\ -3x-12y-6z+1392 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.