

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{2 - 2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-5 + 7i) + y(-15 - 14i) = -336 - 113i \\ x(-7 + 10i) + y(9 + 6i) = 221 - 244i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 + 48x^5 - 309x^4 + 852x^3 - 138x^2 - 4020x + 6000$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 4 + 3i$, $x_2 = 3 + i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7 - 30i$, $20 + 7i$, $24 - 27i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z + 3 + i| < 3 \\ |\arg(z - 2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (8, 10, 0)$, $b = (-6, -4, -5)$, $c = (3, 5, -2)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, 13, 9)$ и плоскость $P: 6x + 46y + 32z + 672 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(4, 8, 1)$, $M_1(1, 3, 13)$, $M_2(6, -2, 13)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} y - 26z - 535 = 0 \\ 8x + 5y - 12z - 379 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -8x - 4y - 14z - 1536 = 0 \\ -x - 3y - 5z - 497 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .