Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 12

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6-7i) + y(-8-i) = -36+91i \\ x(-12+13i) + y(-3-3i) = -184+29i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 4x^5 - 23x^4 - 68x^3 + 248x^2 + 64x - 2176$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4 - i$, $x_2 = 2 - 2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6-8i$, $-7-26i$, $3-i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 3 + 4i| < 2 \\ |arg(z - 3 - 3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 3, 7)$, $b = (-9, -7, -9)$, $c = (8, -1, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, -4, -10)$ и плоскость $P : 2x + 12y + 4z + 186 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 13, 13)$, $M_1(0, -4, -7)$, $M_2(2, -2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -14x - 2y - 24z - 338 = 0 \\ -7x + 5y - 20z - 97 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -7x - 7y - 4z + 215 = 0 \\ -19x - 9y - 14z + 535 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.