Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 3

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(2+14i) + y(-5+8i) = 335-33i \\ x(-15+i) + y(-15+10i) = 250+368i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 20x^5 - 66x^4 + 96x^3 - 254x^2 + 716x - 510$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = 4-i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $26-14i$, $-24-22i$, $2+19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+i| < 2 \\ |arg(z-3-4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5,\,4,\,-3)$, $b = (-4,\,-9,\,0)$, $c = (4,\,2,\,-3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8,-10,14)$ и плоскость $P: -2x - 12y + 46z + 352 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6,\,10,\,-7)$, $M_1(-1,\,9,\,-1)$, $M_2(-17,\,1,\,-1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -11x - 23y - 9z + 82 = 0 \\ -19x - 10y + 4z + 173 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x - 13y - 13z - 2503 = 0 \\ -17x - 15y - 10z - 928 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.