Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 2

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{22\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(10+i) + y(10-8i) = -10+129i \\ x(-2+2i) + y(-8-10i) = 42+154i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 44x^5 - 408x^4 - 2096x^3 - 6690x^2 - 13700x - 14500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-3i$, $x_2 = -5-2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-2-5i$, $5-24i$, $25+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-4-2i| < 2 \\ |arg(z+3+5i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-10, 0, 2)$, $b = (-9, 5, 3)$, $c = (9, -9, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, -1, 6)$ и плоскость $P: -38x + 2y + 18z + 590 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -1, 9)$, $M_1(-1, 17, 14)$, $M_2(14, 2, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -15x - 5y - 38z - 351 = 0 \\ -13x - 11y - 20z - 29 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -2x + 6y - 18z + 1862 = 0 \\ -10x + 16y - 11z + 1474 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.