Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 13

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{47\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12-12i)+y(-10-9i) = 78+91i \\ x(9+9i)+y(-7+6i) = -9-182i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+6x^5+16x^4-28x^3-147x^2-378x-270$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-3i$, $x_2 = -1-2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $2-i$, $-23i$, $7-13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5+5i| < 1 \\ |arg(z+3)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, -3, 0)$, $b = (-3, 3, -8)$, $c = (6, -9, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3,-3,-8)$ и плоскость $P: 16x-6y-38z+498 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, -2, -5)$, $M_1(-2, -59, -7)$, $M_2(-9, -3, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -13x+27y-3z+220 = 0 \\ -5x+19y+12z+193 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -8x+8y-15z-2091 = 0 \\ -18x-19y+11z+937 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.