Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 4

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6+14i) + y(-14+4i) = -120-8i \\ x(-4+9i) + y(-15-3i) = -107-82i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 24x^5 - 93x^4 - 120x^3 + 123x^2 + 624x - 507$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+2i$, $x_2 = -2-3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15+26i$, $-22+13i$, $-2+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3} - 2i$, $z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4-i| < 2 \\ |arg(z-5+i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 1, 2)$, $b = (5, 2, 0)$, $c = (2, -3, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, 5, 4)$ и плоскость $P: 2x + 22y + 20z + 276 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, 8, 13)$, $M_1(-1, -7, -9)$, $M_2(27, -3, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x - 16y - 24z + 624 = 0 \\ -2x - 20y - 5z + 252 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x + 4y - 19z - 2118 = 0 \\ -x - 4y - 17z - 1338 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.