Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+9i) + y(4+8i) = -47-115i \\ x(13-11i) + y(-14+4i) = -47+85i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 45x^5 - 170x^4 - 370x^3 + 60x^2 + 1600x + 4000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+2i$, $x_2 = -1+3i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29+19i$, $-21+26i$, $20+8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2\sqrt{3} - 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4+6i| < 1 \\ |arg(z+3-4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, -2, 4)$, $b = (4, -5, 0)$, $c = (-10, 7, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, 6, -7)$ и плоскость $P: 8x + 34y - 2z + 442 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, 5, -13)$, $M_1(1, 11, -4)$, $M_2(-13, -3, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -24x + 11y + 34z - 336 = 0 \\ -18x + 6y + 15z - 117 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -6x + 5y + 19z - 2329 = 0 \\ 6x - 10y - 10z + 1608 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.