Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+8i)+y(9+9i)=53-285i \\ x(-15+6i)+y(10+11i)=120-304i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+9x^5-59x^4+195x^3-334x^2+306x-116$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+i$, $x_2 = 2+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $28-27i$, $-13-5i$, $-24+12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5-i| < 2 \\ |arg(z+4-5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (7,4,6)$, $b = (-8,-4,-7)$, $c = (-2,-6,0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8,-1,14)$ и плоскость $P: -6x-20y+42z+540=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(13,-7,-6)$, $M_1(-1,11,-9)$, $M_2(-71,-3,-9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -35x-7y+25z+263=0 \\ -17x-9y+9z+141=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x+2y+16z+3626=0 \\ -13x+14y+11z+2732=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.