Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{25\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14+13i)+y(8-i) = 179-333i \\ x(3+8i)+y(-12+9i) = -100+162i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+26x^5+132x^4+88x^3-1050x^2-2978x-2460$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-4i$, $x_2 = -2+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: -25, $-15+2i$, $-6-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = i$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3-i| < 2 \\ |arg(z+1+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 2, 10)$, $b = (4, -2, 1)$, $c = (5, -2, 3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, -8, 13)$ и плоскость $P: 14x-40y+44z+876 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 3, 1)$, $M_1(0, -22, 11)$, $M_2(22, 0, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 13x+3y-17z+318 = 0 \\ -x+5y-19z+98 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x-2y+2z+1444 = 0 \\ -10x+2y-13z-1117 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.