Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 19

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{49\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(4-4i) + y(8+14i) = 122+76i \\ x(2-14i) + y(2-9i) = 73-76i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 - 6x^5 + 20x^4 - 60x^3 + 168x^2 - 64x - 320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+2i$, $x_2 = -1-3i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+11i$, $2+29i$, $20-5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3i| < 3 \\ |arg(z-3)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, 0, -2)$, $b = (-10, -10, -4)$, $c = (8, -2, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, -12, -12)$ и плоскость $P: 16x - 32y - 30z + 298 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -14, 8)$, $M_1(-2, -13, 14)$, $M_2(23, -3, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -4x - 7y + 18z + 117 = 0 \\ -8x - 9y + 8z - 7 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x + 2y + 10z + 964 = 0 \\ 19x + 16y - 9z + 261 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.