Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 7

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{49\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+6i) + y(3+5i) = 50+93i \\ x(-3-14i) + y(-15+10i) = -153+46i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 10x^5 - 44x^4 + 84x^3 - 1880x^2 + 2000x + 4000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-5i$, $x_2 = 2-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-2+18i$, $-18-23i$, $-25+4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+2i| < 1 \\ |arg(z+6+2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 0, -1)$, $b = (-10, -1, 7)$, $c = (7, 2, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, -6, -13)$ и плоскость $P : 50x - 36y - 54z + 1738 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4, 11, 9)$, $M_1(-3, 3, -6)$, $M_2(-5, -1, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 24x - 25y - 31z + 355 = 0 \\ 6x - 12y - 19z + 264 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 18x - 13y - 12z - 1820 = 0 \\ -15x - 5y + 13z + 1082 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.