Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-229. Вариант 31

1. Пусть
$$z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-1+8i) + y(-5-13i) = -56-90i \\ x(6+9i) + y(7-8i) = 1+80i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $x^6+3x^5-8x^4-100x^3+579x^2-1463x-2132$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=2-3i, x_2=-5+4i, x_3=-1.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: 15-22i, -3-26i, 18+18i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi,\pi])$:

$$\begin{cases} |z - 5 - 4i| < 2\\ |arg(z + 6 + i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (4, 7, 2), b = (-9, -4, 4), c = (-8, 0, 6). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-13,6,5) и плоскость P:-44x+38y+890=0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(-1, -5, 8), $M_1(1, -19, 4)$, $M_2(17, -3, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 18x - 13y + 6z + 301 = 0 \\ x - 3y - 9z + 149 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 17x - 10y + 15z - 1690 = 0 \\ 2x - 15y + 10z - 895 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.