

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(5 - 5i) + y(-5 - 8i) = -146 + 163i \\ x(4 - 7i) + y(-3 - 5i) = -89 + 162i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 5x^5 - x^4 - 119x^3 + 458x^2 - 930x + 900$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 3 - 3i$, $x_2 = 1 + 2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $1 - 24i$, $25 - 12i$, $5 + 25i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 5 - 4i| < 2 \\ |\arg(z - 1 + 3i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (3, 4, 4)$, $b = (-10, -6, -2)$, $c = (-3, 0, 2)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, -14, 2)$ и плоскость $P: 32x - 24y - 20z + 640 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(3, 12, -8)$, $M_1(1, -8, -13)$, $M_2(-49, -3, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 23x - 8y - 20z + 165 = 0 \\ 11x + y - 2z + 6 = 0 \end{cases} \quad L_2 : \begin{cases} 12x - 9y - 18z + 2904 = 0 \\ -9x - 20y - 6z + 983 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .