Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 17

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(10-10i)+y(6+7i)=32-186i \\ x(-5+6i)+y(11+12i)=140+199i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6-20x^5-68x^4-20x^3+1022x^2+5440x+9248$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+i$, $x_2 = -1+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14-4i$, $5-23i$, $20+8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+2i| < 2 \\ |arg(z-6+6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-9, 1, 0)$, $b = (5, 1, 4)$, $c = (3, 0, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, -4, 1)$ и плоскость $P: -8x-28y-26z+636=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 2, 1)$, $M_1(1, -2, -3)$, $M_2(10, 1, -3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -22x+4y+6z+214=0 \\ -7x-15y+13z-335=0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -15x+19y-7z-1991=0 \\ -9x-16y-16z+92=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.