Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 13

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3+5i) + y(-15-i) = -163+185i \\ x(4+i) + y(-11+14i) = 44+233i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - x^5 - 4x^4 - 86x^3 - 333x^2 - 745x - 750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+4i$, $x_2 = -1-2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $16+2i$, $1+4i$, $12-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = -2\sqrt{3}+2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+i| < 2 \\ |arg(z+5+6i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 0, 6)$, $b = (-7, -5, 6)$, $c = (7, 8, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12, -10, -2)$ и плоскость $P : -44x - 40y + 20z + 1080 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, -3, -8)$, $M_1(0, 0, -4)$, $M_2(2, -2, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 8x - 29y - 5z + 636 = 0 \\ -6x - 14y + 8z + 124 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 14x - 15y - 13z + 4052 = 0 \\ -19x - 6y + 18z - 2684 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.