Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 12

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11+12i)+y(1+12i)=338+101i \\ x(14+9i)+y(-7+14i)=367+150i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-15x^5-78x^4-162x^3-996x^2-6600x+20400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+4i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-18-14i$, $-15-i$, $-2-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2-2i| < 1 \\ |arg(z-4)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, 9)$, $b = (7, -7, 5)$, $c = (-4, 4, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8,-1,-1)$ и плоскость $P: 28x-30y-6z+600=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, -10, -11)$, $M_1(-1, -51, -14)$, $M_2(-9, -3, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 19x+3y-23z-37=0 \\ 15x+16y-5z+164=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x-13y-18z-2237=0 \\ -11x+15y-17z+223=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.