Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 7

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+i) + y(6+4i) = 39-42i \\ x(-9+9i) + y(5+13i) = -69-203i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+32x^5+204x^4+576x^3+700x^2+224x-1740$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-5i$, $x_2 = -1-2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22-20i$, $1+23i$, $4-18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-4-i| < 2 \\ |arg(z-2-i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, -3, -10)$, $b = (5, 1, 0)$, $c = (1, 4, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, 3, 8)$ и плоскость $P: 28x+32y+34z+918 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, 4, -12)$, $M_1(-3, 6, 14)$, $M_2(-9, 0, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -8x+14y-6z+258 = 0 \\ 10x+5z+25 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x+14y-11z-2331 = 0 \\ 12x+5y-20z+162 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.