Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 18

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9-15i)+y(-14-15i)=181-376i \\ x(-10+i)+y(13-i)=-90+3i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6-2x^5-10x^4-48x^3+104x^2+1280x-3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-2+4i$, $x_2=3-i$, $x_3=4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $20-18i$, $-21+18i$, $-7+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-3$, $z_2=-\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+i|<1 \\ |arg(z-2+4i)|<\frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(-3,-5,-1)$, $b=(6,0,1)$, $c=(3,6,1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-8,10,-2)$ и плоскость $P: -2x-16z+82=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5,11,4)$, $M_1(0,-12,9)$, $M_2(14,2,9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x-2y+z-1=0 \\ -x+6y-18z-102=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x-8y+19z+3104=0 \\ -x-17y+14z+2830=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.