Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 22

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{26\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3+13i) + y(11+12i) = -101-16i \\ x(-14+10i) + y(-14-i) = 59-194i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 28x^5 + 112x^4 - 40x^3 - 828x^2 - 2420x - 3000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+4i$, $x_2 = -1-2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-27-24i$, $3-7i$, $11+17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3-3i| < 1 \\ |arg(z-6+2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, -6, 0)$, $b = (-1, 0, -2)$, $c = (5, -10, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9,7,4)$ и плоскость $P: 10x + 4y - 10z + 210 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3,9,-2)$, $M_1(2,7,13)$, $M_2(14,1,13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 21x + 4y + 10z + 316 = 0 \\ 11x - 8y + 5z - 34 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 10x + 12y + 5z - 995 = 0 \\ 13x - 2y - 19z + 303 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.