Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 31

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{23\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(9-2i) + y(-7+i) = -13+104i \\ x(-14+5i) + y(-9-3i) = 80-209i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 - 12x^5 + 14x^4 + 36x^3 - 228x^2 + 448x + 1360$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-3i$, $x_2 = 4-i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $25+26i$, $-14+27i$, $2-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-3i| < 3 \\ |arg(z-5+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, 5, 7)$, $b = (8, 3, -7)$, $c = (0, 1, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 11, -4)$ и плоскость $P: 36x + 22y - 36z + 1044 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, -3, 12)$, $M_1(-3, -22, 14)$, $M_2(-5, -2, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x - y + 45 = 0 \\ -14y - 18z - 244 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x + 13y + 18z + 2774 = 0 \\ -12x - 20y + 8z - 636 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.