Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7-i) + y(10-10i) = 47 + 79i \\ x(-1-13i) + y(8-6i) = 149 - 13i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 30x^5 + 208x^4 + 816x^3 + 1664x^2 + 480x - 3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-2i$, $x_2 = -2+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-19+25i$, $26+17i$, $29-12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z + 3 + 2i| < 1 \\ |arg(z - 3 + 3i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 5, -1)$, $b = (5, 1, -1)$, $c = (7, -8, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, 5, 4)$ и плоскость $P : 54x + 2y + 26z + 1036 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, -6, 11)$, $M_1(-3, 16, -4)$, $M_2(13, 2, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -27x + y - 11z + 444 = 0 \\ -20x - 17y + 5z + 595 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -7x + 18y - 16z + 3623 = 0 \\ -18x + 19y + 5z + 2349 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.