Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-2210. Вариант 24

1. Пусть
$$z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{59\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8-7i) + y(5+10i) = 35+71i \\ x(1+7i) + y(-7-14i) = 26-13i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $-2x^6 4x^5 + 60x^4 + 208x^3 1214x^2 204x + 1156$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1 = 4 + i$, $x_2 = -5 3i$, $x_3 = -1$.
- 4. Даны 3 комплексных числа: -13 + 26i, 7 + 18i, 25 22i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = -2 + 2\sqrt{3}i$, $z_2 = -2 2\sqrt{3}i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 3 - 2i| < 3\\ |arg(z + 5 + 6i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (5, 9, 9), b = (-2, -2, 0), c = (5, 3, -5). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(0,13,12) и плоскость P: 28x + 28y + 50z + 1070 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(6, -8, -7), $M_1(1, -19, -6)$, $M_2(-5, -3, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -4x - 7y + 17z - 389 = 0 \\ -x - 16y + 3z - 304 = 0 \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} -3x + 9y + 14z + 1345 = 0 \\ -6x + 7y - 20z - 525 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .