Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 29

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(12-12i) + y(11-15i) = -407+227i \\ x(3-2i) + y(-7-15i) = -64+270i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 9x^5 + 51x^4 + 35x^3 - 154x^2 - 1382x - 2460$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-5i$, $x_2 = -1+3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-15i$, $-6-16i$, $14+26i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2| < 3 \\ |arg(z+6-2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 7, -9)$, $b = (-4, -9, 9)$, $c = (-7, -9, 7)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, 2, 2)$ и плоскость $P: -28x - 20y + 14z + 310 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(1, 10, 5)$, $M_1(-2, 7, 9)$, $M_2(8, -3, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x - 2y - 16z + 18 = 0 \\ -11x - 4y - 11z + 258 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x + 2y - 5z - 834 = 0 \\ -2x + 5y + 4z + 114 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.