Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2-9i)+y(-2-14i) = -31-217i \\ x(-10+11i)+y(-9+3i) = -247+25i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+6x^5+6x^4+14x^3+305x^2+448x-780$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-2i$, $x_2 = 2-3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $16-23i$, $29+i$, $-18-25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3| < 3 \\ |arg(z-1-6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 5, 0)$, $b = (2, -3, 1)$, $c = (-1, 5, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 10, -2)$ и плоскость $P: 14x+44y+4z+712 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, -10, -15)$, $M_1(2, 5, 8)$, $M_2(23, 2, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -3x-13y-23z+452 = 0 \\ 16x-3y-9z+156 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -19x-10y-14z-2989 = 0 \\ 13x-15y+17z+1587 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.