Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 28

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-4i) + y(7+10i) = 98 - 186i \\ x(-11-7i) + y(11+3i) = -52 - 296i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 - 209x^2 - 592x + 780$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+3i$, $x_2 = 4+2i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24+7i$, $22-26i$, $19-13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1+i| < 1 \\ |arg(z+5+2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, 7, -10)$, $b = (1, 2, -3)$, $c = (4, -3, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, -12, -6)$ и плоскость $P: 32x - 4y + 12z + 232 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 7, 2)$, $M_1(-3, 9, -15)$, $M_2(5, -3, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 11x - 4y + 4z + 55 = 0 \\ 5x + 3y + 16z - 93 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 6x - 7y - 12z + 1064 = 0 \\ 5x + 16y + 18z - 1277 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.