Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 14

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(3+i)+y(4+10i) = -87-19i \\ x(11+11i)+y(7+11i) = 115+29i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+2x^5-6x^4+70x^3+141x^2-956x-1020$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-4i$, $x_2 = -4+i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26-24i$, $25-28i$, $-14+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+3i| < 3 \\ |arg(z+1+4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 10, -1)$, $b = (-4, 2, 7)$, $c = (4, 9, -8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, -14, 5)$ и плоскость $P: -50x-8y-14z+638 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, -2, 5)$, $M_1(0, 21, 11)$, $M_2(-4, -3, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -25x+6y+8z+460 = 0 \\ -20x+2y+10z+456 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -5x+4y-2z-266 = 0 \\ -17x-15y-15z-272 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.