Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 32

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3} - 2i}$ имеет аргумент $-\frac{29\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(10 - 13i) + y(3 + 3i) = -157 - 110i \\ x(2 + 13i) + y(4 + 14i) = 143 + 224i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 24x^5 + 96x^4 - 144x^3 - 1524x^2 + 8448x - 12480$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3 - i$, $x_2 = 1 + 5i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-3 - 13i$, $7 + 12i$, $-2 - 26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 2 + 3i| < 3 \\ |arg(z - 2 + 3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-6, -8, 2)$, $b = (-1, -5, 0)$, $c = (-10, 2, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0, -3, 6)$ и плоскость $P: -14x + 8y + 10z + 144 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -9, 5)$, $M_1(2, 14, 5)$, $M_2(-103, -1, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x + 19y + 25z + 476 = 0 \\ 3x + y + 17z + 148 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x + 18y + 8z - 2096 = 0 \\ 17x - 5y + 4z - 17 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.