Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 3

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{34\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12-3i) + y(-7+7i) = 195-69i \\ x(-7+11i) + y(-11+6i) = 97 \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - x^5 - 20x^4 + 40x^3 + 159x^2 - 199x - 780$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-i$, $x_2 = 3-2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+11i$, $-28+10i$, $10+22i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4i| < 3 \\ |arg(z-3+5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, -6, -7)$, $b = (-2, -5, -7)$, $c = (0, -1, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -1, 6)$ и плоскость $P: -18x + 26y + 4z + 384 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(12, -6, 11)$, $M_1(-2, 16, -9)$, $M_2(-17, 1, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 33x - 32y - 8z + 557 = 0 \\ 14x - 20y - 3z + 254 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x - 12y - 5z + 2953 = 0 \\ 12x - y + 7z + 1156 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.