Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-2210. Вариант 14

1. Пусть
$$z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{25\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(5+11i) + y(-3-14i) = -111 - 249i \\ x(-11-4i) + y(3-2i) = 138 + 106i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $4x^6 + 44x^5 + 244x^4 + 1396x^3 + 7600x^2 + 26952x + 41760$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=2-5i, x_2=-3-3i, x_3=-4$.
- 4. Даны 3 комплексных числа: 8-20i, 8+7i, 11-9i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}, z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 2 + 5i| < 2\\ |arg(z - 2 + 4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (5, 0, -4), b = (3, 2, -8), c = (3, -1, 1). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(6, -4, -12) и плоскость P: 12x 30y 30z + 420 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(8, 14, 11), $M_1(-1, -29, 9)$, $M_2(-10, -2, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x - 7y - 33z + 561 = 0 \\ -14x + 6y - 17z + 208 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x - 13y - 16z + 3497 = 0 \\ -3x - 16y - 15z + 1571 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.