Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 23

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6-4i) + y(-6+14i) = -136-302i \\ x(-6+i) + y(1-9i) = 131+174i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 80x^5 - 588x^4 - 1560x^3 + 2216x^2 + 20320x + 31200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-2i$, $x_2 = -5+i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-12-3i$, $-14+27i$, $-23-8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-2i| < 2 \\ |arg(z-1-5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 4, 5)$, $b = (-2, 6, -1)$, $c = (0, 1, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, -10, -15)$ и плоскость $P: -16x - 26y - 14z - 114 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-12, -9, 8)$, $M_1(-3, 4, 14)$, $M_2(-18, -1, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -18x - 2y - 18z + 50 = 0 \\ -x + 13y - 2z - 205 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -17x - 15y - 16z - 2055 = 0 \\ 14x + 4y + 19z + 1718 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.