Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 30

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12+14i)+y(-5+2i) = 52-319i \\ x(-9-15i)+y(-8-2i) = 367+113i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+4x^5-32x^4-64x^3-272x^2+1360x+1600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+3i$, $x_2 = 3-i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-28+12i$, $-14+11i$, $29-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = 1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3-i| < 2 \\ |arg(z+5+2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -7, 9)$, $b = (0, -5, 1)$, $c = (3, 6, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1,4,-6)$ и плоскость $P: 32y-38z+878 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, -4, 6)$, $M_1(-3, 23, 4)$, $M_2(21, -1, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -4x+3y-3z-7 = 0 \\ -7x+16y-14z-261 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 3x-13y+11z+1749 = 0 \\ -17x+10y+2z-636 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.