Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 1

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9-9i) + y(-5-2i) = 121 + 243i \\ x(-3-4i) + y(-5+3i) = 122 + 105i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 72x^5 + 632x^4 + 3320x^3 + 11012x^2 + 21360x + 18000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+4i$, $x_2 = -4-3i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29-15i$, $-15+27i$, $4-24i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4+4i| < 3 \\ |arg(z+6i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, 0, -10)$, $b = (4, -5, 1)$, $c = (6, -8, 1)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, 2, 0)$ и плоскость $P: -38x + 8y - 10z + 256 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(5, 7, 13)$, $M_1(2, -5, 6)$, $M_2(-22, 1, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -6x - y + 12z - 135 = 0 \\ 4x - 17y + 7z - 84 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x + 16y + 5z + 1473 = 0 \\ -6x + 19y - 8z + 1361 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.