Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 15

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(6+13i)+y(-2-13i)=64+19i \\ x(8+8i)+y(-6+4i)=8-112i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6-x^5-26x^4-8x^3+327x^2+233x-1326$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-i$, $x_2 = -3+2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21+2i$, $-27+i$, $21+18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2+5i| < 2 \\ |arg(z-2+i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -2, -9)$, $b = (1, 5, 7)$, $c = (-1, -5, -8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12,5,8)$ и плоскость $P: -2x+16y+20z+114=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2,2,-7)$, $M_1(2,4,6)$, $M_2(-3,-1,6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 9x-15y-11z-297=0 \\ 17x-13y+9z-99=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x-2y-20z+2610=0 \\ -19x+5y+14z-366=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.