Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 25

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+14i)+y(-10+i)=202+16i \\ x(1-11i)+y(4+5i)=-201-3i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+22x^5+94x^4+46x^3-1024x^2-6868x-13872$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-1-4i$, $x_2=-5-3i$, $x_3=4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $11+5i$, $-13-14i$, $-4-i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-2$, $z_2=1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+i|<3 \\ |arg(z-2+i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(5,1,3)$, $b=(-1,0,-1)$, $c=(6,-2,8)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(12,4,-3)$ и плоскость $P: 52x-20y+18z+1224=0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(-6,2,11)$, $M_1(-2,-1,-13)$, $M_2(-4,-2,-13)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x-17y+13z+188=0 \\ -8x-19y+10z+114=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x+2y+3z+508=0 \\ -2x+16y+4z+390=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.