

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2-2i) + y(7-8i) = 2+105i \\ x(-14-15i) + y(-8-11i) = 5+277i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 13x^5 + 65x^4 - 195x^3 + 624x^2 - 1742x + 2040$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 4-i$, $x_2 = -1+3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-25-11i$, $21-25i$, $16+10i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+1-3i| < 3 \\ |\arg(z+1+5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (0, -9, 8)$, $b = (-5, -6, 8)$, $c = (-7, 3, 1)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, 8, -2)$ и плоскость $P: -32x - 4y - 12z + 184 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-8, 4, -1)$, $M_1(2, 18, -2)$, $M_2(-17, -1, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -12x + 2y - 7z - 180 = 0 \\ -16x - 2y + 9z + 136 = 0 \end{cases} \quad L_2 : \begin{cases} 4x + 4y - 16z - 1756 = 0 \\ 13x - 2y + 18z + 1623 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .