Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 20

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{25\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12+8i)+y(-9+i) = -145+341i \\ x(3+2i)+y(-15-10i) = -196+86i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6-18x^5-151x^4-760x^3-2574x^2-5372x-4624$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = -5-3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-28+24i$, $-7-25i$, $-7+28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = -\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-4i| < 1 \\ |arg(z-2-5i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-5,-3,4)$, $b = (-8,-5,6)$, $c = (0,1,6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0,4,-5)$ и плоскость $P: -18x-14y-34z+724 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8,1,-1)$, $M_1(-3,-11,8)$, $M_2(-23,-1,8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x+6y+18z+257 = 0 \\ -12x-11y+10z+378 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x+17y+8z-4405 = 0 \\ 18x+9y+18z-3726 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.