Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 3

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(14-3i) + y(13-i) = -196+37i \\ x(-2+2i) + y(-12+3i) = 97+95i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 3x^5 - 27x^4 + 207x^3 + 6x^2 + 420x - 1800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = -2+4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17+25i$, $26-19i$, $2+12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-3i| < 1 \\ |arg(z-6-i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -2, 0)$, $b = (7, 7, -1)$, $c = (-8, -1, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, 10, -9)$ и плоскость $P: -24x + 26y - 40z + 854 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, -9, 3)$, $M_1(-3, -22, 9)$, $M_2(-8, -2, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 9x - 15y - 14z + 83 = 0 \\ 4x - 10y + 6z - 132 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 5x - 5y - 20z + 2915 = 0 \\ -7x - 13y + 2z - 83 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.