Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 28

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3-10i)+y(3-5i) = 78+76i \\ x(-13+11i)+y(10-15i) = 356-82i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-18x^5-84x^4-378x^3-1185x^2-2100x-1224$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = 1-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-2-29i$, $23-24i$, $18-i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5i| < 2 \\ |arg(z)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, 4, 8)$, $b = (0, -2, -3)$, $c = (2, -5, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, 7, -3)$ и плоскость $P: 14x+8y-28z+186 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5, 11, -10)$, $M_1(-1, -3, 9)$, $M_2(-6, 2, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -6x-y-23z+264 = 0 \\ -15x-17y-7z+198 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 9x+16y-16z+4217 = 0 \\ -4x-9y-5z-640 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.