Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 32

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{17\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14-8i) + y(-7+i) = -249+167i \\ x(-10+14i) + y(-10-5i) = -95+316i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 2x^5 + 26x^4 + 62x^3 - 1241x^2 + 3420x - 2788$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+4i$, $x_2 = 4-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23+9i$, $-27-15i$, $29-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+2i| < 2 \\ |arg(z-2+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 10, -4)$, $b = (-5, -10, 3)$, $c = (-3, -3, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, -2, 8)$ и плоскость $P: 4x - 28y + 44z + 952 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, 9, -1)$, $M_1(-1, 41, -4)$, $M_2(-15, -1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -32x + 17y - 3z - 59 = 0 \\ -19x - 2y - 18z + 341 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -13x + 19y + 15z - 2665 = 0 \\ -19x - 20y - 7z + 1193 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.