Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 5

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3} - i}$ имеет аргумент $\frac{20\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(12-i) + y(-10-9i) = -185 - 38i \\ x(-10+12i) + y(-3+7i) = -122 - 244i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 5x^5 - 30x^4 - 770x^3 - 4605x^2 - 14525x - 10660$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4 - 5i$, $x_2 = -2 + 3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-5 + 18i$, -8, $-9 + 5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z + 1 - 2i| < 2 \\ |arg(z + 3 - 6i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (8, 5, 0)$, $b = (-5, -2, -3)$, $c = (7, 6, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1, 12, -8)$ и плоскость $P: 6x - 2y - 10z + 8 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, -1, -1)$, $M_1(-2, 12, 1)$, $M_2(48, 2, 1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -4x + 4y - z - 2 = 0 \\ 3x + 9y + 5z - 102 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -7x - 5y - 6z + 870 = 0 \\ 19x + 13z - 1604 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.