Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-227. Вариант 35

1. Пусть
$$z = \sqrt{3} - i$$
. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{29\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4-7i) + y(-6+9i) = 112+66i \\ x(13-i) + y(-1+3i) = 56-92i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $-3x^6-66x^5-687x^4-4176x^3-15180x^2-28968x-17340$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=-5+3i, x_2=-3+5i, x_3=-5$.
- 4. Даны 3 комплексных числа: 13+28i, -7-25i, 4-16i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3} + i$, $z_2 = -2i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+4+3i| < 1\\ |arg(z-3+i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (5, 2, 9), b = (4, -8, -9), c = (7, 0, 8). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-8, -4, 0) и плоскость P: 14x 22y 14z + 462 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(-10, 1, 10), $M_1(0, -11, -7)$, $M_2(-12, 1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x + 16y - 8z + 74 = 0 \\ 15x + 19y - 12z + 112 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x - 3y + 4z - 572 = 0 \\ -19x + 8y - 18z - 44 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .