Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 32

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент 2π.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(10+5i) + y(7+5i) = -31-140i \\ x(-8+6i) + y(10-12i) = 236+84i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 60x^5 - 420x^4 - 1810x^3 - 4825x^2 - 2630x + 9750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+3i$, $x_2 = -1+5i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+3i$, $-12+5i$, $4+19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3+5i| < 2 \\ |arg(z+4+2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 0, 1)$, $b = (3, 3, 2)$, $c = (-8, -6, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 9, -1)$ и плоскость $P: -22x - 4y - 6z + 364 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, 9, -13)$, $M_1(1, -4, -8)$, $M_2(0, -3, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 8y + 6z + 226 = 0 \\ 16x + 5y - 10z - 282 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -16x + 3y + 16z - 2097 = 0 \\ -4x - 15y - 327 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.