Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 17

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-4-7i)+y(2-15i) = -199-246i \\ x(5+5i)+y(12+7i) = 227-20i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6-24x^5+126x^4-108x^3-777x^2+4716x+8700$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-5i$, $x_2 = 4-3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $28-21i$, $19-21i$, $-20-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}+i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2-3i| < 3 \\ |arg(z+5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-5, 6, 2)$, $b = (0, -2, 1)$, $c = (3, -7, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1, 6, -10)$ и плоскость $P: 28x+6y-48z+1018 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, 3, 13)$, $M_1(-2, 2, 14)$, $M_2(-7, -3, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 18x+21y+8z+537 = 0 \\ 8x+16y-6z+226 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 10x+5y+14z+1916 = 0 \\ -7x-20y-4z-1477 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.