Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{13\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(3+14i) + y(9-10i) = 270-125i \\ x(-5-11i) + y(13+3i) = -9+39i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 - 2x^5 - 88x^4 + 172x^3 + 1360x^2 - 3056x - 4160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+i$, $x_2 = 4-2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $17+8i$, $-19+9i$, $6+3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2\sqrt{3}-2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2+5i| < 2 \\ |arg(z-3+4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (7,-5,0)$, $b = (-6,8,9)$, $c = (-4,4,3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4,8,-15)$ и плоскость $P: 16x+36y-14z+312 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8,1,12)$, $M_1(1,-20,-7)$, $M_2(-21,2,-7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 11x-3y+7z+244 = 0 \\ -5x+17y-4z-73 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x-20y+11z-4345 = 0 \\ 19x+9z-2015 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.