Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 28

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-14-15i)+y(-2+14i) = 140-42i \\ x(12-14i)+y(6+12i) = -266+72i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+48x^5+172x^4-1348x^2-3760x-5100$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = -4-i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-12-3i$, $9+3i$, $27-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2+4i| < 1 \\ |arg(z-6-4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, -2, -11)$, $b = (4, 0, -5)$, $c = (-5, 6, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6,0,0)$ и плоскость $P: -22x+14y-26z+546 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(12, -4, 5)$, $M_1(1, 19, 10)$, $M_2(-21, -3, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 19x-20y+18z-622 = 0 \\ 9x-5y+14z-329 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 10x-15y+4z-1316 = 0 \\ 14x+8z-808 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.