Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 29

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{25\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6+12i)+y(-4-10i) = -20-200i \\ x(11-11i)+y(9-8i) = -31+230i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6-28x^5-194x^4-712x^3-1576x^2-2112x-1280$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-4i$, $x_2 = -1+2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23-25i$, $-16+23i$, $-19-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-6| < 1 \\ |arg(z-2i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, -6, 2)$, $b = (-5, 0, 4)$, $c = (8, 4, -7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, -15, -4)$ и плоскость $P: 42x-18y-16z+376 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 10, 1)$, $M_1(2, 13, -1)$, $M_2(17, -2, -1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -34x+18y-12z+332 = 0 \\ -18x+6y-4z+204 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -16x+12y-8z+2448 = 0 \\ 6x+3y+16z-994 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.