Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 5

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{55\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15-13i) + y(-15+11i) = 118+132i \\ x(9+8i) + y(-13-4i) = -39-197i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+10x^5+4x^4+156x^3+760x^2-400x-4000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-4i$, $x_2 = -3-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $23+20i, 4-14i, -19+27i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-3i| < 3 \\ |arg(z-3+3i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2,-2,-2)$, $b = (0,-1,9)$, $c = (-3,-3,-4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2,-4,10)$ и плоскость $P: -24x-30y+570 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7,-9,2)$, $M_1(2,-8,-5)$, $M_2(7,-3,-5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -17x+15y+12z-311 = 0 \\ -15x+2y+5z-246 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -2x+13y+7z-1397 = 0 \\ 15x-20y-8z+2433 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.