Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 35

1. Пусть $z = 2-2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7-11i)+y(8+8i) = -89+165i \\ x(11-12i)+y(-14-7i) = 104+22i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+3x^5-18x^4+168x^3-51x^2+405x-1950$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-2i$, $x_2 = 2-3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20+14i$, $-14+20i$, $25-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+5| < 1 \\ |arg(z-6+6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, 2, 3)$, $b = (5, -3, -4)$, $c = (-9, 0, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3,-14,11)$ и плоскость $P: 22x-52y+22z+932 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, 14, 10)$, $M_1(1, -7, -2)$, $M_2(22, 0, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 20x+4y-22z+228 = 0 \\ 6x-3y-9z+150 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x+7y-13z-1164 = 0 \\ 13x+6y+19z-37 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.