Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 34

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x\,(5+8i) + y\,(3+13i) = 64 - 192i \\ x\,(9+3i) + y\,(-12-11i) = -136+68i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 84x^5 - 752x^4 - 3680x^3 - 10256x^2 - 14736x - 7488$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14+6i$, $-12+19i$, $-18-18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2i| < 3 \\ |arg(z-5+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, 9)$, $b = (-5, -3, -8)$, $c = (-7, -4, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, 11, 1)$ и плоскость $P: -52x + 34y + 12z + 836 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, -9, -12)$, $M_1(0, 8, -15)$, $M_2(14, 1, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -2x - 2y + 14z - 38 = 0 \\ 4x - 20y + 11z + 121 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x + 18y + 3z - 2373 = 0 \\ -14x - 13y + 4z + 1022 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.