Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 11

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{17\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(5+12i) + y(3-9i) = 54 - 218i \\ x(4+9i) + y(5+9i) = 76 - 42i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 20x^5 - 72x^4 - 72x^3 + 752x^2 - 1312x + 960$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2 - 4i$, $x_2 = 1 - i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-24 + 22i$, $3 + 8i$, $17 - 25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z - 6 + 6i| < 1 \\ |arg(z - 1 + 3i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, 0, -4)$, $b = (-2, -3, 2)$, $c = (6, 7, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, -2, -9)$ и плоскость $P : 2x + 14y - 4z + 108 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, -10, 10)$, $M_1(0, -1, -8)$, $M_2(16, 1, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} 27x - 11y + 12z - 447 = 0 \\ 14x - 7y - 280 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 13x - 4y + 12z + 2136 = 0 \\ 8x + 8y + 2z + 736 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.