Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 15

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-4-13i)+y(5+2i)=98-173i \\ x(-5-i)+y(-4+11i)=-149-83i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6-55x^5-305x^4-425x^3+3820x^2+19190x+44200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-2-3i$, $x_2=-3+5i$, $x_3=-5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-18-24i$, $-22+17i$, $-15+4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=2$, $z_2=\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):
$$\begin{cases} |z+3-i|<2 \\ |arg(z+5-i)|<\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(5,5,1)$, $b=(-7,-6,-3)$, $c=(5,0,8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(1,-3,7)$ и плоскость $P: 30x-16y+18z+536=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7,9,-12)$, $M_1(-3,19,-2)$, $M_2(6,1,-2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -x+10y+14z-260=0 \\ -17x+3y-136=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x+7y+14z+3383=0 \\ 15x-12y+12z+2172=0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.