Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 20

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8-4i) + y(1-12i) = -25-35i \\ x(11-5i) + y(-13+7i) = 135+297i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 4x^5 + 39x^4 - 80x^3 + 399x^2 - 956x - 1479$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-5i$, $x_2 = -1+4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $11-9i$, $-17-2i$, $13+4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = 4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1+i| < 2 \\ |arg(z-3)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, 3, 2)$, $b = (-2, 0, -1)$, $c = (-2, -4, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, 9, -10)$ и плоскость $P: -18x + 40y - 32z + 542 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, 12, -3)$, $M_1(1, -4, 14)$, $M_2(33, 2, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -2x - 23y + 3z + 218 = 0 \\ 5x - 10y + 8z - 25 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x - 13y - 5z + 1944 = 0 \\ -19x + 11y + z - 54 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.