Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 20

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-9+10i)+y(1-12i) = 224+64i \\ x(-14-4i)+y(13+9i) = -15+183i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6-25x^5+125x^4-25x^3-4620x^2+6150x+65000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-4i$, $x_2 = -5-i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+18i$, $-25-12i$, $2+4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-4-6i| < 1 \\ |arg(z+4+2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, 2)$, $b = (0, 1, -5)$, $c = (1, 8, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, 14, -14)$ и плоскость $P: 26x+8y+2z-24 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(12, 9, -4)$, $M_1(-2, -20, 8)$, $M_2(-7, 0, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 16x+19y-38z-946 = 0 \\ 8x+13y-20z-542 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x+6y-18z-2948 = 0 \\ -10x+18y+6z+298 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.