

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{37\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6 - 5i) + y(11 - 15i) = -60 + 200i \\ x(13 - 6i) + y(8 + 5i) = -136 - 102i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 12x^5 + 6x^4 - 96x^3 - 62x^2 - 108x + 1530$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 4 - i$, $x_2 = -1 + 2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8 - 12i$, $-5 - 13i$, $-17 - 10i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z + 2 - 3i| < 2 \\ |\arg(z - 5 - 4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-7, 9, 4)$, $b = (0, 2, -5)$, $c = (-3, 3, 4)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, -6, 6)$ и плоскость $P: 52x - 34y - 2z + 1064 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-8, -3, 14)$, $M_1(1, 68, -8)$, $M_2(-13, -2, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 11y + z - 159 = 0 \\ 12x + 15y + 17z - 307 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -12x - 4y - 16z + 2644 = 0 \\ 19x - 2z - 1185 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .