Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 32

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-3-4i)+y(4+6i)=142-69i \\ x(-6+8i)+y(6+10i)=76-146i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+10x^5+54x^4+90x^3+29x^2-600x+416$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-4i$, $x_2 = -2-3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $29+9i$, $-3+10i$, $18+23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2}+\sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3-2i| < 3 \\ |arg(z-3-4i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, -3, -5)$, $b = (4, 9, 2)$, $c = (0, -9, -7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9,-4,11)$ и плоскость $P: -38x+48z+1004 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, -5, -14)$, $M_1(-3, -20, 13)$, $M_2(-22, -1, 13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -19x-8y-6z-125=0 \\ -4x-3y+4z-75=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x-5y-10z-1100=0 \\ 4x-13y+5z-107=0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.