Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 30

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{16\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(4-7i)+y(-13+5i) = 6+95i \\ x(4+11i)+y(-1-4i) = -96-37i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+9x^5+26x^4+16x^3-65x^2-233x-170$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+i$, $x_2 = -1+2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21-3i$, $-24+2i$, $4+9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2 = 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2+2i| < 1 \\ |arg(z-2-4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, 0, 0)$, $b = (1, 7, -5)$, $c = (3, 4, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, 3, -2)$ и плоскость $P: 10x+14y+24z+372 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(12, -2, -7)$, $M_1(-3, 15, -5)$, $M_2(-21, -3, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -15y-9z+159 = 0 \\ 4x-2y+8z-146 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x-13y-17z+3623 = 0 \\ -9x+y-10z+1555 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.