Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 11

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{22\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-7-12i) + y(1+5i) = -14-104i \\ x(1+6i) + y(-13-6i) = -171-102i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 5x^5 + 12x^4 - 26x^3 + 192x^2 - 1944x + 4320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-4i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21-25i$, $-8+27i$, $11+16i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+i| < 2 \\ |arg(z-5-4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, 4, 0)$, $b = (-7, 1, -2)$, $c = (-8, -4, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 5, 10)$ и плоскость $P: 36y + 16z + 436 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, 1, -2)$, $M_1(-3, -16, -14)$, $M_2(-16, -3, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -18x - 8y + 2z + 68 = 0 \\ -6x - 13y + 7z + 124 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x + 5y - 5z + 1108 = 0 \\ -11x - 7y + 3z + 547 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.