Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 7

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{61\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(1+7i) + y(-8+8i) = -171-167i \\ x(7+5i) + y(1+6i) = -184+43i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 38x^5 + 316x^4 + 1420x^3 + 3688x^2 + 5312x + 3264$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+2i$, $x_2 = -5-3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20-3i$, $-29-21i$, $-23-6i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3+4i| < 2 \\ |arg(z-3-2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (8, 7, -4)$, $b = (7, 4, -3)$, $c = (9, 0, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, 6, -3)$ и плоскость $P: -8x + 16y + 8z + 16 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, -2, -7)$, $M_1(0, -24, 5)$, $M_2(16, 0, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x + 26y + 5z - 78 = 0 \\ 12x + 19y - 9z + 150 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x + 7y + 14z + 1236 = 0 \\ 5x + 18y - 17z - 596 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.