Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 22

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-4+9i) + y(10-14i) = 218+61i \\ x(-5+11i) + y(9+6i) = 72+119i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 8x^5 + 8x^4 + 216x^3 - 404x^2 - 1408x + 20800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+3i$, $x_2 = -3+4i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $18-26i$, $-20-5i$, $5-14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+i| < 2 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, -9, 5)$, $b = (2, -6, 5)$, $c = (0, 6, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, -9, 5)$ и плоскость $P: 20x - 14y - 12z + 404 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -12, -1)$, $M_1(2, -10, 4)$, $M_2(-9, 1, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 9x + 8y - 17z + 175 = 0 \\ -9x + 18y - 9z + 189 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 18x - 10y - 8z + 2426 = 0 \\ 9x - 19y - 13z + 2100 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.