Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 3

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1 - \sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{35\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12-7i) + y(-10+10i) = -56 \\ x(-3-10i) + y(-6+10i) = 108-36i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 64x^5 - 508x^4 + 2496x^3 - 8252x^2 + 16896x - 15300$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-3i$, $x_2 = 1+4i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14-5i$, $-15+7i$, $20-3i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 1 + 4i| < 3 \\ |arg(z + 2 - i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, 7, 3)$, $b = (6, -4, 0)$, $c = (-7, -1, -2)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -4, -1)$ и плоскость $P : -16x + 22y + 28z + 766 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(14, 11, 4)$, $M_1(-2, 9, -11)$, $M_2(14, 1, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -9x + y + 23z + 157 = 0 \\ 11x - 17y + 4z - 90 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -20x + 18y + 19z - 3008 = 0 \\ 12x + 12y + 10z + 88 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.