Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 32

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-5+2i) + y(-4-6i) = 136 - 51i \\ x(-15-9i) + y(-14+13i) = 313 - 238i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 20x^5 - 78x^4 + 932x^2 + 6120x + 9248$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+4i$, $x_2 = -5+3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+24i$, $26+15i$, $-15-26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1| < 1 \\ |arg(z+5+4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, -8, 0)$, $b = (4, 7, -1)$, $c = (-4, -3, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, 4, -2)$ и плоскость $P: -26x + 22y - 28z + 438 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, -5, 4)$, $M_1(-3, 8, -9)$, $M_2(1, 0, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 2x + 5y + 20z + 407 = 0 \\ -3x + 7y + 12z + 331 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 5x - 2y + 8z - 482 = 0 \\ 9x + 6y - 10z - 2 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.