Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 2

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-3i)+y(10-3i) = -215-232i \\ x(-6-15i)+y(-1-15i) = -342+276i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+30x^5+202x^4+610x^3-472x^2-7820x-13872$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-5i$, $x_2 = -4+i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $12+22i$, $-13+4i$, $3+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3i$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1+4i| < 1 \\ |arg(z+3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -7, -9)$, $b = (-1, 3, 9)$, $c = (-3, -7, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -10, -3)$ и плоскость $P: -2x-40y+14z+538 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(14, 11, -2)$, $M_1(-3, 5, 8)$, $M_2(37, 0, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -2x-15y-21z+305 = 0 \\ -10x-13y-16z+93 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x-2y-5z+584 = 0 \\ -18x+4y+6z-1130 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.