Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 26

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{2\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-5i)+y(13+5i)=206-72i \\ x(4+5i)+y(-15-10i)=6-116i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6-15x^5-108x^4-454x^3-1105x^2-1675x-1250$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-1-2i$, $x_2=-3+4i$, $x_3=-2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27+24i$, $-26+9i$, $-2-14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=1$, $z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):
$$\begin{cases} |z+1|<3 \\ |arg(z+1-i)|<\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(7,2,3)$, $b=(-4,-2,0)$, $c=(-5,-5,6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(3,-6,0)$ и плоскость $P: 28x+8y-22z+630=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3,-7,-5)$, $M_1(2,-18,13)$, $M_2(18,-2,13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 3x+26y-18z-125=0 \\ 11x+15y-11z-226=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x+11y-7z+1739=0 \\ 5x-13y+z-1330=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.