

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(9-7i) + y(-8+i) = -79+176i \\ x(10-i) + y(-1+10i) = -59+182i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 + 3x^5 + 42x^4 + 90x^3 - 1068x^2 - 1224x + 2160$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -3+3i$, $x_2 = 4+2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22-9i$, $28i$, $-3-26i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-5i| < 1 \\ |\arg(z+5+2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (4, 0, 2)$, $b = (-4, 3, -2)$, $c = (-1, -6, 0)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -1, -6)$ и плоскость $P: -6x + 14y + 16z + 312 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-2, 11, -8)$, $M_1(1, -8, -8)$, $M_2(15, 2, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -27x - 21y + z + 128 = 0 \\ -13x - 10y - 6z + 9 = 0 \end{cases} \quad L_2 : \begin{cases} -14x - 11y + 7z - 1711 = 0 \\ 18x - 18y + 17z - 45 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .