Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 10

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11-10i)+y(-8-12i) = -53-33i \\ x(9+3i)+y(6-5i) = -17+9i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-33x^5-267x^4-1125x^3-3642x^2-6222x-3468$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $9-24i$, $6-26i$, $-8+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2}-\sqrt{2}i$, $z_2 = \sqrt{2}-\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+2i| < 3 \\ |arg(z+5+3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, -5, -10)$, $b = (-1, -9, -9)$, $c = (-2, -1, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, 8, 14)$ и плоскость $P: -8x+8y+12z-56 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, 9, -11)$, $M_1(1, 0, 0)$, $M_2(4, -3, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -3x-4y-26z-315 = 0 \\ -5x+11y-14z-8 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x-15y-12z+1931 = 0 \\ -13x+y-18z+928 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.