Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 23

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9+7i) + y(1-9i) = -174+236i \\ x(-5-2i) + y(10-2i) = -219-60i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 + 40x^5 - 120x^4 + 1030x^3 - 8125x^2 + 24990x - 26010$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4 - i$, $x_2 = -3 + 5i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-4 - 14i$, $6 + 25i$, $15 - 11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+5+3i| < 2 \\ |arg(z)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -5, 3)$, $b = (-3, -3, -3)$, $c = (2, 9, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, -9, -15)$ и плоскость $P: 14x - 12y - 26z - 130 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, -2, -14)$, $M_1(-1, -30, -9)$, $M_2(-22, -2, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -4x - 3y + 9z + 62 = 0 \\ 10x - 13y - 9z - 190 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x + 10y + 18z - 2848 = 0 \\ 19x - 4y - 13z + 2463 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.