Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 20

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10+13i)+y(9-5i) = 88+49i \\ x(-6+3i)+y(-9-14i) = -300+27i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6-85x^5-635x^4-2615x^3-6050x^2-7050x-3060$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-i$, $x_2 = -3+3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+21i$, $-29+i$, $-29-13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{6}}{4} + 3i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1-i| < 2 \\ |arg(z-4+2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, 1)$, $b = (0, -8, -5)$, $c = (1, 4, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, 2, 11)$ и плоскость $P: -58x-12y+40z+1268 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-12, 2, -3)$, $M_1(0, -27, -11)$, $M_2(2, 1, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 23x-10y-2z-65 = 0 \\ 9x+8y-12z+79 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x-18y+10z+3576 = 0 \\ 18x+7y-z+717 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.