

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3-14i) + y(14+14i) = -71+511i \\ x(9+6i) + y(14+13i) = -26+234i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 4x^5 - 8x^4 - 156x^3 + 730x^2 - 1928x + 1360$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 1+4i$, $x_2 = 2+2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $29-5i$, $4+18i$, $18-28i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = -\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2i\left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-2-3i| < 1 \\ |\arg(z+3+5i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-3, 10, -8)$, $b = (-4, 3, 0)$, $c = (9, -1, -6)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, 8, 13)$ и плоскость $P: 56x - 6y + 32z + 946 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(4, 2, 7)$, $M_1(-3, -22, 1)$, $M_2(29, 2, 1)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 13x + 14y + 7z + 99 = 0 \\ -5x + 10y - 3z + 193 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 18x + 4y + 10z - 2294 = 0 \\ -4x - 14z + 1106 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .