

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{23\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(8 - 2i) + y(-11 - 3i) = -56 - 32i \\ x(4 + 11i) + y(6 + 5i) = -166 - 8i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 40x^5 - 70x^4 - 230x^3 - 1175x^2 + 5310x + 19890$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -5 - i$, $x_2 = 1 + 4i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $10 + 19i$, $4 - 23i$, $-24 - 26i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} + i\left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 4 + i| < 3 \\ |\arg(z - 3 + 5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (0, -2, -7)$, $b = (1, -1, 1)$, $c = (5, -5, 2)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -10, -6)$ и плоскость $P: -8x - 32y - 20z + 248 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-15, -3, -12)$, $M_1(0, -6, 2)$, $M_2(-2, -3, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x - 3y - 11z - 30 = 0 \\ -13x - 17y - 4z - 233 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 14x + 14y - 7z + 3290 = 0 \\ -4x - 15y - 16z - 1291 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .