Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 16

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-4i) + y(-11-6i) = -81-137i \\ x(12+12i) + y(-5+11i) = -256-60i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 54x^5 + 432x^4 + 1956x^3 + 4935x^2 + 6150x + 3750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-i$, $x_2 = -3+4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $13+6i$, $-14-10i$, $-8-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+5-5i| < 1 \\ |arg(z+1+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, 9, 1)$, $b = (-4, 2, -1)$, $c = (6, -6, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, 3, -15)$ и плоскость $P: 16x - 12y - 50z + 544 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, -5, 5)$, $M_1(1, -29, -14)$, $M_2(15, -1, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 32x - 20y - 5z - 134 = 0 \\ 14x - 10y + 2z - 90 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 18x - 10y - 7z - 2882 = 0 \\ -20x + 17y + 5z + 3485 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.