Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14-8i) + y(-2+i) = 71+92i \\ x(2-10i) + y(-15+11i) = 215-37i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 3x^5 - 39x^4 + 501x^3 + 504x^2 - 12798x + 11832$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-5i$, $x_2 = -5-2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20-7i$, $9-25i$, $-19+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-2i| < 2 \\ |arg(z-1-6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, -1, 0)$, $b = (4, 6, 2)$, $c = (-3, -3, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, -4, -15)$ и плоскость $P: -4x + 6y - 58z + 842 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-8, -1, -4)$, $M_1(0, -33, -8)$, $M_2(18, -3, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -21x - 2y + 35z - 356 = 0 \\ -16x - 19y + 19z - 354 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -5x + 17y + 16z - 2852 = 0 \\ -20x + 12y + 4z - 1688 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.