Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 26

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{8\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15-4i)+y(-13+3i) = -149-313i \\ x(1-14i)+y(-10+9i) = -74-77i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+6x^5+21x^4+104x^3+215x^2+1138x+3315$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+3i$, $x_2 = -1+4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $5+18i$, $9-2i$, $-18-15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-i| < 1 \\ |arg(z+6+3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, 0, 1)$, $b = (9, 5, -8)$, $c = (9, 2, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9, 12, -15)$ и плоскость $P: -18x+12y-50z+428 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, -4, 11)$, $M_1(2, -8, -4)$, $M_2(-2, 0, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -14x-31y+22z+296 = 0 \\ -3x-11y+17z+258 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x-20y+5z+3314 = 0 \\ -8x-2y+5z+863 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.