Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 6

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8+8i)+y(-2-4i) = -20+114i \\ x(-13-10i)+y(1-15i) = -186-157i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+27x^5-75x^4-195x^3+1728x^2-3942x+3240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-3i$, $x_2 = 2+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19-16i$, $28+13i$, $-1+8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+2i| < 2 \\ |arg(z+4+5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, -9, 1)$, $b = (-5, 3, 0)$, $c = (-7, 4, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 11, -2)$ и плоскость $P: 4x+4y-18z+114 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, -7, 8)$, $M_1(-1, -25, -7)$, $M_2(-24, -2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x-20y-12z-111 = 0 \\ -8x-10y-15z+126 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x-10y+3z-1349 = 0 \\ 9x-3y+4z-780 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.