Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 13

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(14+7i)+y(-12+4i) = -235+110i \\ x(14+9i)+y(11+9i) = -182-19i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6-32x^5-100x^4+328x^3+1888x^2+4608x+5120$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-4i$, $x_2 = -1-2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-13+3i$, $28+23i$, $-30-6i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+5+5i| < 1 \\ |arg(z-1-3i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, 3)$, $b = (-1, -5, 2)$, $c = (-1, -1, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3, -10, 5)$ и плоскость $P: -6x-22y+38z+554 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 2, -7)$, $M_1(0, -49, -2)$, $M_2(-14, 0, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 17x+5y+25z+300 = 0 \\ -2x-5y+8z+66 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x+10y+17z+3234 = 0 \\ -2x-18y-8z-1148 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.