Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 8

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{71\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(12+5i)+y(11-i) = -148+185i \\ x(1-10i)+y(-1+3i) = 89-52i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6-5x^5+2x^4-2x^3-92x^2-192x-160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-i$, $x_2 = 2-2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $28i$, $-13+2i$, $-15-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4| < 3 \\ |arg(z-6+i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, -11, 0)$, $b = (3, -7, 1)$, $c = (-4, 5, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0, -7, 9)$ и плоскость $P: 6x-20y+10z+38 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, -5, -2)$, $M_1(1, 87, 3)$, $M_2(10, -3, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -21x-10y+6z+96 = 0 \\ -11x+9y-10z-22 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x-19y+16z-2033 = 0 \\ 6x-7y+8z-573 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.