Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 23

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9-7i)+y(13-14i) = -185-214i \\ x(-1+12i)+y(-6+14i) = 154+298i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+17x^5+142x^4+658x^3+1780x^2+2400x+1152$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+3i$, $x_2 = -4-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1-3i$, $1+11i$, $14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5+2i| < 1 \\ |arg(z-6i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, -6, 8)$, $b = (-2, 2, 0)$, $c = (-1, 3, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, -15, 7)$ и плоскость $P: 40x-16y-2z+184 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -5, -10)$, $M_1(-3, -8, -2)$, $M_2(-11, -3, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -14x-19y+21z-693 = 0 \\ -17x-11y+15z-473 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 3x-8y+6z+216 = 0 \\ -2x+14y-z-285 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.