Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 30

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13+10i)+y(-11-15i) = -4-25i \\ x(-2-8i)+y(-3+3i) = -109-117i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+x^5-28x^4+38x^3+1208x^2-1664x-13056$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-3i$, $x_2 = 4+4i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $2-18i$, $-5-14i$, $19-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3i$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+3i| < 2 \\ |arg(z+5+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, 2, 3)$, $b = (8, 0, -3)$, $c = (-7, 1, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10,-11,-7)$ и плоскость $P: 24x-28y+132 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14,-14,-12)$, $M_1(-3,3,-6)$, $M_2(0,0,-6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -14x-2y-17z-39 = 0 \\ -5x+8y-2z-147 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x-10y-15z+2950 = 0 \\ -16x+13y+6z-938 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.