Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-228. Вариант 16

1. Пусть
$$z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-5-9i) + y(-2+8i) = 10 - 174i \\ x(5+8i) + y(-11+12i) = -79 - 274i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $-5x^6-65x^5-310x^4-290x^3+2395x^2+7775x+7500$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=-2+i,\,x_2=-4-3i,\,x_3=3.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: -24+25i, 27-30i, 20+21i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = 3i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 1| < 2 \\ |arg(z - 3 + 5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (0, -8, -7), b = (1, -2, -3), c = (5, 4, -3). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-10, -9, -3) и плоскость P: -38x 40y + 14z + 922 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(-15, -3, 4), $M_1(0, -8, -11)$, $M_2(-16, 0, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 13x + 12y + 4z - 375 = 0 \\ -2x + 10y - 8z + 84 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 15x + 2y + 12z - 2697 = 0 \\ 10x + 5y + 10z - 2055 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.