

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(10 - i) + y(9 + 10i) = 47 + 108i \\ x(-12 - 11i) + y(10 - 14i) = 179 - 89i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 - 48x^5 + 252x^4 - 712x^3 + 1144x^2 - 1024x + 416$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 1 - i$, $x_2 = 3 - 2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $9 + 27i$, $-12 - 23i$, $-23 - 12i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 5i| < 2 \\ |\arg(z - 5 + i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (10, 5, 1)$, $b = (1, 5, 4)$, $c = (0, 1, 1)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 4, -7)$ и плоскость $P: 28x + 20y - 10z + 408 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-10, 2, 4)$, $M_1(2, 56, 13)$, $M_2(16, 0, 13)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -34x - 25y - 12z + 122 = 0 \\ -17x - 8y - 4z + 59 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -17x - 17y - 8z + 3915 = 0 \\ -20x - 20y + 6z + 3712 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .