Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 2

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-7+3i) + y(-7+2i) = -69+66i \\ x(-4-12i) + y(6+7i) = 49-144i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 27x^5 + 162x^4 + 336x^3 + 156x^2 - 276x - 408$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-5i$, $x_2 = -1-i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24-12i$, $-22+5i$, $-14+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1+3i| < 3 \\ |arg(z+3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, -5)$, $b = (3, 3, 6)$, $c = (-4, -4, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, -3, -13)$ и плоскость $P: -6x - 6y - 24z + 6 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -15, -7)$, $M_1(-2, 4, 7)$, $M_2(-1, 1, 7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 25x + 23y + 26z + 195 = 0 \\ 12x + 19y + 10z + 284 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x + 4y + 16z - 2294 = 0 \\ -10x - 17y + 9z - 317 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.