Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 14

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-5-10i)+y(-4+4i) = -63+236i \\ x(2-14i)+y(14-15i) = -270+25i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+52x^5+328x^4+1160x^3+2416x^2+2688x+1152$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-3i$, $x_2 = -2+2i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-11-15i$, $1+5i$, $15-25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2i| < 2 \\ |arg(z-6-i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 10, -9)$, $b = (2, 8, 8)$, $c = (1, 7, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6,6,-12)$ и плоскость $P: 12x-14y-42z+560 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, 2, 3)$, $M_1(2, -14, 12)$, $M_2(-20, -3, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -7x+4y+2z+100 = 0 \\ -3x+14y-14z-14 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -4x-10y+16z+2346 = 0 \\ -17x+12y+7z+607 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.