Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 7

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x\,(11-i)+y\,(-5-i) = -93-19i \\ x\,(10-8i)+y\,(-7+12i) = -103+111i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+10x^5+45x^4-70x^3-426x^2-760x+1200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-5i$, $x_2 = -2+2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-25-7i$, $17-25i$, $6-27i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi,\pi])$:

$$\begin{cases} |z+3| < 2 \\ |arg(z-1+i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2,0,1)$, $b = (9,-4,-1)$, $c = (-8,2,2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12,10,2)$ и плоскость $P: -28x+34y-4z+310 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(9,-1,3)$, $M_1(2,5,12)$, $M_2(18,-3,12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x-11y-10z+45 = 0 \\ -12x+4y+3z+228 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x-15y-13z+2638 = 0 \\ 18x-13y-15z+1905 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.