Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 14

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{13\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-2-15i) + y(-11+8i) = 194+167i \\ x(-12-13i) + y(2-13i) = -52-239i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 4x^5 - 20x^4 + 244x^3 - 586x^2 - 2016x - 1160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-5i$, $x_2 = 4-2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $6-20i$, $-17-25i$, $26-19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = -1+\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+6i| < 1 \\ |arg(z+3-i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1,0,0)$, $b = (-3,3,2)$, $c = (-3,-10,-6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3,-12,-4)$ и плоскость $P: -32x - 32y - 8z + 544 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-8,-7,4)$, $M_1(1,-18,-7)$, $M_2(3,2,-7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -11x - 11y + 9z - 114 = 0 \\ 4x - 20y - 9z + 237 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x + 9y + 18z - 3501 = 0 \\ 19x + 10y - 4z + 1482 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.