Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 29

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(13-13i) + y(-10-11i) = 80-55i \\ x(-8+5i) + y(14+3i) = -3-55i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 2x^5 - 2x^4 + 104x^3 - 751x^2 - 1098x + 7650$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4+3i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24+5i$, $8-6i$, $-21+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{6} + 4i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2+3i| < 3 \\ |arg(z+4+5i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (7, 2, -8)$, $b = (9, 0, -7)$, $c = (9, 1, -8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, -4, 8)$ и плоскость $P: 2x - 28y + 42z + 840 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 13, 14)$, $M_1(1, 6, 9)$, $M_2(6, 1, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -16x - 10y + 11z - 553 = 0 \\ -18x + 7y - 2z - 172 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x - 17y + 13z - 2229 = 0 \\ -x + 18y - 9z + 2070 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.