Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7+7i) + y(11+5i) = -235-253i \\ x(1-2i) + y(10-11i) = -248+97i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+4x^5+64x^4-304x^3-392x^2+5232x-7488$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-3i$, $x_2 = -5+i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-22+11i$, $7+21i$, $16+18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:
$$\begin{cases} |z-5-3i| < 1 \\ |arg(z+5-2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 0, 7)$, $b = (-3, 1, 6)$, $c = (5, -1, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-1, -4, 4)$ и плоскость $P: 28x+14y+32z+958 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -1, 2)$, $M_1(1, 7, 11)$, $M_2(-8, -2, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 3x+23y-11z+361 = 0 \\ -8x+17y+2z+256 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 11x+6y-13z-1851 = 0 \\ -20x-12y+17z+2821 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.