Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 4

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(1-2i) + y(10-i) = -57+130i \\ x(4+3i) + y(-8+2i) = 25-109i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 10x^3 - 6x^2 - 56x - 48$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+i$, $x_2 = 2-2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7+23i$, 7, 22. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4i$, $z_2 = -4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3-i| < 2 \\ |arg(z+1+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, 0, -3)$, $b = (-1, -10, -1)$, $c = (2, 8, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, 13, 13)$ и плоскость $P: -12x + 18y + 50z + 660 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, 7, 7)$, $M_1(-3, -24, -9)$, $M_2(22, 1, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -5x + 19y + 27z + 316 = 0 \\ 13x + 6y + 16z + 145 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x + 13y + 11z + 4469 = 0 \\ -16x + 16y + 16z + 4928 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.