Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 32

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(12-15i) + y(-4+9i) = -402-43i \\ x(11+11i) + y(-4+12i) = -107-387i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 45x^5 + 276x^4 + 294x^3 - 3840x^2 - 15600x - 24000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+2i$, $x_2 = -5+5i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26-7i$, $23-29i$, $7+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1| < 1 \\ |arg(z-4+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, -2)$, $b = (3, -1, -2)$, $c = (-9, 2, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, 11, -7)$ и плоскость $P: 20x + 50y - 24z + 840 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, 12, -9)$, $M_1(1, 4, -6)$, $M_2(-8, 1, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -2x - 17y + 18z - 67 = 0 \\ -10x - y + 5z - 75 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x - 16y + 13z - 2437 = 0 \\ -2x - 11y - 6z - 315 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.