Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 9

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{59\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x\,(-11 + 10i) + y\,(10 - 5i) = -78 - 255i \\ x\,(7 + 2i) + y\,(-1 + 12i) = 81 + 136i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 7x^5 + 10x^4 - 40x^3 - 116x^2 + 348x - 360$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1 + i$, $x_2 = -3 - 3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6 + 14i$, $5 - 8i$, $9 + 10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z + 2 - 4i| < 3 \\ |arg(z - 2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -3, 5)$, $b = (6, 1, -2)$, $c = (-4, 6, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9, -6, -3)$ и плоскость $P : 6x + 10y + 10z + 262 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, -9, 13)$, $M_1(1, 3, 12)$, $M_2(4, -1, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -35x - 9y - 27z + 506 = 0 \\ -18x + 2y - 12z + 354 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -17x - 11y - 15z - 3658 = 0 \\ -12x + 6y - 4z - 894 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.