Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 8

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+5i)+y(10+8i) = -164+20i \\ x(-12-7i)+y(-2+5i) = 32-67i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+13x^5-77x^4+199x^3+6x^2-1140x+1000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = 3+4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15+29i$, $-1-16i$, $-28-23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{6}+\sqrt{2}+4i\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\sqrt{6}-\sqrt{2}+4i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+i| < 3 \\ |arg(z-2+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, -7, 8)$, $b = (-2, 5, -6)$, $c = (2, 0, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6,3,8)$ и плоскость $P: -2x-16y+6z+160 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, 4, -12)$, $M_1(1, -92, 3)$, $M_2(-15, 0, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 6x-5y-38z+96 = 0 \\ -5x+9y-18z-29 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 11x-14y-20z+4427 = 0 \\ 19x+9z+61 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.