Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 7

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6+3i) + y(-11+7i) = -60+25i \\ x(-9+8i) + y(-14-11i) = 34+11i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+8x^5-50x^4-260x^3+1228x^2+3152x-4080$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = -5+3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-13+23i$, $23+4i$, $29-13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+4i| < 1 \\ |arg(z+3+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, 0, -10)$, $b = (-1, -2, 1)$, $c = (-3, -7, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, 2, -1)$ и плоскость $P : 8x+8y-10z+152 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(9, 8, -11)$, $M_1(1, -1, -3)$, $M_2(0, 1, -3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 22x-31y-z+931 = 0 \\ 13x-11y-8z+500 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 9x-20y+7z+2551 = 0 \\ -6x-14y+z+1096 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.