Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 15

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{10\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10-4i) + y(-13-11i) = -59-157i \\ x(-13+i) + y(-15-i) = -66-98i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+15x^5+45x^4-177x^3-648x^2+552x+4896$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = 4-i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-30+24i$, $25+3i$, $27+2i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4i$, $z_2 = -2\sqrt{3}+2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+4i| < 3 \\ |arg(z-3+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, 4, 8)$, $b = (0, 1, -1)$, $c = (1, 9, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, -11, 6)$ и плоскость $P: -4x-36y-8z+352 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 1, -14)$, $M_1(-3, 8, 11)$, $M_2(3, -1, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -7x-6y-7z+39 = 0 \\ -3y+z-27 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x-3y-8z+554 = 0 \\ x+17y-19z+735 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.