Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 15

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10+6i) + y(-14+9i) = 99+95i \\ x(1+13i) + y(-14-3i) = 127+329i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 44x^5 + 204x^4 + 476x^3 + 720x^2 + 2232x + 4320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+2i$, $x_2 = -3+3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $3+28i$, $-23+8i$, $1-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+3i| < 3 \\ |arg(z-2-6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, 10, 9)$, $b = (5, 7, 6)$, $c = (0, -9, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -15, -11)$ и плоскость $P : -24x - 40y - 4z + 404 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 7, 1)$, $M_1(0, -19, 2)$, $M_2(38, 0, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -2x + 22y + 2z + 300 = 0 \\ -16x + 7y + 10z + 28 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 14x + 15y - 8z - 2638 = 0 \\ -4x - 3y + 10z + 1034 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.