Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 5

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{16\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x\,(14-13i)+y\,(12+2i)=224+104i \\ x\,(-5-2i)+y\,(-11+2i)=8+93i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+30x^5+90x^4+150x^3+1227x^2+5040x+3900$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-3i$, $x_2 = -4-2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20-14i$, $7-13i$, $5-10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-4$, $z_2=-2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):
$$\begin{cases} |z-6+6i|<1 \\ |arg(z-2+2i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(0,1,0)$, $b=(2,7,9)$, $c=(1,-4,7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-7,12,-11)$ и плоскость $P: -20x-2y-18z+50=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11,-6,-15)$, $M_1(1,-14,-14)$, $M_2(12,-3,-14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 19x-22y-15z-485=0 \\ 8x-10y-5z-198=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 11x-12y-10z+1173=0 \\ 11x-12y+2z+837=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.