Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 6

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-1+6i)+y(-11+10i) = 53-214i \\ x(1+6i)+y(-6+i) = 134-47i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+12x^5-44x^4+144x^3-432x^2+832x-640$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-3i$, $x_2 = 2-2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26+i$, $-6+5i$, $11-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{6}}{4} + 3i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-i| < 1 \\ |arg(z+6-2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, 0, 1)$, $b = (-4, 1, -3)$, $c = (-10, -4, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, -6, -3)$ и плоскость $P : 48x-12y-20z+812 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, -4, -9)$, $M_1(-1, -3, -12)$, $M_2(-7, 0, -12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 28x-3y-4z+281 = 0 \\ 12x-6y+2z+18 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 16x+3y-6z-1543 = 0 \\ -17x-10y-13z+1065 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.