Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(10-3i) + y(3-10i) = -85+208i \\ x(9+12i) + y(11-6i) = -211+16i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 21x^5 + 114x^4 + 180x^3 - 2631x^2 + 14745x - 21750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+4i$, $x_2 = 2+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6-27i$, $-26+7i$, $10-18i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-5+4i| < 1 \\ |arg(z+1-4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 1, -5)$, $b = (0, -4, -5)$, $c = (6, 9, 2)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 7, -6)$ и плоскость $P : 52x + 10y - 28z + 880 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(7, -15, -11)$, $M_1(-1, 19, -15)$, $M_2(-21, -1, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -7x + 9y - 25z + 366 = 0 \\ -3x - 8y - 14z + 135 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -4x + 17y - 11z + 1935 = 0 \\ 16x + 13y - 4z + 1086 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.