Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 30

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3} - 2i}$ имеет аргумент $\frac{15\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2-2i) + y(6-15i) = -151 + 130i \\ x(-7+i) + y(-14+5i) = 82 + 81i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 4x^5 - 10x^4 + 30x^3 - 119x^2 - 34x + 130$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1 + 3i$, $x_2 = 3 - 2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-13 - 2i$, $-5 - 27i$, $-14 + 24i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 1 - i| < 3 \\ |arg(z - 2 + 5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, -5)$, $b = (7, -7, -4)$, $c = (-3, 2, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-1, -2, 12)$ и плоскость $P: -2x - 4y + 20z - 40 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -4, -6)$, $M_1(-3, -23, -4)$, $M_2(3, -2, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -20x + 14y - 24z - 32 = 0 \\ -3x + 10y - 4z - 100 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -17x + 4y - 20z + 5003 = 0 \\ -16x - 13y - 3z + 2241 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.