Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 17

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $-\frac{31\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(14+9i) + y(-11+i) = -106 - 14i \\ x(-1-7i) + y(-8+2i) = -4 + 196i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 8x^5 + 4x^4 + 352x^3 + 1372x^2 + 4760x - 6500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3 - 4i$, $x_2 = -2 - 3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $20 + 20i$, $-21 + 4i$, $-25 - 15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 3 + 5i| < 2 \\ |arg(z + 1 - 5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 7, -8)$, $b = (-7, -5, -9)$, $c = (1, 7, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, 10, -12)$ и плоскость $P: 4x + 4y + 4z + 60 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, -1, -10)$, $M_1(1, 4, 6)$, $M_2(3, -2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -14x - 6y + 21z - 236 = 0 \\ -8x - 10y + 3z - 294 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x + 4y + 18z + 1562 = 0 \\ 9x - 20y - 20z - 2245 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.