Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-221. Вариант 5

1. Пусть
$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-i) + y(-11-i) = -193 - 195i \\ x(-1-12i) + y(-10+7i) = -173 - 152i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $3x^6+66x^5+663x^4+3894x^3+14334x^2+31440x+30600$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=-5-3i, x_2=-2+4i, x_3=-3.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: -4+7i, -28-19i, 4+16i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = 1, z_2 = i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z| < 3\\ |arg(z+3+3i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (3, 0, 7), b = (-4, -7, -6), c = (2, 4, 3). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-7, -8, 9) и плоскость P: -2x 8y 44 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(8, -3, -1), $M_1(1, 21, -7)$, $M_2(13, -3, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -5x + 14z + 96 = 0 \\ -7x - 13y + 9z = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x + 13y + 5z + 1482 = 0 \\ -10x - 5y - 10z - 1110 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.