

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{2 - 2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4+i) + y(9+9i) = -69 + 77i \\ x(-5-3i) + y(13+i) = -79 + 7i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 12x^5 + 83x^4 + 426x^3 + 1906x^2 + 5712x + 4160$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -4 + 4i$, $x_2 = 1 + 5i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $9 - 28i$, $-3 - 14i$, $-5 + 28i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{6} + 4i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 5i| < 1 \\ |\arg(z - 5 - 2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (8, -11, -9)$, $b = (2, -4, -3)$, $c = (-2, -2, 0)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, -5, 2)$ и плоскость $P: 50x - 2y - 16z + 902 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(6, -8, -10)$, $M_1(-3, 0, -4)$, $M_2(-8, -2, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -9x - 7y + 26z + 504 = 0 \\ 10x - 20y + 12z - 128 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -19x + 13y + 14z - 3724 = 0 \\ -12x + 7y + 19z - 2958 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .