Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 26

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{13\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(10-15i) + y(-4-14i) = -94-75i \\ x(9-11i) + y(14+10i) = -223-183i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 14x^5 - 72x^4 + 48x^3 + 920x^2 + 3752x + 8160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-5i$, $x_2 = -1+3i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19+8i$, $-20-13i$, $18+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2-2i| < 2 \\ |arg(z-1-i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-6, -7, -11)$, $b = (-4, 7, -3)$, $c = (0, -8, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 12, 10)$ и плоскость $P: -8x + 30y + 44z + 618 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 12, -2)$, $M_1(1, 10, -5)$, $M_2(-23, 2, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 6x + 17y - 3z + 262 = 0 \\ 9x - 2y + 5z + 195 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x + 19y - 8z + 3105 = 0 \\ -13x - 6y + 3z - 960 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.