Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 18

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{25\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8-4i) + y(-1-9i) = 168+10i \\ x(1+10i) + y(-8+5i) = -84-151i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 12x^5 - 77x^4 - 168x^3 + 560x^2 + 5760x + 14848$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-4i$, $x_2 = -2+5i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-11+15i$, $-5-23i$, $-17+2i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-i| < 3 \\ |arg(z-6-3i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -3, -2)$, $b = (-6, 3, 8)$, $c = (2, -5, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, -2, -11)$ и плоскость $P: 50x - 4y - 36z + 902 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 2, 4)$, $M_1(-2, 24, 3)$, $M_2(6, 0, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x - 2y - 33z + 706 = 0 \\ -x - 7y - 14z + 185 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x + 5y - 19z - 1729 = 0 \\ 8x + 12y - 15z - 1547 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.