Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 19

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4+4i) + y(12-8i) = -108-4i \\ x(1-14i) + y(14-5i) = -228-268i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 10x^5 + 20x^4 + 140x^3 + 72x^2 - 960x - 1600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = 3-i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-28-30i$, $-18+16i$, $7+2i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = 1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-3i| < 1 \\ |arg(z-2+2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, 6, 4)$, $b = (0, 3, 4)$, $c = (3, -2, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, -5, -3)$ и плоскость $P: 14x + 4y + 20z + 288 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, -1, -6)$, $M_1(-2, 12, -2)$, $M_2(-35, 1, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x - 10y + 3z - 54 = 0 \\ 17x - 8y - 11z - 289 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x - 2y + 14z + 2785 = 0 \\ -17x - 12y - 4z + 1387 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.