Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 1

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\pi$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4-4i) + y(10-13i) = -103+147i \\ x(2+6i) + y(-12-13i) = 181+191i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 16x^5 + 20x^4 + 260x^3 - 678x^2 - 2964x + 3380$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-i$, $x_2 = 3+2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15+6i$, $-24-i$, $-21-18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5+i| < 1 \\ |arg(z+6-2i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -7, 3)$, $b = (-9, -5, 4)$, $c = (-4, 0, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, 3, -10)$ и плоскость $P: 12x - 4y - 14z + 122 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, 6, -4)$, $M_1(-2, -6, 3)$, $M_2(10, -2, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -11x + 27y + 29z + 857 = 0 \\ -13x + 17y + 13z + 483 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x + 10y + 16z + 2894 = 0 \\ -15y - 8z - 2211 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.