Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 16

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{47\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4-6i) + y(2-11i) = -40-149i \\ x(-4+5i) + y(-7-5i) = -103+30i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 36x^5 - 156x^4 - 740x^3 - 7696x^2 - 29384x - 22304$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-5i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-24+14i$, $22+6i$, $11+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3} - 2i$, $z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+6-6i| < 1 \\ |arg(z+2+5i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 6, 4)$, $b = (1, 2, 8)$, $c = (-1, 0, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, 14, -8)$ и плоскость $P: 4x + 40y + 2z + 298 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, 7, 13)$, $M_1(1, 5, 2)$, $M_2(9, -3, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -28x - 18y - 28z + 692 = 0 \\ -15x - 3y - 11z + 235 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -13x - 15y - 17z - 3641 = 0 \\ 7x + 19y - 13z + 863 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.