Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 28

1. Пусть $z=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-12+5i)+y(8-15i)=31+201i \\ x(14-2i)+y(-9+9i)=23-183i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-36x^4+8x^3+224x^2-448x-1280$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-3+i$, $x_2=2+2i$, $x_3=-2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $17+18i$, $7+14i$, $-15-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-1$, $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z)\in(-\pi,\pi])$:
$$\begin{cases} |z+2+i|<2 \\ |arg(z-5-3i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(-3,-11,-1)$, $b=(0,-1,-1)$, $c=(-1,5,9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-11,6,-2)$ и плоскость $P: -2x+14y-32z+442=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-8,-4,3)$, $M_1(-3,27,-2)$, $M_2(4,-1,-2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -18x+11y-z-184=0 \\ -9x+8y-18z+98=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x+3y+17z-2177=0 \\ 2x+y-20z+2019=0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.