Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 24

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-1-11i) + y(-12-12i) = -103 + 323i \\ x(13-5i) + y(9-12i) = -349 - 53i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 83x^3 - 122x^2 + 112x + 1360$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+4i$, $x_2 = -2+2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15 - 15i$, $27 - 6i$, $6 - 19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z + 4 - 2i| < 3 \\ |arg(z + 5 - 5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 4, 4)$, $b = (6, -7, -2)$, $c = (-5, 8, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, -8, 0)$ и плоскость $P: -24x - 26y + 30z + 532 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, -7, -5)$, $M_1(-2, -30, 3)$, $M_2(-12, 0, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -x - 7y + 4z - 121 = 0 \\ -15x - 13y + 10z - 9 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 14x + 6y - 6z + 960 = 0 \\ -5x + 2y - 5z + 24 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.