Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 23

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(13+7i)+y(13+5i)=240+112i \\ x(-8+11i)+y(14+5i)=151+405i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-6x^5+4x^4+20x^3+8x^2-64x-64$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-2i$, $x_2 = -1+i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21-22i$, $-21+23i$, $-1+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3i$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-6-i|<1 \\ |arg(z+1-6i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(0,4,-6)$, $b=(-3,-2,9)$, $c=(0,-1,2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(11,-12,6)$ и плоскость $P: -2x-38y-2z+304=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9,-9,-5)$, $M_1(-3,5,-3)$, $M_2(-10,-2,-3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 14x-13y+z-233=0 \\ -4x-3y+8z+134=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 18x-10y-7z+1998=0 \\ -5x-12y-5z+248=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.