

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(14 - 13i) + y(-14 + 9i) = 4 + 150i \\ x(8 + 7i) + y(-5 - 2i) = -133 - 3i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 11x^5 + 54x^4 + 18x^3 - 935x^2 + 2653x - 2460$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 2 + i$, $x_2 = 4 + 5i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $29 + 19i$, $-13 - 13i$, $-10 - 9i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z + 3 - 2i| < 1 \\ |\arg(z - 1 - 3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-3, -6, -2)$, $b = (-10, -5, -1)$, $c = (0, -8, -3)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3, -7, 4)$ и плоскость $P: 8x - 40y + 16z + 640 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(12, 11, -12)$, $M_1(-1, -8, 2)$, $M_2(-6, 1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 16x + 8y + 9z + 243 = 0 \\ 12y + 12z + 12 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 16x - 4y - 3z - 612 = 0 \\ 9x - 3y - 2z - 359 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .