Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 11

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10+10i) + y(11+13i) = 21 - 157i \\ x(-14-2i) + y(6-4i) = 52 + 210i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 39x^5 + 246x^4 - 618x^3 - 972x^2 + 9096x - 12240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4+2i$, $x_2 = 3+5i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23+28i$, $6-9i$, $-6-4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+6| < 1 \\ |arg(z+4+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, -9, -10)$, $b = (6, -6, -6)$, $c = (1, -9, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, 5, -12)$ и плоскость $P: 6x - 6y - 52z + 746 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, -14, 2)$, $M_1(0, -1, 5)$, $M_2(-1, -2, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -8x + 31y - 18z - 500 = 0 \\ -10x + 17y - 16z - 458 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x + 14y - 2z - 1266 = 0 \\ -17x - 16y - 13z + 973 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.