Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 29

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(5-11i)+y(-3-14i)=156-227i \\ x(-12-11i)+y(-6-6i)=-29-311i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+3x^5+4x^4-56x^3-177x^2-379x-260$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-2i$, $x_2 = -2+3i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26+27i$, $3-29i$, $15+16i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}+i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4-4i|<2 \\ |arg(z-i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, -2, 0)$, $b = (-8, -3, 0)$, $c = (7, 7, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(2,-10,-12)$ и плоскость $P: -22x-32y+4z+534=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, -10, 10)$, $M_1(-3, -6, -5)$, $M_2(4, 1, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -11x-2y+7z-116=0 \\ 7x-12y+13z-188=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x+10y-6z+2832=0 \\ 7x+2y-19z+340=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.