Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 14

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2\sqrt{3} - 2i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12-4i) + y(-8-14i) = -202+182i \\ x(-2-i) + y(-9+3i) = 62+86i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 18x^5 - 132x^4 - 500x^3 - 1009x^2 - 962x - 338$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+2i$, $x_2 = -5+i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19+22i$, $6+28i$, $20-15i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-4i| < 2 \\ |arg(z+2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 6, 3)$, $b = (1, -10, -7)$, $c = (2, 0, 7)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4, 8, 9)$ и плоскость $P: 30x + 10y + 26z + 404 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(-6, 5, -4)$, $M_1(2, 49, -4)$, $M_2(9, 0, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 3x + 2y + 12z + 92 = 0 \\ -13x + 11y + 16z + 251 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x - 9y - 4z - 1218 = 0 \\ -11x - 18y + z + 265 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.