

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11 - 4i) + y(6 + 5i) = 9 + 78i \\ x(12 - 12i) + y(11 - i) = 64 + 62i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 42x^5 + 282x^4 + 882x^3 + 699x^2 - 4200x - 7500$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -4 - 3i$, $x_2 = -3 - 4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23 - 22i$, $-15 - 27i$, $9 + 21i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 3i| < 1 \\ |\arg(z + 2 - 6i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (2, -5, 0)$, $b = (0, 9, -1)$, $c = (-10, -9, 4)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12, 13, -10)$ и плоскость $P: 4x + 44y - 2z + 434 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(1, 6, -12)$, $M_1(2, 17, 1)$, $M_2(19, 0, 1)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -19x - y - 3z + 160 = 0 \\ -7x + 15y + 15z + 100 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -12x - 16y - 18z + 3680 = 0 \\ 12x - 5y - 3z - 152 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .