Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 10

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{13\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-5+3i) + y(4+13i) = 139+198i \\ x(10-3i) + y(1-4i) = 33-199i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 36x^5 - 153x^4 - 120x^3 + 1083x^2 + 4476x + 3393$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-3i$, $x_2 = -5-2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27-8i$, $-16+21i$, $-4-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+6i| < 1 \\ |arg(z+4+6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -2, 6)$, $b = (2, 2, -3)$, $c = (2, -1, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, -10, -11)$ и плоскость $P: 18x - 4y - 104 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, -3, -8)$, $M_1(-3, -25, -15)$, $M_2(-15, -1, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 22x + 17y - 15z + 651 = 0 \\ 8x + 3y + 5z + 189 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x + 14y - 20z - 2706 = 0 \\ 12x + 8y - 9z - 1504 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.