Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 25

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{31\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3+8i) + y(-10+8i) = -32-147i \\ x(-4+3i) + y(5-8i) = 3+32i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+32x^5-222x^4+860x^3-1972x^2+2544x-1440$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+2i$, $x_2 = 3+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-16+23i$, $12+29i$, $9+19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4i$, $z_2 = 2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3i| < 3 \\ |arg(z-6+2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, -8, -1)$, $b = (1, -10, -1)$, $c = (0, 1, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1, 2, -1)$ и плоскость $P: -18x-8y-24z+492 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, -9, -3)$, $M_1(2, -68, -13)$, $M_2(-12, 2, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -28x-25y-33z+586 = 0 \\ -9x-13y-16z+260 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -19x-12y-17z-4438 = 0 \\ -19x-15y-6z-3560 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.