

1. Пусть $z = 1 + \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $-\frac{37\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3-i) + y(3+9i) = 11-69i \\ x(3-8i) + y(9-6i) = -104+189i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 36x^5 + 165x^4 - 312x^3 - 4374x^2 - 8724x + 33456$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -5-3i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $26+12i$, $-20+27i$, $-18-23i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+3| < 2 \\ |\arg(z+5+2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (1, 0, 5)$, $b = (1, 8, 3)$, $c = (-1, -9, -3)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, 9, 12)$ и плоскость $P: 50x + 48y + 6z + 1216 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(4, -5, -9)$, $M_1(-1, 0, 10)$, $M_2(-3, 1, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 11x + 4y - 4z - 148 = 0 \\ 4x - 6y - 9z - 286 = 0 \end{cases} \quad L_2 : \begin{cases} 7x + 10y + 5z + 1182 = 0 \\ 10x + 13y + 16z + 1959 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .