Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{12\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(4-11i)+y(2+8i) = 13+81i \\ x(-14-13i)+y(-11-13i) = -200+130i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6+20x^5-40x^4-152x^3-1744x^2+6528x-4608$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+3i$, $x_2 = 4-4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $25+28i$, $27-16i$, $6-20i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1-i| < 3 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -2, 0)$, $b = (2, 4, 1)$, $c = (9, -2, -1)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3,-4,-11)$ и плоскость $P: 20x-16y-2z+304 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(1,-5,1)$, $M_1(-3,-3,14)$, $M_2(-4,-2,14)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -4x+28y+25z+366 = 0 \\ 5x+18y+19z+416 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x+10y+6z+1252 = 0 \\ -17x+12y-2z+1290 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.