Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 21

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{1 - \sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11+13i) + y(-4+i) = -32-204i \\ x(-11+2i) + y(8+3i) = 90+171i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 - 28x^5 + 196x^4 - 756x^3 + 1578x^2 - 440x - 3000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+4i$, $x_2 = 4-3i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $17-16i$, $2+25i$, $20+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-i| < 2 \\ |arg(z+2+6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 9, -7)$, $b = (0, 3, -3)$, $c = (-1, -7, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, -12, -1)$ и плоскость $P: 28x - 48y - 12z + 636 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, -1, -7)$, $M_1(-2, -9, 4)$, $M_2(9, 2, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 29x + y - 13z + 277 = 0 \\ 13x + 15y + 3z + 133 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x - 14y - 16z - 3396 = 0 \\ -5x - 3y - 18z - 1318 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.