Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 14

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{26\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15+6i)+y(-7-15i)=140+160i \\ x(12-5i)+y(1+8i)=-61-172i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-3x^5+12x^4-576x^3-924x^2+2964x-4080$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-i$, $x_2 = 3+5i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $9-20i$, $8+27i$, $-2-12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4i|<3 \\ |arg(z-4-2i)|<\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 9, -7)$, $b = (3, -1, 4)$, $c = (1, 2, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 10, -4)$ и плоскость $P : 40y-26z+634 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, -8, 12)$, $M_1(1, 31, -9)$, $M_2(-9, -3, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -2x+22y+11z-360=0 \\ 17x+11y-8z-54=0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -19x+11y+19z+3066=0 \\ 7x-14y-19z-2292=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.