Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 14

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2-14i) + y(7+10i) = -29-254i \\ x(8-9i) + y(-8+2i) = 56-36i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+15x^5+18x^4-60x^3-783x^2-1275x+5202$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+4i$, $x_2 = -4-i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-30+14i$, $-1+28i$, $-20-15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1+4i| < 1 \\ |arg(z+2+2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, -2, -7)$, $b = (0, 4, -8)$, $c = (5, -6, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11,-15,-2)$ и плоскость $P: 52x-8y+12z+788 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, -13, -8)$, $M_1(-2, -15, -4)$, $M_2(14, 1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 9x-16y-4z-119 = 0 \\ 5x-16z-399 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x-16y+12z+2360 = 0 \\ -12x-10y+18z+2290 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.