Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 26

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{20\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-9i) + y(12+7i) = -31+80i \\ x(8+11i) + y(12-2i) = 204+3i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 10x^5 + 175x^4 + 50x^3 - 2770x^2 - 40x + 2600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+i$, $x_2 = 4-2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21+5i$, $25-28i$, $6-9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1-5i| < 2 \\ |arg(z+6+4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -1, 6)$, $b = (0, 6, -1)$, $c = (3, 3, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -1, 14)$ и плоскость $P: -22x - 2y + 50z + 748 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4, -11, 6)$, $M_1(1, -10, -11)$, $M_2(-7, -2, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -18x - 6y - 5z + 175 = 0 \\ -7x + y - 16z + 23 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x - 7y + 11z + 1316 = 0 \\ 14x + 13y + 16z - 194 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.