Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 12

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10-3i) + y(2-12i) = -97-11i \\ x(-2-i) + y(-8+5i) = 6+169i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 16x^5 + 121x^4 + 502x^3 + 1208x^2 + 1792x + 1280$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-2i$, $x_2 = -4+4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15+25i$, $21+13i$, $20-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+5i| < 2 \\ |arg(z-4-4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, -1)$, $b = (0, -7, -2)$, $c = (1, 8, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-1, -13, -13)$ и плоскость $P: 2x - 24z - 20 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, 12, 1)$, $M_1(0, 11, 4)$, $M_2(-12, -1, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 15x - 9y - 5z + 63 = 0 \\ -4x - 12y - 13z - 333 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x + 3y + 8z - 1340 = 0 \\ -2x + 16y + 15z - 207 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.