Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 21

1. Пусть $z=\sqrt{3}-i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-9i)+y(14-11i)=-103+246i \\ x(8-14i)+y(3-8i)=10-181i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-24x^5-66x^4-330x^3-1257x^2+354x+1326$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-5+i$, $x_2=1+4i$, $x_3=-1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $20-23i$, $-8-16i$, $-20-5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=3$, $z_2=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+6-2i|<1 \\ |arg(z-3+6i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(2,-4,-1)$, $b=(-4,9,3)$, $c=(4,0,9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(9,-2,8)$ и плоскость $P: 44x+26y+14z+948=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7,-2,7)$, $M_1(0,-33,-2)$, $M_2(17,1,-2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -5x-10y-z+91=0 \\ -17x-6y+8z-265=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 12x-4y-9z-608=0 \\ 19x-13y+4z-611=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.