Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 4

1. Пусть $z = 2\sqrt{3}+2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{37\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-2+6i)+y(4+7i) = -19-140i \\ x(2+2i)+y(-12+3i) = 125+88i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+5x^5+12x^4+16x^3-153x^2-101x+1020$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = 2-i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26-2i$, $-23-5i$, $25-5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = -1+\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+5+5i| < 2 \\ |arg(z-6+6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, -2, 1)$, $b = (4, 0, -3)$, $c = (-7, 9, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, 1, -10)$ и плоскость $P: -50x+22y-22z+842 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5, -13, -5)$, $M_1(-1, 11, 2)$, $M_2(-15, -3, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -5x-30y-21z-487 = 0 \\ 2x-11y-10z-164 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x-19y-11z-2978 = 0 \\ -13x-19y-8z-3044 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.