Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 24

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{14\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-5+11i)+y(7+9i) = -241-89i \\ x(-13-12i)+y(2-13i) = 135+108i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+10x^5+48x^4-120x^3+278x^2-2690x-16728$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-5i$, $x_2 = 1+4i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17-5i$, $14+21i$, $-5+15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3i| < 3 \\ |arg(z+4+3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 4, 0)$, $b = (-7, 0, -5)$, $c = (1, 5, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, -9, 10)$ и плоскость $P: -22x-24y+34z+464 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, -15, -14)$, $M_1(2, -9, -10)$, $M_2(-7, 0, -10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 33x-32y-27z+1045 = 0 \\ 16x-20y-11z+562 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 17x-12y-16z-3651 = 0 \\ -3x-4y-20z-1655 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.