Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 16

1. Пусть $z=\sqrt{3}-i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11+3i)+y(-8+i)=-53-86i \\ x(-14+11i)+y(5-12i)=56-156i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6-9x^5+6x^4+216x^3-1347x^2+3105x-2550$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=2+i$, $x_2=1+4i$, $x_3=2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20+29i$, $16+i$, $-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-2$, $z_2=1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+4|<1 \\ |arg(z+3+4i)|<\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(2,3,-3)$, $b=(1,1,1)$, $c=(1,0,7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-1,-2,-13)$ и плоскость $P: 24x-12y-10z+280=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11,1,6)$, $M_1(-1,-1,-12)$, $M_2(2,2,-12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -16x+y-13z+18=0 \\ -12x-y-z+24=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x+2y-12z-990=0 \\ -2x-17y+10z+611=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.