Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 14

1. Пусть $z=2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{17\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9+10i)+y(-7+8i)=2+41i \\ x(-3+11i)+y(12+i)=-240-70i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+36x^5+144x^4+96x^3-219x^2+3180x+9000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=2-2i$, $x_2=-4+3i$, $x_3=-3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29+22i$, $16-19i$, $-5-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-2+2\sqrt{3}i$, $z_2=-2\sqrt{3}-2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-6i|<1 \\ |arg(z+2)|<\frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(-3,-6,-3)$, $b=(-2,0,-1)$, $c=(-9,4,-4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(10,7,14)$ и плоскость $P: 6x+24y+16z-18=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(12,7,-8)$, $M_1(0,6,8)$, $M_2(20,-2,8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -10x+20y-20z+40=0 \\ -8x+13y-z-94=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -2x+7y-19z+1790=0 \\ -19x+19y+6z-35=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.