Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 13

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+10i)+y(10-2i) = -82-79i \\ x(-6-13i)+y(6+7i) = 173-150i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+35x^5-50x^4+400x^3-4395x^2+13565x-12750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-4i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $12-28i$, $-7+17i$, $-13-26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1-3i| < 2 \\ |arg(z-i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, -9, 0)$, $b = (5, -6, 4)$, $c = (-7, 1, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, 0, 2)$ и плоскость $P: 14x+28y+20z+734 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, 9, -13)$, $M_1(2, -22, 8)$, $M_2(11, 0, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 8x-9y+29z+106 = 0 \\ 5x+13z-35 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 3x-9y+16z-1935 = 0 \\ -11x+8y+5z+83 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.