Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 7

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(10+5i) + y(-10+6i) = -32-20i \\ x(5+11i) + y(-15-14i) = -185-67i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 84x^5 - 740x^4 - 3084x^3 - 3976x^2 + 11280x + 32800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-2i$, $x_2 = -5-4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17-7i$, $-1-2i$, $-30+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-3i| < 2 \\ |arg(z+6-5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 8, -2)$, $b = (-4, -1, 0)$, $c = (3, -7, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, -7, 11)$ и плоскость $P: -8x - 2y + 42z + 512 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 12, -10)$, $M_1(-2, -1, -4)$, $M_2(7, 2, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -7x - 15z + 358 = 0 \\ 5x - 13y - z + 141 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x + 13y - 14z - 2328 = 0 \\ 10x - 13y + 7z + 1861 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.