Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 6

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7-14i) + y(6+7i) = 218+140i \\ x(-12+5i) + y(-6-4i) = -165-201i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 15x^5 - 6x^4 - 282x^3 + 4020x^2 + 16800x - 48000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-5i$, $x_2 = 4-4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $12+7i$, $-10i$, $-23+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4i| < 3 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, 4)$, $b = (2, 6, 1)$, $c = (1, 1, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 0, 7)$ и плоскость $P: -28x - 22y + 16z + 538 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5, -3, 12)$, $M_1(-1, 11, -2)$, $M_2(-11, 1, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -3x - 30y + 9z + 378 = 0 \\ 7x - 17y - 2z + 358 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x - 13y + 11z + 1970 = 0 \\ 15x - 7y + 4z + 155 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.