Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 16

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(8-i) + y(10-6i) = 49-25i \\ x(-13-8i) + y(12-6i) = -163-323i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 7x^5 + 53x^4 - 91x^3 + 282x^2 + 918x - 1156$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+4i$, $x_2 = 3+5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17+20i$, $-3-25i$, $-26+25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-3i| < 3 \\ |arg(z+i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2,3,3)$, $b = (-2,-8,0)$, $c = (-4,-10,-4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-1,-9,5)$ и плоскость $P: -6x+4y+12z+68 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13,-3,-7)$, $M_1(-1,-22,-11)$, $M_2(-11,-2,-11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x+16y+7z+97 = 0 \\ -18x+9y+4z-167 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x+7y+3z-1831 = 0 \\ 4x+14y+7z-836 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.