Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 28

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(8+2i)+y(-2+8i) = -152+132i \\ x(1-3i)+y(13+5i) = 148+126i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6-6x^5-16x^4-44x^3-165x^2-158x+390$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-3i$, $x_2 = -3-2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $12+25i$, $1+16i$, $-22+18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}+i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5+3i| < 2 \\ |arg(z-4-4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, 9, -10)$, $b = (0, -6, 7)$, $c = (1, -1, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1,-2,9)$ и плоскость $P: 28x+22y+24z+722 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, 1, -2)$, $M_1(-2, -28, 6)$, $M_2(4, -2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 12x+24y-5z+658 = 0 \\ -4x+6y-18z+100 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x+18y+13z-2438 = 0 \\ 13x+7y+z-1068 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.