Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 27

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3} - 2i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2+5i) + y(11-8i) = 25 + 53i \\ x(-4+13i) + y(-2-7i) = 244 - 58i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + x^5 - 10x^4 + 30x^3 - 284x^2 - 456x + 720$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2 - 4i$, $x_2 = 3 - 3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-11 + 4i$, $11 + 12i$, $2 - 10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z + 3 - 3i| < 3 \\ |arg(z + 4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 1, -11)$, $b = (-8, -4, -5)$, $c = (0, 1, -7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4, -9, 14)$ и плоскость $P : 22x + 2y + 58z + 1044 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, -11, 4)$, $M_1(0, 32, -14)$, $M_2(-14, -3, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -23x + 9y + 7z + 305 = 0 \\ -4x - 5y - 6z - 6 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -19x + 14y + 13z + 3215 = 0 \\ -13x - 11y - 7z + 103 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.