Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 25

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{10\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(14+13i) + y(-4-i) = 108-119i \\ x(4-8i) + y(-13+8i) = -148+68i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 69x^5 - 672x^4 - 3564x^3 - 10905x^2 - 18327x - 13260$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+i$, $x_2 = -3+2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29-11i$, $-8+27i$, $-24-2i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+5+2i| < 1 \\ |arg(z-4-2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 0, -2)$, $b = (-8, -2, -6)$, $c = (-1, 9, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, -6, -12)$ и плоскость $P: 20x - 40y - 46z + 1006 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, -11, -12)$, $M_1(-2, 33, 10)$, $M_2(5, -2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 10x + z + 83 = 0 \\ -4x - 13y + 17z + 227 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x + 13y - 16z + 2961 = 0 \\ 12x + 15y - 18z + 3057 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.