Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 11

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{61\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(8-9i) + y(10-14i) = 194+223i \\ x(8+8i) + y(5+12i) = -140+102i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+6x^5-15x^4-40x^3+146x^2+404x+400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+4i$, $x_2 = -1-i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14+4i$, $-9-18i$, $28+3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = 4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2| < 1 \\ |arg(z+3-3i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, -5, -1)$, $b = (8, -9, 0)$, $c = (5, 0, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, -11, -1)$ и плоскость $P: 48x-30y-28z+1012 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, -10, -1)$, $M_1(-2, -66, -8)$, $M_2(-18, -2, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -20x+y-5z-194 = 0 \\ -13x+12y+10z-73 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x-11y-15z+1854 = 0 \\ -15x-2y-14z+1414 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.