Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 19

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2 - 2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-12+10i) + y(4+2i) = -212+42i \\ x(5-6i) + y(4-7i) = -30+19i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 4x^5 + 74x^4 - 264x^3 - 652x^2 + 4472x - 5408$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+2i$, $x_2 = -5-i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-5+29i$, $24-15i$, $18+26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+6-3i| < 1 \\ |arg(z-6-4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, -8, -6)$, $b = (3, 7, 0)$, $c = (-8, -4, 3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 14, -6)$ и плоскость $P: 8x + 48y - 22z + 518 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 12, -7)$, $M_1(1, 0, 9)$, $M_2(5, -2, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} x - 22y + 2z - 53 = 0 \\ -6x - 13y - 11z + 165 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 7x - 9y + 13z + 1875 = 0 \\ 14x + 4y - 8z - 436 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.