Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 33

1. Пусть $z = 1 + \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\pi$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x\,(-2-12i) + y\,(1-i) = -111+125i \\ x\,(8+9i) + y\,(-8-7i) = 194-116i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 558x^3 + 3126x^2 + 5136x + 3936$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-5i$, $x_2 = -1+i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1-22i$, $-24+24i$, $-30+22i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-4-i| < 3 \\ |arg(z+5+i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, -5, -1)$, $b = (4, 6, 0)$, $c = (-10, -7, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6, -10, 7)$ и плоскость $P: 14x - 36y + 40z + 822 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, 13, 4)$, $M_1(-2, 26, -2)$, $M_2(-16, -2, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 36x + 15y - 12z - 36 = 0 \\ 18x + 19y + 6z + 188 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 18x - 4y - 18z + 4424 = 0 \\ 2x - 16y + 16z - 1688 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.