Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 23

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{14\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-9-4i) + y(10+14i) = 45+85i \\ x(-7+i) + y(-10-i) = -43+76i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 17x^5 - 136x^4 - 574x^3 - 1192x^2 - 384x + 2304$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+3i$, $x_2 = -4+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-10-8i, 6+14i, -21+24i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-2i| < 2 \\ |arg(z+1+4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 7, -4)$, $b = (-7, -10, -1)$, $c = (0, -2, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-1, -13, -1)$ и плоскость $P: -20x - 38y + 14z + 520 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, -7, -9)$, $M_1(0, -19, -4)$, $M_2(-9, -1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 18x - 9y - 11z + 327 = 0 \\ 10x + 8y - 13z + 77 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x - 17y + 2z - 821 = 0 \\ 7x + 8y + 16z - 217 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.