Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 11

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{59\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-11+8i)+y(-8+11i) = 225-75i \\ x(-3+8i)+y(-1+5i) = 74-74i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6-10x^5+54x^4-296x^3+1693x^2-5406x+5800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4+3i$, $x_2 = -2+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $1-22i$, $10-10i$, $-16-29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}+i\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}+i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+2i| < 2 \\ |arg(z+6+2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 7, 0)$, $b = (7, 6, -6)$, $c = (7, 8, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 1, -7)$ и плоскость $P: -14x-16y+16z+426 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, 5, -2)$, $M_1(0, -11, -4)$, $M_2(-192, 1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 4x+30y-8z-186 = 0 \\ 14x+17y-z-291 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x+13y-7z-1803 = 0 \\ -17x-4z-937 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.