Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-221. Вариант 8

1. Пусть 
$$z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$$
. Вычислить значение  $\sqrt[6]{z^3}$ , для которого число  $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$  имеет аргумент  $-\frac{11\pi}{12}$ .

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+10i) + y(4+i) = -53 - 222i \\ x(2-8i) + y(-13-3i) = 81 + 283i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена  $-3x^6+30x^5-162x^4+312x^3-264x^2-1728x+3840$  и разложить его на множители над  $\mathbb R$  и  $\mathbb C$ , если известны корни  $x_1=4+4i, x_2=1+3i, x_3=-2$ .
- 4. Даны 3 комплексных числа: -7+6i, 9-18i, -29-8i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа  $z_1=-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2},$   $z_2=-\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}$  соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой  $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$ :

$$\begin{cases} |z-2+i| < 3\\ |arg(z-3+3i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (-1, -10, 6), b = (-5, 9, -8), c = (0, 3, -2). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-7,7,4) и плоскость P:-28x-2y+212=0. Найти координаты точки  $A_0$ , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(11,6,6),  $M_1(2,11,-8)$ ,  $M_2(6,-3,-8)$ . Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки  $M_1$  и  $M_2$ . Найти координаты точки  $A_0$ , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые  $L_1$  и  $L_2$  своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -19x + 22y + 20z + 99 = 0 \\ -16x + 5y + 17z + 123 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x + 17y + 3z - 1866 = 0 \\ 14x + 14y - 9z - 1212 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L<sub>1</sub> и L<sub>2</sub>.