Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 12

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(8+4i) + y(7+4i) = -69+38i \\ x(1-8i) + y(-7+12i) = -14-323i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 48x^5 + 508x^4 + 3068x^3 + 11126x^2 + 22580x + 19500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+i$, $x_2 = -3+4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15-25i$, $-12-5i$, $24-19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-i| < 3 \\ |arg(z+3-2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, -3, 1)$, $b = (3, 0, 1)$, $c = (-8, 2, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1, -5, -11)$ и плоскость $P: -22x - 18y - 2z + 316 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, -11, -6)$, $M_1(0, 14, 10)$, $M_2(-18, 2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x - 13y - 13z + 114 = 0 \\ 19x + 6y - 16z + 179 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x - 19y + 3z - 2329 = 0 \\ 9x - 12y - 8z - 125 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.