Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 25

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{41\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14+5i) + y(-4+8i) = -176-50i \\ x(-10-10i) + y(-13-13i) = -46-180i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 6x^5 - 14x^4 + 122x^3 + 1676x^2 + 5216x + 4992$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-4i$, $x_2 = -3-2i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $13+23i$, $22-17i$, $28-18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4i$, $z_2 = 2\sqrt{3} - 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4| < 1 \\ |arg(z+2-2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, -11, -11)$, $b = (7, 7, 9)$, $c = (-7, 3, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, 1, -4)$ и плоскость $P: 44x + 8y - 6z + 546 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, -14, 11)$, $M_1(-3, -4, -15)$, $M_2(-2, -3, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 11x - 4y + 22z + 61 = 0 \\ 7x + 5y + 19z - 117 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x - 9y + 3z - 246 = 0 \\ -4x + 6y - 6z + 240 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.