Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 30

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11+9i)+y(-7+7i) = -36-252i \\ x(-12-15i)+y(-15+4i) = 332-176i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6-27x^5+69x^4+477x^3-3102x^2+6480x-4800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-i$, $x_2 = 4+4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8-21i$, $22-25i$, $16-19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{3}+i$, $z_2 = -1+\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+3i| < 2 \\ |arg(z-3-6i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-6, 9, 7)$, $b = (-3, 6, 0)$, $c = (-3, 4, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, 9, -4)$ и плоскость $P: 42x+8y-4z+414 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, -9, -15)$, $M_1(2, -41, 7)$, $M_2(-19, 1, 7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -29x-5y+17z+313 = 0 \\ -17x-17y+4z+267 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x+12y+13z-2696 = 0 \\ -5x-14y-14z+2031 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.