Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 6

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(1+5i) + y(8-14i) = 1+21i \\ x(-10-13i) + y(-6-i) = -241+5i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 48x^5 + 248x^4 + 744x^3 + 1196x^2 + 360x - 2600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+3i$, $x_2 = -3-2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6+9i$, $-14+18i$, $23-26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-2i| < 3 \\ |arg(z-2+4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, 3, 1)$, $b = (0, -7, 2)$, $c = (2, 5, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -9, 8)$ и плоскость $P: 22x - 24y - 2z + 376 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, 1, -10)$, $M_1(0, 28, 10)$, $M_2(-20, -2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} 23x + 13y + z - 329 = 0 \\ 15x + 11y + 17z - 319 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 8x + 2y - 16z - 982 = 0 \\ -3x - 12y + 3z + 408 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.