Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 8

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-12+11i) + y(-12-5i) = 144-251i \\ x(14-2i) + y(-6-11i) = 112+213i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 36x^5 - 246x^4 - 1170x^3 - 5757x^2 - 14394x - 9594$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-5i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-18-22i$, $-13-24i$, $13+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-6+6i| < 1 \\ |arg(z+5+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-5, 0, -2)$, $b = (2, -8, -6)$, $c = (-7, -6, -8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8,7,14)$ и плоскость $P: 32x+14y+18z+166 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, -13, 2)$, $M_1(-3, -10, 9)$, $M_2(6, -1, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -26x-28y-14z+178 = 0 \\ -20x-14y-17z+53 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x-14y+3z-1321 = 0 \\ -20x+10y+4z+38 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.