Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 31

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15+7i) + y(9+5i) = -75+141i \\ x(-6+6i) + y(9-2i) = -36+64i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 70x^5 - 405x^4 - 420x^3 + 3700x^2 + 8000x + 7500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-5i$, $x_2 = -1+i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24+19i$, $23-12i$, $25+23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = 3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5-2i| < 1 \\ |arg(z+4)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 2, 0)$, $b = (3, 4, 5)$, $c = (6, 6, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, 12, 10)$ и плоскость $P: 20x + 40y + 22z + 262 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, 12, 6)$, $M_1(-3, -4, 8)$, $M_2(-6, -1, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x - 9y - 33z + 689 = 0 \\ -5x - 15y - 13z + 259 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x + 6y - 20z - 2070 = 0 \\ 13x - 7y + 619 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.