Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 28

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{14\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(1-8i) + y(14+6i) = -128+33i \\ x(3-13i) + y(-3+13i) = 31-75i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 18x^5 + 70x^4 + 210x^3 + 688x^2 + 1572x + 1040$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-2i$, $x_2 = 1+3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+i, 6+8i, 5+9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2i, z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+5+2i| < 1 \\ |arg(z-3+5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, 10)$, $b = (3, 3, -8)$, $c = (0, 1, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, -1, 7)$ и плоскость $P: -52x - 16y + 44z + 1448 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, 9, -1)$, $M_1(-3, -16, -12)$, $M_2(-93, -1, -12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -4x - 7z + 12 = 0 \\ 15x - 11y + z - 212 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -19x + 11y - 8z - 1414 = 0 \\ 3x - y + z + 196 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.