Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 10

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{35\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7-i) + y(-13-4i) = -94-132i \\ x(9-2i) + y(8+6i) = 72+119i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 32x^5 + 128x^4 - 160x^3 - 1124x^2 - 3872x + 4992$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+3i$, $x_2 = -4+4i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $18-24i$, $18i$, $10+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = 2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-6i| < 1 \\ |arg(z+5-5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, -1, 8)$, $b = (7, -10, 1)$, $c = (-4, 0, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, -6, 13)$ и плоскость $P: 22z - 44 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, 14, 4)$, $M_1(-1, 7, -15)$, $M_2(-64, -2, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 19x - 25y - 3z - 542 = 0 \\ 2x - 7y + 13z + 135 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 17x - 18y - 16z - 5891 = 0 \\ 12x - 15y - 10z - 4295 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.