Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 15

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{16\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14-8i) + y(7+6i) = -257+197i \\ x(-3-5i) + y(-13-7i) = 46-60i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 48x^5 - 296x^4 - 488x^3 + 2396x^2 + 24040x + 38048$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-5i$, $x_2 = -5-4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-10+16i$, $-5+2i$, $26-14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+6-4i| < 1 \\ |arg(z+5+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, -2, 0)$, $b = (-2, -1, 1)$, $c = (3, 4, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 2, -9)$ и плоскость $P: 2x - 18y - 22z + 238 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, 14, -10)$, $M_1(-3, 4, 12)$, $M_2(-47, 0, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 23x - 18y - 13z - 107 = 0 \\ 16x - 7y + 7z + 248 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 7x - 11y - 20z - 2065 = 0 \\ 19x + 19y + 4z + 935 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.