Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 18

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-8+7i)+y(-1+11i) = -27+63i \\ x(-15+8i)+y(-2-13i) = 52+374i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+20x^5+169x^4+666x^3+748x^2-2584x-6560$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+2i$, $x_2 = -5-4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $29-25i$, $-19+13i$, $17+26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = i$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3-2i| < 3 \\ |arg(z+5-3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 3, -2)$, $b = (-4, 0, 3)$, $c = (-2, 9, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, -8, 2)$ и плоскость $P: -8x+2y-10z+8 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, 8, 12)$, $M_1(-2, 21, -13)$, $M_2(2, 1, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -2y+2z+40 = 0 \\ 9x+18y-5z-54 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x-20y+7z+3804 = 0 \\ -x-2y-13z-532 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.