Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 27

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\pi$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+5i)+y(-15+4i) = -132-154i \\ x(13+11i)+y(3+6i) = 38+256i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+68x^5+504x^4+1744x^3+1900x^2-5364x-21320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+3i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-2-30i$, $-21+2i$, $-26-9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-i| < 3 \\ |arg(z+3+5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -1, 10)$, $b = (0, 2, -3)$, $c = (-3, 0, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9, -11, 9)$ и плоскость $P: -24x+16z+56 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, -2, -3)$, $M_1(-2, 101, -6)$, $M_2(10, 1, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x+37y-13z-355 = 0 \\ -17x+19y+z-181 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x+18y-14z+1970 = 0 \\ 2x+17y+19z+615 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.