Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 29

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-10+14i) + y(-8+5i) = -150-237i \\ x(7-5i) + y(-8-14i) = 73-29i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 20x^5 + 104x^3 - 1044x^2 + 596x + 1768$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-3i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17+15i$, $-4i$, $17-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+2i| < 1 \\ |arg(z-3-2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, 7)$, $b = (-1, -2, -5)$, $c = (7, 8, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -6, 11)$ и плоскость $P : 2x - 30y - 4z + 328 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, 3, 3)$, $M_1(-3, 9, 10)$, $M_2(0, 0, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -12x + 21y + 28z + 306 = 0 \\ x + 9y + 13z + 94 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -13x + 12y + 15z + 3440 = 0 \\ 12x + 11y - 12z - 1530 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.