Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 22

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3} - 2i}$ имеет аргумент $\frac{37\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+6i) + y(-7+6i) = 3+37i \\ x(-3+11i) + y(-3+11i) = 30+20i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 24x^5 + 75x^4 - 888x^2 - 1344x + 4080$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+i$, $x_2 = -2-4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-10-25i$, $15-28i$, $-30-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-2-i| < 3 \\ |arg(z-3-5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 2, 0)$, $b = (5, 1, -7)$, $c = (-6, 9, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, 12, 0)$ и плоскость $P: -8x - 2y - 10z + 180 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, -15, -11)$, $M_1(-1, -8, 8)$, $M_2(-13, -2, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 12x + 6y + 21z - 558 = 0 \\ 15x + 9y + 15z - 486 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x - 3y + 6z - 342 = 0 \\ 16x + 8y - 7z + 456 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.