Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 20

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{13\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(12-5i) + y(-8-11i) = -324+174i \\ x(-7-7i) + y(3-14i) = 10-106i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 36x^5 + 8x^4 - 576x^3 + 28x^2 + 4380x - 5800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+i$, $x_2 = -5-2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24-30i$, $-23-5i$, $-8+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-2i| < 3 \\ |arg(z-5+3i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, 6)$, $b = (8, -2, -10)$, $c = (-7, 2, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, -2, 10)$ и плоскость $P: -14x + 2y + 8z - 98 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5, 9, 1)$, $M_1(-2, 14, 5)$, $M_2(15, -3, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x - 30y + 8z + 394 = 0 \\ 12x - 15y - 8z + 346 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x - 15y + 16z + 2372 = 0 \\ -11x + 19y - 11z - 1504 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.