Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 5

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3+2i) + y(6+2i) = 81 - 97i \\ x(11+11i) + y(4-6i) = -144 - 320i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 12x^5 - 28x^4 - 28x^3 + 216x^2 - 200x - 400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2 - i$, $x_2 = 1 - 3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27i$, $-5-22i$, $14+21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z| < 1 \\ |arg(z - 6 - 5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -10, -3)$, $b = (4, 5, 2)$, $c = (2, 6, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6, 6, 0)$ и плоскость $P: -2x - 4y + 16z + 174 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, -6, -15)$, $M_1(0, -8, -11)$, $M_2(-12, -2, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 24x + 6y + 4z + 134 = 0 \\ 17x + 17y - 7z + 159 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 7x - 11y + 11z - 1480 = 0 \\ x + y - 20z + 1384 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.