

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6 + 10i) + y(12 + 13i) = -99 + 86i \\ x(4 + 2i) + y(4 + 13i) = 55 \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 33x^5 + 99x^4 - 123x^3 - 222x^2 + 2070x - 5100$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 1 - 2i$, $x_2 = -5 - 3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19 + 22i$, $1 + 2i$, $1 - 21i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z + 4i| < 2 \\ |\arg(z + 3 - 2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (0, 7, -10)$, $b = (-2, -6, 4)$, $c = (-4, -1, -8)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 11, 2)$ и плоскость $P: 2x + 52y - 16z + 952 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-9, -7, 14)$, $M_1(2, -34, -4)$, $M_2(-15, 0, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 19x + 13y - 24z + 598 = 0 \\ 4x + 11y - 6z + 197 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 15x + 2y - 18z + 4272 = 0 \\ -15x - 20y + 12z - 3810 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .