Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 5

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13-6i) + y(-13+7i) = -309+126i \\ x(7-2i) + y(-11-5i) = -93-168i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 32x^5 + 32x^4 - 568x^3 - 1532x^2 + 2280x + 9000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-i$, $x_2 = -4+3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $11+26i$, $-4+17i$, $-21+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+3i| < 3 \\ |arg(z-6-4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 2, 0)$, $b = (3, 3, 3)$, $c = (-6, 4, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12, -3, -15)$ и плоскость $P: -18x - 10y - 44z + 274 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 8, -1)$, $M_1(0, 14, -5)$, $M_2(26, 1, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -30x - 11y - 10z - 670 = 0 \\ -10x - 14y - 14z - 508 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -20x + 3y + 4z + 1963 = 0 \\ -8x + 16y - 6z + 874 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.