Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 3

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-13-7i)+y(8-2i) = 212+228i \\ x(14+3i)+y(4+13i) = -336-17i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+6x^5+35x^4+2x^3-178x^2-1104x+2088$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-3i$, $x_2 = -2+5i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $13-18i$, $11+3i$, $3-25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3i$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+5i| < 1 \\ |arg(z-5+5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, 4, 0)$, $b = (6, -3, 4)$, $c = (5, 3, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, 11, -13)$ и плоскость $P: 6x+36y-46z+778 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, 8, -12)$, $M_1(1, 13, -8)$, $M_2(-14, -2, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -12x+12y-15z-282 = 0 \\ -10x-2y-2z-94 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -2x+14y-13z-2402 = 0 \\ -20x+8y+6z-568 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.