Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 16

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(13-8i) + y(3-4i) = -178 + 40i \\ x(4+2i) + y(-4-12i) = -146 + 142i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 12x^5 - 59x^4 + 80x^3 + 449x^2 - 1756x + 1275$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-4i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6+14i$, $-18-29i$, $2+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4| < 1 \\ |arg(z+2-i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 8, -6)$, $b = (2, 9, -6)$, $c = (6, 4, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, -1, 5)$ и плоскость $P: 2x - 16y + 22z + 232 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, -2, -14)$, $M_1(2, -4, -12)$, $M_2(3, -2, -12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 32x + 8y - 6z + 360 = 0 \\ 13x + 2y - 12z + 2 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x + 6y + 6z + 2956 = 0 \\ 17x + 15y - 13z + 1969 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.