Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 35

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4+i) + y(10-3i) = 27 - 35i \\ x(-11-4i) + y(-12-6i) = -307 + 124i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 16x^5 + 20x^4 + 96x^3 - 92x^2 - 3536x - 3380$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3 + 2i$, $x_2 = -2 + 3i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-25 + 23i$, $-2 - 24i$, $-4 - 4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3} + i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z + 3i| < 2 \\ |arg(z - 3 + 6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 3, 2)$, $b = (-9, 3, 3)$, $c = (7, -8, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3, 14, -5)$ и плоскость $P: -28x + 10y + 10z + 318 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, -8, 7)$, $M_1(-2, 15, -15)$, $M_2(-10, -1, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -6x + 16y + 2z - 122 = 0 \\ -10x + 14y + 11z - 331 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x + 2y - 9z + 613 = 0 \\ 12x - y + 12z - 213 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.