Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 20

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{17\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x\,(-4-i)+y\,(-3+13i) = -168+59i \\ x\,(-9+12i)+y\,(11+6i) = -166+224i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-24x^5+116x^4-264x^3+144x^2+1120x-3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = 1-3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+4i$, $-16-22i$, $-2-17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4| < 2 \\ |arg(z-3)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, -2, -8)$, $b = (-3, 0, 2)$, $c = (5, 1, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, 4, -9)$ и плоскость $P: 42x-18y-34z+1052 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13, -8, -12)$, $M_1(0, 5, 10)$, $M_2(-35, -2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 28x+5y-24z-41 = 0 \\ 17x-16z-19 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 11x+5y-8z-1282 = 0 \\ -7x+3y+14z+1034 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.