Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 17

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7-15i) + y(11-7i) = 264+240i \\ x(14+2i) + y(2+6i) = -244+128i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 15x^5 + 122x^4 + 664x^3 + 2372x^2 + 5196x + 4680$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-3i$, $x_2 = -1+5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21+21i$, $-1+24i$, $14+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-5i| < 1 \\ |arg(z-1-i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, -1)$, $b = (-4, -4, -2)$, $c = (-1, 2, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, -6, -4)$ и плоскость $P: -10x - 10y - 20z + 20 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, 12, -13)$, $M_1(-1, 12, -15)$, $M_2(6, -2, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -23x - 12y - 13z + 429 = 0 \\ -4x + 4y - 16z + 328 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -19x - 16y + 3z + 3231 = 0 \\ 8x + 19y - z - 2330 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.