Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 8

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(7-5i) + y(-7-4i) = 17-44i \\ x(8+12i) + y(-4+7i) = -153-54i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 36x^5 + 201x^4 - 600x^3 + 972x^2 - 864x + 324$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+i$, $x_2 = 3-3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $25+12i$, $-8+3i$, $5-7i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+2i| < 2 \\ |arg(z+3-5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-6, 4, 1)$, $b = (-1, 5, -3)$, $c = (-2, 2, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4, -13, -8)$ и плоскость $P : 2x - 30y - 4z + 30 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, -4, -12)$, $M_1(0, 10, -13)$, $M_2(-22, -1, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 12x + 5y + z + 157 = 0 \\ -7x - 2y + 16z + 8 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 19x + 7y - 15z + 4594 = 0 \\ -2x + 11y + 6z - 553 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.