Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-228. Вариант 27

1. Пусть
$$z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(2-15i) + y(3-2i) = -139 - 204i \\ x(-3-15i) + y(-12+13i) = -464 - 14i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $-5x^6-85x^5-775x^4-4485x^3-16840x^2-43010x-57800$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=-3-5i, x_2=-1-4i, x_3=-5.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: 10-24i, -20-2i, -26+3i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}, z_2 = -i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-1-i| < 3\\ |arg(z+2+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (5, 1, 8), b = (-10, -3, 7), c = (0, 0, 1). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(10,12,-4) и плоскость P:28x+34y+18z+516=0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(9, -7, -8), $M_1(0, -20, -7)$, $M_2(22, 2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x - 21y + 7z - 566 = 0 \\ 6x - 19y - 4z - 215 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -19x - 2y + 11z - 2295 = 0 \\ 19x + 13y - 14z + 2747 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.