Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 7

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{10}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11+12i) + y(-9+i) = 185+3i \\ x(12+11i) + y(14-11i) = 118-186i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+2x^5+22x^4+142x^3-1016x^2-6580x+34000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-3i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $23+9i$, $-5-24i$, $-28+28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = 2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5i| < 1 \\ |arg(z-4-4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -11, -4)$, $b = (-2, 3, 0)$, $c = (2, -8, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6, -2, -1)$ и плоскость $P: -10y+20z+250 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -5, -2)$, $M_1(-1, 2, 7)$, $M_2(-6, -3, 7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -12x+6y+25z+480 = 0 \\ -3x+15y+16z+390 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x-9y+9z+1548 = 0 \\ -3x-17y+17z+2182 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.