Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-224. Вариант 27

1. Пусть
$$z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(6+10i) + y(-2+i) = 106 + 54i \\ x(-15-12i) + y(-5-5i) = -242 + 78i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $4x^6-76x^5+668x^4-3268x^3+9072x^2-13056x+6656$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=3+2i, \, x_2=4+4i, \, x_3=4.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: 3-18i, 20+i, -25-8i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1=-3, z_2=\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+1+4i| < 3\\ |arg(z+2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (1, -4, -8), b = (0, 0, -6), c = (2, -9, -3). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-10, -13, 5) и плоскость P: -36x 20y 16z + 436 = 0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(1, -13, -5), $M_1(1, 7, 2)$, $M_2(13, 1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -16x + 6y + 12z - 312 = 0 \\ -8x - y - z - 133 = 0 \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} -8x + 7y + 13z + 1513 = 0 \\ -14x + 12y - 6z + 198 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.