Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 25

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\sqrt{3} - i}$ имеет аргумент $-\frac{29\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3+12i) + y(12+12i) = -363 - 234i \\ x(-3+8i) + y(12+7i) = -225 - 177i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 - 48x^5 + 140x^4 + 640x^3 - 5444x^2 + 14128x - 13260$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4 + i$, $x_2 = 3 + 2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $16 + 5i, 23 - 6i, 9 - i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - i| < 1 \\ |arg(z + 4 - 6i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, 8, 0)$, $b = (6, 8, -4)$, $c = (1, -3, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, -14, 9)$ и плоскость $P: -4x - 54y - 8z + 790 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 6, -10)$, $M_1(-3, -12, -6)$, $M_2(7, -2, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -19x - 26y - 10z + 176 = 0 \\ -12x - 8y + 168 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x - 18y - 10z - 1884 = 0 \\ -x + 4y + 246 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.