Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 13

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{32\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2+13i)+y(-1+3i)=110-150i \\ x(7-i)+y(10-5i)=-178+29i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+27x^5-72x^4-138x^3+1416x^2-4920x+7200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=4+2i$, $x_2=1-3i$, $x_3=3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1-15i$, $-2+10i$, $-2-20i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2=-2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+6+5i|<1 \\ |arg(z-3i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(5,3,10)$, $b=(6,-8,-3)$, $c=(-1,1,0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-5,8,-9)$ и плоскость $P: -20x+42y-38z+1026=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3,-11,10)$, $M_1(1,-7,0)$, $M_2(-4,-2,0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 2x-13y-9z+240=0 \\ 11x-20y+2z+84=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x+7y-11z-1099=0 \\ -9x+18y-10z-1513=0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.