Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(13-15i)+y(-7+i) = -293-53i \\ x(-9-12i)+y(3+12i) = 21+204i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6+32x^5-156x^4+376x^3+648x^2-7136x+6240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = 1+5i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $6-29i$, $25-18i$, $23+12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4i$, $z_2 = -4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+4i| < 3 \\ |arg(z+6+6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 9, -1)$, $b = (0, 1, -3)$, $c = (5, -10, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 9, -12)$ и плоскость $P: 34x+24y-16z+144 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, -14, 9)$, $M_1(0, 2, 10)$, $M_2(-2, 0, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x-6y+3z+153 = 0 \\ -11x-y+10z+145 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -2x-5y-7z-226 = 0 \\ -20x-18y-3z-192 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.