Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 18

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\sqrt{3} - i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2+11i) + y(1-15i) = 207 - 67i \\ x(1+5i) + y(-10+i) = 46 - 224i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 36x^5 + 231x^4 + 576x^3 + 381x^2 - 612x - 615$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-8+15i$, $11+8i$, $15+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z - 3 + 4i| < 3 \\ |arg(z + 4 - 5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, -3, 9)$, $b = (0, -2, -8)$, $c = (7, -8, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1, 2, 10)$ и плоскость $P: -4x - 16y + 34z + 410 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(14, -15, 4)$, $M_1(2, 1, 11)$, $M_2(5, 2, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -3x - 2y - 23z + 446 = 0 \\ 8x - 3z - 63 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x - 2y - 20z - 1066 = 0 \\ -13x - 3y - 7z - 593 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.