Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15-13i)+y(-2-6i) = -308+40i \\ x(-1+5i)+y(-9-8i) = -35+23i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-9x^5+27x^4+309x^3-264x^2-6540x-6000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4+2i$, $x_2 = -3-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $4+5i$, $26+26i$, $8-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3i| < 3 \\ |arg(z+2+5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, 5, -5)$, $b = (-2, 6, 5)$, $c = (0, 0, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -7, 10)$ и плоскость $P: 16x-26y+16z+364 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5, -2, 1)$, $M_1(-1, 8, -6)$, $M_2(-12, -3, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x-9y-17z+427 = 0 \\ 13x+8y-z-158 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x-17y-16z+3021 = 0 \\ -12x-10y-8z+1918 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.