Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 19

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8+14i) + y(2+6i) = 10 - 246i \\ x(-12-11i) + y(4-15i) = 350 + 340i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 3x^5 - 15x^4 - 477x^3 - 1284x^2 - 258x + 2040$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-5i$, $x_2 = -2-i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8-3i$, $-23-i$, $21+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3} - i$, $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3+3i| < 3 \\ |arg(z+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -1, 2)$, $b = (-1, 0, 4)$, $c = (-4, 1, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, 4, -7)$ и плоскость $P: 30x - 10y + 4z + 246 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, 6, 14)$, $M_1(1, -1, 6)$, $M_2(0, -2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 27x - 7y + 13z + 203 = 0 \\ 15x - 10y + 17z + 400 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 12x + 3y - 4z + 817 = 0 \\ 16x - 3y + 6z + 1023 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.