Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 33

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-12-8i)+y(3-3i) = 232-14i \\ x(-6-2i)+y(1-14i) = 159-119i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+18x^5+74x^4-14x^3+12x^2-1732x+1640$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-3i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-15-18i$, $7+16i$, $29+27i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+4i| < 2 \\ |arg(z+6+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -11, -10)$, $b = (3, 1, 9)$, $c = (0, 6, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2,7,-4)$ и плоскость $P: 4x+10y-20 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, 11, 10)$, $M_1(-2, 2, 6)$, $M_2(3, -3, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 28x+10y+5z-732 = 0 \\ 9x+y+19z-228 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x+9y-14z-3056 = 0 \\ 14x+4y+5z-1280 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.