Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 3

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(13+6i) + y(-2+10i) = 117 - 280i \\ x(-4-14i) + y(7-4i) = -279 + 59i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 27x^5 + 87x^4 - 75x^3 - 78x^2 - 138x + 468$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+2i$, $x_2 = -1+i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-30-2i$, $29+4i$, $11-i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+2i| < 3 \\ |arg(z+4+3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, -6, -3)$, $b = (0, 2, -1)$, $c = (1, 2, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, -4, -14)$ и плоскость $P: 16x - 34y - 54z + 1144 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, -7, 5)$, $M_1(-1, -10, 4)$, $M_2(-8, -3, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x - 17y - 13z + 87 = 0 \\ -5x + 3y + 4z - 67 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 10x - 20y - 17z - 4580 = 0 \\ 10x + 15y - 11z - 115 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.