Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-10-8i)+y(12-6i)=24+176i \\ x(-2-9i)+y(-3-7i)=-32-94i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+4x^5+30x^4+160x^3-958x^2-1764x+7650$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+4i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-14-7i$, $3+i$, $-8-i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3i$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4-i| < 2 \\ |arg(z-1-6i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 0, -1)$, $b = (-4, -4, 1)$, $c = (-6, 5, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, 0, 14)$ и плоскость $P: -30x-18y+12z+126=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, 11, 5)$, $M_1(-1, 4, -1)$, $M_2(-7, -2, -1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -4x-9y+12z+217=0 \\ 14x-13y+19z+246=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x+4y-7z-1585=0 \\ 15x-2y+15z+1603=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.