Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 34

1. Пусть $z = \sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(13-15i)+y(12+11i) = 49-349i \\ x(7+5i)+y(-15-6i) = -29+67i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-28x^4-140x^3+1698x^2-6940x+8528$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-4i$, $x_2 = 2+3i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8-14i$, $-22+16i$, $-1+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = -1+\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1-2i| < 3 \\ |arg(z+5-2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10,0,6)$, $b = (3,-5,1)$, $c = (4,4,3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3,-3,-10)$ и плоскость $P: 14x-32y+4z+520 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7,6,-5)$, $M_1(-2,13,12)$, $M_2(-18,-3,12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -22x-y+11z-92 = 0 \\ -9x-9y-z-73 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -13x+8y+12z+1489 = 0 \\ -17y-14z-1233 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.