Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 29

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-11-4i) + y(3-14i) = 89-38i \\ x(-6+3i) + y(-12+2i) = 75-65i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 76x^5 - 668x^4 - 3364x^3 - 9888x^2 - 15120x - 8000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+4i$, $x_2 = -4+2i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $23-14i$, $-27+29i$, $-12+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3i| < 3 \\ |arg(z-4i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1,-1,-4)$, $b = (4,0,8)$, $c = (-3,-1,-9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5,-9,9)$ и плоскость $P: -4x-4y+26z+104 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11,-8,-3)$, $M_1(-1,2,-7)$, $M_2(1,1,-7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 11x+28y+z+511 = 0 \\ -2x+12y-18z+502 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x+16y+19z-2349 = 0 \\ -3x+6y-4z+193 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.