Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 32

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4-6i) + y(-1-6i) = -73+78i \\ x(-10+i) + y(-12+9i) = 253+27i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 - 68x^5 + 540x^4 - 2580x^3 + 7576x^2 - 12272x + 8160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+4i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23-27i$, $-30-15i$, $28-4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = 2\sqrt{3}-2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+4i| < 2 \\ |arg(z+1)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, -4, 0)$, $b = (-6, 6, -3)$, $c = (-10, 7, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2,-6,9)$ и плоскость $P: -12x - 6y + 6z - 6 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 13, -5)$, $M_1(-3, 17, 14)$, $M_2(16, -2, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x - y - 20z + 2 = 0 \\ -11x - 10y - 5z - 233 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x + 9y - 15z - 1697 = 0 \\ 16x - 13y - 8z + 316 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.