Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 3

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2+7i)+y(-10-6i) = -4+65i \\ x(-10+7i)+y(-3+2i) = 254+8i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6-30x^5-208x^4-708x^3-1466x^2-1758x-820$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-2i$, $x_2 = -5-4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $23-15i$, $25-13i$, $19-30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4| < 3 \\ |arg(z-2-5i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 4, 5)$, $b = (4, 7, 2)$, $c = (-1, -3, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-10, -3, 13)$ и плоскость $P: -16x-6y-2z-4 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, 8, -6)$, $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(3, -2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -32x+33y+8z+540 = 0 \\ -12x+17y+4z+240 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -20x+16y+4z-3732 = 0 \\ 5x+6y+11z-411 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.