Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 11

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8-14i) + y(-12-i) = 88+104i \\ x(-2+10i) + y(5+9i) = 16-92i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 10x^5 + 10x^4 + 250x^3 + 192x^2 - 5080x - 12000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-4i$, $x_2 = 4-2i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $26-21i$, $29-13i$, $9+15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-2i| < 1 \\ |arg(z-6-3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, -1, -1)$, $b = (1, 7, 0)$, $c = (-1, 8, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, -9, 12)$ и плоскость $P: 14x - 24y + 6z + 228 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, -4, -3)$, $M_1(-3, -22, 13)$, $M_2(-28, -2, 13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -36x + 15y - 19z + 468 = 0 \\ -19x - y - 17z - 27 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -17x + 16y - 2z - 1152 = 0 \\ -4x - 3y + 14z + 229 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.