Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{37\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(13-5i)+y(-8+2i)=219+7i \\ x(-5-6i)+y(5-7i)=-90+19i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+30x^5+123x^4+234x^3+114x^2-264x-240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = -3+i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-3-23i$, $-3-24i$, $13+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+2i| < 1 \\ |arg(z+5+6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, -1)$, $b = (-1, 9, -6)$, $c = (2, -4, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, 5, -9)$ и плоскость $P : -14x+4y-96 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, 2, 4)$, $M_1(1, -27, 0)$, $M_2(-13, 1, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -11x-6y-28z-112=0 \\ -16x+4y-10z-76=0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 5x-10y-18z-2730=0 \\ -x-15y-z-1014=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.