Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{10\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(12-5i) + y(-12-12i) = 236+248i \\ x(-7-6i) + y(11-14i) = -267+79i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 44x^5 - 112x^4 + 352x^3 + 2404x^2 + 5580x + 6800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-i$, $x_2 = -1+2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-27+12i$, $6+27i$, $-11+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+4-3i| < 1 \\ |arg(z-4+6i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, -2, -9)$, $b = (-9, 8, -2)$, $c = (-8, 6, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-10, 10, -4)$ и плоскость $P: -10x + 38y - 20z + 412 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-8, -11, -7)$, $M_1(-3, -6, -5)$, $M_2(-2, -3, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -18x + 2y + 10z - 358 = 0 \\ -16x + 10y - 6z - 176 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -2x - 8y + 16z + 1438 = 0 \\ -x + 9y + 9z + 283 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.