Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 2

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{15\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-9+2i) + y(-2-5i) = 109 - 74i \\ x(3-10i) + y(-14+14i) = 68 - 204i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 36x^5 - 140x^4 - 140x^3 + 424x^2 + 1176x + 720$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-9+i$, $-6-12i$, $-3-22i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -i$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3| < 3 \\ |arg(z+4-i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, -4, 4)$, $b = (3, -6, 0)$, $c = (-9, -4, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, 10, 12)$ и плоскость $P: 26x + 4y + 10z + 2 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, -1, -8)$, $M_1(1, -11, 14)$, $M_2(-98, 0, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 2x + 4y - 17z - 46 = 0 \\ -6x + 7y + z + 204 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x - 3y - 18z - 1441 = 0 \\ 14x + 3y + 19z + 597 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.