Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(2-4i)+y(5-i)=11-29i \\ x(-13+2i)+y(-2+8i)=22-76i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+24x^5-118x^4-44x^3+3268x^2-14480x+20400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-5i$, $x_2 = 4+2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-10+15i$, $22-15i$, $15+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+4i| < 3 \\ |arg(z-4-2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, 3, 0)$, $b = (-3, -5, -5)$, $c = (-3, 9, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, -14, -3)$ и плоскость $P: 30x-46y-32z+1040 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, -6, -5)$, $M_1(0, 2, -12)$, $M_2(-2, -1, -12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -7x-16y-11z-20=0 \\ -11x-9y+z-11=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x-7y-12z+1454=0 \\ -19x-5y-320=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.