Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 33

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-10-10i)+y(-13+3i) = 142-84i \\ x(6-9i)+y(-15+11i) = -47-2i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6-56x^5-336x^4-976x^3-2692x^2-10200x-8200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+4i$, $x_2 = 1+3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22-17i$, $7-29i$, $29+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-6-3i| < 1 \\ |arg(z-5)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (7, 0, -4)$, $b = (7, 2, -7)$, $c = (-3, 8, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, -13, 13)$ и плоскость $P: -16x-16y+40z+120 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-14, 9, -11)$, $M_1(-1, 14, -11)$, $M_2(-16, -1, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -8x+33y-z+87 = 0 \\ -14x+15y+12z-83 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 6x+18y-13z+2286 = 0 \\ -10x+6y+10z-412 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.