

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8 + 3i) + y(9 - 5i) = -133 - 25i \\ x(-10 + 9i) + y(-10 - 7i) = 73 + 116i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 48x^5 - 345x^4 - 1086x^3 - 786x^2 + 5112x + 8856$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -3 + 3i$, $x_2 = -5 + 4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19 + 26i$, $29 + 21i$, $-24 + 17i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{6} + 4i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 3 - 2i| < 2 \\ |\arg(z - 4 - 2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (2, -1, 9)$, $b = (1, 1, 6)$, $c = (2, 0, 8)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, 6, -4)$ и плоскость $P: 32x + 26y + 16z + 534 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(4, -9, -11)$, $M_1(2, -23, 7)$, $M_2(24, -1, 7)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 28x - 12y - 21z + 655 = 0 \\ 10x - 17y - 12z + 240 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 18x + 5y - 9z + 2565 = 0 \\ 14x - 13y + z + 1123 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .