Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 35

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{9\pi}{10}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-7-10i) + y(7+5i) = 80-56i \\ x(-15-15i) + y(-8-12i) = -224-154i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 20x^5 - 106x^4 - 356x^3 - 764x^2 - 976x - 480$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+2i$, $x_2 = -1-3i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $10+12i$, $-15-6i$, $-14+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+5-i| < 1 \\ |arg(z-6-4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, -8)$, $b = (-5, -8, 0)$, $c = (-1, -1, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, -6, 12)$ и плоскость $P: -28x - 8y - 4z + 12 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13, -15, 1)$, $M_1(-3, -21, -8)$, $M_2(-21, -3, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -18x - 17y - 23z + 546 = 0 \\ -4x + 3y - 6z + 30 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x - 20y - 17z - 3909 = 0 \\ 19x - 15y + 11z + 703 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.