Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 11

1. Пусть $z = 1 + \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7-10i) + y(14-3i) = 8-168i \\ x(3-4i) + y(2-9i) = -64+52i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 6x^5 - 28x^4 - 172x^3 + 360x^2 + 3312x + 4320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-10+8i$, $9+14i$, $-9-7i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+2i| < 1 \\ |arg(z-3-6i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 3, -1)$, $b = (0, 5, 3)$, $c = (-4, 8, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, -12, 14)$ и плоскость $P: 36x + 6y + 16z + 390 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, 3, -3)$, $M_1(-3, 15, 3)$, $M_2(12, 0, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -30x + 9y + 10z - 469 = 0 \\ -13x + 5y + 17z - 434 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -17x + 4y - 7z - 1805 = 0 \\ 11x - 17y - 15z + 1014 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.