Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 22

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-3+8i) + y(14-13i) = 77-108i \\ x(-6+11i) + y(6-9i) = -56-23i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 50x^5 - 165x^4 + 360x^3 + 1165x^2 - 2390x - 3075$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2 - i$, $x_2 = -5 + 4i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-14+23i$, $6-16i$, $-17+26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3i$, $z_2 = -3$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3i| < 2 \\ |arg(z-4-4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 7, 0)$, $b = (4, 0, 2)$, $c = (-5, 6, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, -7, -13)$ и плоскость $P: -2x - 30y - 24z + 240 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, -15, -12)$, $M_1(-1, 5, 6)$, $M_2(-49, -3, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -x + 21y - 15z + 303 = 0 \\ 5x + 14y - 13z + 307 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x + 7y - 2z + 530 = 0 \\ 15x + 4y + 2z - 289 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.