Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 27

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(1-12i)+y(-8+5i) = 132-183i \\ x(9-13i)+y(-11-14i) = 365+106i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-45x^5-387x^4-2073x^3-7194x^2-17238x-17340$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-27-24i$, $-8+4i$, $1+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+3i| < 3 \\ |arg(z-4-3i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -6, 6)$, $b = (0, -2, 1)$, $c = (1, -9, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 6, 2)$ и плоскость $P: -20x+42y-4z+746 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, 3, -8)$, $M_1(2, -25, 5)$, $M_2(13, -3, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 28x+9y-22z+416 = 0 \\ 19x-5y-20z+340 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 9x+14y-2z-767 = 0 \\ 4x-20y-8z+820 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.