Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 15

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13+14i)+y(-12-7i)=289-122i \\ x(-6-i)+y(-9-14i)=304+47i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+54x^5+420x^4+1620x^3+3027x^2+3006x+1230$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-4i$, $x_2 = -1-i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+10i$, $26+14i$, $28+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+6i| < 1 \\ |arg(z-6+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6,0,5)$, $b = (-10,-6,-1)$, $c = (-7,-3,-2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14,2,3)$ и плоскость $P: -4x+4y-16z+128=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1,-4,11)$, $M_1(2,5,10)$, $M_2(8,-1,10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -8x-26y+5z+108=0 \\ 4x-12y-4z+20=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x-14y+9z+2193=0 \\ -7x+11y+4z-137=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.