Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 29

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-2+5i) + y(-8-9i) = -4-106i \\ x(-7-5i) + y(-8+11i) = -274+99i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 26x^5 - 100x^4 + 180x^3 + 1262x^2 - 4954x - 21320$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+2i$, $x_2 = -5-4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7-24i$, $12+19i$, $-30-20i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4-2i| < 1 \\ |arg(z+1-5i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 4, -3)$, $b = (-10, 0, 4)$, $c = (-2, 3, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, 14, 1)$ и плоскость $P: -18x + 18y + 14z - 42 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, -4, 1)$, $M_1(1, 12, 14)$, $M_2(21, 2, 14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 6x - 17y - 28z - 648 = 0 \\ -9x - 10y - 18z - 376 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 15x - 7y - 10z - 2516 = 0 \\ 8x - 16y - 12z - 2540 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.