Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 15

1. Пусть $z = \sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-5i)+y(12+7i) = -145+217i \\ x(-9+2i)+y(-13+3i) = 93-156i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+x^5+4x^4+94x^3-520x^2+2048x-3840$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+3i$, $x_2 = -4-4i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7+10i$, $15+21i$, $-18+19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-2i| < 3 \\ |arg(z+5+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -11, -4)$, $b = (1, 3, 2)$, $c = (1, 6, 3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -15, 6)$ и плоскость $P: 26x-36y+2z+488 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, 8, -12)$, $M_1(2, -5, 2)$, $M_2(14, -1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -2x-3y-9z-94 = 0 \\ -4x-10y-160 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x+7y-9z-604 = 0 \\ -5x+5y+8z+433 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.