Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 7

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{16\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(7+6i) + y(-11+3i) = 109 - 28i \\ x(1-7i) + y(-10-13i) = -59 + 403i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 24x^5 - 141x^4 - 792x^3 - 3957x^2 - 14160x - 10875$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2 - 5i$, $x_2 = -3 + 4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19 + i$, $28 + 29i$, $19 - 21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 4 - 2i| < 3 \\ |arg(z - 4 - 6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -5, -6)$, $b = (7, -4, 0)$, $c = (4, 2, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-10, -12, 12)$ и плоскость $P: 4x - 8y + 32z + 112 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, -15, -15)$, $M_1(-1, -1, -6)$, $M_2(12, -2, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x + y - 19z - 3 = 0 \\ 5x - 17y + z + 263 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -20x + 18y - 20z + 5354 = 0 \\ 17x + 4y - 9z - 646 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.