Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{10}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8+13i) + y(-13-10i) = -147-347i \\ x(7+13i) + y(5-11i) = -140-306i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 9x^5 - 84x^4 - 216x^3 + 453x^2 + 1935x + 5100$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4 - i$, $x_2 = -1 + 2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $25 + 7i$, $-27 - 6i$, $-30 - 17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z + 2 + 3i| < 2 \\ |arg(z + 6 + 4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -1, -4)$, $b = (5, 1, 3)$, $c = (0, 2, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, -2, -12)$ и плоскость $P: -36x - 4y - 22z + 86 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, -3, -2)$, $M_1(0, 154, 9)$, $M_2(13, -2, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -10x - 9y + 2z + 239 = 0 \\ -18x - 14y - 8z + 522 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x + 5y + 10z + 851 = 0 \\ -17x - 15y + 18z + 71 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.