Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 17

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-12+12i) + y(-10-5i) = 4+65i \\ x(-13+9i) + y(-4+7i) = -143-86i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 15x^5 + 54x^4 - 324x^3 + 201x^2 + 141x - 3690$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-5i$, $x_2 = 1+2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-8-3i$, $23-8i$, $10+28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:
$$\begin{cases} |z+1-4i| < 1 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, -3, 5)$, $b = (-7, 3, -6)$, $c = (-5, -4, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, -11, -5)$ и плоскость $P: 6y - 10z + 84 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 6, 3)$, $M_1(-2, -13, 0)$, $M_2(-11, 2, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -12x - 25y + 37z + 294 = 0 \\ 6x - 6y + 18z + 216 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x - 19y + 19z - 4106 = 0 \\ -6x + 7y + 4z - 104 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.