Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 31

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9-6i)+y(3+9i)=150-51i \\ x(-8-7i)+y(-1-10i)=224+57i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+x^5+24x^4+84x^3-1075x^2+2803x-2460$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-5-4i$, $x_2=2-i$, $x_3=3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $1+7i$, $11-9i$, $-25+13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-2\sqrt{3}+2i$, $z_2=-4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-2i|<3 \\ |arg(z-1+2i)|<\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(2,8,4)$, $b=(-4,0,-9)$, $c=(-1,-2,-2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-12,10,2)$ и плоскость $P: -34x+38y+10z+542=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3,-1,9)$, $M_1(2,-14,-5)$, $M_2(-2,2,-5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 24x+7y-7z+238=0 \\ 6x+12y+2z-6=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 18x-5y-9z-2336=0 \\ 10x+18y-2z-590=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.