Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 26

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{47\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-12i) + y(10+2i) = -208-115i \\ x(2+14i) + y(1+2i) = -41+198i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+5x^5+70x^4-140x^3-615x^2+335x+1950$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+i$, $x_2 = 3+2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $1-25i$, $-13-21i$, $6+8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+2i| < 1 \\ |arg(z-5-2i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, 6, 10)$, $b = (-9, 2, -2)$, $c = (-4, 0, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, -1, 3)$ и плоскость $P: 16x+4y+20z+88 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, -9, 9)$, $M_1(-3, 16, -5)$, $M_2(-10, 2, -5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 13x-26y-17z-291 = 0 \\ 19x-20y-15z-299 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x-6y-2z+312 = 0 \\ 4x+16y+19z-431 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.