Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-226. Вариант 20

1. Пусть 
$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$$
. Вычислить значение  $\sqrt[6]{z^3}$ , для которого число  $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{2 - 2\sqrt{3}i}$  имеет аргумент  $-\frac{7\pi}{12}$ .

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-10i) + y(14-4i) = -31 + 275i \\ x(14+12i) + y(1+14i) = -266 - 238i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена  $x^6+11x^5+62x^4+212x^3+451x^2+601x+390$  и разложить его на множители над  $\mathbb R$  и  $\mathbb C$ , если известны корни  $x_1=-1-2i, x_2=-2-3i, x_3=-2.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: -11+24i, 12-28i, -29-19i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа  $z_1 = -2i$ ,  $z_2 = 1 \sqrt{3}i$  соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой  $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$ :

$$\begin{cases} |z+1-6i| < 1\\ |arg(z-6-5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (-1, -1, 0), b = (3, -2, 8), c = (6, 7, -1). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-5,7,-12) и плоскость P:10x-2y-42z+494=0. Найти координаты точки  $A_0$ , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(14, 1, 14),  $M_1(-3, 2, -14)$ ,  $M_2(-9, 0, -14)$ . Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки  $M_1$  и  $M_2$ . Найти координаты точки  $A_0$ , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые  $L_1$  и  $L_2$  своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 8x + 9y + 35z + 571 = 0 \\ 11x - 10y + 19z + 203 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x + 19y + 16z - 2136 = 0 \\ -9x - 5z + 45 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L<sub>1</sub> и L<sub>2</sub>.