Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 26

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{34\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-11+5i)+y(-4-3i) = -126+18i \\ x(5+i)+y(3+9i) = 94-22i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6-32x^5+12x^4+608x^3-2532x^2+5120x-5100$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-i$, $x_2 = 1-2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-18-28i$, $16-7i$, $24+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3i$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+4+5i| < 2 \\ |arg(z-1)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 0, -5)$, $b = (5, 4, 6)$, $c = (-4, -2, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, -2, 8)$ и плоскость $P : 6x+26y-6z+462 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10, 5, 6)$, $M_1(1, 6, -7)$, $M_2(8, -1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -y-9z-135 = 0 \\ 4x+7y-16z-173 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -4x-8y+7z+683 = 0 \\ -8x-14y+14z+1304 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.