Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 12

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-12i) + y(1+i) = 56+231i \\ x(-13-3i) + y(7+6i) = 63-32i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 3x^5 - 16x^4 - 58x^3 + 192x^2 - 920x + 800$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+4i$, $x_2 = 1+3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14-27i$, $-6-22i$, $5+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-i| < 3 \\ |arg(z+4-2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, -10, 10)$, $b = (0, 8, -9)$, $c = (3, -7, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, 5, -11)$ и плоскость $P: -30x - 10y - 26z + 362 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, 2, -15)$, $M_1(-2, -25, -13)$, $M_2(21, -2, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -20x - 5y - 11z - 208 = 0 \\ -16x + 5y + 3z - 40 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x - 10y - 14z + 2016 = 0 \\ 5x - 7y - 10z + 1241 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.