Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 24

1. Пусть $z = 1-\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7-10i)+y(-13+2i)=160+53i \\ x(9-12i)+y(3-7i)=86-110i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6-32x^5+16x^4+712x^3-52x^2-6520x+10200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-i$, $x_2 = -5+3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21+24i$, $-10-11i$, $-22-15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = -\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+5+5i|<2 \\ |arg(z-4-5i)|<\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 1, 4)$, $b = (1, -7, -7)$, $c = (-1, 5, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(14,8,13)$ и плоскость $P: 14x-8y+40z+278=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(10,6,6)$, $M_1(0,17,8)$, $M_2(-5,-3,8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -11x-2y+8z+110=0 \\ -8x-6y-2z+6=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x+4y+10z-521=0 \\ -17x-15y+z-38=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.