Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 19

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-13i) + y(-1+7i) = 257+21i \\ x(3+7i) + y(-10-14i) = 62+12i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 24x^5 + 15x^4 + 390x^3 + 138x^2 - 96x + 6240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+2i$, $x_2 = -5+i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-28+26i$, $-3+17i$, $26-23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+i| < 1 \\ |arg(z+5+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -1, 1)$, $b = (0, -4, 0)$, $c = (5, -1, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, -8, 12)$ и плоскость $P : 4x + 8y + 2z + 106 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, -10, 1)$, $M_1(1, 1, -2)$, $M_2(23, -3, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -7x - 26y + 6z + 132 = 0 \\ -9x - 6y - 13z + 13 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 2x - 20y + 19z + 3179 = 0 \\ -6x - 12y - 19z - 363 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.