Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 24

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{16\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+5i) + y(2-9i) = 110-128i \\ x(-14+13i) + y(-10+2i) = -147-242i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 64x^5 - 364x^4 - 312x^3 + 5080x^2 + 21376x + 28288$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+2i$, $x_2 = -5-3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22-6i$, $4+28i$, $-1+24i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = 4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2-3i| < 3 \\ |arg(z+3-4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, -5, -1)$, $b = (-3, 0, -8)$, $c = (2, -7, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, 2, 11)$ и плоскость $P: 16x + 12y + 4z - 84 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-15, 1, -9)$, $M_1(-1, -16, -13)$, $M_2(7, 2, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 6x + 3y + 21z + 459 = 0 \\ -10x - 8y + 3z - 79 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x + 11y + 18z + 5445 = 0 \\ -6x + 16y - 18z - 1882 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.