Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 26

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(9-9i) + y(-7+3i) = 173 - 169i \\ x(-1+12i) + y(-9-5i) = 120 + 273i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 + 55x^5 - 250x^4 + 150x^3 + 1580x^2 - 2080x - 3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3 + i$, $x_2 = 4 + 4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $7 + 23i$, $-13 + 2i$, $16 + 10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = i, z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 2 - 4i| < 3 \\ |arg(z - 1 - 3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, 0, 3)$, $b = (-6, -1, -4)$, $c = (-7, -1, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0, 12, 12)$ и плоскость $P: 6y + 18z - 108 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(13, 7, -14)$, $M_1(0, 11, 11)$, $M_2(22, 0, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x - 30y + 16z - 304 = 0 \\ 2x - 20y + 3z - 52 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -17x - 10y + 13z - 3042 = 0 \\ 8x - 7y + 17z - 784 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.