

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{9\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4+2i) + y(10-15i) = 205-160i \\ x(-10-3i) + y(-9+12i) = -163+119i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 16x^5 - 32x^4 - 760x^3 + 132x^2 + 13240x - 24600$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 3+i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-5+24i$, $12-18i$, $13+21i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{6}}{4} + 3i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $z_2 = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{6}}{4} + 3i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-1+4i| < 3 \\ |\arg(z-3+2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (0, -1, 0)$, $b = (-4, 3, 2)$, $c = (-9, -3, 3)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(14, -9, 0)$ и плоскость $P: 54x + 12y - 14z + 980 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(7, 3, -14)$, $M_1(-2, 24, -14)$, $M_2(20, 2, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -9x - 8y + 27z - 435 = 0 \\ 7x - 16y + 19z - 115 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -16x + 8y + 8z - 2240 = 0 \\ 7x + 2y - 7z + 961 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .