Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 2

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9+11i) + y(5+3i) = 285 - 81i \\ x(2+13i) + y(14-15i) = -80 - 263i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 46x^5 + 480x^4 + 2760x^3 + 8998x^2 + 14874x + 8200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-4i$, $x_2 = -4+3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-5+10i, 9+6i, 9-i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -2$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+4i| < 3 \\ |arg(z+5-3i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, -2, 6)$, $b = (-8, 1, -1)$, $c = (0, 1, -2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, 1, 11)$ и плоскость $P: 4x + 32y + 6z + 484 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -11, 1)$, $M_1(2, 12, -14)$, $M_2(-96, -2, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -3x + y + 27z + 535 = 0 \\ -19x - 5y + 13z + 363 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 16x + 6y + 14z + 2124 = 0 \\ -5x - y + 15z + 805 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.