Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 1

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{8\pi}{7}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(3-15i)+y(6-12i)=234-42i \\ x(13-11i)+y(14-3i)=207+156i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6-38x^5-324x^4-1636x^3-5112x^2-8848x-6240$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-5+i$, $x_2=-2+4i$, $x_3=-2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+24i$, $24+2i$, $-19+21i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-3$, $z_2=-3i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3|<2 \\ |arg(z-4-4i)|<\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(0,-1,0)$, $b=(-1,2,2)$, $c=(4,1,-4)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(4,5,7)$ и плоскость $P: 8x+12y+28z+208=0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(-6,7,-1)$, $M_1(0,-13,1)$, $M_2(-14,1,1)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -7x-26y+10z+308=0 \\ -3x-19y+13z+181=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x-7y-3z-317=0 \\ 14x+9y+13z+703=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.