Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 31

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13+8i) + y(-15-7i) = 194-55i \\ x(-14+8i) + y(5+i) = 239-13i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 33x^5 + 144x^4 - 120x^3 - 288x^2 - 3072x + 9216$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+2i$, $x_2 = 4+4i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8+8i$, $-16-18i$, $-25-22i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+2i| < 3 \\ |arg(z-3-3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 6, 0)$, $b = (-2, 6, 3)$, $c = (-9, 8, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, 14, -12)$ и плоскость $P: -20x + 52y - 50z + 1514 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, -7, 3)$, $M_1(-2, 23, 2)$, $M_2(-13, 1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x - 26y - z + 299 = 0 \\ -13x - 20y - 14z + 402 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x - 6y + 13z + 1902 = 0 \\ -12x + 3y + 3z - 807 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.