Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{4\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-14-5i) + y(3-2i) = 102 - 83i \\ x(-7-2i) + y(-14-2i) = 261 \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 26x^5 - 142x^4 - 434x^3 - 816x^2 - 900x - 400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = -3-i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $25-26i$, $19-29i$, $27-23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{3}+i$, $z_2 = -\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1| < 3 \\ |arg(z+3)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -1, 2)$, $b = (8, 9, -4)$, $c = (7, 8, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(6,9,5)$ и плоскость $P: 22x - 8y + 4z + 202 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, 11, -12)$, $M_1(-1, 20, -3)$, $M_2(20, -1, -3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -28x - 36y + 7z + 98 = 0 \\ -10x - 18y + 11z + 84 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -18x - 18y - 4z + 4662 = 0 \\ x - 8y + 13z + 582 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.