Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 19

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4+7i)+y(-6+14i) = 64-147i \\ x(-7+3i)+y(-14+10i) = 187+29i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6-6x^5-20x^4-120x^3-118x^2+526x+1020$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1+4i$, $x_2 = -2-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21+26i$, $28-2i$, $-25-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{6}-\sqrt{2}+4i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+3i| < 2 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -8, 3)$, $b = (0, -1, 6)$, $c = (-2, 3, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 4, -13)$ и плоскость $P: 22x-12y-12z+212 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-12, 13, -1)$, $M_1(2, 1, -9)$, $M_2(0, 2, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -5x-3y-19z+6 = 0 \\ -2x-y-9z-4 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x-2y-10z+462 = 0 \\ -14x+11y-5z+44 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.