Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 1

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{8\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6-12i) + y(-14+7i) = 166+62i \\ x(13-5i) + y(-11-5i) = 83+95i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 75x^5 - 405x^4 - 725x^3 + 1880x^2 + 12350x + 20280$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+3i$, $x_2 = -5+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $10-22i$, $10-11i$, $-15-4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$, $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-i| < 2 \\ |arg(z-5-5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, 6, -11)$, $b = (-1, -1, 0)$, $c = (2, 2, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -1, -3)$ и плоскость $P: 10x + 28y - 2z + 536 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, -8, 13)$, $M_1(-3, -40, -4)$, $M_2(5, 0, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -26x - 3y + 10z - 131 = 0 \\ -11x + 16y - 3z - 55 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x - 19y + 13z - 4606 = 0 \\ 7x - 14y + 2z - 1069 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.