Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 8

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{10}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(7-5i) + y(14+14i) = -24-220i \\ x(11+4i) + y(-13-13i) = -189+177i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 30x^5 - 238x^4 - 1002x^3 - 2116x^2 - 12x + 3400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-5i$, $x_2 = -4+3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27+28i$, $-27+10i$, $2-24i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = 1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1-4i| < 3 \\ |arg(z-3-3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 1, 3)$, $b = (0, -9, 3)$, $c = (-5, 3, -9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(0, 6, 3)$ и плоскость $P : -22x + 24y - 8z + 442 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13, -3, 12)$, $M_1(1, 3, 12)$, $M_2(6, -2, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 21y - 2z - 15 = 0 \\ -18x + 15y - 7z - 345 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 18x + 6y + 5z + 2255 = 0 \\ -15x - 14y - 16z - 2667 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.