Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 21

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-6-14i) + y(12+11i) = 246+116i \\ x(-11+4i) + y(14-9i) = 167-248i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 + 18x^5 - 87x^4 - 24x^3 + 987x^2 - 2490x - 3393$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-5i$, $x_2 = 3-2i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-9+12i$, $28+29i$, $13+11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = i$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+i| < 2 \\ |arg(z+3+3i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 3, -11)$, $b = (5, -10, 7)$, $c = (-2, 6, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, -4, -7)$ и плоскость $P: -6x - 30y + 2z + 424 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2, 11, -9)$, $M_1(-3, 3, 7)$, $M_2(-9, 0, 7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 11x + y - 4z - 7 = 0 \\ -8x - 18y - 14z + 180 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x + 19y + 10z + 3101 = 0 \\ -12x + 4y + 6z - 432 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.