Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 21

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{14\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+10i)+y(-5-11i) = -132-258i \\ x(-9-14i)+y(-6-9i) = 184+90i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+22x^5-132x^4+448x^3-990x^2+106x+1700$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-3i$, $x_2 = 1-4i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-15+3i$, $-4-8i$, $2+28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2i| < 1 \\ |arg(z+6-4i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-6, 9, -8)$, $b = (8, -10, 9)$, $c = (-3, 0, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, -4, 14)$ и плоскость $P: -40x+20y+8z+560 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-12, 1, 5)$, $M_1(-2, -11, -1)$, $M_2(6, -3, -1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 21x-9y-29z-581 = 0 \\ 8x+2y-20z-348 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x-11y-9z+2364 = 0 \\ 6x+5y-18z+1005 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.