Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 35

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{47\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-8-i)+y(5+13i)=254+79i \\ x(5-13i)+y(12+10i)=219-39i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6-35x^5-10x^4-210x^3-4885x^2-9355x+14500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-4i$, $x_2 = -5+2i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $12+8i$, $-19+21i$, $-19+i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = 4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3+6i| < 1 \\ |arg(z+1-3i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(5,-8,3)$, $b=(0,7,-5)$, $c=(3,-5,2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(7,-7,-14)$ и плоскость $P: 16x-4y-6z-70=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(5,7,-9)$, $M_1(2,-4,7)$, $M_2(-10,2,7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -2x+24y-6z-270=0 \\ 14x+10y-10z+88=0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -16x+14y+4z+2450=0 \\ -4x-y+9z+452=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.