Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 14

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{15\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(1-13i)+y(-4+9i) = -151-77i \\ x(-3+10i)+y(-15-8i) = -149+45i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6-8x^5-92x^4+136x^3+1136x^2-3680x+3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-i$, $x_2 = -4+2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29+21i$, $-26-27i$, $14-7i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3i| < 3 \\ |arg(z-2+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, 6, -5)$, $b = (-1, 0, -4)$, $c = (7, 5, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -7, 4)$ и плоскость $P: -16x+2y+22z+186 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13, 1, 11)$, $M_1(1, 47, 6)$, $M_2(13, -1, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x+5y+3z+42 = 0 \\ -17x-6y+11z+81 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 19x+11y-8z+2691 = 0 \\ -15x+10y-795 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.