Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 7

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(9+5i)+y(-9+8i) = -15-235i \\ x(1+7i)+y(-8+i) = 109-113i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6+2x^5+40x^4-180x^3-1168x^2+768x+23040$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-4i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-15+15i$, $5-30i$, $27+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}-2i$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1+3i| < 1 \\ |arg(z+4-4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 0, 0)$, $b = (8, -1, 1)$, $c = (1, -9, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-2, -6, 9)$ и плоскость $P: -10x+8y-2z+130 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 3, 14)$, $M_1(2, -22, -7)$, $M_2(-4, 0, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -16x+17y+3z-291 = 0 \\ -3x+2y-13z-308 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -13x+15y+16z+4567 = 0 \\ -x-9y-2z-989 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.