Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 26

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-13+8i) + y(-5+9i) = -191+163i \\ x(-5+10i) + y(10-4i) = 73+185i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 12x^5 - 64x^4 - 360x^3 - 2196x^2 - 1652x + 4264$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-3i$, $x_2 = 4+5i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21+8i$, $1-4i$, $-28-9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2+2i| < 2 \\ |arg(z-4+3i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 4, 0)$, $b = (6, 5, -1)$, $c = (8, 3, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, -12, 11)$ и плоскость $P: 32x - 6y + 36z + 422 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, 9, 12)$, $M_1(-3, -8, -10)$, $M_2(11, -1, -10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -28x - 27y - 5z - 894 = 0 \\ -14x - 9y + 13z - 490 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x - 18y - 18z - 3780 = 0 \\ 7x - 18y - 3z - 1308 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.