Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 11

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{26\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9-i)+y(14-6i) = -28+124i \\ x(-15+11i)+y(-10+i) = -74-120i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+10x^4-132x^3-208x^2-288x+2176$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+4i$, $x_2 = -2-2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-25-12i$, $19+i$, $-16+18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$, $z_2 = -4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-1+2i| < 3 \\ |arg(z-5+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (8, -7, 4)$, $b = (-7, 6, -3)$, $c = (0, 3, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, -12, 9)$ и плоскость $P: 42x-6y-2z+428 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, -8, -15)$, $M_1(-1, 25, -15)$, $M_2(-29, -3, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -31x+19y-19z+1026 = 0 \\ -16x+4y-12z+420 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x+15y-7z-1390 = 0 \\ -14x-17y-19z-369 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.