Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 6

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-4-13i) + y(12+14i) = 257+229i \\ x(-14+5i) + y(10-9i) = 143-253i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 4x^5 + 30x^4 - 140x^3 - 528x^2 - 224x + 3200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = 4+3i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $6+28i$, $-18-25i$, $9-28i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{6} - \sqrt{2} + 4i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1+i| < 3 \\ |arg(z+3i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (8, -10, -8)$, $b = (-3, 7, -6)$, $c = (0, 1, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-13, -5, -10)$ и плоскость $P: -38x - 2y + 8z + 332 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(14, -1, 11)$, $M_1(-3, 4, 1)$, $M_2(2, -1, 1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -29x + 6y - 6z + 320 = 0 \\ -17x + 17y - 16z + 265 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x - 11y + 10z - 1040 = 0 \\ x - 4y + 18z - 526 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.