Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 17

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{1 - \sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{5}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-4i) + y(11-6i) = 55 - 62i \\ x(12-8i) + y(-5+6i) = 179 - 123i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 + 4x^5 - 40x^4 + 160x^3 + 4x^2 - 804x + 680$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1 - 4i$, $x_2 = 2 + i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21 - 12i$, $-11 + 29i$, $-20 - 18i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z - 3 + 5i| < 2 \\ |arg(z - 6 - 3i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-10, -3, 9)$, $b = (7, -3, 0)$, $c = (5, -3, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, 6, -14)$ и плоскость $P : -12x - 14y + 122 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, -8, 12)$, $M_1(-3, -11, 6)$, $M_2(10, 2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1 : \begin{cases} -31x + 3y - 14z + 499 = 0 \\ -12x - 14y - 10z + 178 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -19x + 17y - 4z + 2985 = 0 \\ -6x - 20y - 11z - 652 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.