Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 23

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент π.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13-11i)+y(14-13i)=320+36i \\ x(-1-6i)+y(-2+7i)=98+53i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-12x^5+38x^4-360x^3+1558x^2-988x-2958$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4+i$, $x_2 = -2+5i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21-2i$, $-27+26i$, $11+29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2$, $z_2 = 1+\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5-2i| < 2 \\ |arg(z-4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, 0, -1)$, $b = (1, -1, -1)$, $c = (5, 3, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7,2,-4)$ и плоскость $P: -36x-20y+18z+870=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, -4, -5)$, $M_1(-2, 34, -2)$, $M_2(-14, 2, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -2x+24y+3z+410=0 \\ 3x+7y+13z+388=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -5x+17y-10z-2048=0 \\ 15x+y+4z+788=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.