Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-2210. Вариант 10

1. Пусть
$$z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$$
. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4-i) + y(-7+13i) = 169 + 172i \\ x(7+11i) + y(-7+14i) = 227 - 89i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $x^6 + 19x^5 + 150x^4 + 600x^3 + 1244x^2 + 1356x + 680$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -5 + 3i$, $x_2 = -1 + i$, $x_3 = -5$.
- 4. Даны 3 комплексных числа: 4+13i, 11+16i, -8-13i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+5-2i| < 1\\ |arg(z-3i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (1, 0, -1), b = (-6, 3, -2), c = (4, 2, -10). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(-2,12,-15) и плоскость P:-4x-42z+252=0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(-4, -3, 14), $M_1(2, -31, -14)$, $M_2(-30, 1, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x - 7y - 6z - 8 = 0 \\ 16x - 5y - 12z - 86 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x - 2y + 6z + 804 = 0 \\ 8x - 12y + 19z + 385 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.