Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 15

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{8\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(6+13i)+y(-14-2i)=19-98i \\ x(-12-2i)+y(7-6i)=20+78i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6-17x^5-115x^4-339x^3-110x^2+1550x+2500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+i$, $x_2 = -4+3i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $11+29i$, $-3-29i$, $28-10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} + i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-2i| < 1 \\ |arg(z+2-2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (9, 3, -5)$, $b = (-6, 8, -3)$, $c = (-3, 0, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, 6, -7)$ и плоскость $P: -28x+10y+2z-22 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, 8, 8)$, $M_1(1, -17, -11)$, $M_2(-13, -3, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -16x-20z+360 = 0 \\ -10x+19y-4z+338 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x-19y-16z-3243 = 0 \\ 9x+10y-2z+1236 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.