Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 1

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2+14i) + y(9+9i) = -62-130i \\ x(-9+13i) + y(6-15i) = 63-215i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 54x^5 - 456x^4 - 1824x^3 - 2508x^2 + 6120x + 21600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-3i$, $x_2 = -5+5i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-27-6i$, $-26-10i$, $19+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4| < 2 \\ |arg(z-3-i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -7, -7)$, $b = (6, 6, 0)$, $c = (4, -4, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-14, 0, -4)$ и плоскость $P: -12x - 8y - 24z + 128 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, 12, 2)$, $M_1(0, -8, 9)$, $M_2(21, -1, 9)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -15x + 11y + z - 29 = 0 \\ -4x - 8y + 14z - 112 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x + 19y - 13z - 3823 = 0 \\ 14x + 18y + 19z + 318 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.