Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 5

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{20\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-7+12i) + y(9-2i) = -63-119i \\ x(13-4i) + y(4+10i) = -118+172i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 + 24x^5 - 174x^4 + 668x^3 - 1532x^2 + 2144x - 1360$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-5i$, $x_2 = 1+2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14+20i$, $20+8i$, $-22+23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = 2\sqrt{3}+2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-i| < 2 \\ |arg(z-1+i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, 1, 2)$, $b = (-3, -10, -6)$, $c = (0, -9, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, 10, -5)$ и плоскость $P: 4x + 8y - 4z - 84 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 9, 14)$, $M_1(0, -2, 2)$, $M_2(-1, -1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -26x + 2y + 9z - 387 = 0 \\ -12x + 4y + 4z - 216 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x - 2y + 5z + 729 = 0 \\ 10x + 12y + 11z - 699 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.