Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 13

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{47\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-13i)+y(-2+2i) = -152-4i \\ x(-14+3i)+y(-11-8i) = 358+64i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6-8x^5-4x^4+400x^3+24x^2-816x-1600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-4i$, $x_2 = -1-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $13+14i$, $3-7i$, $-1-16i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-6-6i| < 1 \\ |arg(z+5+4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 8, 7)$, $b = (-1, 3, 0)$, $c = (-2, 9, -6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8,13,4)$ и плоскость $P: 36x+30y+32z+804 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(9, 11, -12)$, $M_1(-1, 9, 1)$, $M_2(7, 1, 1)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -12x-12y+20z-524 = 0 \\ -9x-17y+10z-464 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -3x+5y+10z-596 = 0 \\ 17x-3y+4z+86 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.