Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 31

1. Пусть $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x\,(14-10i) + y\,(8+5i) = -116-31i \\ x\,(6-10i) + y\,(-2-4i) = -208+94i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 48x^5 - 306x^4 - 1002x^3 - 1881x^2 - 1110x + 4350$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5-2i$, $x_2 = -1+3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $10-27i$, $6-30i$, $16+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-5+5i| < 2 \\ |arg(z-1-i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0,0,1)$, $b = (6,-10,5)$, $c = (-6,9,3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-9,-6,8)$ и плоскость $P: -40x - 26y + 12z + 598 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4,4,-1)$, $M_1(2,-8,14)$, $M_2(11,1,14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 15x - 18y + 5z - 89 = 0 \\ x - 8y + 17z - 225 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 14x - 10y - 12z - 2064 = 0 \\ -16y + 19z + 148 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.