Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 32

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $-\frac{47\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6-11i) + y(5-11i) = 39+45i \\ x(10+13i) + y(8-12i) = -317-133i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+28x^5+188x^4+720x^3+1648x^2+2112x+1152$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-2i$, $x_2 = -3-3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-26-13i$, $-4-17i$, $-30-4i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3-4i| < 3 \\ |arg(z-6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -3, 1)$, $b = (-5, 5, -2)$, $c = (6, 0, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, -8, -8)$ и плоскость $P: 12x-26y-26z+272 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(9, 9, -3)$, $M_1(-3, 23, 3)$, $M_2(37, -1, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -13x+8y-22z-8 = 0 \\ -5y-13z+47 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -13x+13y-9z-2150 = 0 \\ x+11y+10z-221 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.