Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 25

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(2+5i)+y(9+10i) = -106+157i \\ x(-9+12i)+y(-4+8i) = -123+14i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+9x^5+26x^4+18x^3-92x^2-192x-160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-i$, $x_2 = -2+2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-29+21i$, $12+2i$, $-30-10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, $z_2 = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4+i| < 2 \\ |arg(z+1+2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -11, 10)$, $b = (0, 1, 0)$, $c = (-1, -2, -4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4, 12, -3)$ и плоскость $P: -18x-4y+24z+650 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1, -12, -10)$, $M_1(2, 37, 10)$, $M_2(-10, 1, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -11x+12y-11z+195 = 0 \\ -2x-4y+9z-54 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x+16y-20z-2699 = 0 \\ -x-10y+761 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.