Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 8

1. Пусть $z = 2\sqrt{3}+2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2-2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{65\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-10-i)+y(-6+9i) = 102+85i \\ x(-9-6i)+y(12+14i) = -194i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+6x^5-26x^4+54x^3+35x^2-312x+340$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+i$, $x_2 = 1-4i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-7+27i$, $22-6i$, $27i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+5-4i| < 2 \\ |arg(z-1+2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-5, -8, 1)$, $b = (6, 9, 0)$, $c = (-5, -9, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8, 6, 5)$ и плоскость $P: 6x+4y+28z+206 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, 1, -7)$, $M_1(2, -5, 4)$, $M_2(-26, 2, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -34x-14y-6z+132 = 0 \\ -14x-6y+2z+112 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -20x-8y-8z-3148 = 0 \\ x-14z-719 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.