Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 10

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11+5i) + y(-11+8i) = -108-93i \\ x(1+8i) + y(14-4i) = 12+199i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 + 16x^5 - 100x^4 - 168x^3 + 1688x^2 + 416x - 5408$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-2i$, $x_2 = -5-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1+17i$, $10+16i$, $-21-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = -4$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+2+2i| < 3 \\ |arg(z+2+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -4, -6)$, $b = (-7, 0, -2)$, $c = (-4, 0, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 4, 14)$ и плоскость $P: 40x + 16y + 52z + 968 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 4, -5)$, $M_1(-3, -14, 12)$, $M_2(-39, -2, 12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -9x - 20y + 14z - 350 = 0 \\ -13x - 15y - z - 134 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x - 5y + 15z + 1114 = 0 \\ -20x - 2y + 2z - 164 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.