Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 10

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(12-10i) + y(-2-15i) = 212 - 71i \\ x(7-2i) + y(14+i) = -3 + 43i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 22x^5 + 94x^4 + 378x^3 + 2104x^2 + 7400x + 10400$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-2i$, $x_2 = 2+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-20+10i$, $-13-2i$, $25-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3+3i| < 1 \\ |arg(z+5-2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (10, 2, 2)$, $b = (0, -2, -1)$, $c = (-8, 6, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-3, -8, 5)$ и плоскость $P: 12x - 36y + 34z + 876 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7, 1, 6)$, $M_1(-2, -27, 11)$, $M_2(11, -1, 11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -35x + 3y - 9z + 286 = 0 \\ -19x - 16y - 17z - 173 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -16x + 19y + 8z + 3183 = 0 \\ 16x + 11y - 8z - 633 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.