Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 10

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{41\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4+9i)+y(-8+3i)=181-96i \\ x(5-7i)+y(-2+11i)=-77-148i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+18x^5-129x^4+318x^3-450x^2-1560x+4056$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-5i$, $x_2 = 2+3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-8-2i$, $-3-11i$, $-27-26i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3$, $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4-i|<1 \\ |arg(z-1+4i)|<\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-3, 0, -10)$, $b = (2, -1, 4)$, $c = (-2, 5, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(12,-1,9)$ и плоскость $P: -4x+4y+6z+32=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, 14, -10)$, $M_1(-2, 43, -10)$, $M_2(13, -2, -10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 8x-8y-13z+237=0 \\ -5x+7y-2z+4=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x-15y-11z-1312=0 \\ 18x-8y+15z-886=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.