Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 16

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{25\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(13-6i)+y(-13-2i)=65+214i \\ x(-14+9i)+y(9-11i)=-290-164i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6+52x^5-228x^4-20x^3+3744x^2-13032x+14688$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+3i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-15-5i$, $-2-9i$, $22-29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4+i|<2 \\ |arg(z-2-5i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, -5, 1)$, $b = (-1, 8, 0)$, $c = (3, -6, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-14, 13, 5)$ и плоскость $P: -8x+32y+2z+8=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, -2, 9)$, $M_1(-2, 11, 0)$, $M_2(11, -2, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -19x+22y+124=0 \\ -4x+16y-5z-103=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x+6y+5z-1489=0 \\ 3x-4y+19z+187=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.