Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 12

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(1+7i) + y(3+3i) = 64 - 52i \\ x(1-5i) + y(-7-6i) = -116 + 46i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 6x^5 - 21x^4 - 114x^3 - 250x^2 + 1512x + 4680$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4 - 2i$, $x_2 = 1 + 5i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $4 - 27i$, $20 - 18i$, $-30 - 2i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z - 4 + 4i| < 1 \\ |arg(z - 4 + 6i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-5, -1, 0)$, $b = (-3, -4, -6)$, $c = (5, 6, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, 6, 13)$ и плоскость $P: -8x + 16y + 20z - 52 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-6, 6, -8)$, $M_1(0, -8, -15)$, $M_2(-25, 2, -15)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 3x - 10y - 18z + 296 = 0 \\ -12x - 3y - 2z + 12 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 15x - 7y - 16z + 2404 = 0 \\ 5x + 18y - 18z + 1192 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.