Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 19

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{31\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(5+10i) + y(12-15i) = -46+110i \\ x(-4+2i) + y(-6-12i) = 76-28i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6+20x^5-144x^4+712x^3-2112x^2+11488x-24960$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-5i$, $x_2 = -2-4i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $10-5i$, $-25-26i$, $-24+12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$, $z_2 = 2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1+5i| < 1 \\ |arg(z+6-2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, 7, -4)$, $b = (0, -8, -10)$, $c = (0, -1, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-8, -6, 11)$ и плоскость $P: -42x+8y+30z+746 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(1, -5, -9)$, $M_1(-2, 24, 10)$, $M_2(-28, -2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 3x-6y+28z+396 = 0 \\ -3x+14y+12z-148 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 6x-20y+16z+4004 = 0 \\ -3x+6y+13z+323 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.