Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 5

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{3\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-13-2i) + y(8+i) = 61+24i \\ x(-8-2i) + y(7+13i) = 129-157i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+12x^5+52x^4+208x^3+670x^2-2844x-11700$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+3i$, $x_2 = 1+5i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21+17i$, $23-13i$, $-8+15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-5-2i| < 2 \\ |arg(z-4-2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6,-5,5)$, $b = (9,0,4)$, $c = (-6,-8,1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2,12,11)$ и плоскость $P: 10x-2y+38z+360=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2,4,11)$, $M_1(1,3,5)$, $M_2(4,-3,5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -27x-13y+21z-162=0 \\ -13x-10y+11z-88=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x-3y+10z-989=0 \\ 11x-14y+4z+342=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.