Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 21

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3+11i) + y(-9-15i) = -97+207i \\ x(9-5i) + y(-3-15i) = 127+189i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 15x^5 - 36x^3 - 87x^2 + 4539x - 10404$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = 4+i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $11-12i$, $9+21i$, $-9-12i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3+3i| < 1 \\ |arg(z+1+6i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, -7, 9)$, $b = (-3, 9, -1)$, $c = (0, -1, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 8, -10)$ и плоскость $P : 18x + 42y - 6z + 612 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11, -12, -13)$, $M_1(2, 13, 0)$, $M_2(15, 0, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -15x - 20y - 26z + 602 = 0 \\ -9x - 16y - 17z + 394 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -6x - 4y - 9z - 590 = 0 \\ x - 6y - 5z - 308 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.