Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 31

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(4-7i)+y(14-7i)=140-110i \\ x(-5-11i)+y(8+6i)=298+16i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+10x^5+44x^4+86x^3-137x^2-1584x-3060$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4+2i$, $x_2 = -1+4i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $16+7i$, $16-24i$, $-25+22i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 1$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-1-2i| < 2 \\ |arg(z+2+3i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, -3, 3)$, $b = (-7, -8, 2)$, $c = (-2, -10, 8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(4, -3, 4)$ и плоскость $P: 4x-16y+18z+162 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, -7, 8)$, $M_1(-3, 3, 4)$, $M_2(1, 0, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 23x+9y+28z-280 = 0 \\ 18x+11y+12z-130 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 5x-2y+16z-1005 = 0 \\ -15x-2y-11z+926 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.