Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 3

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{47\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(1-15i)+y(12+11i)=21+9i \\ x(-6+6i)+y(5+8i)=188-118i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+14x^5+78x^4+290x^3+1425x^2+6500x+12500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=-4+3i$, $x_2=2+4i$, $x_3=-5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-3-28i$, $-9+21i$, $-10-13i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$, $z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):
$$\begin{cases} |z-4-3i|<3 \\ |arg(z+5+3i)|<\frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(1,-3,-3)$, $b=(-5,3,4)$, $c=(0,7,6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-4,-12,-4)$ и плоскость $P: -30x-40y+20z+930=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9,-11,10)$, $M_1(-3,-9,-8)$, $M_2(-11,-1,-8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 13x+26y-17z-301=0 \\ -2x+15y-9z+23=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 15x+11y-8z-2784=0 \\ 10x+8z-546=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.