Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 29

1. Пусть $z=\sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-6+9i)+y(2-12i)=-150-240i \\ x(-9+11i)+y(6+9i)=150-62i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+20x^5-15x^4+90x^3+1330x^2-17800x+39000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=4+2i$, $x_2=-1+5i$, $x_3=3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $19+6i$, $-19-30i$, $-30+5i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=\sqrt{3}+i$, $z_2=-\sqrt{3}+i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+3+4i|<2 \\ |arg(z-1-3i)|<\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(-1,1,-1)$, $b=(-6,4,-6)$, $c=(4,0,7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(4,7,-1)$ и плоскость $P: -20x-4y-4z+320=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1,-10,-2)$, $M_1(-3,-179,0)$, $M_2(12,1,0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -5x-2y-5z+100=0 \\ -18x+14y+7z+66=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x-16y-12z+4017=0 \\ 19x+18y+19z-2211=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.