Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-1-15i) + y(-8-8i) = 79+59i \\ x(-9-8i) + y(-8-5i) = 31+41i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 + 39x^5 + 174x^4 + 210x^3 - 516x^2 - 1320x - 1200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-2i$, $x_2 = -1-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-24+i$, $20-16i$, $-8-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3+i| < 2 \\ |arg(z-3+5i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-7, 6, -9)$, $b = (-10, 0, -9)$, $c = (2, 6, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(8,12,9)$ и плоскость $P: 32x + 54y - 8z + 1170 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, -4, -2)$, $M_1(-1, 10, -8)$, $M_2(-7, -2, -8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -22x - y + 28z - 618 = 0 \\ -16x - 7y + 9z - 230 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x + 6y + 19z + 1777 = 0 \\ -13x + 15y + 15z + 1831 = 0 \end{cases}$$

    Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.