Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 9

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $\frac{25\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11-11i)+y(6-15i) = -140-150i \\ x(-12+i)+y(-2+11i) = -3+9i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+17x^5+123x^4+457x^3+1192x^2+4050x+8200$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-3i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $26-26i$, $-4-26i$, $6+24i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+6-i| < 1 \\ |arg(z-6+i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 0, 2)$, $b = (-5, -8, 5)$, $c = (-2, 2, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 9, 14)$ и плоскость $P: 16x+20y+8z-140 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-3, -5, -6)$, $M_1(-1, 4, 6)$, $M_2(26, -2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 26x+14y-19z+174 = 0 \\ 17x-17z+187 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 9x+14y-2z+1954 = 0 \\ 19x+17y+12z+2813 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.