Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 32

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{35\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(10-5i) + y(6-9i) = -51-208i \\ x(-2+9i) + y(6-11i) = 167-84i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 - 6x^5 + 13x^4 - 24x^3 + 71x^2 - 130x + 75$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = 2+i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $4+2i$, $-1+20i$, $13-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3+3i| < 2 \\ |arg(z-4-i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, -7, -6)$, $b = (7, -8, -9)$, $c = (1, 0, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10, 10, -11)$ и плоскость $P: 4x + 50y - 10z + 658 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, 2, -5)$, $M_1(0, -14, -7)$, $M_2(-15, 1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 20y + 14z + 232 = 0 \\ -11x + 8y + 17z + 26 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 11x + 12y - 3z + 1850 = 0 \\ 13x + 17y + 13z + 2095 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.