Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 1

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11+5i)+y(5-4i) = -289-43i \\ x(-7-3i)+y(-8-15i) = -37+255i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6-60x^5-585x^4-3264x^3-10653x^2-19044x-14391$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-2i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-23-2i$, $23+6i$, $14+23i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-4-2i| < 3 \\ |arg(z+4-6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1,-1,-10)$, $b = (1,0,-2)$, $c = (-7,0,8)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10,-1,11)$ и плоскость $P: -4x-24y+38z+616 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4,3,9)$, $M_1(-2,17,-8)$, $M_2(16,-1,-8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 13x+12y-30z+81 = 0 \\ 9x+7y-13z+43 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 4x+5y-17z+1688 = 0 \\ -12x-13y+2z-829 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.