

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{2 - 2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(2 + 2i) + y(7 - 6i) = -53 + 186i \\ x(-14 - 7i) + y(-5 + 9i) = 51 - 293i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 70x^5 - 540x^4 - 2380x^3 - 6085x^2 - 9510x - 7650$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -1 - 2i$, $x_2 = -3 + 5i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $9 + 29i$, $-22 - 7i$, $-13 - 11i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 4i| < 3 \\ |\arg(z + 1 - 5i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-6, -1, -4)$, $b = (0, 2, -2)$, $c = (1, -8, 9)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, 14, 4)$ и плоскость $P: -18x + 16y + 12z - 18 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(13, -12, 4)$, $M_1(0, -16, 3)$, $M_2(28, -2, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -22x + 27y - 8z - 151 = 0 \\ -13x + 16y - 15z + 85 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -9x + 11y + 7z + 1270 = 0 \\ 14x + 9y - 10z - 465 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .