Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 18

1. Пусть $z=\sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2+2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{19\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(9-8i)+y(9-12i)=-42+61i \\ x(-10+5i)+y(-13-5i)=-59-139i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6+9x^5-12x^4-258x^3-504x^2-3072x+3840$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=4+4i$, $x_2=-1-3i$, $x_3=1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $24+13i$, $-9+13i$, $-4+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-3i$, $z_2=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+5+2i|<1 \\ |arg(z+5i)|<\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(6,3,8)$, $b=(2,0,9)$, $c=(7,6,-6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-4,3,-15)$ и плоскость $P: 20x+16y-8z+272=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2,7,-15)$, $M_1(0,13,11)$, $M_2(-33,2,11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1:\begin{cases} 25x+19y+13z-244=0 \\ 12x+14y+18z-274=0 \end{cases}\qquad L_2:\begin{cases} 13x+5y-5z-627=0 \\ 2x-5y-4z-33=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.