

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11 - 8i) + y(9 + 11i) = -349 - 2i \\ x(-7 + 13i) + y(8 - 11i) = 75 + 337i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 26x^5 + 156x^4 + 468x^3 - 286x^2 - 6214x - 11832$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -2 - 5i$, $x_2 = -4 + i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-30 + 11i$, $28 + 14i$, $15 + 29i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 2| < 2 \\ |\arg(z + 4)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-3, 2, 2)$, $b = (8, 2, -6)$, $c = (0, -10, 1)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, -14, 13)$ и плоскость $P: -16y + 36z + 84 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(4, -14, -2)$, $M_1(2, 7, -9)$, $M_2(16, 0, -9)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 21x - y - 15z - 387 = 0 \\ 3x - 13y - 17z - 183 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 18x + 12y + 2z - 3036 = 0 \\ -5x + 13y + 7z - 329 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .