Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 2

1. Пусть $z=\sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-3i)+y(-9+12i)=-181+19i \\ x(1+10i)+y(7+11i)=-37+117i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+48x^5+140x^4-120x^3+136x^2+4512x+4160$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=2+2i$, $x_2=-5+i$, $x_3=-1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-30-11i$, $1-i$, $-8+10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=-i$, $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-i|<3 \\ |arg(z+5-5i)|<\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(0,1,0)$, $b=(-2,1,7)$, $c=(3,7,-9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha,\quad (b,x)=\beta,\quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(12,-13,-4)$ и плоскость $P: 10x-42y-6z+260=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(7,-10,-15)$, $M_1(2,10,-11)$, $M_2(18,2,-11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 5x+29y+3z+333=0 \\ 17x+17y-16z+549=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -12x+12y+19z+3678=0 \\ 2x-12y+10z-100=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.