Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 6

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{26\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(6-10i) + y(-6-13i) = -63+153i \\ x(12-12i) + y(10-i) = -265-101i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+4x^5+x^4+88x^3+308x^2-2432x-9280$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-5i$, $x_2 = -4-2i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-11+29i$, $-24+6i$, $-7-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}+i$, $z_2 = -\sqrt{3}-i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+2+2i| < 1 \\ |arg(z-5-6i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (8, -6, 8)$, $b = (0, -6, -7)$, $c = (6, -7, 3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, -13, -13)$ и плоскость $P: -16x+4y-24z+68 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4, -6, -13)$, $M_1(-2, -2, -14)$, $M_2(-10, 2, -14)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 3x-4y-20z-238 = 0 \\ 18x-12y-9z-345 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -15x+8y-11z+2977 = 0 \\ -20x+9y+8z+2323 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.