Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 30

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $\frac{19\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(14-14i) + y(2-4i) = -56+24i \\ x(-10+5i) + y(-4+8i) = -11-33i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-3x^6 - 72x^5 - 804x^4 - 5106x^3 - 18783x^2 - 35322x - 20910$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -5+3i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-12-22i$, $-17+18i$, $-20-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1-i| < 1 \\ |arg(z-4+5i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, -1, 4)$, $b = (7, 5, 5)$, $c = (4, 2, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 14, 10)$ и плоскость $P: 2x + 40y + 24z + 284 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-13, -10, -12)$, $M_1(0, 17, -6)$, $M_2(15, 2, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -7x + 10y - z = 0 \\ 7x + 16y + 12z + 72 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x - 6y - 13z - 2478 = 0 \\ -8y - 6z - 820 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.