Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 29

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{7\pi}{6}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-8-2i)+y(5-15i) = -209+51i \\ x(8+6i)+y(-2+13i) = 142-95i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6-32x^5+128x^4-192x^3-2032x^2+11264x-16640$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 1-5i$, $x_2 = 3-i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-27-25i$, $-13-21i$, $-7-6i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = i, z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi,\pi])$:
$$\begin{cases} |z-5-5i| < 2 \\ |arg(z+2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0,-7,3)$, $b = (1,6,-2)$, $c = (9,-6,7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7,-3,12)$ и плоскость $P: 8y+44z+496 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-2,5,-13)$, $M_1(0,9,-7)$, $M_2(9,0,-7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -17x-22y-11z-401 = 0 \\ -x-13y-20z-435 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -16x-9y+9z+2124 = 0 \\ -13x+17y+10z+1082 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.