

1. Пусть $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{31\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2+6i) + y(-10+12i) = -50-2i \\ x(-8-6i) + y(8-4i) = 20-150i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 9x^5 - 22x^4 - 82x^3 + 444x^2 - 216x - 2160$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 4 - 2i$, $x_2 = 3 - 3i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $16 + 27i$, $-27 + 24i$, $-4 + 9i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+3-i| < 3 \\ |\arg(z+6+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-11, 0, 7)$, $b = (2, 8, -3)$, $c = (-1, -2, 1)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12, 2, -11)$ и плоскость $P: -4x + 10y - 34z + 194 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(8, -11, -4)$, $M_1(-2, 1, 0)$, $M_2(42, -3, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 25x - 10y - 37z - 663 = 0 \\ 8x - 4y - 18z - 338 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 17x - 6y - 19z + 2419 = 0 \\ 7x - 15y + 15z - 142 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .