Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 25

1. Пусть $z=\sqrt{3}+i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(11-6i)+y(-5-15i)=58-208i \\ x(3+13i)+y(-6-9i)=86-75i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+45x^5-170x^4+160x^3+540x^2-1260x+1080$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1=1-i$, $x_2=3+3i$, $x_3=-2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-13+13i$, $-10-7i$, $-27-15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, $z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z)\in(-\pi,\pi]$):
$$\begin{cases} |z-3+4i|<2 \\ |arg(z-3-6i)|<\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a=(-5,-3,0)$, $b=(-4,3,4)$, $c=(-1,9,7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x)=\alpha, \quad (b,x)=\beta, \quad (c,x)=\gamma$$

8. Дана точка $A(-3,-14,-11)$ и плоскость $P:-34x-46y-20z+870=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8,8,-15)$, $M_1(-2,10,4)$, $M_2(-14,-2,4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1:\begin{cases} 3x+3y+6z+105=0 \\ 15x-16y-9z-81=0 \end{cases} \qquad L_2:\begin{cases} -12x+19y+15z+5296=0 \\ -17x-12y-5z-1054=0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.