Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 28

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{29\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-2+3i) + y(-1-8i) = 109-102i \\ x(9-14i) + y(6-4i) = -160+36i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 18x^5 - 60x^4 - 20x^3 + 982x^2 + 4678x + 8840$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+2i$, $x_2 = -1-4i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1-24i$, $18i$, $3-29i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 3i$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+3+5i| < 2 \\ |arg(z+1+6i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 2, 1)$, $b = (-3, -1, 0)$, $c = (-5, -7, -7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(11, -13, 14)$ и плоскость $P: 28x - 40y + 14z + 266 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(8, -3, 8)$, $M_1(-2, -5, 3)$, $M_2(-6, -1, 3)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -19x - 13y - 20z + 205 = 0 \\ -8x + 2y - 18z - 12 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -11x - 15y - 2z - 1183 = 0 \\ -9x - 14y - 5z - 1059 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.