Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 33

1. Пусть $z = 2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7+14i)+y(2-7i) = -227+58i \\ x(11-12i)+y(-15-5i) = 245i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6+48x^5+256x^4+808x^3+1380x^2+1304x+520$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-i$, $x_2 = -2-3i$, $x_3 = -1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-2+27i$, $24-9i$, $-9-10i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = 2\sqrt{3}+2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2+5i| < 2 \\ |arg(z-2+i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 4, 0)$, $b = (-6, -7, -4)$, $c = (1, -5, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-10, 8, 12)$ и плоскость $P: -8x+44y+20z+528 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, -4, 4)$, $M_1(1, 4, 6)$, $M_2(3, 2, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 6x+6y+10z+2 = 0 \\ -3x+12y+219 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 9x-6y+10z-868 = 0 \\ 9x-19y-16z-296 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.