Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 35

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{7\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(14+i) + y(-2+3i) = -90+29i \\ x(-6+7i) + y(-10+4i) = -116-101i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6+15x^5+122x^4+536x^3+1423x^2+281x-2378$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-5i$, $x_2 = -5+4i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-17+13i$, $20-3i$, $-12-3i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z+1-3i| < 2 \\ |arg(z+2+5i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (3, -9, 2)$, $b = (1, -1, 1)$, $c = (6, 0, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(12, -5, 5)$ и плоскость $P: -2x-22y+24z+326 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, 6, 2)$, $M_1(1, 0, 8)$, $M_2(5, 1, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -5x-9y+26z+128 = 0 \\ 5x+4y+10z-182 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -10x-13y+16z-1265 = 0 \\ 14x-7y-15z+857 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.