Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-2210. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{25\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-9+2i)+y(-4-13i) = -142-84i \\ x(8+7i)+y(-2+i) = 46+44i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6-2x^5-8x^4+80x^3-98x^2-14x-1560$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+3i$, $x_2 = -1+2i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-19+12i$, $-27-18i$, $6+17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 4$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-6+4i| < 1 \\ |arg(z+1+2i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 1, 4)$, $b = (6, -3, -1)$, $c = (0, 1, 6)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-11, -14, 13)$ и плоскость $P: -36x-54y+50z+1554 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, -12, 4)$, $M_1(-2, 9, 5)$, $M_2(5, 2, 5)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -5x-19y+z+60 = 0 \\ -7x-2y+6z+107 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x-17y-5z-1955 = 0 \\ -14x-19y+5z-1441 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.