

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11 + 14i) + y(-9 - 8i) = 218 - 77i \\ x(-4 + 2i) + y(7 + 9i) = -54 + 122i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 27x^5 + 177x^4 - 411x^3 - 24x^2 + 4386x - 20808$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 1 - 4i$, $x_2 = 3 + 5i$, $x_3 = -3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-25 - 26i$, $-4 - 17i$, $-20 + 26i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -4$, $z_2 = -4i$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 3 - 4i| < 3 \\ |\arg(z + 1 + 6i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (5, -11, 5)$, $b = (0, 2, -5)$, $c = (-1, 2, -1)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(2, 10, -12)$ и плоскость $P: -2x + 32y - 20z + 158 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(-6, -6, -12)$, $M_1(1, 17, -7)$, $M_2(-17, -1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 7x - 21y + 3z - 410 = 0 \\ 5x - 10y - 12z - 425 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} 2x - 11y + 15z - 2085 = 0 \\ -7x + 14y - 4z + 1651 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .