Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 18

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{14\pi}{15}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-15-9i) + y(4+i) = -128-113i \\ x(9+3i) + y(4+2i) = 25+47i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+24x^5+6x^4-450x^3-1173x^2+966x+5304$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3+2i$, $x_2 = -4-i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $14+6i$, $-30+22i$, $-5+9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}-i$, $z_2 = -2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+1+6i| < 1 \\ |arg(z+1)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4,7,9)$, $b = (9,1,-4)$, $c = (0,3,5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7,4,8)$ и плоскость $P: 60-20x = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3,-2,5)$, $M_1(-2,-17,-13)$, $M_2(-21,2,-13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 16x+2y-15z-214 = 0 \\ -x-6y-18z-336 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 17x+8y+3z-1326 = 0 \\ -7y+9z+331 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.