

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{2 + 2\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{11\pi}{21}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-4 + 4i) + y(9 - 15i) = -76 - 378i \\ x(14 - 13i) + y(-5 - 14i) = -135 + 160i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $x^6 + 3x^5 - 16x^4 + 90x^3 + 856x^2 + 1536x + 1280$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 4 + 4i$, $x_2 = -1 - i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27 - 3i$, $-7 + 12i$, $2 - 24i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z + 1 + 4i| < 1 \\ |\arg(z + 6 - 6i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-3, -1, 5)$, $b = (-6, -1, 8)$, $c = (9, -5, 0)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, 1, 9)$ и плоскость $P: -2x + 28y + 42z + 876 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(1, -14, -9)$, $M_1(2, -6, 10)$, $M_2(-62, 2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 6x - 6y - 8z + 146 = 0 \\ -7x + 6y - 6z - 4 = 0 \end{cases} \quad L_2 : \begin{cases} 13x - 12y - 2z - 1752 = 0 \\ 4x - 17y + 2z - 1319 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .