Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 20

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11-5i) + y(8+i) = -56-219i \\ x(-15+13i) + y(8+6i) = -277-37i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - x^5 - 14x^4 + 60x^3 + 21x^2 + 541x - 1326$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-4i$, $x_2 = -2-3i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15+25i$, $16-9i$, $25+15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = 2-2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-3i| < 1 \\ |arg(z-2-4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -9, -3)$, $b = (7, 2, 2)$, $c = (-1, 2, 0)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, -7, 10)$ и плоскость $P: 32x - 28y + 20z + 548 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, 1, 9)$, $M_1(-3, -58, 6)$, $M_2(16, -1, 6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 22x - 38y - 30z + 320 = 0 \\ 14x - 20y - 13z + 201 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x - 18y - 17z + 4858 = 0 \\ -9x - 12y - 8z + 1906 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.