

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[5]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-8 - 15i) + y(1 + 5i) = -66 + 306i \\ x(-1 - i) + y(-11 - 8i) = -6 + 177i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 45x^5 - 245x^4 - 395x^3 - 1320x^2 - 6190x + 8200$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -4 - 5i$, $x_2 = 1 + 3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $15 - i$, $12 + 25i$, $4 - 5i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z| < 3 \\ |\arg(z + 3 + 4i)| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (2, -3, -2)$, $b = (-7, 1, 8)$, $c = (-8, 0, 9)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, 8, -9)$ и плоскость $P: -6x + 10y - 16z + 26 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(7, -7, -7)$, $M_1(-1, -9, -2)$, $M_2(-3, -1, -2)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -20x + y + 7z + 140 = 0 \\ -11x + 5y - 3z + 65 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -9x - 4y + 10z + 1060 = 0 \\ -17x - 20y + 2z + 1260 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .