Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-225. Вариант 31

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(7-15i)+y(2+i) = -94+145i \\ x(2+i)+y(-1-11i) = 96+12i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6-3x^5-72x^4+108x^3+345x^2-1569x+3060$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-i$, $x_2 = 1+2i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $22+17i$, $9-26i$, $3+15i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1+\sqrt{3}i$, $z_2 = -1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-3-2i| < 2 \\ |arg(z-3-3i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 1, -1)$, $b = (-10, 5, -6)$, $c = (0, 5, -5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7,14,-5)$ и плоскость $P: -12x+48y-26z+676 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-1,-4,9)$, $M_1(0,-7,-7)$, $M_2(15,-2,-7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -3x+y-20z+432 = 0 \\ 3x+5y-z+9 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -6x-4y-19z+3314 = 0 \\ -19x-20y-7z+2567 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.