Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 4

1. Пусть $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{\pi}{4}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-13i) + y(-8-8i) = 134+128i \\ x(-1-6i) + y(12-15i) = -342+8i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 468x^3 + 2913x^2 - 5649x + 3198$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3+2i$, $x_2 = -4+5i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-1+29i$, $-29-12i$, $-23-16i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2+2\sqrt{3}i$, $z_2 = -2+2\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2-3i| < 3 \\ |arg(z+5+2i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (5, 0, 5)$, $b = (9, -1, 9)$, $c = (8, -8, 9)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, -11, 4)$ и плоскость $P: 4x + 34z + 422 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, 10, -5)$, $M_1(2, -3, 0)$, $M_2(8, -1, 0)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 2x + 31y + 23z + 168 = 0 \\ 6x + 15y + 17z + 166 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x + 16y + 6z - 1230 = 0 \\ 15x - 19y - 10z + 1881 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.