Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 24

1. Пусть $z = 1+\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{2\sqrt{3}-2i}$ имеет аргумент $-\frac{4\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(11-2i)+y(-3-9i) = 190+50i \\ x(-1+11i)+y(13+8i) = -185+175i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+5x^5-40x^4-230x^3+320x^2-1000x+12000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1-3i$, $x_2 = 2+4i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-4-22i$, $26-27i$, $-2-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}+2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}+2i\left(-\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3+5i| < 1 \\ |arg(z+1-4i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, 0, -2)$, $b = (4, 0, -10)$, $c = (7, -1, 4)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, -6, 8)$ и плоскость $P: 6x-20y+36z+404 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-5, -12, -14)$, $M_1(2, 7, -4)$, $M_2(14, 1, -4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 21x+2y+30z+474 = 0 \\ 9x+14z+216 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 12x+2y+16z-954 = 0 \\ -6x+4y-19z+822 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.