Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-229. Вариант 19

1. Пусть $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^2}}{1-\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-5+13i) + y(13+12i) = -269-310i \\ x(14+10i) + y(12+10i) = -140-38i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 - 8x^5 - 27x^4 - 48x^3 - 31x^2 + 40x + 75$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+2i$, $x_2 = -2-i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27-15i$, $-18-21i$, $17-25i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+4i| < 3 \\ |arg(z-1+i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (0, 4, -3)$, $b = (-1, 2, -8)$, $c = (2, 9, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 4, -4)$ и плоскость $P: 8x + 38y + 16z + 834 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-7, 8, -8)$, $M_1(0, -3, -11)$, $M_2(8, -1, -11)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} x - 21y - 19z + 1 = 0 \\ 6x - 8y - 9z + 96 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -5x - 13y - 10z + 1375 = 0 \\ -8x - 17y - 12z + 1746 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.