Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 13

1. Пусть $z = 1 - \sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{16\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3-2i) + y(-10-14i) = -145-142i \\ x(-2-10i) + y(-3+8i) = 86+142i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6+3x^5-2x^4-76x^3-19x^2+545x+750$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-i$, $x_2 = 3-4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-9-26i$, $-14-27i$, $18-16i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4+5i| < 1 \\ |arg(z+3+4i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, 8, 2)$, $b = (3, -5, 0)$, $c = (-6, 7, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(1,-3,5)$ и плоскость $P: 18x+18y+32z+712 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4, -12, 13)$, $M_1(2, -4, 10)$, $M_2(1, -2, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 20x+7y+2z+204 = 0 \\ 12x+17y+19z+297 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 8x-10y-17z+1719 = 0 \\ x-13y+694 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.