Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-224. Вариант 22

- 1. Пусть $z=2+2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^3}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{42}$.
- 2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-13-3i) + y(-9+7i) = 74-24i \\ x(13+11i) + y(11+4i) = -161+61i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $-4x^6+36x^5-152x^4+384x^3-604x^2+540x-200$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=2-i,\,x_2=1+2i,\,x_3=1.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: -24+21i, -28+27i, -5-24i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}i}{2}$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 4 - i| < 3 \\ |arg(z + 2 + i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (7, -9, -5), b = (-6, 6, 2), c = (3, -2, 0). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(6,0,6) и плоскость P:36x-2y+434=0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(11,2,4), $M_1(-2,13,-13)$, $M_2(46,-3,-13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 35x + 10y - 605 = 0 \\ 18x - 5y + 16z - 260 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 17x + 15y - 16z - 2655 = 0 \\ -14x + 5y - 7z + 400 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L₁ и L₂.