

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[7]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $-\frac{\pi}{14}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(4+i) + y(2+3i) = 47 - 64i \\ x(-7-6i) + y(-4-12i) = -213 + 116i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6 + 14x^5 + 66x^4 - 50x^3 + 996x^2 - 2540x - 10200$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = 1 + 4i$, $x_2 = -5 + 5i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $18 + 6i$, $-4 - 9i$, $7 + 17i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 3 - 2i| < 1 \\ |\arg(z + 3 + 2i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-8, 4, -1)$, $b = (1, -6, 6)$, $c = (-10, 0, 4)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-4, 5, -1)$ и плоскость $P: 10y - 12z + 60 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(12, 3, 5)$, $M_1(1, -6, -13)$, $M_2(-59, 0, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -10x - 9y - 5z - 101 = 0 \\ -2x + 6y + 11z + 5 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -8x - 15y - 16z - 3376 = 0 \\ -x + 14y + 18z + 3009 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .