Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-221. Вариант 6

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент 0.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-4-8i) + y(6-10i) = -56+40i \\ x(11+11i) + y(-14+6i) = 26+16i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 + 75x^5 - 590x^4 + 2710x^3 - 6885x^2 + 4235x + 14500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2-5i$, $x_2 = 4-3i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $21+26i$, $-21-15i$, $3-11i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-5| < 1 \\ |arg(z-3-4i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (2, -8, 8)$, $b = (0, -7, -5)$, $c = (-1, 6, -3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, 4, -13)$ и плоскость $P: 16x + 14y - 48z + 778 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, -9, 7)$, $M_1(2, -25, -7)$, $M_2(-7, 2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -27x + 2y - 15z - 265 = 0 \\ -13x - 17y + z - 320 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -14x + 19y - 16z - 3197 = 0 \\ 9x - 15y - 19z + 210 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.