

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^2}}{1 - \sqrt{3}i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3 + 3i) + y(-15 + 13i) = 189 + 229i \\ x(12 + 5i) + y(12 - 15i) = -122 - 337i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 + 5x^5 - 130x^4 + 200x^3 - 2955x^2 - 4365x + 7250$ и разложить его на множители над \mathbb{R} и \mathbb{C} , если известны корни $x_1 = -2 - 5i$, $x_2 = 3 + 4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $1 - 17i$, $14i$, $-6 - 27i$. Найти число z , образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z . Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(\arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z - 2 + 3i| < 2 \\ |\arg(z + 2 - 2i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некопланарных вектора $a = (-4, 1, -8)$, $b = (-1, 1, -6)$, $c = (0, -1, 5)$. Найдите вектор x , удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-6, 2, -14)$ и плоскость $P: 12x - 24y - 50z + 1030 = 0$. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P .

9. Даны точки $A(10, -12, -10)$, $M_1(2, 20, -7)$, $M_2(-16, 2, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L , проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L .

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -22x - 2y - 29z + 402 = 0 \\ -19x + 14y - 10z + 300 = 0 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} -3x - 16y - 19z - 3028 = 0 \\ -11x - 11y - 11z - 1859 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .