Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 4

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-9+3i) + y(-4-3i) = -99 - 103i \\ x(6+6i) + y(2+2i) = -2 + 134i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6 - 6x^5 - 42x^4 + 594x^3 - 1545x^2 - 6000x + 43500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2 - 5i$, $x_2 = 4 + 2i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-16 - 15i$, $-24 - 26i$, $7 + 17i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4| < 2 \\ |arg(z+4i)| < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-11, 1, -6)$, $b = (0, -3, -9)$, $c = (-1, 1, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(3, -8, 7)$ и плоскость $P: -10x + 10y + 16z + 226 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-10, 1, -6)$, $M_1(2, 11, -13)$, $M_2(112, 1, -13)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -14x + 10y - 4z + 132 = 0 \\ -16x - y - 20z + 303 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 2x + 11y + 16z - 1314 = 0 \\ 2x - 9y - 4z + 546 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.