Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 28

1. Пусть $z = \sqrt{3} - i$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^2}}{\sqrt{3}-i}$ имеет аргумент $\frac{17\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(3-5i) + y(-8-14i) = -192-150i \\ x(-2-12i) + y(-13+2i) = -273+49i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $4x^6 - 8x^5 + 40x^4 - 640x^3 + 2556x^2 - 3992x + 2040$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-5i$, $x_2 = 2-i$, $x_3 = 3$.

4. Даны 3 комплексных числа: $13+i$, $-21i$, $-27+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-4| < 3 \\ |arg(z-3+4i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-1, 0, -5)$, $b = (-1, -2, -10)$, $c = (-1, 3, 5)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12, 9, 12)$ и плоскость $P: -24x + 22y + 42z + 422 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(4, -14, 2)$, $M_1(-3, 9, -12)$, $M_2(-23, -3, -12)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -10x + 4y - 12z - 20 = 0 \\ -3x - 5y - 10z - 14 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -7x + 9y - 2z - 676 = 0 \\ 11x - 20y - 10z + 1123 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.