Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 35

1. Пусть $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $-\frac{29\pi}{12}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-2+i) + y(13-3i) = 193+48i \\ x(-6-8i) + y(-10-11i) = 65-336i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 16x^5 + 76x^4 + 448x^3 + 388x^2 - 4912x - 13260$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2+3i$, $x_2 = 4-i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-6+18i$, $12+21i$, 25. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = -3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+5-4i| < 2 \\ |arg(z+1+4i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1, 0, -2)$, $b = (2, -5, 8)$, $c = (4, 1, -10)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-7, -7, -1)$ и плоскость $P : -16x - 10y - 6z + 8 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-9, 9, -6)$, $M_1(0, 7, 10)$, $M_2(-32, -1, 10)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 5x + 14y + 21z - 517 = 0 \\ 3x + 7y + 12z - 284 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 2x + 7y + 9z - 1037 = 0 \\ 16x - 3y - 6z + 78 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.