Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-228. Вариант 1

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[4]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[4]{z^3}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{5\pi}{24}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-14+12i) + y(3-13i) = 78-166i \\ x(2+7i) + y(-13-8i) = 39-66i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $2x^6+2x^5+8x^4-336x^3+1070x^2-2386x+1640$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -4-5i$, $x_2 = 1-2i$, $x_3 = 4$.

4. Даны 3 комплексных числа: 4, $-15+27i$, $-19-21i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -1$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-2+2i| < 1 \\ |arg(z+5+5i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-8, -2, 4)$, $b = (-1, -3, -2)$, $c = (0, 8, 7)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(9, -8, 3)$ и плоскость $P: -2x+12y+34z+664 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(3, 2, -14)$, $M_1(-2, -18, 4)$, $M_2(32, -1, 4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -25x-5y+2z-107 = 0 \\ -11x-8y-17z+81 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -14x+3y+19z-2452 = 0 \\ -14x+12z-1820 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.