Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 2

1. Пусть $z = \sqrt{3} + i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^2}}{\sqrt{3} - i}$ имеет аргумент $\frac{11\pi}{9}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3-13i) + y(11-3i) = 85 + 37i \\ x(-15+7i) + y(-5-8i) = 72 - 164i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 + 80x^5 - 670x^4 + 2900x^3 - 5520x^2 - 7680x + 43520$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3 - 5i$, $x_2 = 4 + 4i$, $x_3 = -2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $6 + 16i$, $7 - 24i$, $9 - 30i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$, $z_2 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 1 - 4i| < 2 \\ |arg(z + 6i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (6, -7, -8)$, $b = (1, 1, 0)$, $c = (2, 3, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(13, 7, -1)$ и плоскость $P : 32x + 28y + 16z + 436 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(14, 12, -5)$, $M_1(-1, -23, -7)$, $M_2(-9, 1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} 26x - 15y - 13z + 200 = 0 \\ 9x - 5z + 18 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} 17x - 15y - 8z - 2130 = 0 \\ 9x - 5y + 6z - 558 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.