Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-226. Вариант 34

1. Пусть $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{1+\sqrt{3}i}$ имеет аргумент $-\frac{2\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(9+2i)+y(12+14i) = 70-60i \\ x(-7-10i)+y(10-14i) = -132-162i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $3x^6+21x^5+54x^4+36x^3-159x^2-465x-450$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -2-i$, $x_2 = -1+2i$, $x_3 = 2$.

4. Даны 3 комплексных числа: $27-23i$, $13+26i$, $5-8i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$, $z_2 = 3i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z-1+4i| < 2 \\ |arg(z+4+5i)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-4, -7, 0)$, $b = (1, -7, 4)$, $c = (2, -3, 3)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-12,13,8)$ и плоскость $P: -38x+24y-2z+260 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-4, -14, -9)$, $M_1(0, -8, 2)$, $M_2(-7, -1, 2)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1 : \begin{cases} -13x-21y-24z-161 = 0 \\ 6x-15y-19z-15 = 0 \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} -19x-6y-5z-1412 = 0 \\ -8x-13y+15z-206 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.