Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-227. Вариант 5

1. Пусть $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[6]{z^3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{5\pi}{3}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(-13-2i) + y(13-i) = 200-97i \\ x(-2-10i) + y(-7+7i) = -17+127i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6 - 25x^5 + 120x^4 + 790x^3 - 2840x^2 - 11640x + 13600$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 4-2i$, $x_2 = -5+3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $8-3i$, $-14+24i$, $-29+12i$. Найти число $z$, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -2$, $z_2 = 1-\sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени $n$ числа $z$. Найти степень $n$ и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-6i| < 1 \\ |arg(z+5-2i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, -3, 3)$, $b = (1, 3, 1)$, $c = (3, 8, 0)$. Найдите вектор $x$, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-5, -6, -7)$ и плоскость $P: -20x - 4y - 20z + 144 = 0$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точке $A$ относительно плоскости $P$.

9. Даны точки $A(-6, -1, 14)$, $M_1(1, -102, 13)$, $M_2(12, -3, 13)$. Написать каноническое уравнение прямой $L$, проходящей через точки $M_1$ и $M_2$. Найти координаты точки $A_0$, расположенной симметрично точки $A$ относительно прямой $L$.

10. Заданы две прямые $L_1$ и $L_2$ своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} -8x + 15y + 24z + 263 = 0 \\ 9x + 7y + 16z + 120 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -17x + 8y + 8z + 3062 = 0 \\ -19x - 7z + 1876 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к $L_1$ и $L_2$.