Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-222. Вариант 18

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{\sqrt{3} - i}$ имеет аргумент $-\frac{37\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-11+13i) + y(-9+11i) = 78+412i \\ x(-5+5i) + y(8+9i) = 172+66i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-4x^6 - 40x^5 - 256x^4 - 704x^3 + 108x^2 + 5576x + 34680$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -1+4i$, $x_2 = -3+5i$, $x_3 = -5$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21-28i$, $-28+14i$, $-22+19i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3} - i$, $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z - 5 + i| < 2 \\ |arg(z - 1 - 3i)| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 0, -2)$, $b = (-2, -2, -1)$, $c = (5, 4, 2)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(7, 13, -13)$ и плоскость $P: 22x + 56y - 20z + 868 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(6, 6, -8)$, $M_1(2, 0, -6)$, $M_2(12, 2, -6)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -4x - 10y + 3z - 252 = 0 \\ 5x - 6y + 17z - 327 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -9x - 4y - 14z - 804 = 0 \\ -11x + 10y - 4z - 154 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.