Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 5

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^3}}{2\sqrt{3}+2i}$ имеет аргумент $\frac{13\pi}{30}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-1+2i) + y(9-9i) = 187+14i \\ x(-5-6i) + y(-5-12i) = 218-124i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-x^6 + 7x^5 - 16x^4 + 68x^3 - 883x^2 + 3325x - 2500$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = -3-4i$, $x_2 = 4+3i$, $x_3 = 1$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-14-25i$, $-27-2i$, $-22+14i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\sqrt{3}+i$, $z_2 = -2i$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z-5+i| < 2 \\ |arg(z-6-i)| < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (-2, 6, 0)$, $b = (1, -9, -4)$, $c = (0, 1, 1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(5, 13, -9)$ и плоскость $P: 32x + 12y - 28z + 408 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(11, 6, 8)$, $M_1(-3, 10, 8)$, $M_2(10, -3, 8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -2x + 2y - 10z + 154 = 0 \\ 2x - 12y - 14z + 266 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -4x + 14y + 4z + 1484 = 0 \\ -x - 12y - 6z - 1146 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.