Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-223. Вариант 10

1. Пусть $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$. Вычислить значение $\sqrt[7]{z^3}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[7]{z^3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{42}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(-3+14i) + y(-15+2i) = 8-30i \\ x(13+12i) + y(3-14i) = -38-308i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-5x^6+20x^5+40x^4-960x^3+640x^2+5120x-20480$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 2+2i$, $x_2 = 4+4i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $3+17i$, $-26+2i$, 10. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -3$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):

$$\begin{cases} |z+3i| < 2 \\ |arg(z+5)| < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (1,0,1)$, $b = (-1,-2,-4)$, $c = (5,-6,-1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a,x) = \alpha, \quad (b,x) = \beta, \quad (c,x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(10,9,6)$ и плоскость $P: 28x+10y+2z+62=0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(-11,6,10)$, $M_1(-1,60,-8)$, $M_2(11,0,-8)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} -19x-17y+6z-210=0 \\ -11x+3y-11z-102=0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} -8x-20y+17z+3657=0 \\ -13x+14y-16z-2450=0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.