Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022—2023 учебный год. БПИ-221. Вариант 1

1. Пусть
$$z = \sqrt{3} - i$$
. Вычислить значение $\sqrt[6]{z^2}$, для которого число $\frac{\sqrt[6]{z^2}}{\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2}}$ имеет аргумент $\frac{23\pi}{18}$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x(8+12i) + y(4-11i) = 70 - 123i \\ x(12+12i) + y(-3-i) = -109 - 267i \end{cases}$$

- 3. Найти корни многочлена $4x^6 + 32x^5 + 88x^4 + 312x^3 + 3764x^2 + 16600x + 20000$ и разложить его на множители над $\mathbb R$ и $\mathbb C$, если известны корни $x_1=3-4i,\,x_2=-4-3i,\,x_3=-4.$
- 4. Даны 3 комплексных числа: 17-23i, 26-4i, 13-11i. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.
- 5. Даны числа $z_1 = -\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2i\left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right), z_2 = -\frac{\sqrt{6}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 2i\left(-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.
- 6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой $(arg(z) \in (-\pi, \pi])$:

$$\begin{cases} |z+2+3i| < 3\\ |arg(z-6-2i)| < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора a = (1, 0, 2), b = (-5, 3, -5), c = (-8, 7, -3). Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

- 8. Дана точка A(10,0,-14) и плоскость P:48x+30y+2z+1152=0. Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.
- 9. Даны точки A(9,7,13), $M_1(-1,2,4)$, $M_2(-4,-2,4)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точки A_0 , расположенной симметрично точки A относительно прямой L.
- 10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями

$$L_1: \begin{cases} 29x + 9y + 10z - 151 = 0 \\ 16x - 9y + 18z - 516 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 13x + 18y - 8z - 2977 = 0 \\ 13x - 19y + z + 762 = 0 \end{cases}$$

Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2 .