Домашнее задание 2. Курс «Алгебра». 2022–2023 учебный год.
БПИ-224. Вариант 16

1. Пусть $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Вычислить значение $\sqrt[5]{z^2}$, для которого число $\dfrac{\sqrt[5]{z^2}}{\sqrt{3}+i}$ имеет аргумент $\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x(5+7i) + y(11-3i) = -140+30i \\ x(10-2i) + y(13+5i) = -23-189i \end{cases}$$

3. Найти корни многочлена $-2x^6 - 8x^5 + 34x^4 + 224x^3 - 428x^2 - 2120x + 4000$ и разложить его на множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, если известны корни $x_1 = 3-i$, $x_2 = -4+3i$, $x_3 = -4$.

4. Даны 3 комплексных числа: $-21+28i$, $25+29i$, $9-9i$. Найти число z, образующее параллелограмм с данными тремя на комплексной плоскости.

5. Даны числа $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ – соседние комплексные корни степени n числа z. Найти степень n и исходное число.

6. На комплексной плоскости нарисуйте область, заданную системой ($arg(z) \in (-\pi, \pi]$):
$$\begin{cases} |z-2-i| < 3 \\ |arg(z+4-i)| < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

7. Даны 3 некомпланарных вектора $a = (4, 0, 3)$, $b = (-10, 6, -7)$, $c = (-1, -5, -1)$. Найдите вектор x, удовлетворяющий системе уравнений:
$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma$$

8. Дана точка $A(-15, -4, 13)$ и плоскость $P: -2x - 4y + 36z + 144 = 0$. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точке A относительно плоскости P.

9. Даны точки $A(2, -10, -12)$, $M_1(2, 18, -7)$, $M_2(-17, -1, -7)$. Написать каноническое уравнение прямой L, проходящей через точки M_1 и M_2. Найти координаты точки A_0, расположенной симметрично точки A относительно прямой L.

10. Заданы две прямые L_1 и L_2 своими общими уравнениями
$$L_1: \begin{cases} 2x - 25y - 4z - 314 = 0 \\ -8x - 11y - 6z - 164 = 0 \end{cases} \qquad L_2: \begin{cases} 10x - 14y + 2z + 1350 = 0 \\ -8x + 4y - 19z - 906 = 0 \end{cases}$$
Написать каноническое уравнение прямой, являющейся общим перпендикуляром к L_1 и L_2.