深蓝学院
shenlanxueyuan.com

多传感器融合定位

第5讲 惯性器件误差分析及标定

主讲人 任 乾

北京理工大学本硕
自动驾驶从业者

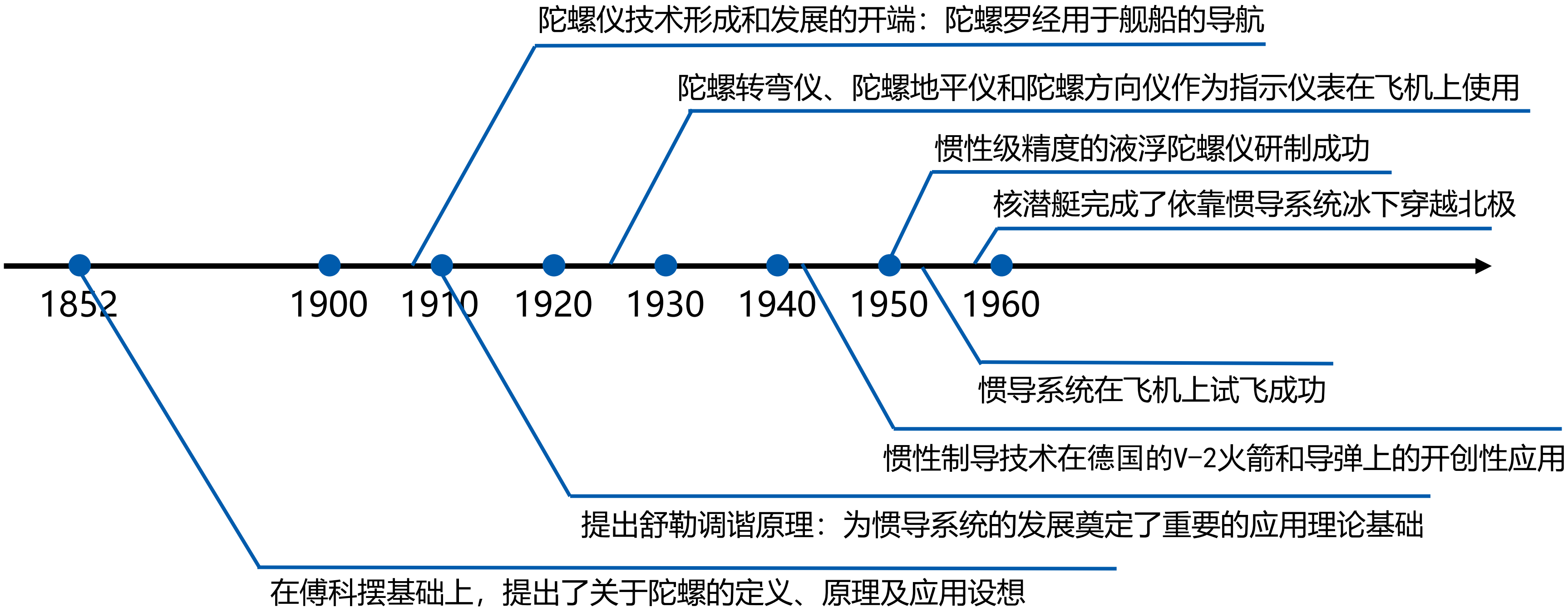
目录

目录

惯性技术简介

1. 惯性技术发展历史

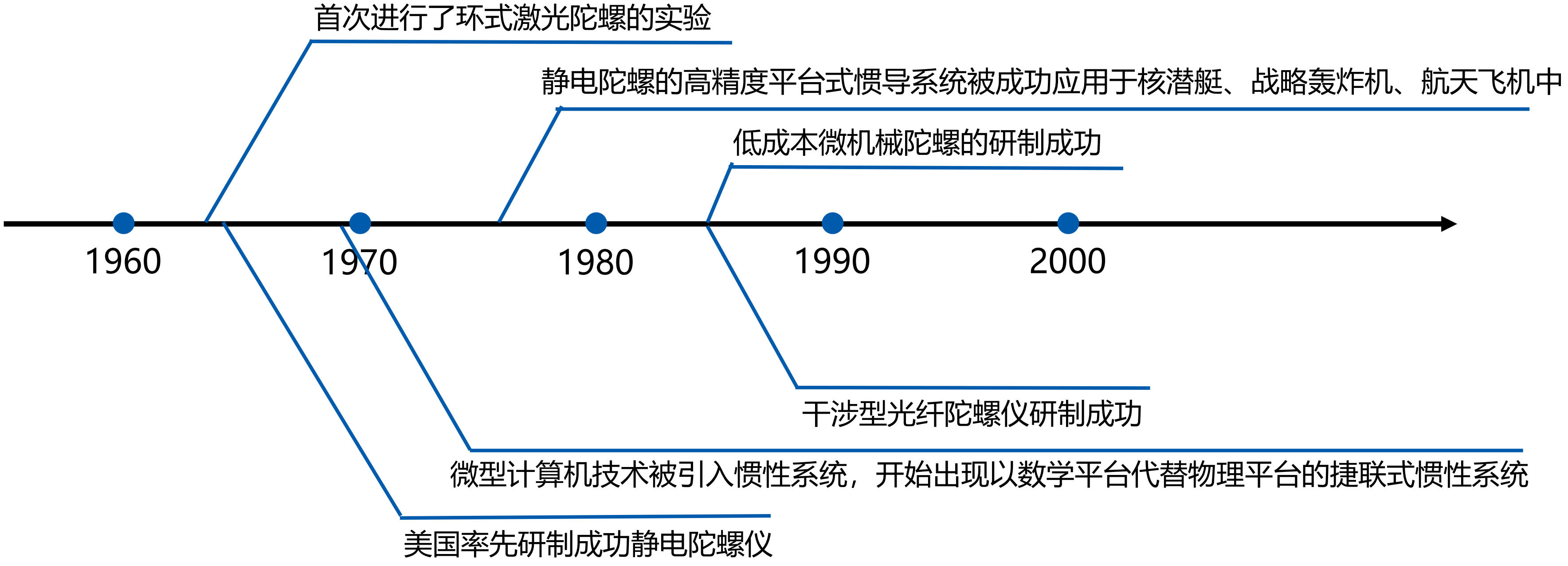
1687年，伟大的英国科学家牛顿提出力学三大定律，为惯性导航技术奠定了理论基础。



惯性技术简介

1. 惯性技术发展历史

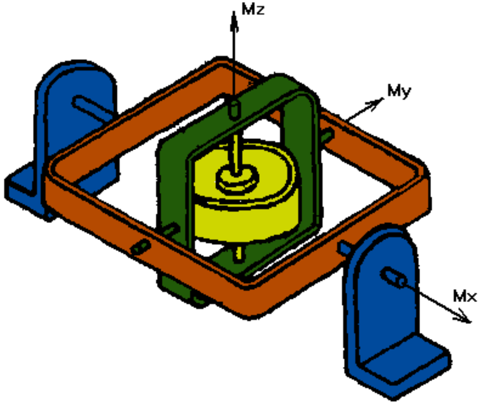
自20世纪60年代起，出现了挠性陀螺仪和动力谐调陀螺仪，同时平台式惯导系统发展迅速，并大量装备各种飞机、舰船、导弹和航天飞行器。



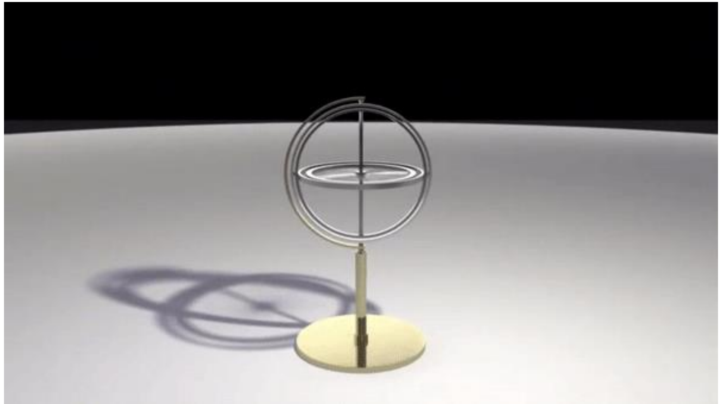
2. 惯性器件-机械陀螺

定轴性：当陀螺转子以高速旋转时，在没有任何外力矩作用在陀螺仪上时，陀螺仪的自转轴在惯性空间中的指向保持稳定不变，即指向一个固定的方向；同时反抗任何改变转子轴向的力量。

进动性：当转子高速旋转时，若外力矩作用于外环轴，陀螺仪将绕内环轴转动；若外力矩作用于内环轴，陀螺仪将绕外环轴转动。其转动角速度方向与外力矩作用方向互相垂直。



平台式惯导

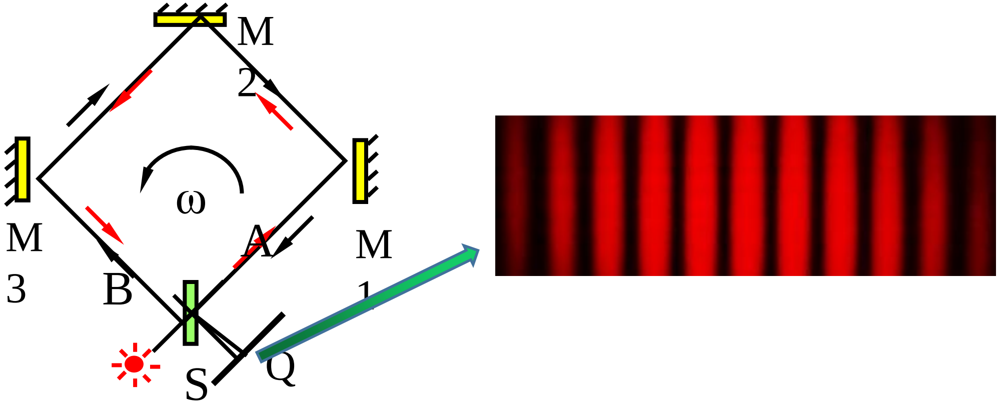


陀螺示意图

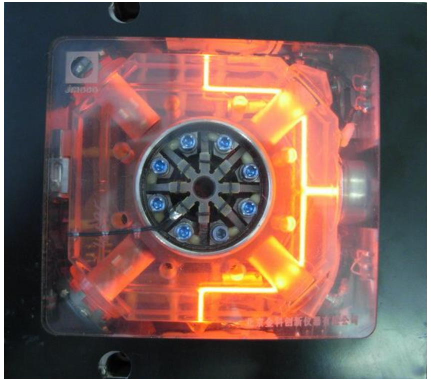
惯性技术简介

2. 惯性器件-激光陀螺

Sagnac效应由法国物理学家 Sagnac 于 1913 年发现，其原理是干涉仪相对惯性空间静止时, 光路 A 和 B 的光程相等，当有角速度时，光程不相等，便会产生干涉。



Sagnac效应示意

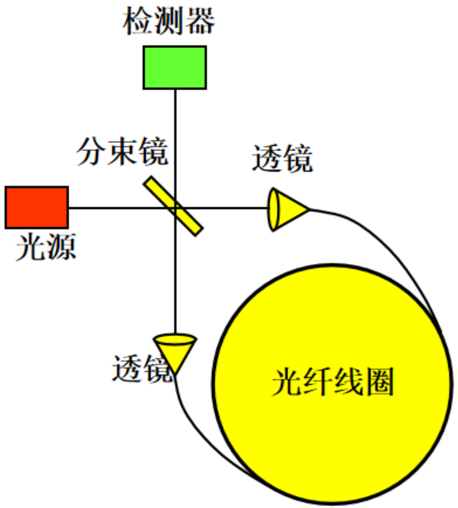


激光陀螺

惯性技术简介

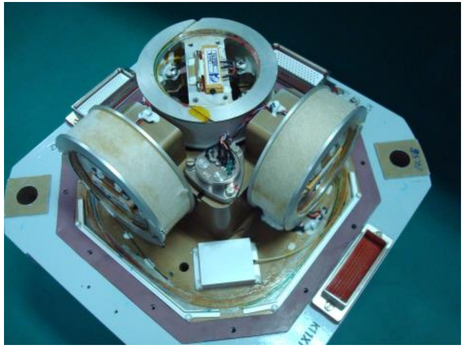
2. 惯性器件-光纤陀螺

同样基于Sagnac效应，传播介质改成了光纤。



光纤陀螺原理示意

光纤陀螺

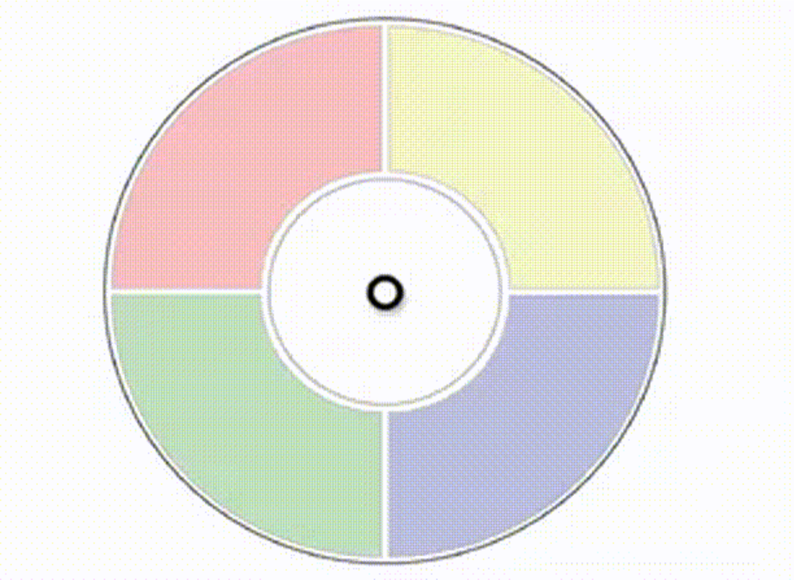


基于光纤陀螺的捷联式惯性导航系统

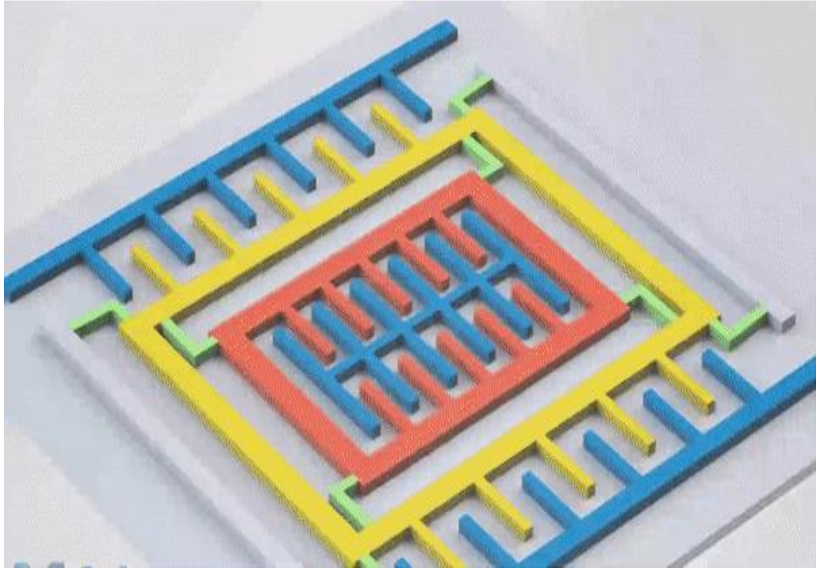
惯性技术简介

2. 惯性器件-MEMS陀螺

科里奥利力（Coriolis force，简称为科氏力），是对旋转体系（比如自传的地球，旋转的圆盘等）中进行直线运动的质点由于惯性相对于旋转体系产生的直线运动的偏移的一种描述。



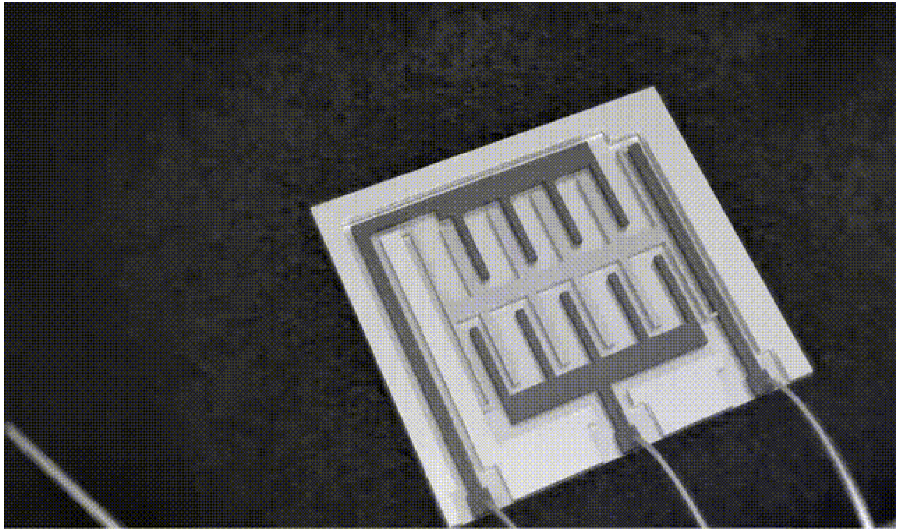
科里奥利力



MEMS工作原理

2. 惯性器件-加速度计

当运载体相对惯性空间做加速度运动时，仪表壳体也随之做相对运动，质量块保持惯性，朝着与加速度方向相反的方向产生位移（拉伸或压缩弹簧）。当位移量达到一定值时，弹簧给出的力使质量块以同一加速度相对惯性空间做加速运动，加速度的大小与方向影响质量块相对位移的方向及拉伸量。



目录

惯性器件误差分析

1. 信号误差组成

1) 量化噪声

一切量化操作所固有的噪声，是数字传感器必然出现的噪声；

产生原因：通过AD采集把连续时间信号采集成离散信号的过程中，精度会损失，精度损失的大小和AD转换的步长有关，步长越小，量化噪声越小。

2) 角度随机游走

宽带角速率白噪声：陀螺输出角速率是含噪声的，该噪声中的白噪声成分；

产生原因：计算姿态的本质是对角速率做积分，这必然会对噪声也做了积分。白噪声的积分并不是白噪声，而是一个马尔可夫过程，即当前时刻的误差是在上一时刻误差的基础上累加一个随机白噪声得到的。

角度误差中所含的马尔可夫性质的误差，称为角度随机游走。

3) 角速率随机游走

与角度随机游走类似，角速率误差中所含的马尔可夫性质的误差，称为角速率随机游走。而这个马尔可夫性质的误差是由宽带角加速率白噪声累积的结果。

1. 信号误差组成

4) 零偏不稳定性噪声

零偏：即常说的bias，一般不是一个固定参数，而是在一定范围内缓慢随机飘移。

零偏不稳定性：零偏随时间缓慢变化，其变化值无法预估，需要假定一个概率区间描述它有多大的可能性落在这个区间内。时间越长，区间越大。

5) 速率斜坡

该误差是趋势性误差，而不是随机误差。

随机误差，是指你无法用确定性模型去拟合并消除它，最多只能用概率模型去描述它，这样得到的预测结果也是概率性质的。

趋势性误差，是可以直接拟合消除的，在陀螺里产生这种误差最常见的原因是温度引起零位变化，可以通过温补来消除。

6) 零偏重复性

多次启动时，零偏不相等，因此会有一个重复性误差。在实际使用中，需要每次上电都重新估计一次。

Allan方差分析时，不包含对零偏重复性的分析。

2. Allan方差分析

随机信号Allan方差的物理意义及应用在本质上来源于它与功率谱之间的关系。

功率谱（全称 功率谱密度函数）：单位频带内的信号功率，它表示信号功率随着频率的变化情况，即信号功率在频域的分布状况。

假设把随机过程 X_α 的功率谱表示为： $\mathrm{PSD}\left[X_\alpha\right]=h_\alpha f^\alpha$

其中 f^α是频率，h_α为相应的系数。

若多个随机过程相互独立，则其满足线性相加性质，即 $X=\sum X_a$

此时，其功率谱也同样可以线性相加 $\mathrm{PSD}[X]=\sum \mathrm{PSD}\left[X_\alpha\right]$

2. Allan方差分析

Allan方差分析方法的基本思路：

在惯性器件随机误差分析中，以上提到的5种误差相互独立，且 α 值不同，因此若绘制“时间间隔-方差双对数曲线”(时间间隔是频率的倒数，方差是功率谱的积分)，则得到的曲线斜率必不相同。

根据曲线斜率识别出各项误差，并计算出对应的误差强度。

量化噪声Q满足下式

$$\log_{10}\sigma_{QN}(\tau)=\log_{10}(\sqrt{3}Q)-\log_{10}\tau$$

角度随机游走N满足下式

$$\log_{10}\sigma_{ARW}(\tau)=\log_{10}N-1/2*\log_{10}\tau$$

角速率游走K满足下式

$$\log_{10}\sigma_{RRW}(\tau)=\log_{10}(K/\sqrt{3})+1/2*\log_{10}\tau$$

零偏不稳定性B满足下式

$$\log_{10}\sigma_{BI}(\tau)=\log_{10}(2B/3)$$

速率斜坡R满足下式

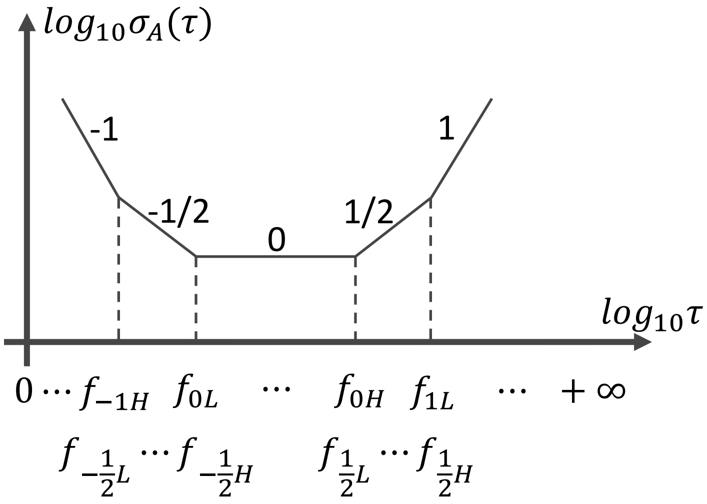
$$\log_{10}\sigma_{RR}(\tau)=\log_{10}(R/\sqrt{2})+\log_{10}\tau$$

以上公式中，τ 为时间间隔

惯性器件误差分析

2. Allan方差分析

根据以上公式分析，可知曲线的形状如下：



即各随机噪声对应的斜率分别为-1，-1/2, 0, 1/2, 1

同时，令 $\tau = 1$，则 $log_{10}(\tau) = 0$

其含义是求曲线与 $\tau = 1$ 的交点，此时有：

噪声类型	与 $\tau = 1$ 的交点
量化噪声	$\sqrt{3}Q$
角度随机游走	N
角速率游走	$K/\sqrt{3}$
零偏不稳定性	$2B/3$
速率斜坡	$R/\sqrt{2}$

此时可容易地求出Q、N、K、B、R

2. Allan方差分析

开源代码：https://github.com/gaowenliang/imu_utils

用法(以陀螺仪为例)：

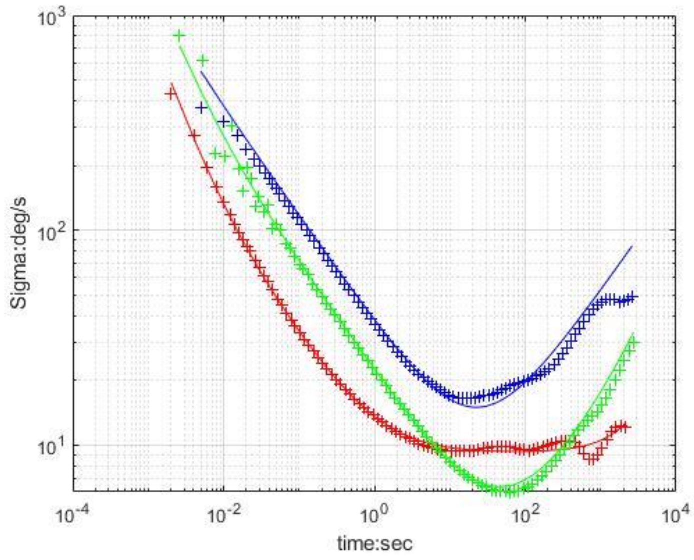
1）角度随机游走，在融合时作为陀螺仪的噪声使用。
(有时也以零偏不稳定性当做噪声)

2）角速度随机游走，作为陀螺仪微分项中的噪声
(详细内容在介绍融合时介绍)

注意：

1）其他误差项，仅起到了解器件精度水平的作用；

2）实际融合时，Allan分析的结果，只是作为初值使用，需要在此基础上调参。



单个IMU三个陀螺仪的Allan方差曲线

目录

惯性器件内参标定

1. 惯性器件内参误差模型

1) 零偏

误差解释：陀螺仪或加速度计输出中的常值偏移，即常说的 bias。

加速度计的零偏表示为

$$b_a = \begin{bmatrix} b_{ax} & b_{ay} & b_{az} \end{bmatrix}$$

陀螺仪的零偏表示为

$$b_g = \begin{bmatrix} b_{gx} & b_{gy} & b_{gz} \end{bmatrix}$$

1. 惯性器件内参误差模型

2) 刻度系数误差

误差解释：器件的输出往往为脉冲值或模数转换得到的值，需要乘以一个刻度系数才能转换成角速度或加速度值，若该系数不准，便存在刻度系数误差。

加速度计的标度因数，表示如下

$$K_a = \begin{bmatrix} K_{ax} & & \\ & K_{ay} & \\ & & K_{az} \end{bmatrix}$$

陀螺仪的标度因数，表示为

$$K_g = \begin{bmatrix} K_{gx} & & \\ & K_{gy} & \\ & & K_{gz} \end{bmatrix}$$

惯性器件内参标定

1. 惯性器件内参误差模型

3) 安装误差

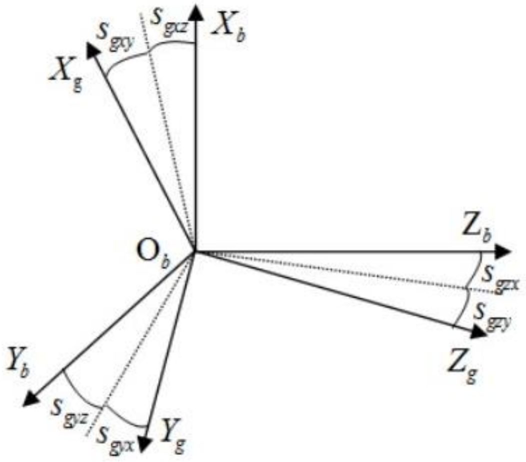
误差解释：如右图所示，b坐标系是正交的imu坐标系，g坐标系的三个轴是分别对应三个陀螺仪。由于加工工艺原因，陀螺仪的三个轴并不正交，而且和b坐标系的轴不重合，二者之间的偏差即为安装误差。

陀螺仪的安装误差，表示如下

$$S_g = \begin{bmatrix} 0 & S_{gxy} & S_{gxz} \\ S_{gyx} & 0 & S_{gyz} \\ S_{gzx} & S_{gzy} & 0 \end{bmatrix}$$

加速度计的安装误差，表示为

$$S_a = \begin{bmatrix} 0 & S_{axy} & S_{axz} \\ S_{ayx} & 0 & S_{ayz} \\ S_{azx} & S_{azy} & 0 \end{bmatrix}$$



惯性器件内参标定

1. 惯性器件内参误差模型

利用下面公式(以陀螺仪为例)，可以把各项误差综合在一起

$$W = K_g (I + S_g) \omega + b_g \approx (K_g + S_g) \omega + b_g$$

陀螺仪的输出可以展开为：

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{gx} & S_{gxy} & S_{gxz} \\ S_{gyx} & K_{gy} & S_{gyz} \\ S_{gzx} & S_{gzy} & K_{gz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{gx} \\ b_{gy} \\ b_{gz} \end{bmatrix}$$

加速度计的输出可以展开为：

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ax} & S_{axy} & S_{axz} \\ S_{ayx} & K_{ay} & S_{ayz} \\ S_{azx} & S_{azy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{gz} \end{bmatrix}$$

2. 惯性器件内参误差标定

2.1 标定方法概述

标定的本质是参数辨识，参数包括陀螺仪和加速度计各自的零偏、刻度系数误差、安装误差。

辨识方法包括：

1）解析法或最小二乘

2）迭代优化方法

3）滤波（Kalman等）

常见标定方法与上面辨识方法的对应关系为：

1) 基于转台的标定: 解析法、最小二乘；

2) 不需要转台的标定: 梯度下降迭代优化；

3) 系统级标定：kalman滤波(该方法只适用于高精度惯导，本课程不做讲解)。

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定

在IMU的误差模型中，陀螺仪和加速度计的误差方程是互相独立的，可分别标定。

以加速度计为例，其误差模型方程为：

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ax} & S_{axy} & S_{axz} \\ S_{ayx} & K_{ay} & S_{ayz} \\ S_{azx} & S_{azy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix}$$

误差模型方程是一个包含12个未知参数的方程组，显然方程组没有唯一解。此时，通过改变输入，获得多个不同方程（大于12个），组成的方程组便可求解参数。

以上就是分立级标定方法的思路，具体求解方法包括解析法和最小二乘法。

惯性器件内参标定

2. 惯性器件内参误差标定

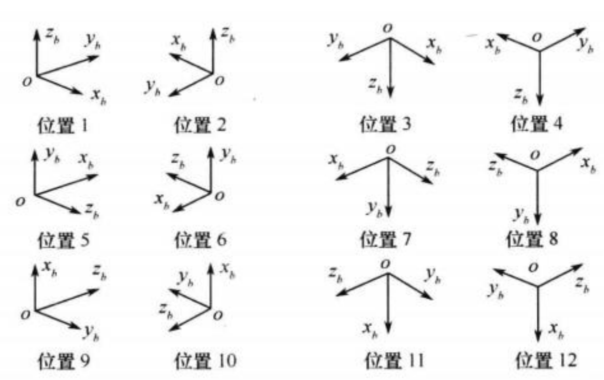
2.2 基于转台的标定

该标定方法的核心：通过旋转IMU，改变其输入构造方程组，并且每个位置对应的加速度输入和角速度输入都必须是已知的。

构建方程组时，不仅要方程组数量足够，而且要能够使误差参数可解，即系数矩阵可逆。

为了满足这一点，常见的转位方案有六位置、八位置、十二位置等。

在实际使用时，通过判断系数矩阵是否满秩便可判断，理论上，只要转位方案能满足这一条件，就可以使用。



十二位置转位方案示意图

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-加速度计标定

1) 解析法：

当IMU水平向上放置时，得：

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = g \end{cases}$$

其中，g为重力加速度。带入加速度计误差模型，

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ax} & S_{axy} & S_{axz} \\ S_{ayx} & K_{ay} & S_{ayz} \\ S_{azx} & S_{azy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix}$$

可得：

$$\begin{cases} A_x = S_{axz} * g + b_{ax} \\ A_y = S_{ayz} * g + b_{ay} \\ A_z = K_{az} * g + b_{az} \end{cases}$$

同理，当IMU水平向下放置时，得：

$$\begin{cases} A_x = -S_{axz} * g + b_{ax} \\ A_y = -S_{ayz} * g + b_{ay} \\ A_z = -K_{az} * g + b_{az} \end{cases}$$

联立这两个方程组，便可解出6个参数。随后，再次改变IMU放置方式，可解其他参数。

并且，由此可以看出，转台需要调平。

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-加速度计标定

2) 最小二乘法:

加速度计误差模型:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ax} & S_{axy} & S_{axz} \\ S_{ayx} & K_{ay} & S_{ayz} \\ S_{azx} & S_{azy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} K_{ax} \\ K_{ay} \\ K_{az} \\ S_{axy} \\ S_{axz} \\ S_{ayx} \\ S_{ayz} \\ S_{azx} \\ S_{azy} \\ \nabla_x \\ \nabla_y \\ \nabla_z \end{bmatrix} \Rightarrow y = x\theta$$

其中

$$x = \begin{bmatrix} F & I_{3\times 3} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} a_x & 0 & 0 & a_y & a_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_y & 0 & 0 & 0 & a_x & a_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_z & 0 & 0 & 0 & 0 & a_x & a_y \end{bmatrix}$$

惯性器件内参标定

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-加速度计标定

2) 最小二乘法:

转台在每个位置都可以得到一个方程: $y_i = x_i\theta$

所有位置对应的方程联立可得: $Y = X\theta$

其中 $Y = \begin{bmatrix} y_0^T & y_1^T & \dots & y_n^T \end{bmatrix}^T$ $X = \begin{bmatrix} x_0^T & x_1^T & \dots & x_n^T \end{bmatrix}^T$

经过变形，标定问题变为线性拟合问题，当第i次把IMU朝不同方向放置后，便得到一个方程组。

参数拟合问题等效为最小二乘问题，其解为: $\theta = \left(X^T X\right)^{-1} X^T Y$ ，由此便得到标定参数。

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-陀螺仪标定

1) 方法思想

转台一般角速度不如角度精度高，因此不是直接以角速度作为真值，而是以积分得到的角度作为真值。

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-陀螺仪标定

2) 解析法(求解刻度系数和安装误差)：

首先，计算输出与输入的关系(以绕IMU的z轴逆时针旋转为例)

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{gx} & S_{gxy} & S_{gxz} \\ S_{gyx} & K_{gy} & S_{gyz} \\ S_{gzx} & S_{gzy} & K_{gz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{gx} \\ b_{gy} \\ b_{gz} \end{bmatrix}$$

展开并忽略二阶小量，可得

$$\begin{cases} W_x = S_{gxz} * \omega + b_{gx} \\ W_y = S_{gyz} * \omega + b_{gy} \\ W_z = K_{gz} * \omega + b_{gz} \end{cases}$$

对等式两侧进行积分

$$\begin{cases} \theta_{W_x} = S_{gxz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gx}} \\ \theta_{W_y} = S_{gyz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gy}} \\ \theta_{W_z} = K_{gz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gz}} \end{cases} \tag{1}$$

绕IMU的z轴顺时针旋转时，同样方法可得，

$$\begin{cases} \theta_{W_x} = -S_{gxz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gx}} \\ \theta_{W_y} = -S_{gyz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gy}} \\ \theta_{W_z} = -K_{gz} * \theta_\omega + \theta_{b_{gz}} \end{cases} \tag{2}$$

式(1)-式(2)可以求解出 S_{gxz} S_{gyz} K_{gz}

此处不通过式(1)+式(2)求解零偏，因为旋转所用时间偏短，零偏造成的角度输出太小。

2. 惯性器件内参误差标定

2.2 基于转台的标定-陀螺仪标定

2) 解析法(求解零偏)：

当转台静止时，可以简单认为陀螺仪输出只有零偏，即

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{gx} \\ b_{gy} \\ b_{gz} \end{bmatrix}$$

此时采集一段时间内的数据，取平均值，即可得到零偏。

需要强调的是：

a. 有时标定需要考虑地球自转角速度的影响，此时模型比较复杂，可自行参考《惯性仪器测试与数据分析》第 10 章。

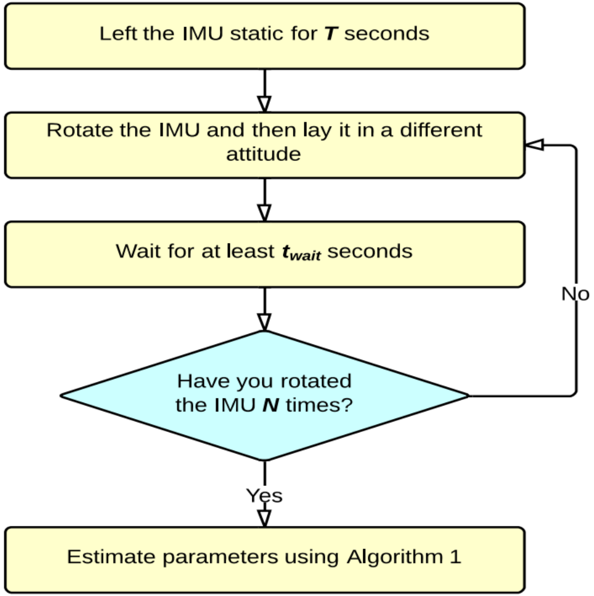
b. mems 陀螺仪的零偏重复性极差，因此每次上电都要在线估计零偏，因此离线标定时，零偏标与不标区别不大。

2. 惯性器件内参误差标定

2.3 不需要转台的标定

1) 整体思路

加速度输入(重力加速度)是已知的，已知值与测量值的差异作为残差，通过优化，估计内参。



参考资料：

论文：A Robust and Easy to Implement Method for IMU Calibration without External Equipments

代码：https://github.com/Kyle-ak/imu_tk

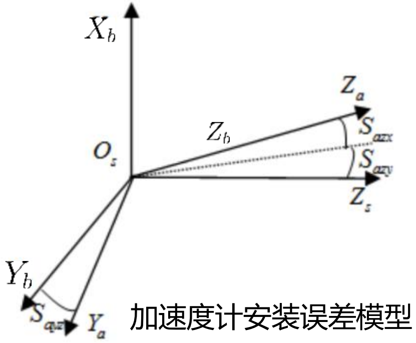
2. 惯性器件内参误差标定

2.3 不需要转台的标定

2) 内参模型

在定义坐标系时，若令IMU坐标系的X_b 轴与加速度计的 X_a 轴重合，且X_bOY_b 与X_aOY_a 共面(如下图)，则加速度计的安装误差只剩下三个参数。(按照定义方式不同，有些模型中会表示成上三角矩阵)

新的安装误差矩阵为 $S_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ S_{ayx} & 0 & 0 \\ S_{azx} & S_{azy} & 0 \end{bmatrix}$



加速度计安装误差模型

此时，加速度计内参的待估参数为

$$\boldsymbol{\theta}^{acc} = [S_{ayx}, S_{azx}, S_{azy}, K_{ax}, K_{ay}, K_{az}, b_{gx}, b_{gy}, b_{gz}]$$

陀螺仪的误差模型保持不变，但此处并没有估计陀螺仪零偏，因此陀螺仪内参的待估参数为

$$\boldsymbol{\theta}^{gyro} = [S_{gxy}, S_{gxz}, S_{gyx}, S_{gyz}, S_{gzx}, S_{gzy}, K_{gx}, K_{gy}, K_{gz}]$$

2. 惯性器件内参误差标定

2.3 不需要转台的标定

3) 优化模型—估计加速度计内参

按照内参定义，加速度计输出与输入的关系为

$$A = K_a (I + S_a) a + b_a$$

即由测量值可以得到真实值为

$$a = (I + S_a)^{-1} K_a^{-1} (A - b_a)$$

在求解时，逆运算的存在使模型变得复杂，因此使用以下方式进行简化

$$K_a' = \begin{bmatrix} K_{ax}' & & \\ & K_{ay}' & \\ & & K_{az}' \end{bmatrix} = K_a^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{ax}} & & \\ & \frac{1}{K_{ay}} & \\ & & \frac{1}{K_{az}} \end{bmatrix}$$

$$(I + S_a)^{-1} \approx I - S_a$$

$$a = (I - S_a) K_a' (A - b_a)$$

当imu静止时，输入只有重力加速度。

把加速度计矢量定义为 $\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_0 \end{bmatrix}^T$，其中 g_0为当地重力大小。

当内参完全准确时，有 $||\boldsymbol{g}||^2 = ||\boldsymbol{a}||^2$

惯性器件内参标定

2. 惯性器件内参误差标定

2.3 不需要转台的标定

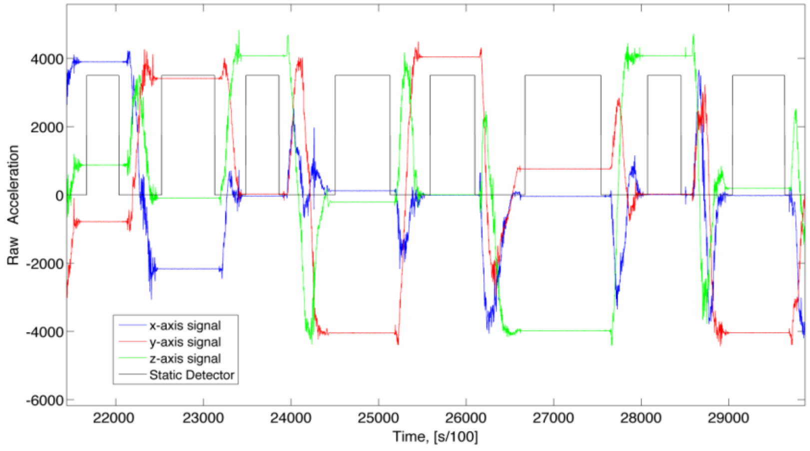
3) 优化模型—估计加速度计内参

当内参存在误差时，可写出残差函数为

$$f(\theta^{acc}) = ||\boldsymbol{g}||^2 - ||\boldsymbol{a}||^2$$

根据高斯牛顿的流程，有此残差函数便可以推导雅可比(推导留作作业)，通过优化求解出内参。

需要注意的是，一个静止位置的测量不能完全求解出参数，需要按不同的姿态，在多个位置静止(如右图黑色曲线所包含的时间段)，所有位置的测量放在同一个优化任务中，才能求解全部参数。



2. 惯性器件内参误差标定

2.3 不需要转台的标定

4) 优化模型—估计陀螺仪内参

陀螺仪内参估计在加速度计标定完成后进行，因此认为此时加速度计无误差。

令 $\boldsymbol{u}_{a,k}$ 代表在第 k 个静止位置时，三个加速度计的输出构成的矢量在IMU坐标系下的表示，即

$$\boldsymbol{u}_{a,k} = R_{b_k w}\boldsymbol{g}$$

其中 $R_{b_k w}$ 表示从世界坐标系(w系，和水平面平行且不随IMU旋转而旋转的坐标系)到第 k 个位置对应的IMU坐标系的转换矩阵。

注意：并不需要已知 $R_{b_k w}$，因为 $\boldsymbol{u}_{a,k}$ 是直接测量的。

在第 k+1 个位置时，同样有

$$\boldsymbol{u}_{a,k+1} = R_{b_{k+1} w}\boldsymbol{g}$$

从第 k 个位置，到第 k+1 个位置，可以根据陀螺仪测量计算出两个位置之间的相对旋转 $R_{b_{k+1} b_k}$，根据该旋转可以算出一个第 k+1 位置加速度计输出矢量的推测值：

$$\boldsymbol{u}_{g,k+1} = R_{b_{k+1} b_k}\boldsymbol{u}_{a,k}$$

可见，推测值的误差就体现了陀螺仪的误差，因此可以根据推测值与观测值构建残差函数：

$$f\left(\theta^{gyro}\right) = \boldsymbol{u}_{a,k+1} - \boldsymbol{u}_{g,k+1}$$

雅可比推导需要用到IMU解算知识，本章不作要求。

2. 惯性器件内参误差标定

2.4 标定方法比较

1) 基于转台的标定精度较高，但标定成本高；

2) 不依赖转台的标定精度差，但成本低、效率高，对一般MEMS的标定需求已经足够。

目录

惯性器件温补

温补的本质是系统辨识，既要找出合适的物理模型，又要识别物理模型的参数。

1) 物理模型辨识

和温度相关的变量为 T 和 ΔT，分别代表温度、变温率(表示温度变化的快慢)，温补要做的是识别出器件bias(B)和这两者的关系：

$$B = f(T, \Delta T)$$

而f的具体表达多数是靠尝试。

常见的模型为

$$\begin{aligned} B =& a * T^3 + b * T^2 + c * T + \\ & e * \Delta T^2 + f * \Delta T + \\ & g * T * \Delta T + h \end{aligned}$$

实际使用时，可根据情况在此基础上做减法，去掉一些高阶项。

2) 参数辨识

在选定的物理模型基础上做最小二乘曲线拟合，与分立级标定时所用最小二乘原理相同。

惯性器件温补

3) 其他改进方法

a. 分段拟合

bias随温度变化曲线多是不规则曲线，无法用一个完整的曲线模型做拟合。
常见的方法是按照温度把曲线分成多个区间，每个区间单独拟合一个模型。

b. 基于神经网络

温补最大的问题是物理模型未知，而神经网络不需要已知物理模型，理论上比较合理。
但是实际使用中，由于很多处理器只是简单的嵌入式板子，运算能力有限，而且多项式方法已经能解决大部分问题，因此这种方法在实际使用中用的不多。

4) 关于温补的讨论

a. 温补在器件误差补偿中是最重要的，但也是最“没有技术含量”的。

b. 温变的本质是和器件整体温度场相关，而不只是和局部温度点相关，但温度传感器只能测量后者。

c. 永远无法找到完全准确的温补模型，但是却能知道什么是够用的。自动控制领域有一句名言 “All models are wrong, but some are useful “。

作业

内容：

按照不需要转台标定方法中所给出的内参模型及残差模型，推导加速度计对应残差对加速度内参的雅可比，在开源代码中按新的内参模型 (开源代码中加速度计内参模型是上三角，本课程模型是下三角)改成解析式求导，并使用课程给定的仿真数据做验证。

评价标准：

1) 及格：完成雅可比推导，且正确；

2) 良好：完成标定，且结果正确，但加速度计的估计未使用解析式求导；

3) 优秀：使用解析式求导完成标定，且结果正确。

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

感谢聆听！

Thanks for Listening