

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego  
nr 1, zadanie nr 1

Stanislau Stankevich, Rafał Bednarz, Ostrysz Jakub

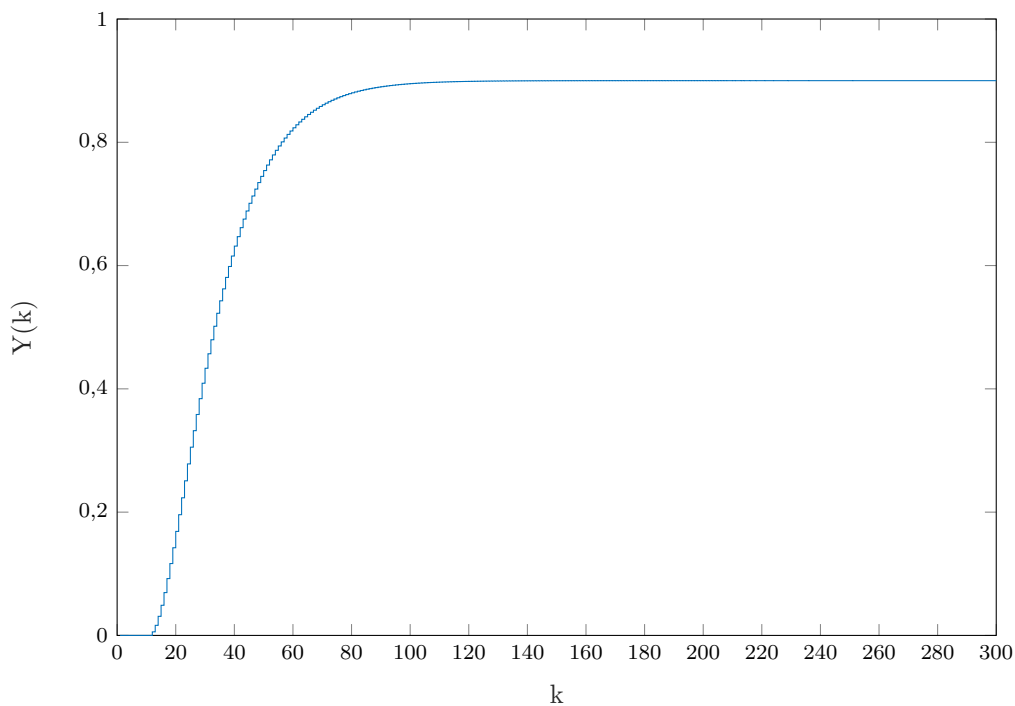
Warszawa, 2021

# Spis treści

<b>1. Sprawdzenie poprawności podanych wartości . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2. Odpowiedzi skokowe . . . . .</b>	<b>3</b>
2.1. Odpowiedzi skokowe . . . . .	3
2.2. Charakterystyka statyczna . . . . .	3
2.3. Wzmocnienie statyczne . . . . .	4
<b>3. Przekształcenie odpowiedzi skokowej na potrzeby algorytmu DMC . . . . .</b>	<b>5</b>
3.1. Przekształcenie odpowiedzi . . . . .	5
3.2. Wykres odpowiedzi skokowej . . . . .	5
<b>4. Algorytm regulacji . . . . .</b>	<b>7</b>
4.1. Algorytm cyfrowy regulacji PID . . . . .	7
4.2. Algorytm DMC w wersji analitycznej . . . . .	7
<b>5. Strojenie regulatorów . . . . .</b>	<b>8</b>
5.1. Strojenie regulatora PID . . . . .	8
5.2. Strojenie regulatora DMC . . . . .	10
<b>6. Optymalizacja wskaźników jakości . . . . .</b>	<b>15</b>
6.1. Regulator PID . . . . .	15
6.2. Regulator DMC . . . . .	18
<b>7. Laboratorium . . . . .</b>	<b>22</b>
7.1. Określenie wartości pomiaru temperatury w punkcie pracy . . . . .	22
7.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych . . . . .	22
7.3. Aproksymacja odpowiedzi skokowej . . . . .	24
7.4. Dobranie nastaw regulatora PID i parametrów algorytmu DMC . . . . .	25

## 1. Sprawdzenie poprawności podanych wartości

Żeby sprawdzić poprawność podanych wartości podajemy na wejście wartość  $U_{PP}$  i patrzymy na jakiej wartości się ustali  $Y_{PP}$ .



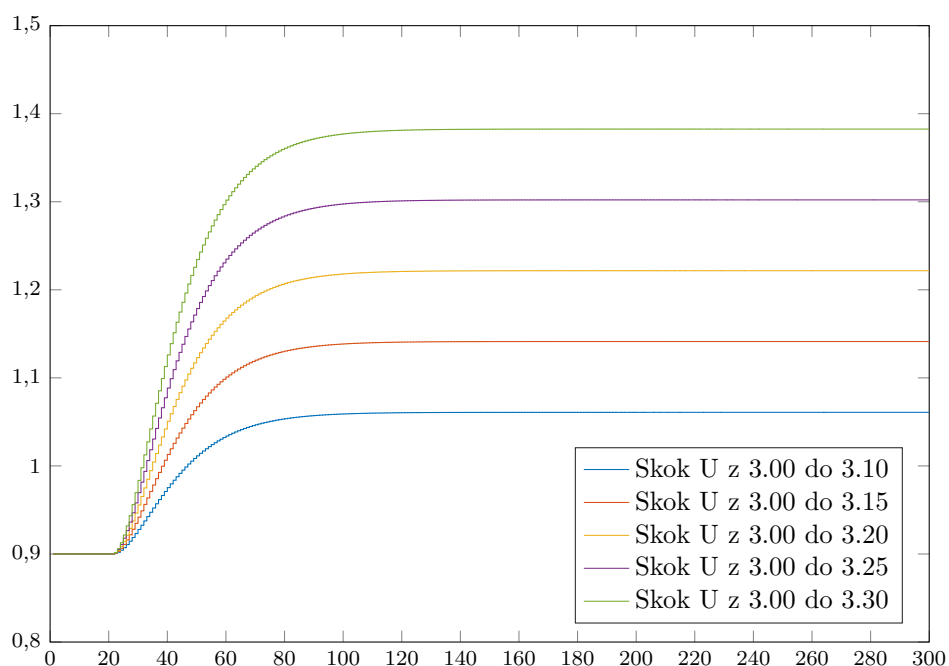
Rys. 1.1. Przebieg wyjścia obiektu przy stałym wejściu równym  $U_{PP}$

Jak możemy obserwować wyjście się ustala na poprawnej wartości, czyli na 0,9.

## 2. Odpowiedzi skokowe

### 2.1. Odpowiedzi skokowe

Rozważamy 5 różnych wartości skoku: 0,1, 0,15, 0,2, 0,25, 0,3.

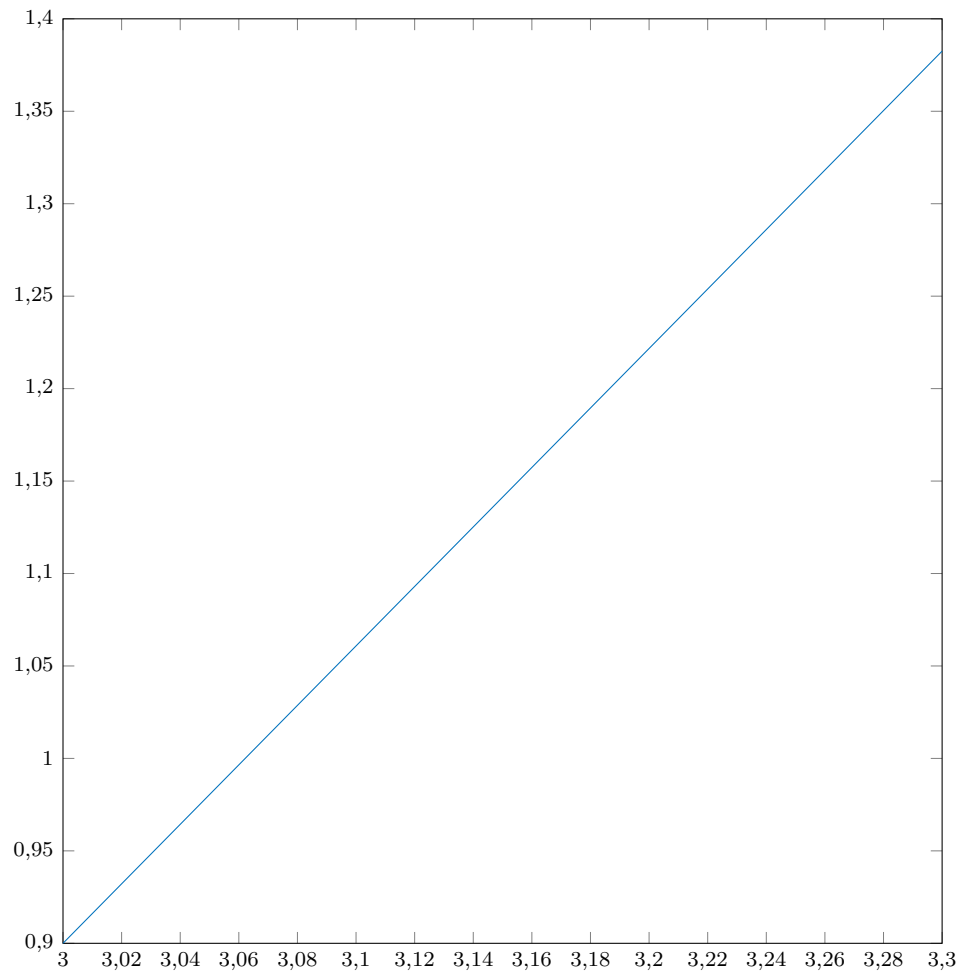


Rys. 2.1. Wykresy odpowiedzi skokowych

Jak widać wartość skoku na wyjściu jest proporcjonalna wartości skoku wejścia.

### 2.2. Charakterystyka statyczna

Jako dane do wykresu bierzemy 6 punktów. Pierwszy punkt to  $U_{PP}$  i  $Y_{PP}$ . Kolejne punkty to wejścia razem ze skokiem i odpowiednie wartości wyjścia.

Rys. 2.2. Charakterystyka statyczna  $y(u)$ 

### 2.3. Wzmocnienie statyczne

Jak widać z powyższego wykresu, charakterystyka jest prawie idealnie liniowa. Wyliczone wzmocnienie statyczne:

$$K_{\text{stat}} = 1,6085 \quad (2.1)$$

### 3. Przekształcenie odpowiedzi skokowej na potrzeby algorytmu DMC

#### 3.1. Przekształcenie odpowiedzi

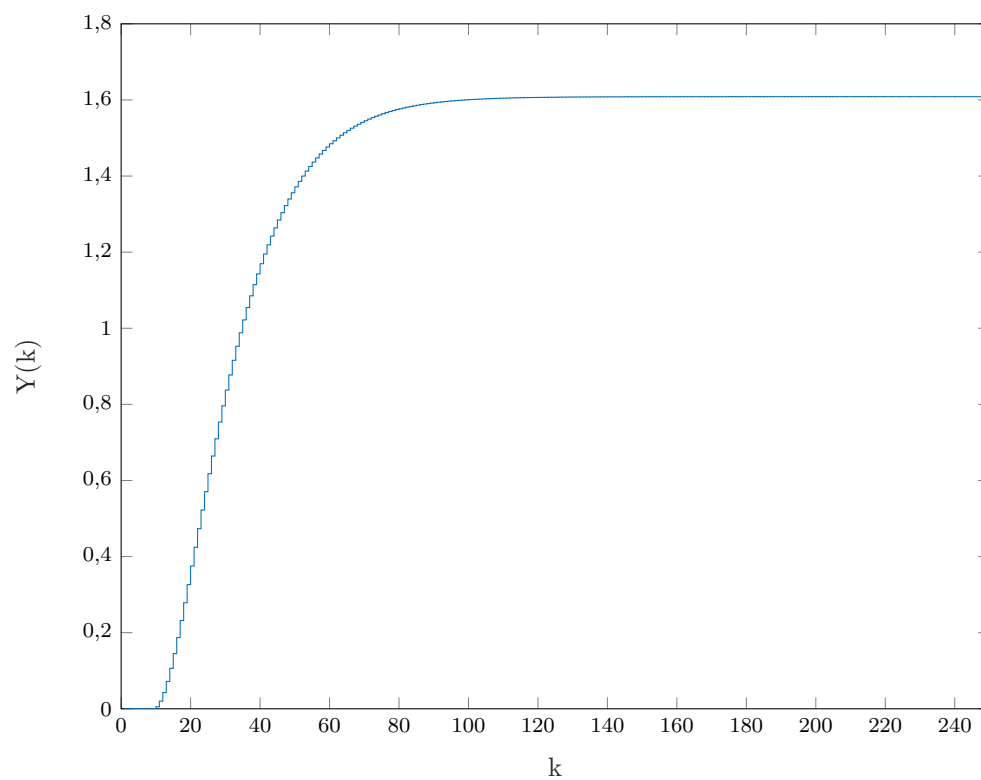
Odpowiedź skokowa wykorzystywana w algorytmach DMC tworzona jest przy skoku jednostkowym od chwili  $k=0$  (od  $k \geq 0$  sygnał sterujący ma wartość 1, a dla  $k < 0$  wartość 0). Żadna z odpowiedzi skokowych z podpunktu 2 nie posiada tej własności, dlatego też należy skorzystać z poniższego wzoru:

$$S_i = \frac{Y(i) - Y_{pp}}{\Delta U}, \text{ dla } i = 1, 2 \dots D \quad (3.1)$$

Przy jego pomocy można wyznaczyć kolejne zestawy liczb  $s_1, s_2 \dots$ , które są kolejnymi wartościami wyznaczanej odpowiedzi skokowej. We wzorze  $Y_{pp}$  oznacza wyjście w punkcie pracy,  $\Delta U$  wartość skoku sygnału sterującego. Natomiast  $Y(i)$  to wartości przekształcanej odpowiedzi skokowej, dla kolejnych chwil od momentu wystąpienia skoku sygnału sterującego. Do przekształcenia odpowiedzi skokowej według powyższego wzoru wybrano odpowiedź procesu dla zmiany sygnału sterującego o  $\Delta U = 0,3$  (skok z  $U_{pp} = 3$  do  $U = 3,3$ ). Skok sygnału sterującego zadany był w chwili  $k=12$ .

#### 3.2. Wykres odpowiedzi skokowej

Po wyliczeniu kolejnych współczynników  $s$  i naniesieniu ich na wykres odpowiedź skokowa wygląda następująco:



Rys. 3.1. Odpowiedź skokowa przekształcona

## 4. Algorytmy regulacji

### 4.1. Algorytm cyfrowy regulacji PID

Prawo regulacji cyfrowego PID:

$$u(k) = r_2 e(k-2) + r_1 e(k-1) + r_0 e(k) + u(k-1), \text{ dla } k = 12, 13 \dots N \quad (4.1)$$

Współczynniki regulacji  $r_i$  są wyliczane ze standardowych wzorów i zależą od wzmocnienia członu proporcjonalnego  $K_p$ , parametru całkowania  $T_i$ , parametru różniczkowania  $T_d$ , które są parametrami dostrojalnymi regulatora, oraz od wartości okresu próbkowania  $T = 0,5s$ .

Wartości wejścia i wyjścia będą wystawiane na  $U_{PP}$  i  $Y_{PP}$  dla  $k = 1, 2 \dots 11$ , a dla następnych chwil czasu wejście będzie liczone z prawa regulacji, uwzględniając ograniczenia  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $\Delta u^{max}$ .

### 4.2. Algorytm DMC w wersji analitycznej

Prawo regulacji DMC:

$$\Delta U(k) = K(Y^{zad}(k) - Y^0(k)) \quad (4.2)$$

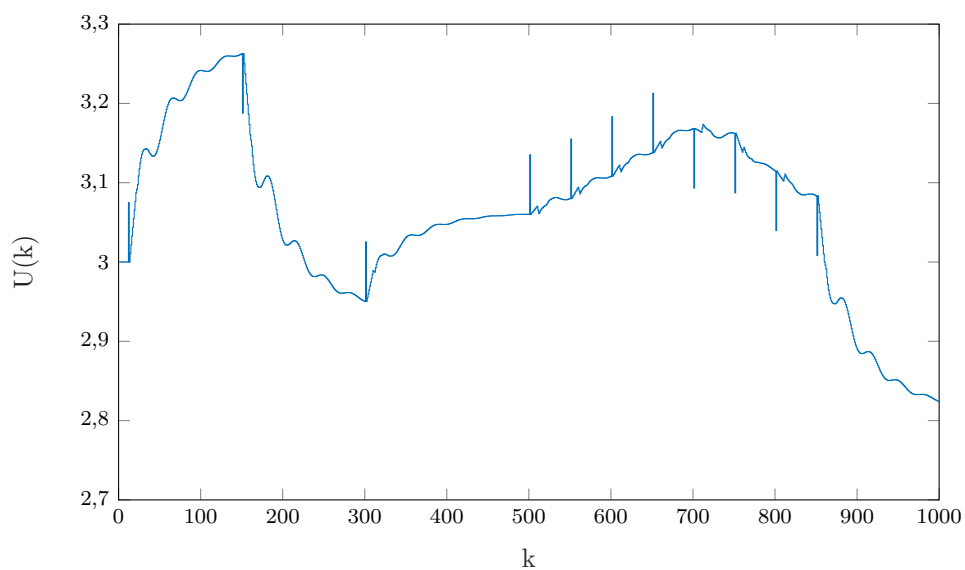
Gdzie  $\Delta U(k)$  to wektor  $N_u$  (horyzont sterowania) przyszłych wartości sterowania,  $Y^0(k)$  to przewidywana odpowiedź z modelu procesu,  $K$  - macierz policzona raz na początku ze współczynników odpowiedzi skokowej, uwzględniając wybrany współczynnik  $\lambda$  oraz horyzonty predykcji i sterowania.



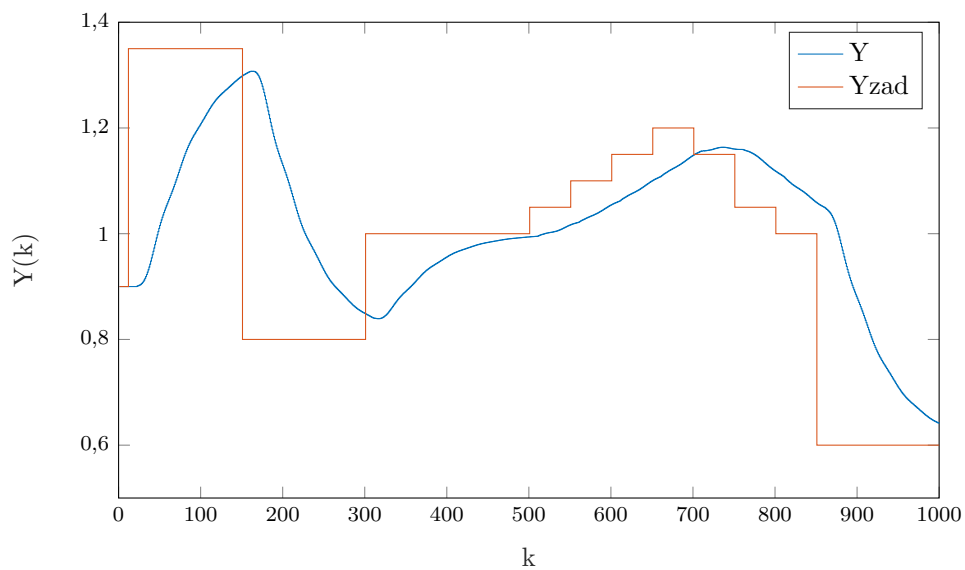
## 5. Strojenie regulatorów

### 5.1. Strojenie regulatora PID

Otrzymane metodą ZN nastawy regulatora PID:  $K_p = 1.212$ ,  $T_i = 25$ ,  $T_d = 6$ .  
Wyniki symulacji o długości  $n = 1000$  dla parametrów:



Rys. 5.1. Sterowanie PID dla parametrów ZN

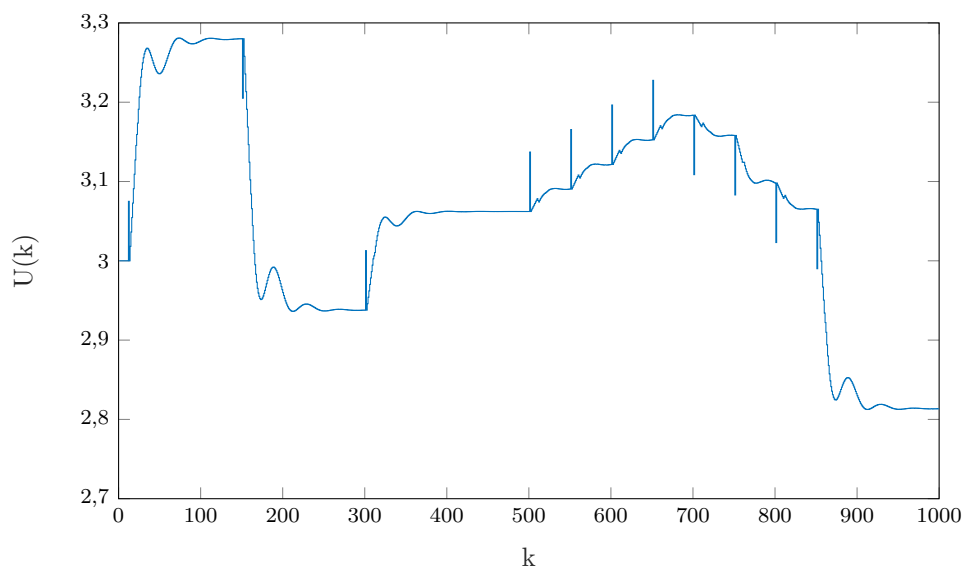


Rys. 5.2. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów ZN

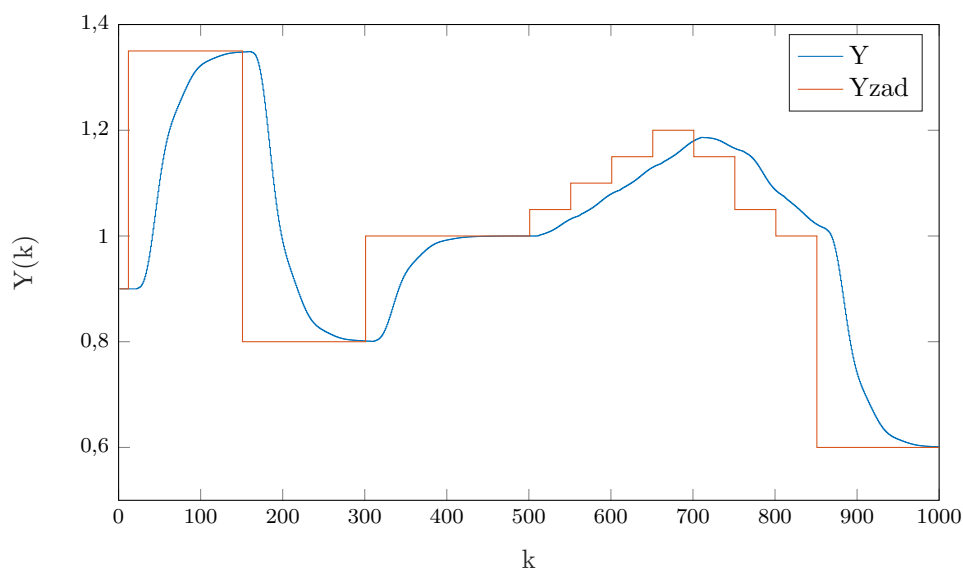
Wskaźnik jakości regulacji:

$$E = 36,0711 \quad (5.1)$$

Zmieniając  $T_i$  i  $T_d$  na 15 i 4 odpowiednio:



Rys. 5.3. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1,212$ ,  $T_i = 15$ ,  $T_d = 4$



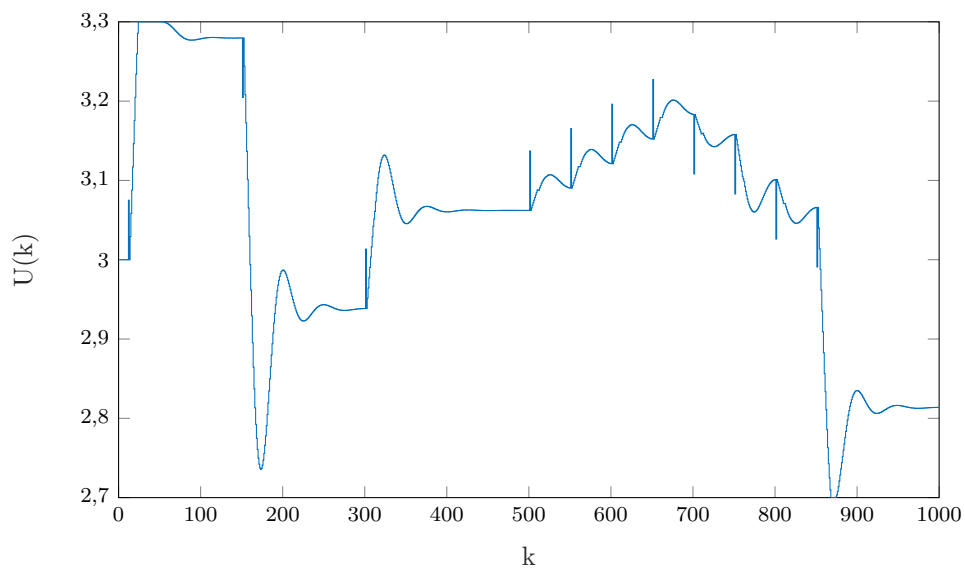
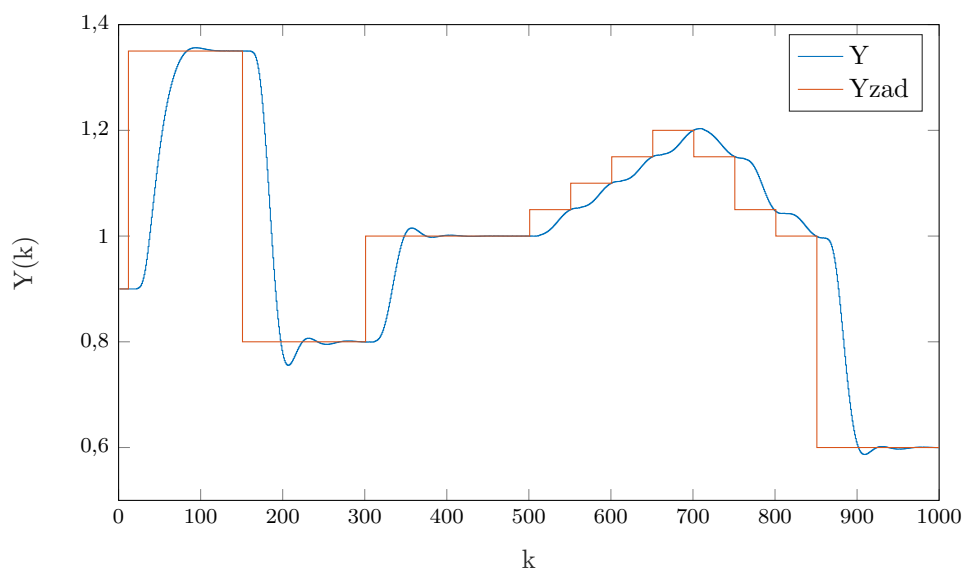
Rys. 5.4. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1,212$ ,  $T_i = 15$ ,  $T_d = 4$

Wskaźnik jakości regulacji:

$$E = 25,6710 \quad (5.2)$$

Wartości parametrów dla których wartość wyjścia najlepiej śledzi wartość zadaną (na oko) to:

$$K = 1,3; T_i = 10; T_d = 3; \quad (5.3)$$

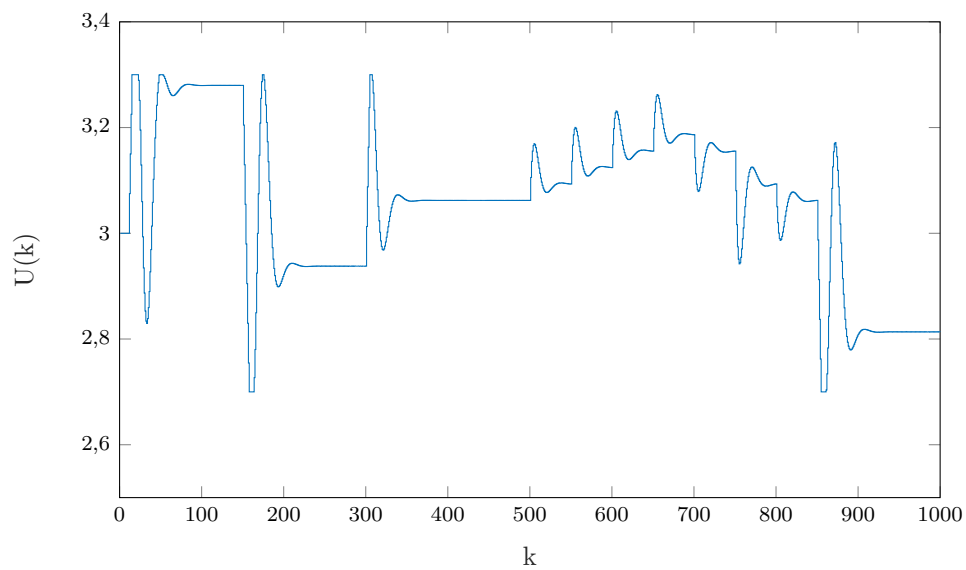
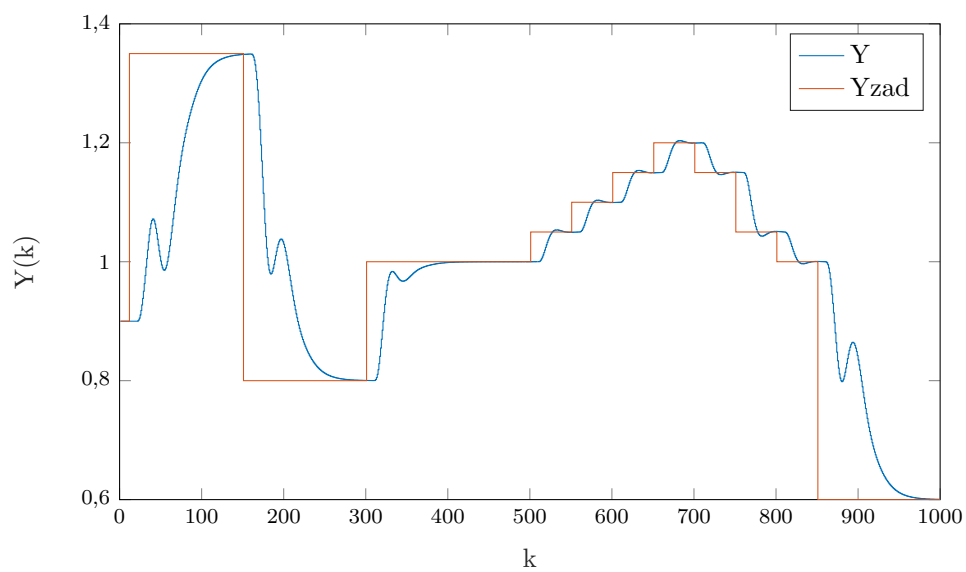
Rys. 5.5. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1,3$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 3$ Rys. 5.6. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1,3$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 3$ 

Wskaźnik jakości regulacji:

$$E = 20,5988 \quad (5.4)$$

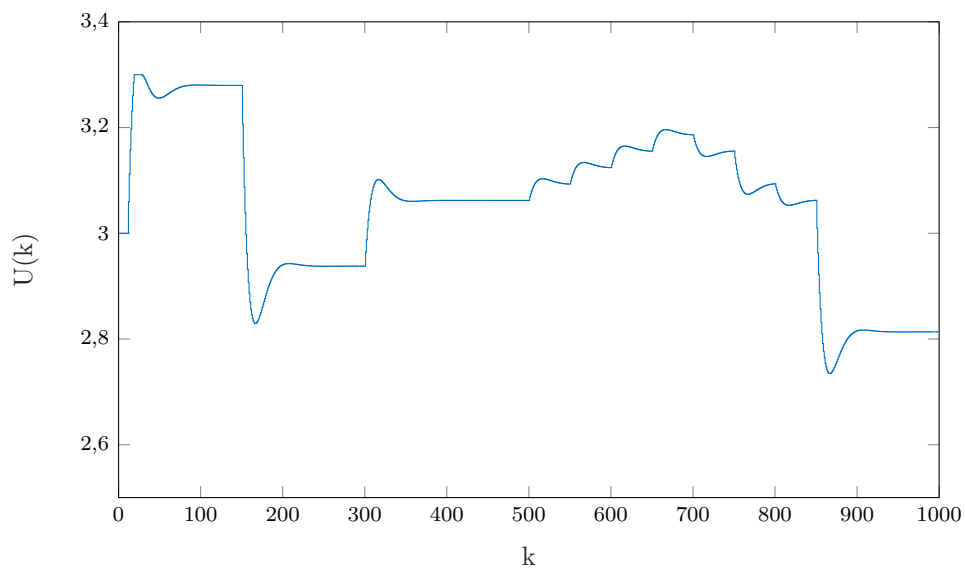
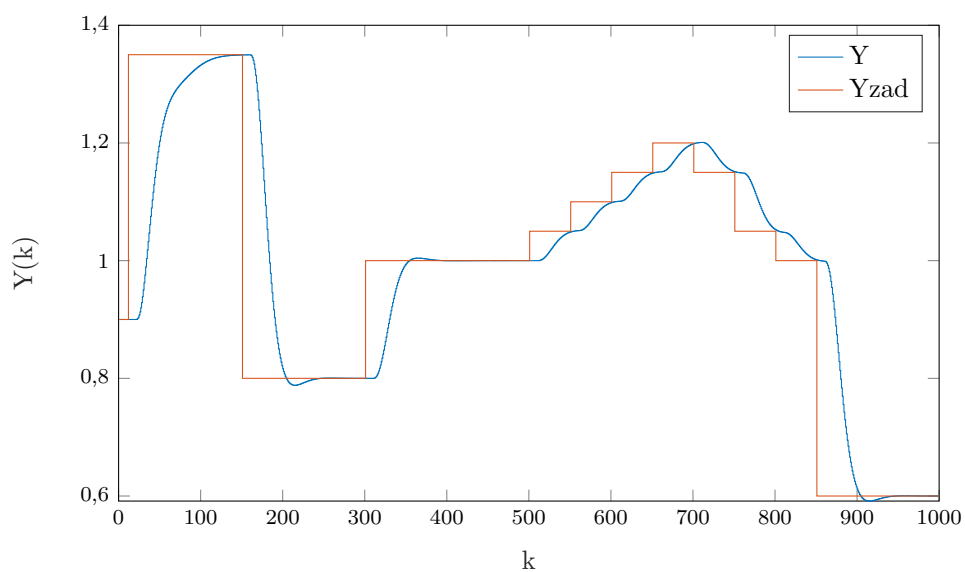
## 5.2. Strojenie regulatora DMC

Dostrojenie regulatora zaczynamy od losowy wybranych parametrów:  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 1$ .

Rys. 5.7. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 1$ Rys. 5.8. Wyjście DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 1$ 

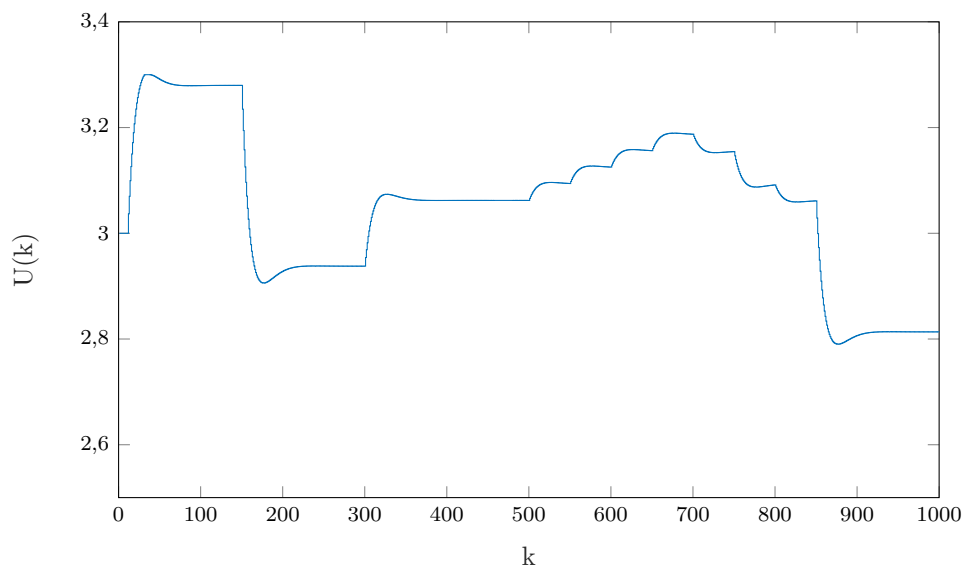
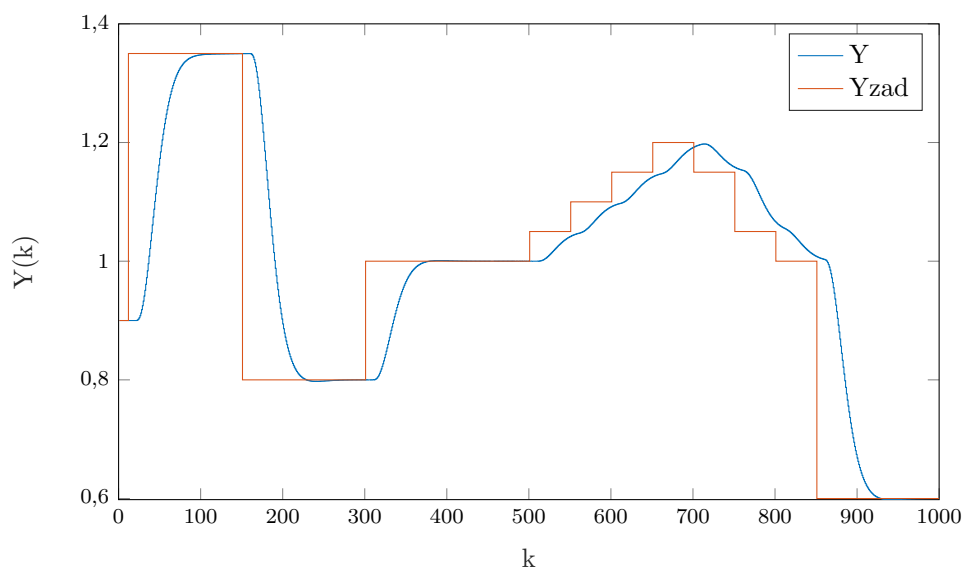
$$E = 22,3271 \quad (5.5)$$

Zwiększając  $\lambda$  do 50 otrzymujemy dużo lepsze śledzenie na wyjściu.

Rys. 5.9. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 50$ Rys. 5.10. Wyjście DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 50$ 

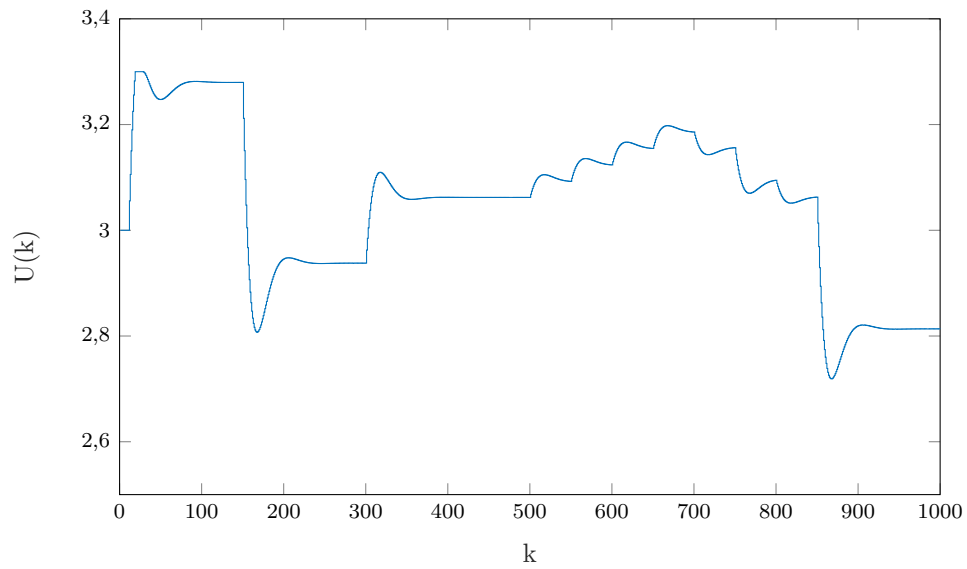
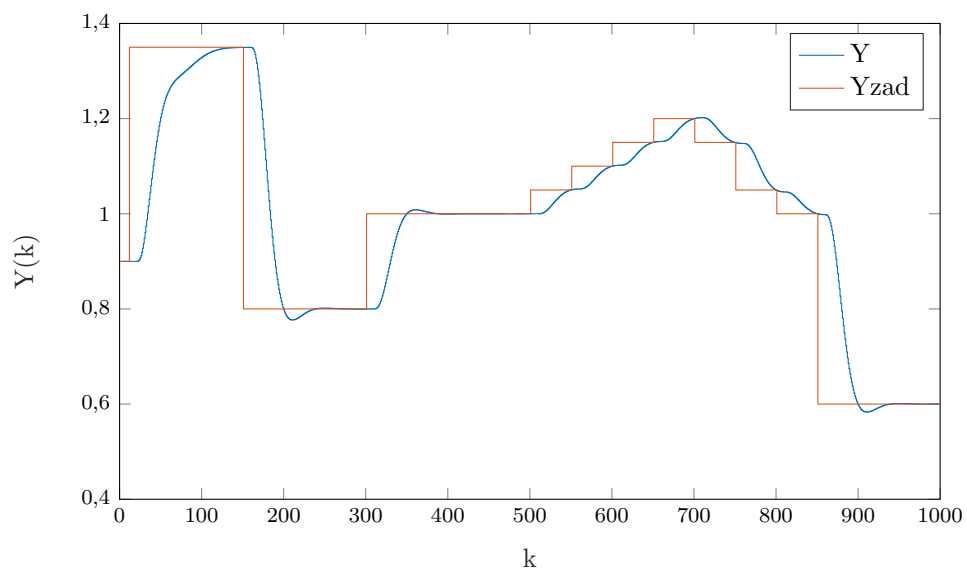
$$E = 18,4148 \quad (5.6)$$

Zwiększając jeszcze bardziej  $\lambda$  widzimy że regulacja przy dużym skoku jest szybsza, natomiast przy częstych małych zmianach wartości zadanej regulacja działa gorzej.

Rys. 5.11. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 200$ Rys. 5.12. Wyjście DMC dla parametrów  $N = 100$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 200$ 

$$E = 20,9602 \quad (5.7)$$

Najlepszy wynik eksperymentu dały parametry:  $N = 80$ ,  $N_u = 20$ ,  $\lambda = 60$ .

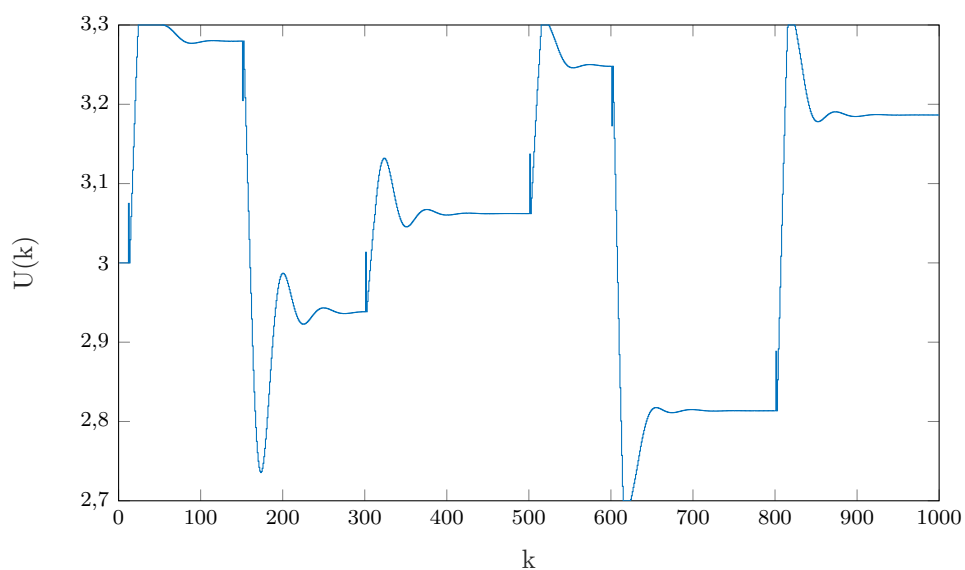
Rys. 5.13. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 80$ ,  $N_u = 20$ ,  $\lambda = 60$ Rys. 5.14. Wyjście DMC dla parametrów  $N = 80$ ,  $N_u = 20$ ,  $\lambda = 60$ 

$$E = 18,3800 \quad (5.8)$$

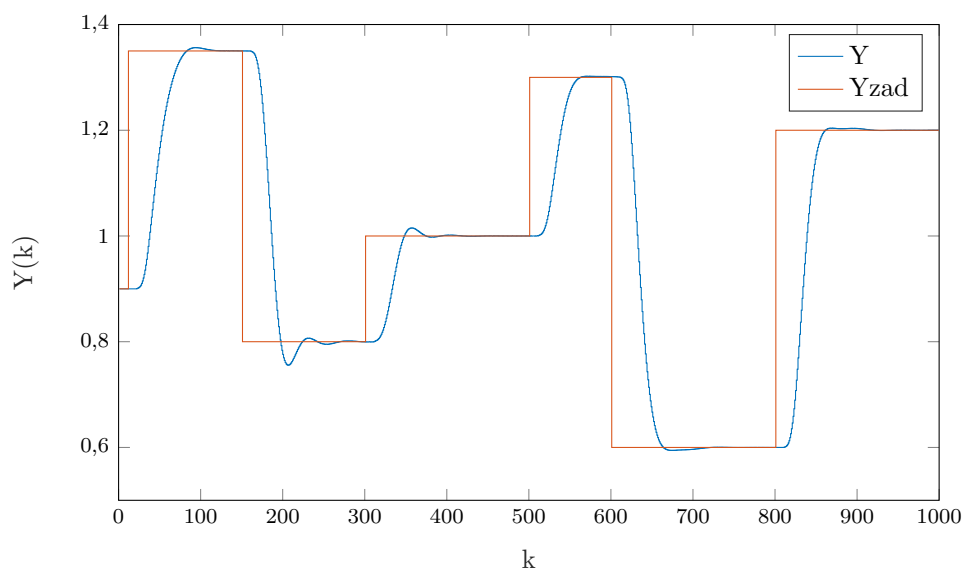
## 6. Optymalizacja wskaźników jakości

### 6.1. Regulator PID

Dla tego zadania zastosowaliśmy inną trajektorię zadaną. Wynik działania regulacji PID o wcześniej dobranych parametrach dla nowej trajektorii:



Rys. 6.1. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1, 3$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 3$

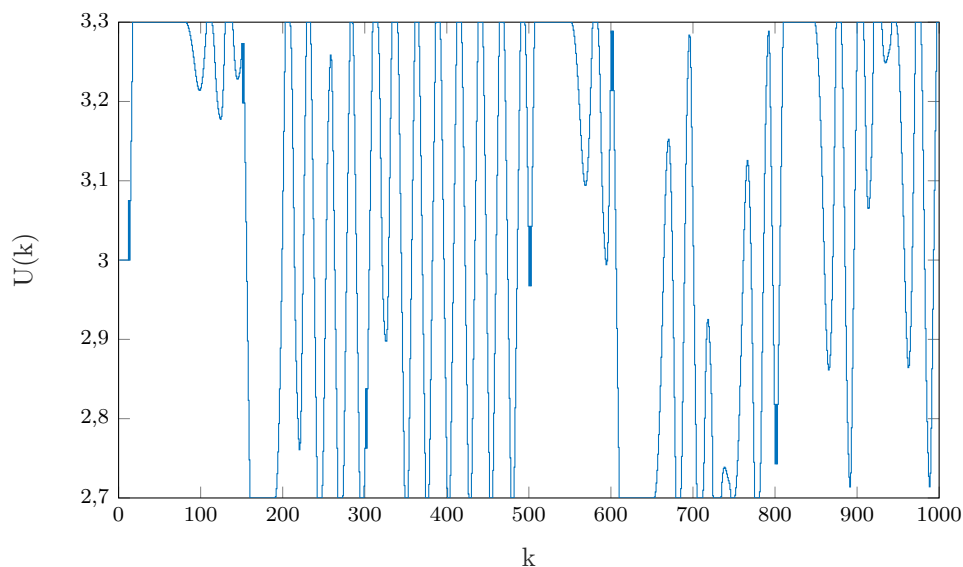


Rys. 6.2. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1, 3$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 3$

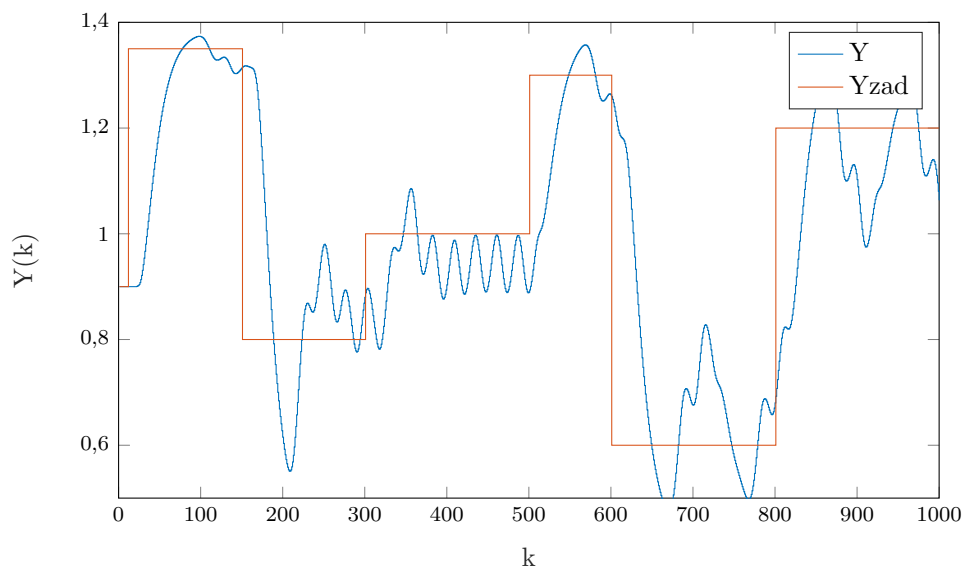


$$E = 42,3494 \quad (6.1)$$

W wyniku działania programu, który szukał lepszych parametrów regulatorów, patrząc na wskaźnik jakości  $E$ , dostaliśmy wartości, przy których regulacja jest bardzo oscylacyjna, przy czym wskaźnik jakości był tym mniejszy, im większe było wzmocnienie. Na przykład dla wartości  $K = 1,4$ ,  $T_i = 1,35$ ,  $T_d = 19,55$  regulacja wyglądała następująco:



Rys. 6.3. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1,4$ ,  $T_i = 1,35$ ,  $T_d = 19,55$



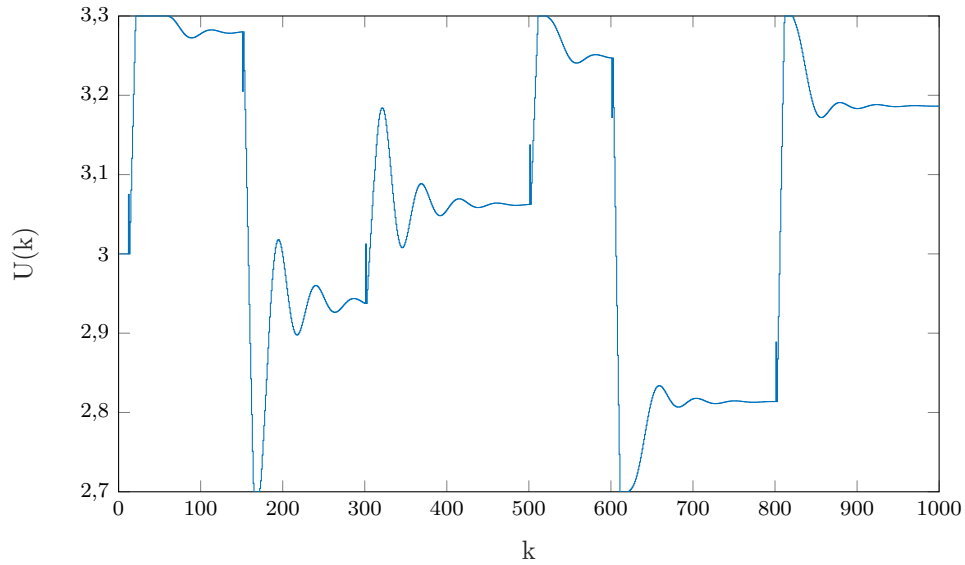
Rys. 6.4. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1,4$ ,  $T_i = 1,35$ ,  $T_d = 19,55$

$$E = 34,7839 \quad (6.2)$$

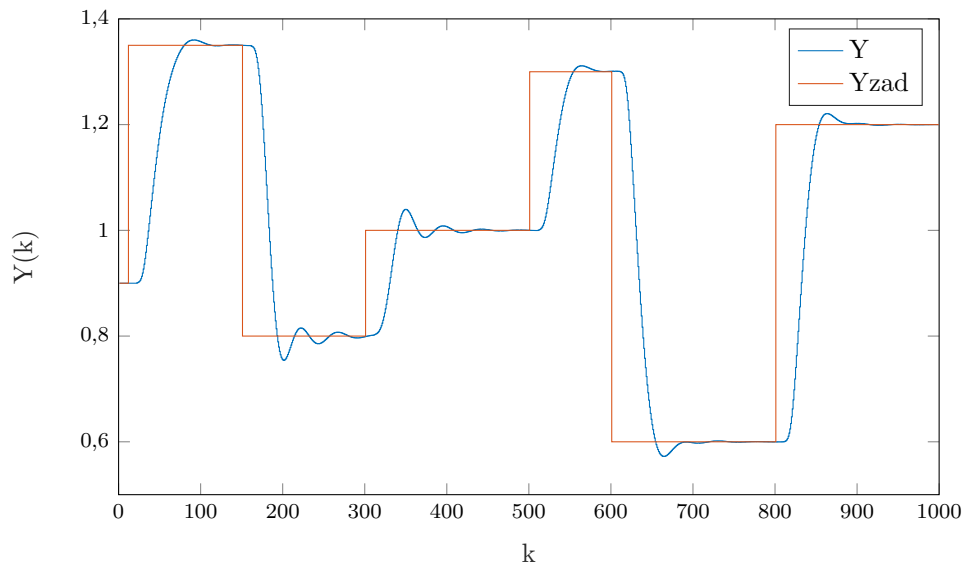
Spróbowałismy inny wskaźnik jakości - średniomodułowy zamiast średniokwadratowego:

$$E_{abs} = \sum_{k=1}^{k_{konc}} |y^{zad}(k) - y(k)| \quad (6.3)$$

Taki wskaźnik dawał bardziej sensowne wyniki. Dla parametrów z poprzedniego zadania  $K = 1,3$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 3$  wskaźnik jest równy  $E_{abs} = 97,4954$ , a dla wartości otrzymanych w wyniku optymalizacji wskaźnika średniokwadratowego (wykres powyżej) wskaźnik nowy pokazuje  $E_{abs} = 125,6801$ . Dla rozpatrzonych wartości wzmocnienia od  $K = 1,0$  do  $K = 1,6$  oraz wartościami  $T_i$  i  $T_d$  od 1 do 20, najlepsze okazały się  $K = 1,6$ ,  $T_i = 8,95$ ,  $T_d = 3,05$ .



Rys. 6.5. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1,6$ ,  $T_i = 8,95$ ,  $T_d = 3,05$



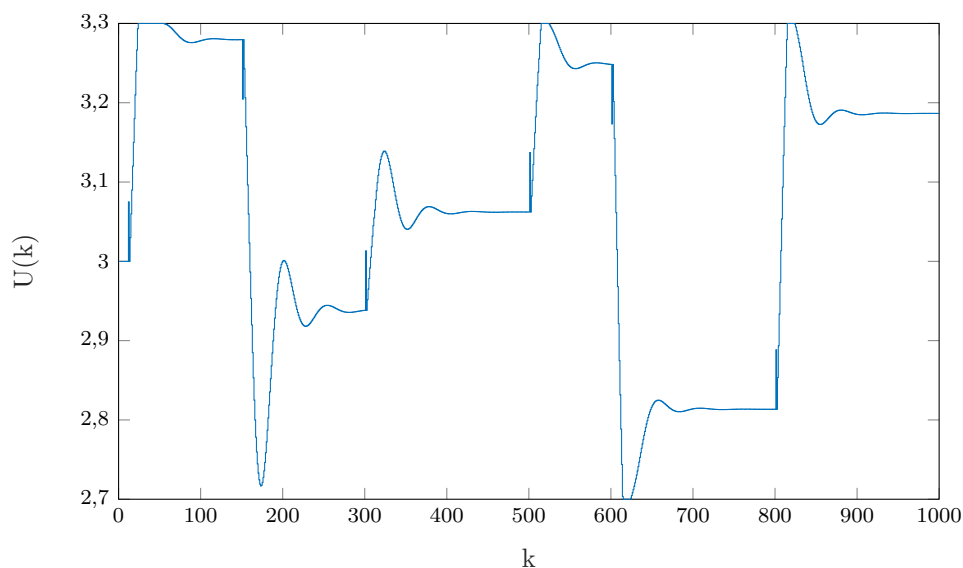
Rys. 6.6. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1,6$ ,  $T_i = 8,95$ ,  $T_d = 3,05$

$$E = 39,9123 \quad (6.4)$$

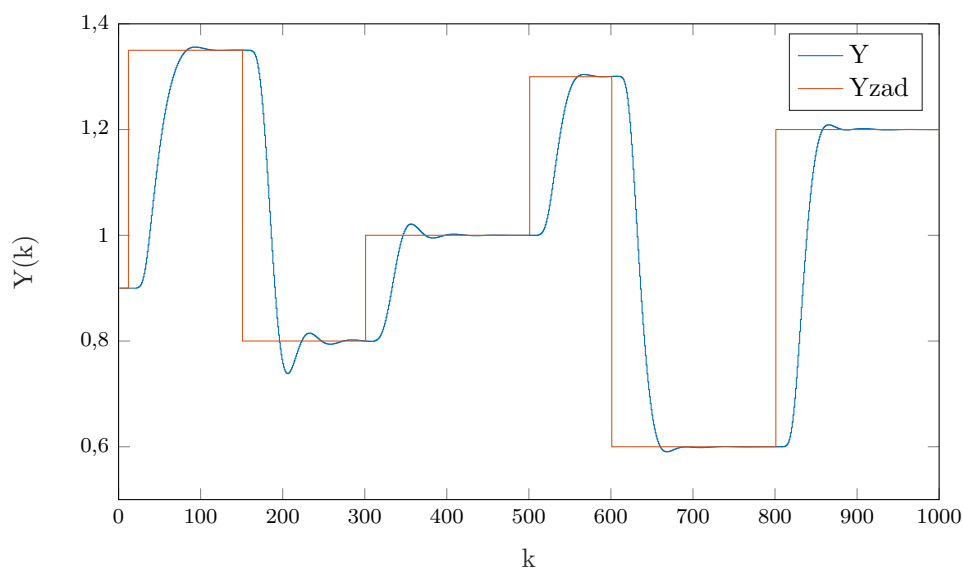
$$E_{abs} = 93,4427 \quad (6.5)$$

Regulacja wygląda lepiej, ale nadal są małe oscylacje. Parametry  $T_i$  i  $T_d$  dobrze się zoptymalizowały, natomiast wzmocnienie nadal jest zbyt duże.

Żeby tego uniknąć można nie rozpatrywać wartości  $K$  większe od 1,3. Przyjmując takie założenie, optymalne parametry to  $K = 1,3$ ,  $T_i = 9,75$ ,  $T_d = 2,85$ , czyli prawie takie same jak w poprzednim zadaniu.



Rys. 6.7. Sterowanie PID dla parametrów  $K = 1,3$ ,  $T_i = 9,75$ ,  $T_d = 2,85$



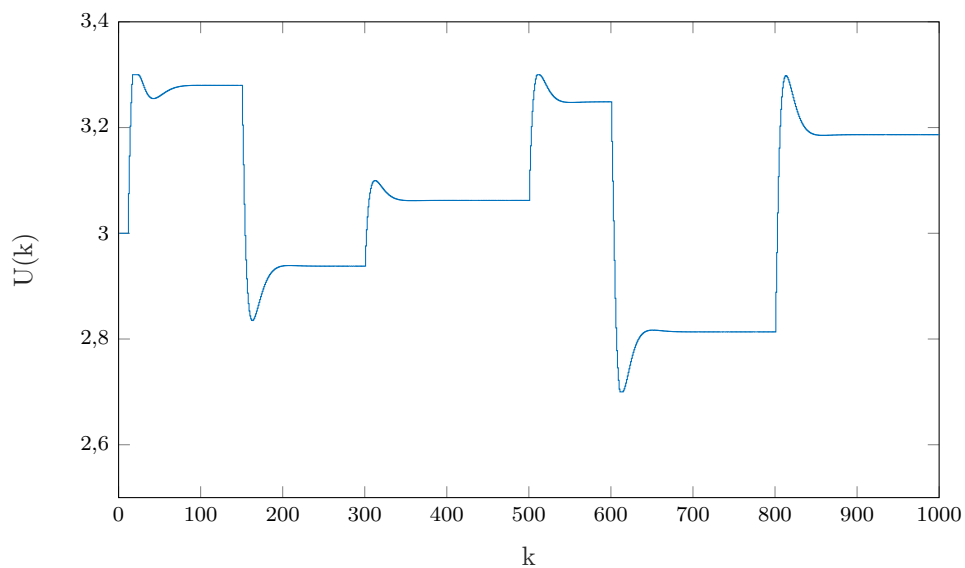
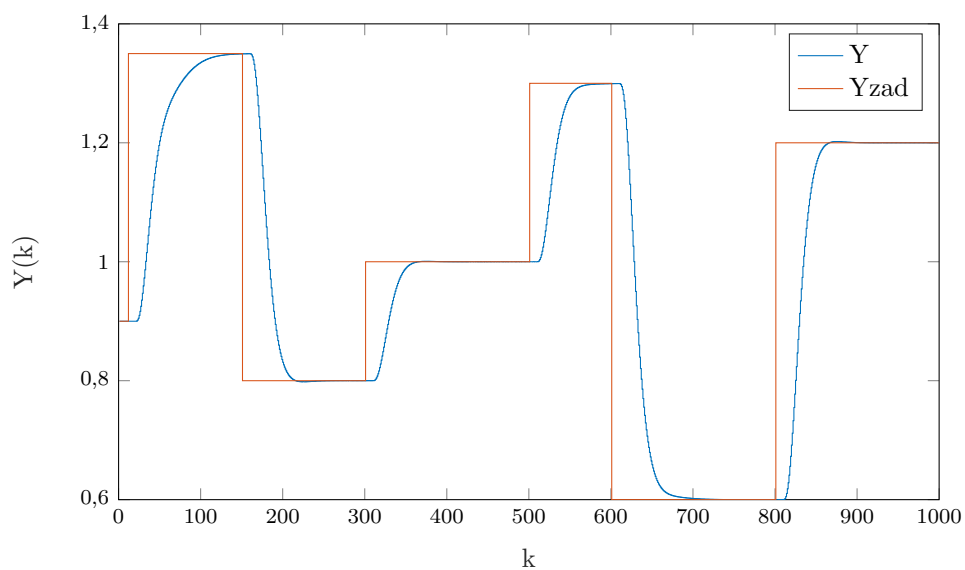
Rys. 6.8. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $K = 1,3$ ,  $T_i = 9,75$ ,  $T_d = 2,85$

$$E = 42,1248 \quad (6.6)$$

$$E_{abs} = 97,2766 \quad (6.7)$$

## 6.2. Regulator DMC

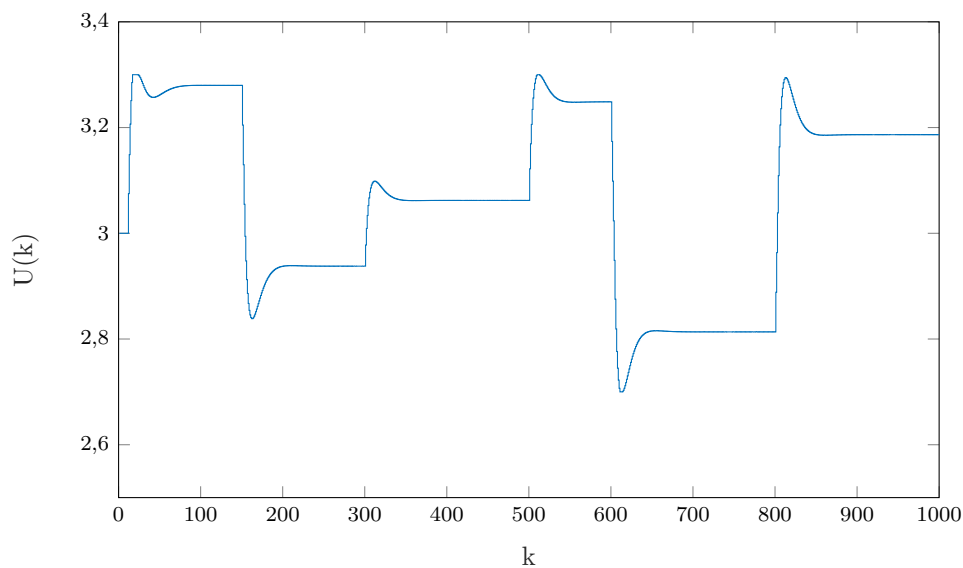
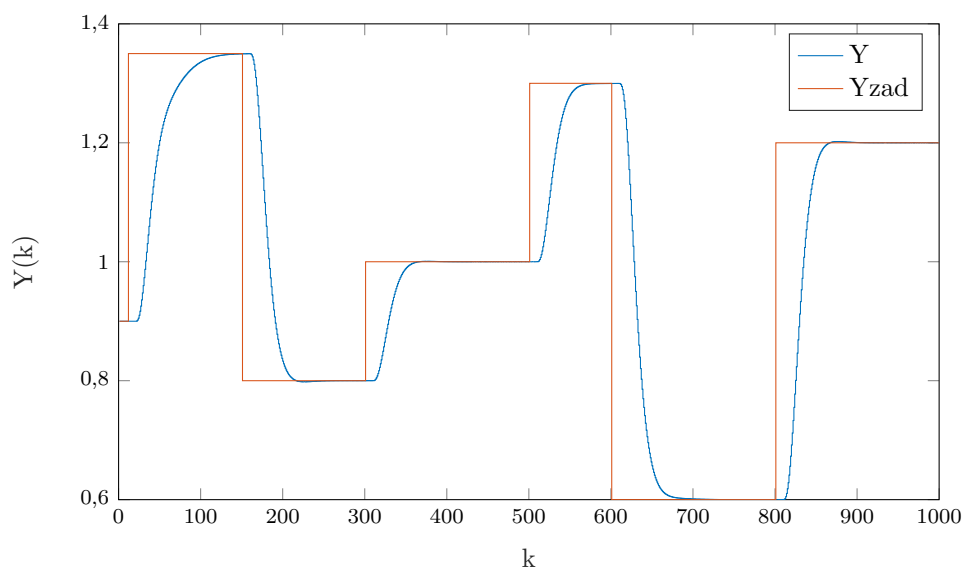
Optymalizując w ten sam sposób wskaźnik  $E_{abs}$  regulatora DMC można zauważyć że optymalny wskaźnik zawsze będzie w okolicach 88,7. Na przykład dla horyzontu predykcji  $N = 60$  horyzont sterowania i lambda będą odpowiednio  $N_u = 5$  i  $\lambda = 35$ :

Rys. 6.9. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 60$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 35$ Rys. 6.10. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $N = 60$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 35$ 

$$E = 36,7364 \quad (6.8)$$

$$E_{abs} = 88,7732 \quad (6.9)$$

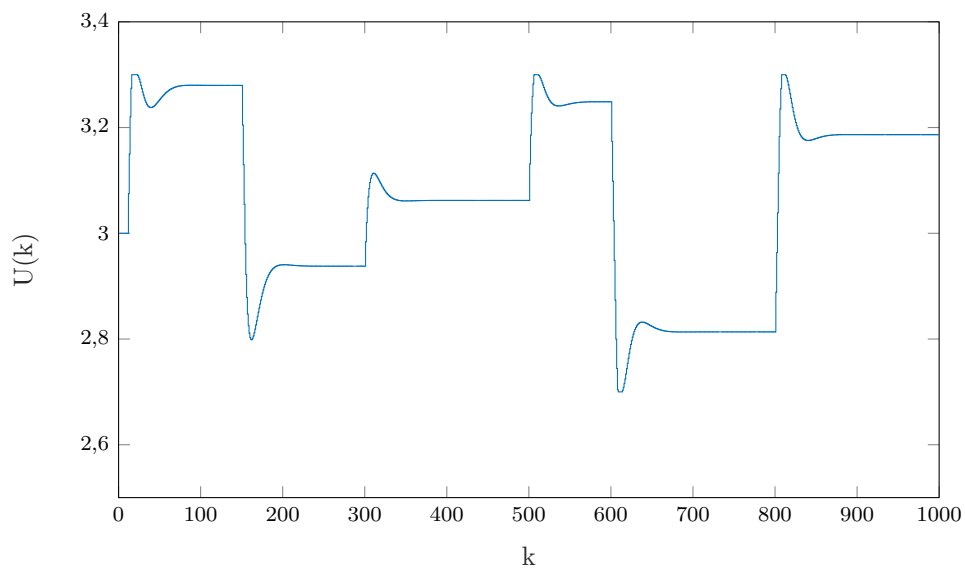
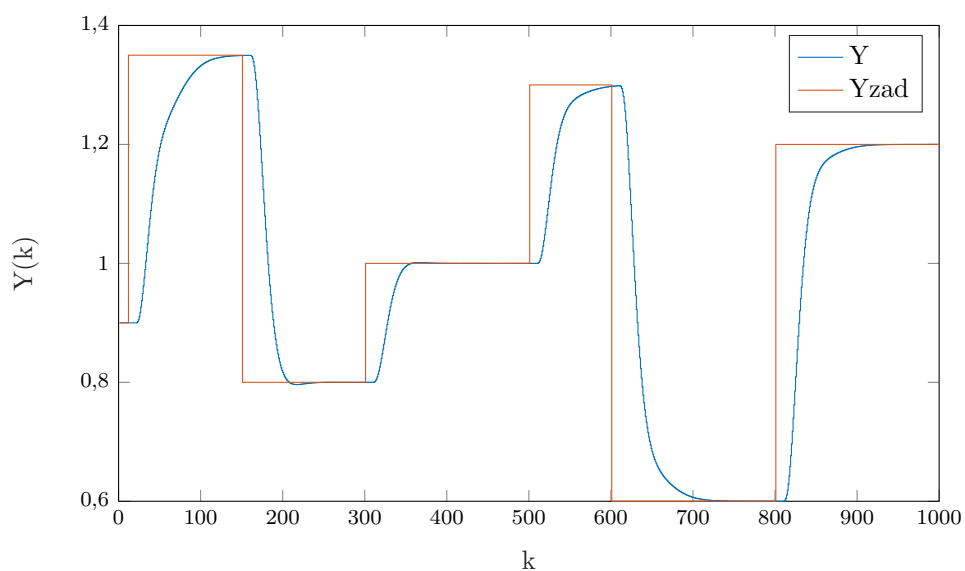
Dla horyzontu predykcji  $N = 200$  horyzont sterowania i lambda będą odpowiednio  $N_u = 5$  i  $\lambda = 22$ :

Rys. 6.11. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 200$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 22$ Rys. 6.12. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $N = 200$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 22$ 

$$E = 36,7296 \quad (6.10)$$

$$E_{abs} = 88,6051 \quad (6.11)$$

Dla porównania, optymalizacja względem błędu średniokwadratowego daje następujące wyniki: dla  $N = 200$  pozostałe parametry przyjmują wartości  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 15$ .

Rys. 6.13. Sterowanie DMC dla parametrów  $N = 200$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 15$ Rys. 6.14. Śledzenie wartości zadanej dla parametrów  $N = 200$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 15$ 

$$E = 36,4930 \quad (6.12)$$

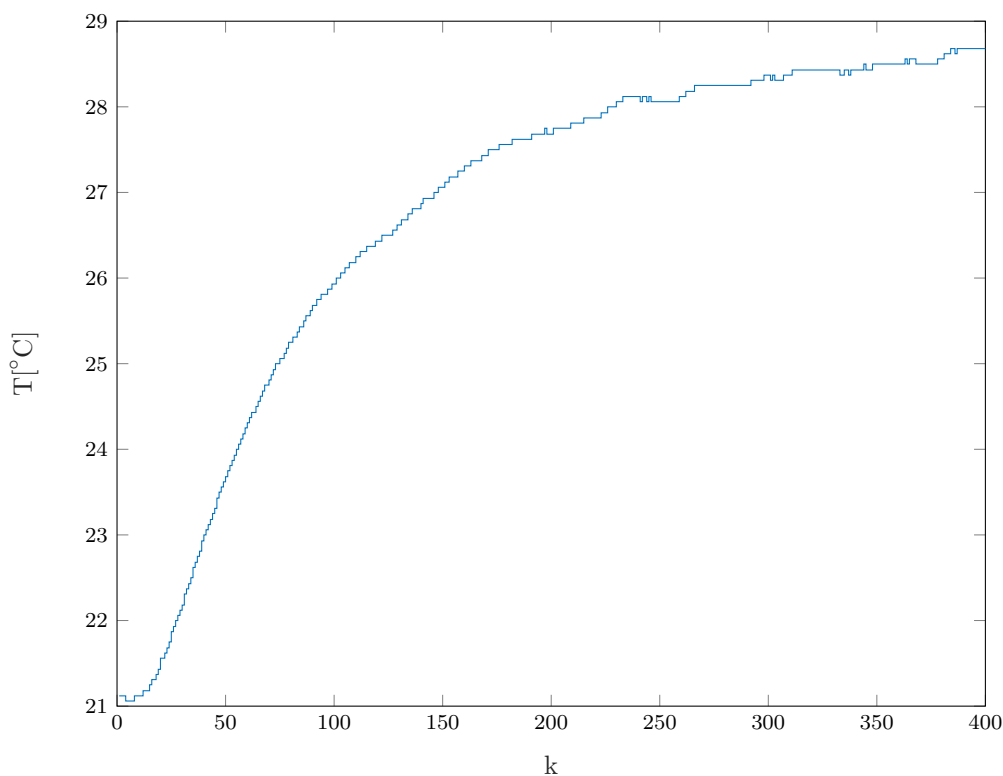
$$E_{abs} = 90,6210 \quad (6.13)$$

Widzimy że regulacja jest troszkę gorsza.

## 7. Laboratorium

### 7.1. Określenie wartości pomiaru temperatury w punkcie pracy

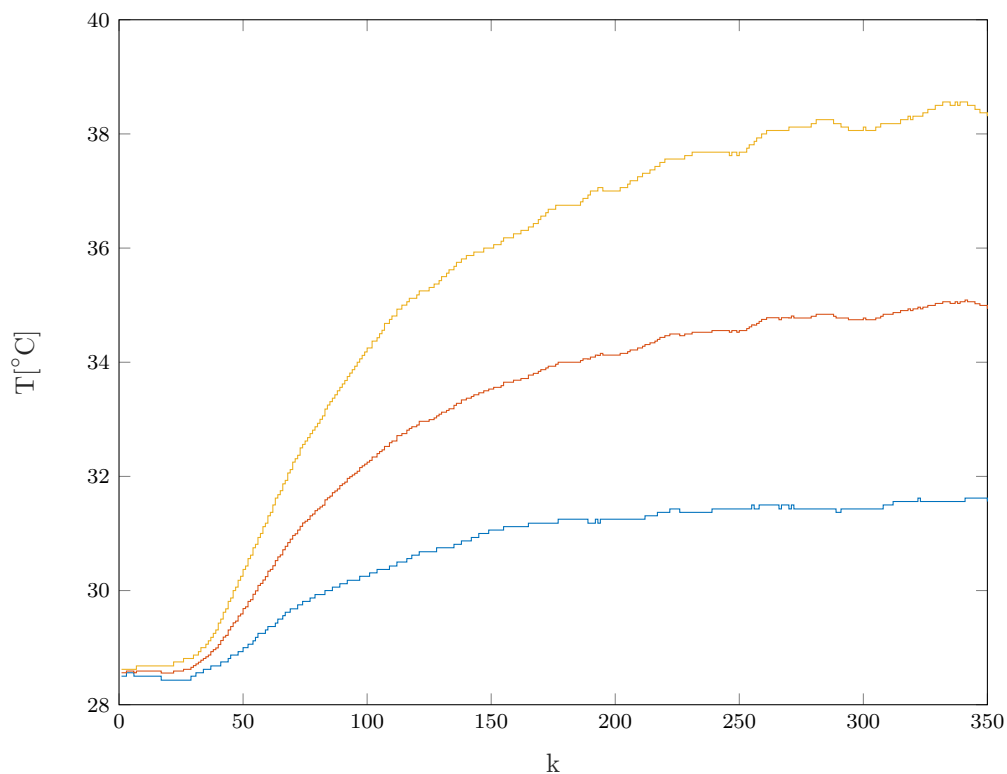
W celu określenia wartości pomiaru temperatury w punkcie pracy ustawiono moc wentylatora  $W1 = 50\%$ , a moc grzałki  $G1 = 25\%$ . Po czasie około 5 minut temperatura odczytywana przez czujnik temperatury zaczęła się stabilizować na poziomie  $T1 = 28,4^{\circ}\text{C}$ . Niestety z powodu ciągłego ruchu powietrza związanego z przemieszczaniem się osób w sali i dużej ilości tych osób wpływających na temperaturę sali oraz czułość stanowiska pomiarowego temperatura odczytywana przez czujnik zaczęła odbiegać i lekko oscylować wokół tej temperatury.



Rys. 7.1. Pomiar temperatury w punkcie pracy

### 7.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych

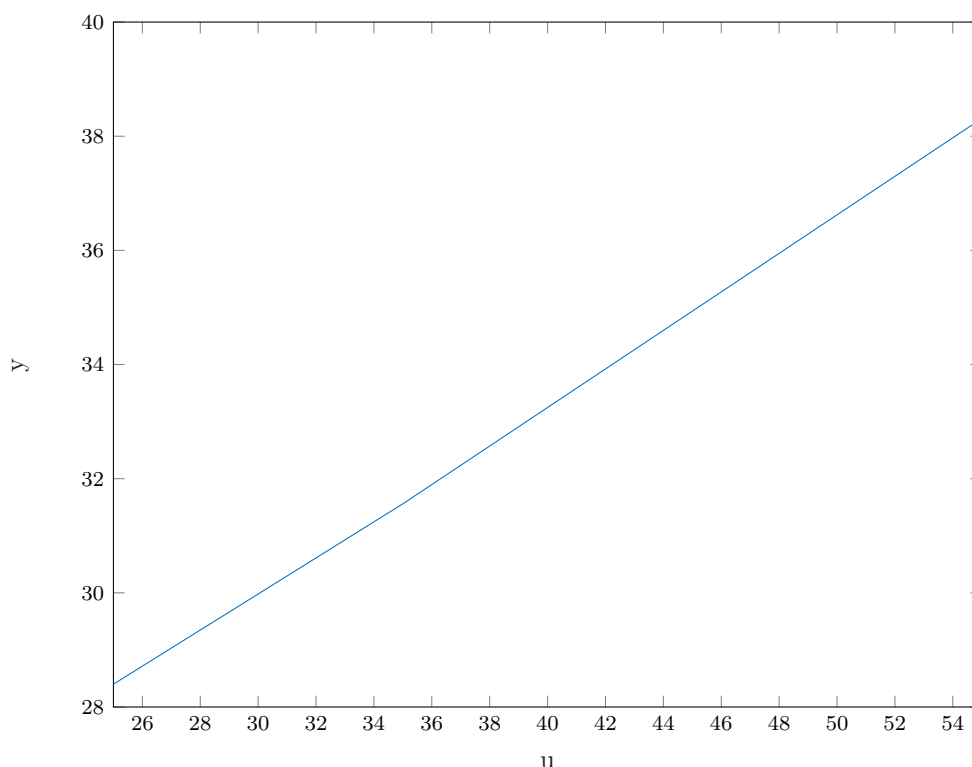
Rozpoczynając z punktu pracy wyznaczono odpowiedzi skokowe dla trzech różnych wartości sygnału sterującego  $G1 = 35\%$   $G1 = 45\%$  i  $G1 = 55\%$ .



Rys. 7.2. Odpowiedzi skokowe dla trzech różnych wartości sygnału sterującego

Analizując otrzymane wykresy można wywnioskować, że właściwości statyczne procesu są w przybliżeniu liniowe, zmiany wartości odpowiedzi skokowej dla tych samych chwil są w przybliżeniu proporcjonalne jak również sam kształt wykresów jest w przybliżeniu podobny. W celu sprawdzenia założeń narysowano charakterystykę statyczną procesu.





Rys. 7.3. Charakterystyka statyczna procesu

Która potwierdziła przypuszczenia, na jej podstawie można stwierdzić, że właściwości statyczne procesu są w dobrym przybliżeniu liniowe i w konsekwencji postanowiono wyznaczyć wzmocnienie statyczne procesu.

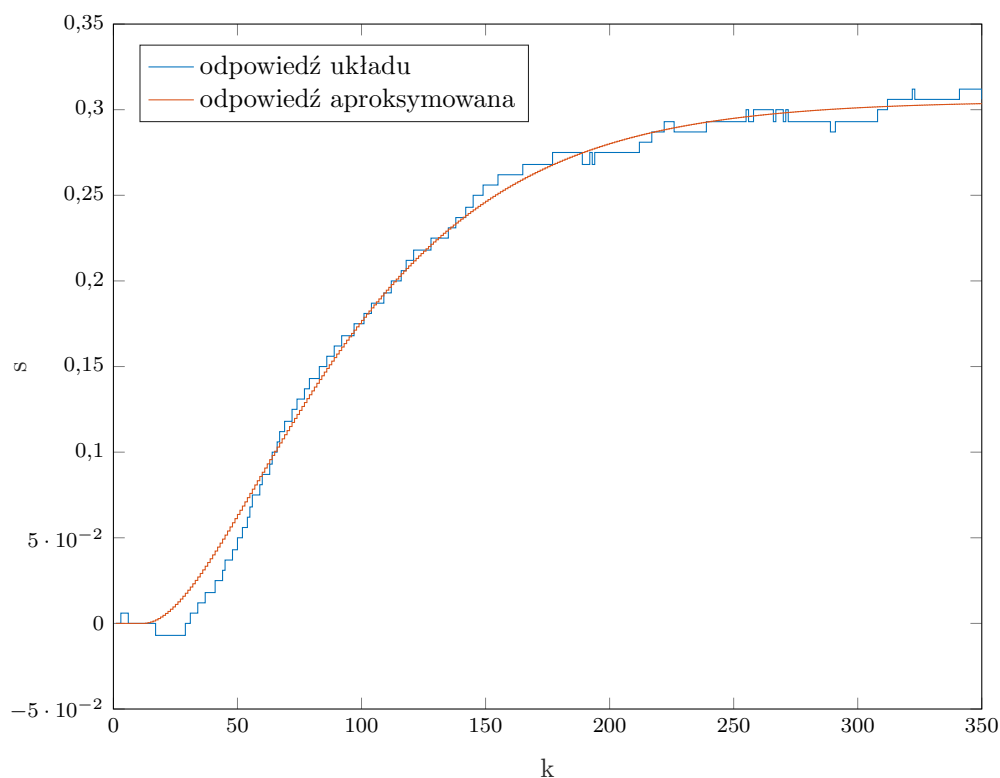
$$K_{stat} = 0.3303 \quad (7.1)$$

### 7.3. Przekształcenie i aproksymacja odpowiedzi skokowej

W celu przekształcenia odpowiedzi skokowej w taki sposób aby można ją było wykorzystać w algorytmie DMC skorzystano z poniższego wzoru:

$$S_i = \frac{Y(i) - Y_{pp}}{\Delta U}, \text{ dla } i = 1, 2 \dots D \quad (7.2)$$

Dla odpowiedzi skokowej otrzymanej w wyniku zmiany sygnału sterującego z  $G1 = 25\%$  na  $G1 = 35\%$  a następnie dokonano jej aproksymacji używając członu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem.

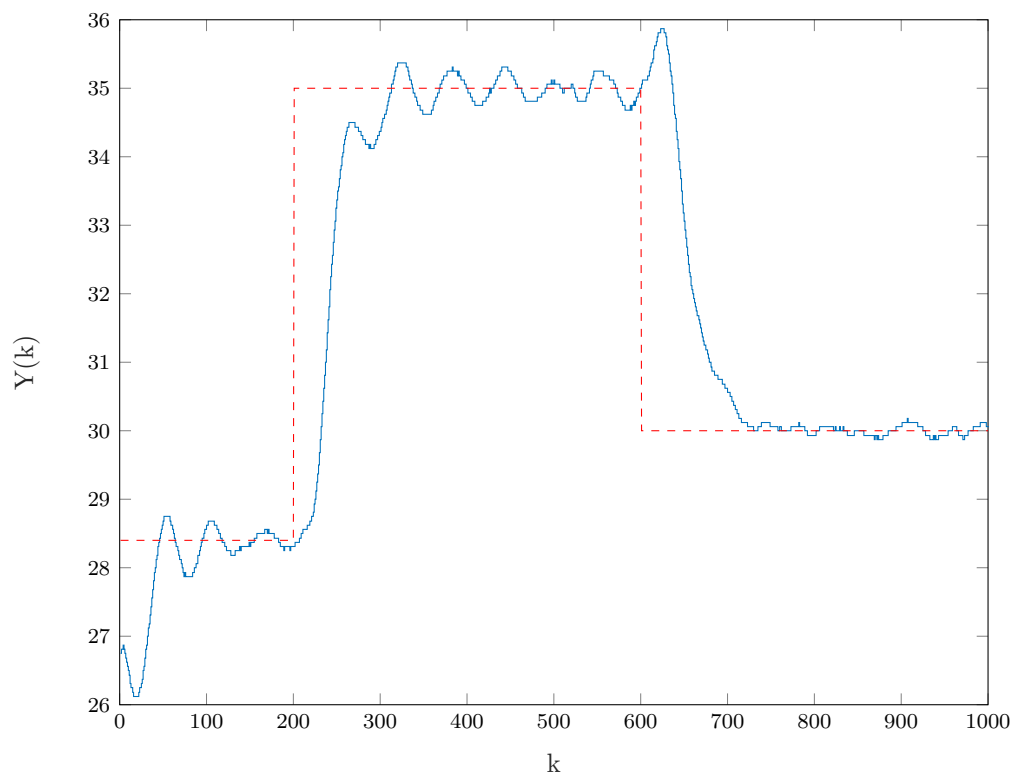


Rys. 7.4. Aproksymacja odpowiedzi skokowej

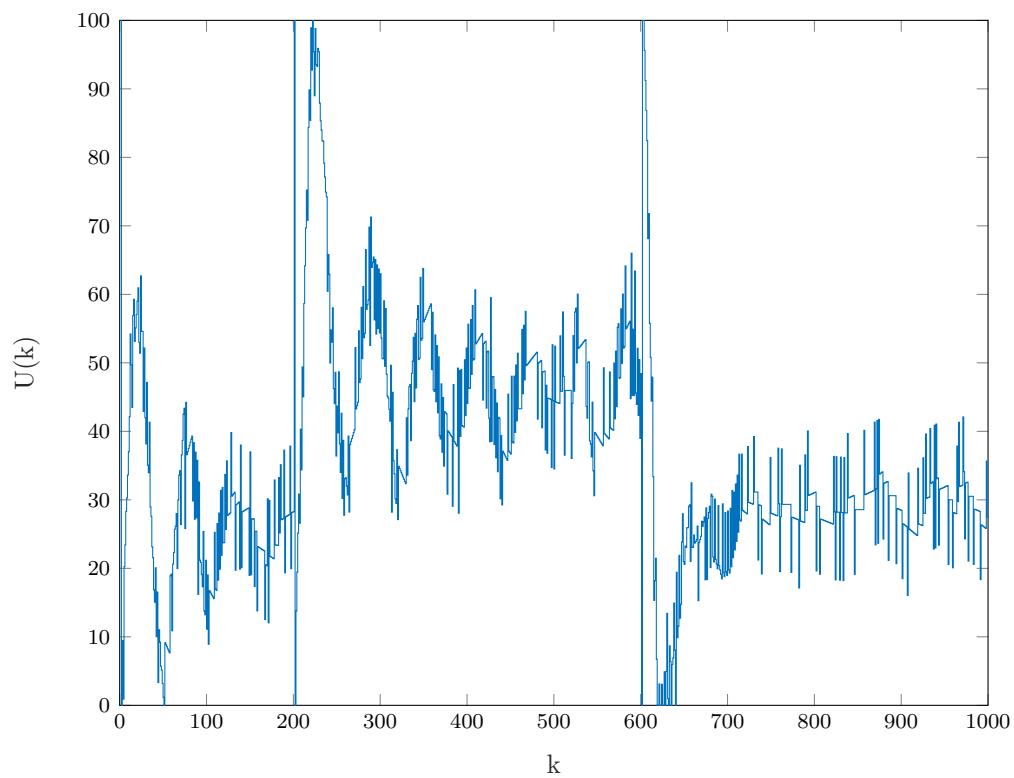
Do wyznaczenia optymalnych parametrów aproksymacji posłużono się algorytmem genetycznym o losowej populacji początkowej tak aby zminimalizować błąd dopasowania.

#### 7.4. Dobranie nastaw regulatora PID i parametrów algorytmu DMC

Dla zmian sygnału zadanego w dwóch skokach z wartości  $T1 = 28,4^{\circ}C$  do wartości  $T1 = 35^{\circ}C$  i następnie  $T1 = 30^{\circ}C$  metodą eksperymentalną starano się dobrać nastawy regulatora PID i parametry algorytmu DMC tak aby zminimalizować błędy dopasowania.



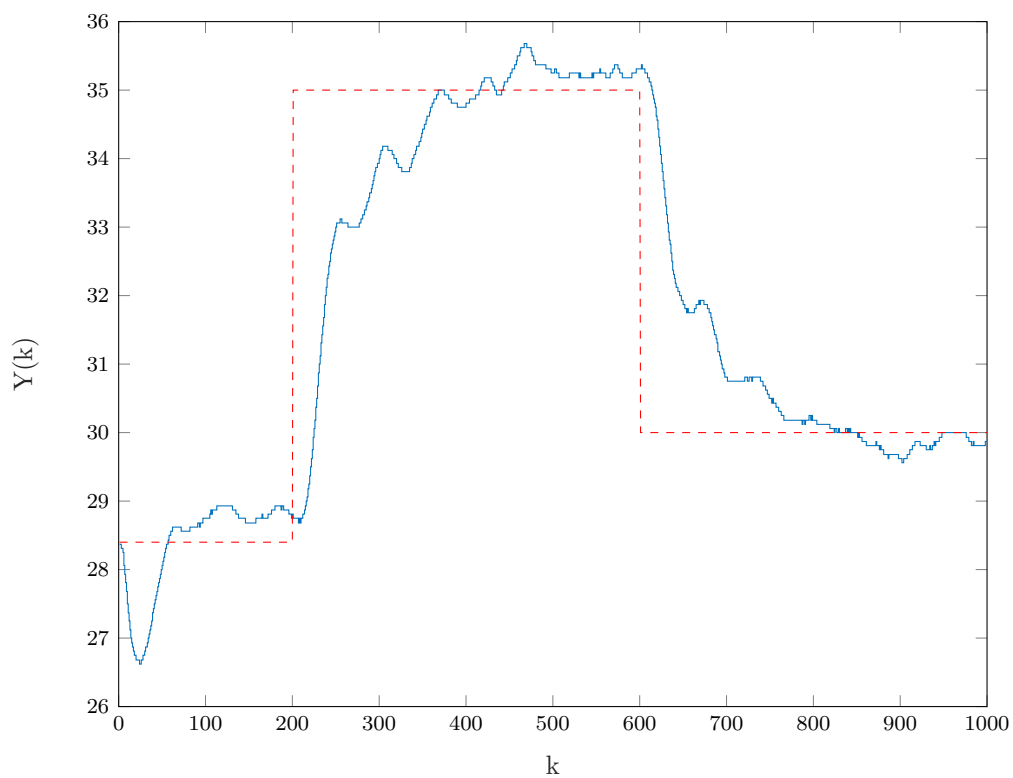
Rys. 7.5. Wyjście procesu z regulatorem PID dla parametrów  $K = 30$ ,  $T_i = 35$ ,  $T_d = 4.5$



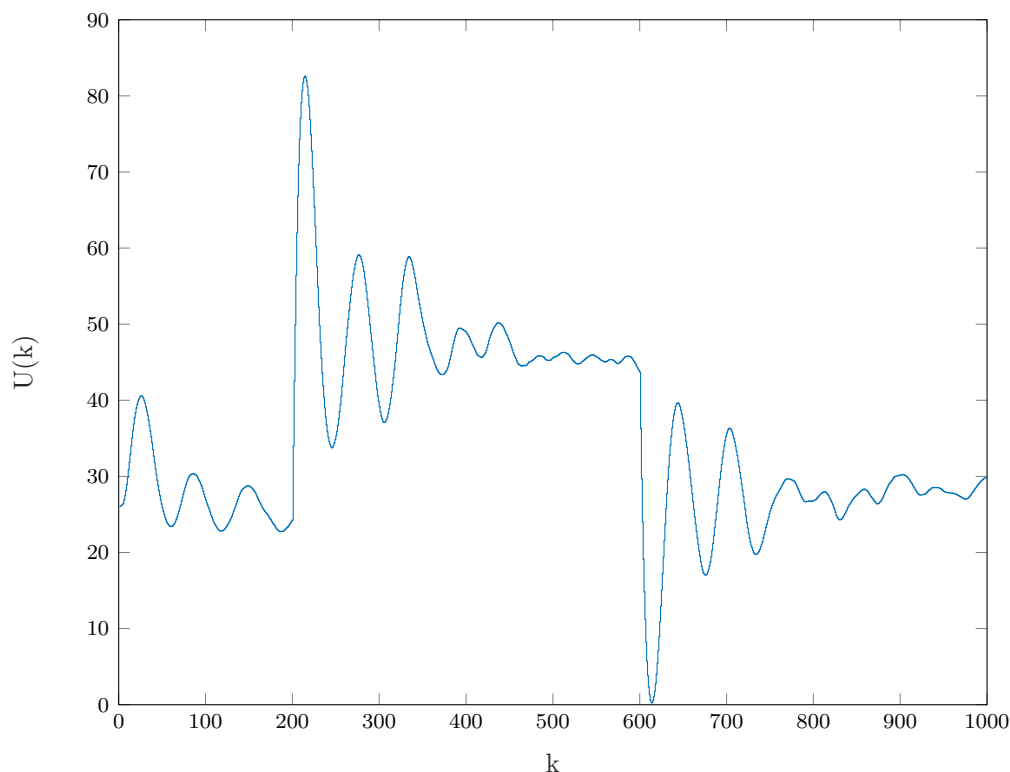
Rys. 7.6. Sterowanie procesu z regulatorem PID dla parametrów  $K = 30$ ,  $T_i = 35$ ,  $T_d = 4.5$

Wskaźnik jakości regulacji dla PID:

$$E = 3,043e + 3 \quad (7.3)$$



Rys. 7.7. Wyjście procesu z zastosowanym algorytmem DMC dla parametrów  $D = 300$ ,  $N = 90$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 0.4$



Rys. 7.8. Sterowanie procesu z zastosowanym algorytmem DMC dla parametrów  $D = 300$ ,  $N = 90$ ,  $N_u = 10$ ,  $\lambda = 0.4$

Wskaźnik jakości regulacji dla DMC:

$$E = 2.4302e + 3 \quad (7.4)$$

Porównując wskaźnik jakości regulacji dla obu pomiarów można stwierdzić że algorytm DMC lepiej poradził sobie z regulacją, jednakże w ocenie jakościowej porównując przebiegi sygnałów wyjściowych regulator PID dokonał lepszej regulacji. Natomiast porównując sygnały wejściowe można stwierdzić że algorytm DMC radzi sobie lepiej z wyznaczaniem sygnału sterującego  $U$  ponieważ nie ulega on tak nagłym i dużym zmianom jak w przypadku regulatora PID. W celu poprawy jakości regulacji obu regulatorów należałoby dobrać ich parametry w taki sposób aby wyeliminować oscylację wokół wartości zadanych a wzmocnienia były większe.