EAMB7003 Camada-Limite Atmosférica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01, 29 Abr 2019
Prof. Nelson Luís Dias

0

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: GABARITO Assinatura: ____________________

---

1 [20] Considere a temperatura virtual

$$T_v = T(1 + 0.61q) \tag{*}$$

onde todos os símbolos foram definidos em sala. Supondo

$$\begin{aligned}
\overline{w'T'} &\equiv u_*T_*,\\
\overline{w'q'} &\equiv u_*q_*,\\
\overline{w'T_v'} &\equiv u_*T_{v*},
\end{aligned}$$

faça uma decomposição de Reynolds de (*), elimine as médias, multiplique por w', promedie, e obtenha uma relação entre T_{v*}, T_* e q_*.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
\overline{T_v} + T_v' &= (\overline{T} + T')(1 + 0.61(\overline{q} + q'))\\
\overline{T_v} + T_v' &= (\overline{T} + T')(1 + 0.61\overline{q} + 0.61q')\\
\overline{T_v} + T_v' &= \overline{T}(1 + 0.61\overline{q} + 0.61q') + T'(1 + 0.61\overline{q} + 0.61q')\\
\overline{T_v} + T_v' &= \overline{T}(1 + 0.61\overline{q}) + \overline{T}0.61q' + T'(1 + 0.61\overline{q}) + 0.61T'q'
\end{aligned}$$

Supondo que a definição vale para as médias, $\overline{T_v} = \overline{T}(1 + 0.61\overline{q})$, isso deixa para as flutuações:

$$\begin{aligned}
T_v' &= T' + \overline{T}0.61q' + T'0.61\overline{q} + 0.61T'q'\\
&\approx T' + 0.61(\overline{T}q' + \overline{q}T');
\end{aligned}$$

Multiplicando por w',

$$\begin{aligned}
w'T_v' &= w'T' + 0.61(\overline{T}w'q' + \overline{q}w'T')\\
&= (1 + 0.61\overline{q})w'T' + 0.61\overline{T}w'q'\\
\overline{w'T_v'} &= (1 + 0.61\overline{q})\overline{w'T'} + 0.61\overline{T}\overline{w'q'}; \Rightarrow\\
u_*T_{v*} &= (1 + 0.61\overline{q})u_*T_* + 0.61\overline{T}u_*q_*,\\
T_{v*} &= (1 + 0.61\overline{q})T_* + 0.61\overline{T}q_* \blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [20] **A convecção livre local.** Em condições em que a produção térmica torna-se muito maior do que a produção mecânica na equação de energia cinética da turbulência, é razoável supor um equilíbrio aproximado entre aquela e a dissipação molecular, da forma

$$\frac{g}{\overline{\theta_v}}\overline{w'\theta_v'} = \epsilon_e.$$

Isso permite definir uma escala de velocidade convectiva via

$$\epsilon_e \equiv \frac{w_f^3}{z-d},$$

donde

$$\frac{g}{\theta_r}\overline{w'\theta_v'} = \frac{w_f^3}{(z-d)},$$
$$w_f^3 = \frac{gz\overline{w'\theta_v'}}{\overline{\theta_v}},$$

onde d é o deslocamento do plano zero.

a) [10] Partindo da expressão acima, obtenha uma expressão para w_f/u_* em função da variável de estabilidade de Obukhov ζ.

b) [10] Em condições de convecção livre local, uma previsão razoável para a variância da velocidade vertical é

$$\frac{\overline{w'w'}}{w_f^2} = C_{ww},$$

onde C_{ww} é uma constante adimensional. Mostre que é possível reescrever esta expressão na forma

$$\frac{\overline{w'w'}}{u_*^2} = \phi_{ww}(\zeta);$$

obtenha uma expressão explícita para ϕ_{ww}.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
a)

$$\begin{aligned}
w_f^3 &= \frac{g(z-d)\overline{w'\theta_v'}}{\overline{\theta_v}} \\
&= \frac{g(z-d)u_*\theta_{v*}}{\overline{\theta_v}}; \\
\frac{w_f^3}{u_*^3} &= \frac{g(z-d)u_*\theta_{v*}}{\overline{\theta_v}u_*^3} \\
\frac{w_f}{u_*} &= \left[\frac{g(z-d)\theta_{v*}}{\overline{\theta_v}u_*^2}\right]^{1/3} \\
&= \frac{1}{\kappa^{1/3}}\left[\frac{\kappa g(z-d)\theta_{v*}}{\overline{\theta_v}u_*^2}\right]^{1/3} = \frac{1}{\kappa^{1/3}}(-\zeta)^{1/3} \blacksquare
\end{aligned}$$

b) agora é fácil:

$$\begin{aligned}
\frac{\overline{w'w'}}{u_*^2} &= \frac{\overline{w'w'}}{w_f^2}\frac{w_f^2}{u_*^2} \\
&= C_{ww}\frac{1}{\kappa^{2/3}}(-\zeta)^{2/3},
\end{aligned}$$

donde

$$\phi_{ww} = \frac{C_{ww}}{\kappa^{2/3}}(-\zeta)^{2/3} \blacksquare$$

Continue a solução no verso ⟹

3 [20] Suponha que você possui um sensor que mede com suficiente rapidez e precisão r_v, a razão de mistura de H_2O; substitua a razão de mistura $r_v = \rho_v/\rho_d$, onde ρ_v é a densidade de vapor d'água e ρ_d é a densidade do ar seco, na expressão para o fluxo de massa de vapor d'água

$$E = \overline{w\rho_v},$$

simplifique usando a decomposição de Reynolds e os seguintes fatos:

- $\overline{\rho_d w} = 0$ (uma hipótese fundamental da correção WPL),
- $\overline{\overline{a}b'} = 0$,
- $\left|\overline{a'b'c'}\right| \ll \left|\overline{\overline{a}b'c'}\right|$,

e obtenha

$$E \approx \overline{\rho_d}\,\overline{w'r_v'} + \overline{w}\,\overline{\rho_d' r_v'}.$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
E &= \overline{\rho_v w} \\
&= \overline{\rho_d r_v w} \\
&= \overline{\rho_d w[\overline{r_v} + r_v']} \\
&= \overline{r_v}\,\overline{\rho_d w} + \overline{\rho_d w r_v'} \\
&= \overline{[\overline{\rho_d} + \rho_d'][\overline{w} + w']r_v'} \\
&= \overline{\rho_d}\,\overline{\overline{w} r_v'} + \overline{\rho_d}\,\overline{w'r_v'} + \overline{w}\,\overline{\rho_d' r_v'} + \overline{\rho_d' w' r_v'} \\
&\approx \overline{\rho_d}\,\overline{w'r_v'} + \overline{w}\,\overline{\rho_d' r_v'} \;\blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [20] Com relação à questão anterior, mostre agora que

$$\left|\overline{w}\,\overline{\rho_d' r_v'}\right| \ll \left|\overline{\rho_d}\,\overline{w' r_v'}\right|,$$

usando os seguintes fatos:

1. A relação obtida na correção WPL:
$$\overline{w} = -\frac{\overline{w'\rho_d'}}{\overline{\rho_d}}.$$

2. Observa-se que os coeficientes de correlação nas covariâncias acima são de ordem 1 (ou seja, variam em módulo entre 0,1 e 1,0, aproximadamente). Isso permite estimar as *ordens de grandeza*
$$\begin{aligned}\overline{\rho_d' r_v'} &\sim \sigma_{\rho_d}\sigma_{r_v},\\ \overline{w' r_v'} &\sim \sigma_w \sigma_{r_v},\\ \overline{w'\rho_d'} &\sim \sigma_w \sigma_{\rho_d}.\end{aligned}$$

3. $$\frac{\sigma_{\rho_d}}{\overline{\rho_d}} \sim 1/300.$$

Conclua que quando se mede a razão de mistura r_v é possível calcular E simplesmente como

$$E = \overline{\rho_d}\,\overline{w' r_v'}.$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}\overline{w}\overline{\rho_d' r_v'} &= -\frac{\overline{w'\rho_d'}}{\overline{\rho_d}}\,\overline{\rho_d' r_v'}\\ &\sim \frac{\sigma_w\sigma_{\rho_d}}{\overline{\rho_d}}\sigma_{\rho_d}\sigma_{r_v}\\ &= \left(\frac{\sigma_{\rho_d}}{\overline{\rho_d}}\right)^2 \overline{\rho_d}\sigma_w\sigma_{r_v}\\ &\sim \frac{1}{90000}\overline{\rho_d}\sigma_w\sigma_{r_v};\end{aligned}$$

enquanto que

$$\overline{\rho_d}\overline{w' r_v'} \sim \overline{\rho_d}\sigma_w\sigma_{r_v}.$$

Comparando-se as duas ordens de magnitude,

$$E \approx \overline{\rho_d}\,\overline{w' r_v'} \;\blacksquare$$

Continue a solução no verso ⟹

5 [20] Descreva todos os elementos que compõe a irradiância líquida R_n.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$R_n = R_s(1 - \alpha) + \epsilon R_a - \epsilon\sigma T_0^4,$$

etc.

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$