

TEA010 Matemática Aplicada I  
Curso de Engenharia Ambiental  
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR  
P03B, 16 Jul 2021  
Entrega em 17 Jul 2021, 09:30.  
Prof. Nelson Luís Dias

ATENÇÃO: PROVA SEM CONSULTA, E SEM USO DE CALCULADORAS, ETC..

**Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova**

NOME: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**1** [25] Seja

$$f(x, y, z) = z^2 + e^{-y} \cos(x).$$

Calcule a derivada direcional  $\frac{df}{ds}$  ao longo da curva

$$x = s,$$

$$y = 2s + 1,$$

$$z = \sin(s),$$

no ponto  $(1, 3, \sin(1))$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [25] Em coordenadas cartesianas, se  $u(x, y)$  é uma função no  $\mathbb{R}^2$ ,

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

Obtenha  $\nabla^2 u$  em coordenadas polares:

$$\begin{aligned}x &= r \cos(\theta), \\y &= r \sin(\theta).\end{aligned}$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**3** [25] Calcule  $\nabla \cdot [\mathbf{u} \times \mathbf{v}]$ . Use notação indicial e a base canônica para os cálculos, **mas expresse o resultado final vetorialmente**, utilizando o operador  $\nabla$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**4** [25] Calcule a área da superfície

$$g(x, y) = \sqrt{3}x + y^2$$

no domínio  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ , sabendo que

$$\int_0^1 \sqrt{1+u^2} \, du = \frac{\operatorname{arcsenh}(1) + \sqrt{2}}{2}.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO: