TEA010 Matemática Aplicada I
Curso de Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P02B, 18 Jun 2021
Entrega em 19 Jun 2021, 09:30.
Prof. Nelson Luís Dias

ATENÇÃO: PROVA SEM CONSULTA, E SEM USO DE CALCULADORAS, ETC., EXCETO PARA A QUESTÃO 4, QUE DEVE SER FEITA NO COMPUTADOR.
Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: Assinatura: ______________________

---

1 [25] Utilizando sempre a base canônica, obtenha **em notação indicial**

$$[[\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}] \times \boldsymbol{w}] \cdot \boldsymbol{a}$$

onde $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ e $\boldsymbol{a}$ são vetores do $\mathbb{R}^3$.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⟹

2 [25] Encontre a equação do plano no $\mathbb{R}^3$ que contém os vetores $(1, 0, -1)$ e $(0, 1, -2)$, e que passa pela origem.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

3 [25] Seja

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

a matriz de uma transformação linear $\boldsymbol{A}$ na base canônica. Obtenha a matriz da transformação na base ortonormal dextrógira

$$F = (\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \boldsymbol{f}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}(1, 2, 3), \frac{1}{\sqrt{10}}(-3, 0, 1), \frac{1}{\sqrt{35}}(1, -5, 3) \right).$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⟹

4 [25] O sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

com condição inicial

$$\begin{aligned} u_1(0) &= 3, \\ u_2(0) &= 0, \\ u_3(0) &= 1, \end{aligned}$$

possui solução analítica

$$\begin{bmatrix} u_1^a(t) \\ u_2^a(t) \\ u_3^a(t) \end{bmatrix} = \mathrm{e}^{(1-\sqrt{2})t}\begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \mathrm{e}^{(1+\sqrt{2})t}\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \mathrm{e}^{-t}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Escreva um programa em Python que calcule a solução numérica $\boldsymbol{u}^n$ utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem e a solução analítica $\boldsymbol{u}^a$, e imprima em um arquivo de saída 7 colunas (todas as colunas com 4 casas decimais) com: t, $u_1^n(t)$, $u_1^a(t)$, $u_2^n(t)$, $u_2^a(t)$, $u_3^n(t)$, $u_3^a(t)$ (**nesta ordem**), com intervalos $\Delta t = 0.01$, desde $t = 0$ até $t = 1$.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⟹