

TEA010 Matemática Aplicada I  
Curso de Engenharia Ambiental  
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR  
P01, 08 out 2021  
Entrega em 09 out 2021, 09:30.  
Prof. Nelson Luís Dias

**Prova com consulta exclusivamente ao livro-texto da disciplina**

**Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova**

NOME: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**1** [25] Considere o programa a seguir

---

```
1  #!/usr/bin/python
2  from numpy import array
3  a = array([1,2,3])
4  b = array([4,5,6])
5  c = a*b
6  print(c)
```

---

**Utilizando apenas elementos de Python abordados no livro-texto**, como você deve modificar o programa para que ele imprima o produto escalar  $(1, 2, 3) \cdot (4, 5, 6)$ ?

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [25] O estudo de perfis de vento na atmosfera próximo da superfície indica que a derivada da velocidade do vento médio,  $du/dz$ , depende da distância da superfície  $z$ , da tensão média de cisalhamento do vento com a superfície  $\tau$ , do fluxo de calor sensível  $H$  (que aquece a atmosfera a partir da superfície), do calor específico a pressão constante do ar  $c_p$ , da massa específica do ar  $\rho$ , e do “parâmetro de fluabilidade”  $g/T$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $T$  é a temperatura média do ar próximo da superfície. Essa lista pode ser significativamente reduzida definindo-se a velocidade de atrito  $u_*$  e a escala turbulenta de temperatura  $T_*$ :

$$u_* \equiv \sqrt{\frac{\tau}{\rho}},$$
$$H \equiv \rho c_p u_* T_*.$$

A lista de variáveis intervenientes torna-se então  $z$ ,  $u_*$ ,  $T_*$ ,  $du/dz$ , e  $g/T$ . Utilizando como variáveis comuns, **obrigatoriamente**,  $z$ ,  $u_*$  e  $T_*$ , encontre os parâmetros adimensionais que regem o problema. **Note que uma das dimensões fundamentais que deve ser usada é a temperatura  $\Theta$ .**

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**3** [25] A função

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}$$

não pode ser integrada em termos de funções transcendentais elementares. No entanto, expandindo-se  $\exp(-x)$  em série de Taylor em torno de  $x = 0$ , é possível obter facilmente uma “série” para  $f(x)$ , cujos primeiros termos são

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} + \frac{x^{3/2}}{2} - \frac{x^{5/2}}{6} + \frac{x^{7/2}}{24} - \frac{x^{9/2}}{120} + \dots$$

- a) [10] Obtenha o termo geral da série acima, ou seja: obtenha as expressões para  $C_n$  e  $p_n$  para  $n = 0, 1, 2, \dots$  que concordam com os termos acima e tais que

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^{p_n}.$$

- b) [15] Integrando termo a termo, encontre a série (isto é,  $D_n$  e  $q_n$ ) da primitiva de  $f(x)$ :

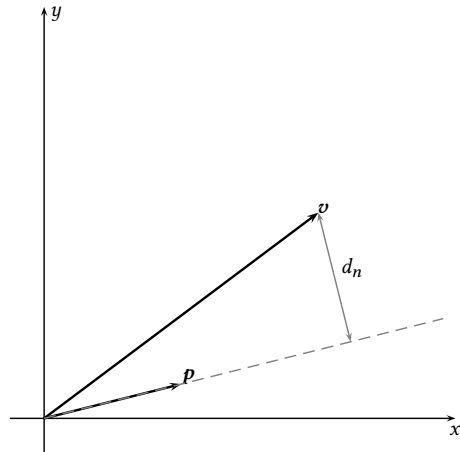
$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n x^{q_n}$$

de tal forma que  $F'(x) = f(x)$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**4** [25] Na figura ao lado, se  $\mathbf{p} = (2, 1/2)$  e  $\mathbf{v} = (4, 3)$ , obtenha  $d_n$ , a distância do ponto  $(4, 3)$  à reta-suporte de  $\mathbf{p}$ .



---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO: