

# TEA-013 Matemática Aplicada II

Prof. Nelson Luís Dias (Lemma/Dep Eng Ambiental, Centro Politécnico)  
nldias@ufpr.br

Ensalamento e Horário

2as 4as 6as sala PM-02 07:30--09:10

## Objetivos Didáticos

A Disciplina TEA013 tem por objetivo aprofundar o domínio pelo aluno de modelos matemáticos analíticos e numéricos aplicáveis à Engenharia Ambiental. A disciplina incluirá aplicações de: álgebra linear, espaços vetoriais normados, séries de Fourier e transformadas de Fourier, assim como diversas técnicas numéricas e analíticas de solução de equações diferenciais parciais. Essas técnicas são ilustradas com problemas em Mecânica dos Fluidos, Hidrologia, Meteorologia, Química Ambiental e Ecologia, enfatizando-se a capacidade de formular e de resolver alguns problemas típicos (dispersão, reações químicas, dinâmica de populações, etc.) de importância em Engenharia Ambiental.

## Unidades Didáticas

1	Solução numérica de equações diferenciais parciais
2	Análise linear, sistemas lineares em Engenharia
3	Séries e Transformadas de Fourier.
4	Teoria de Distribuições. Funções de Green e Identidades de Green em Engenharia: Hidrógrafa Unitária Instantânea, Problemas de Dispersão de Poluentes.
5	Teoria de Sturm-Liouville e algumas funções especiais adicionais (Legendre, Laguerre, Hermite). Importância da teoria no método de separação de variáveis para equações diferenciais parciais.
6	Equações Diferenciais Parciais: problemas lineares e não-lineares em escoamentos na atmosfera, nos oceanos, em rios e no solo, e problemas de dispersão de poluentes. Classificação e o método das características. Solução por separação de variáveis, transformadas integrais e transformada de Boltzmann.

# Programa

Aula	Data	Conteúdo	Progresso
1	2ª 31/01/2022	Diferenças finitas: método explícito para a equação de advecção. Fracasso do método. Explicação: instabilidade numérica.	Diferenças finitas: método explícito para a equação de advecção. Fracasso do método. Explicação: instabilidade numérica.
2	4ª 02/02/2022	Análise de estabilidade de von Neumann. Método de Lax. Número de Courant, condição de Courant. Difusão Numérica. Esquemas numéricos para advecção: Upwind.	Análise de estabilidade de von Neumann. Método de Lax. Número de Courant, condição de Courant. Difusão Numérica. Esquemas numéricos para advecção: Upwind.
3	6ª 04/02/2022	Difusão pura. Esquema implícito. Condição de estabilidade. Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy.	Exemplo 13.1. Difusão pura. Solução analítica. Esquema explícito. Condição de estabilidade.
4	2ª 07/02/2022	Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy. Difusão pura. Crank-Nicholson. A equação de difusão-advecção.	Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy. Difusão pura. Crank-Nicholson.
5	4ª 09/02/2022	A delta de Dirac. Cálculo com Distribuições.	A delta de Dirac. Cálculo com Distribuições.
6	6ª 11/02/2022	Distribuições: resultados adicionais e aplicações.	Distribuições: resultados adicionais e aplicações.
7	2ª 14/02/2022	<b>P1A</b>	<b>P1A</b>
8	4ª 16/02/2022	Espaços normados: produto interno.	Espaços normados: produto interno.
9	6ª 18/02/2022	Espaços normados: desigualdade de Schwarz e aplicações	Espaços normados: desigualdade de Schwarz e aplicações
10	2ª 21/02/2022	Espaços normados: espaços vetoriais de dimensão infinita. Séries de Fourier: Conceitos gerais e cálculo dos termos complexos.	Espaços normados: espaços vetoriais de dimensão infinita. Séries de Fourier: Conceitos gerais e cálculo dos termos complexos.
11	4ª 23/02/2022	Séries de Fourier: série real e complexa. Funções pares e ímpares.	Séries de Fourier: série real e complexa.
12	6ª 25/02/2022	<b>P1B/Entrega da Lista 1: Todos os exercícios do Capítulo 13 (Exceto os Trabalhos Computacionais) – 3 horas-aula</b>	
	2ª 28/02/2022	<b>Carnaval</b>	
	4ª 02/03/2022	<b>Carnaval</b>	
13	6ª 04/03/2022	Exemplos com séries de Fourier.	Funções pares e ímpares. Exemplos com séries de Fourier.
14	2ª 07/03/2022	Desigualdade de Bessel e Igualdade de Parseval.	Desigualdade de Bessel e Igualdade de Parseval. Introdução aos mínimos quadrados.
15	4ª 09/03/2022	Mínimos quadrados. Transformada de Fourier. Teorema da Inversão.	Mínimos quadrados.
16	6ª 11/03/2022	<b>P2A</b>	<b>P2A</b>
17	2ª 14/03/2022	Transformada de Fourier: Cálculo de transformadas.	Transformada de Fourier: Teorema da Inversão e Cálculo de transformadas.
18	4ª 16/03/2022	Transformada de Fourier da derivada e aplicação à solução de EDO's e EDP's. Propriedades da Transformada de Fourier: derivada, teorema da convolução. Inversa.	Propriedades da Transformada de Fourier: derivada, teorema da convolução. Inversa.
19	6ª 18/03/2022	<b>P2B/P1B/Entrega da Lista 2: Todos os exercícios do Capítulo 14 – 3 horas-aula</b>	<b>P2B/P1B/Entrega da Lista 2: Todos os exercícios do Capítulo 14 – 3 horas-aula</b>
20	2ª 21/03/2022	Operador Adjunto. Operador auto-adjunto. Matriz adjunta. Operadores diferenciais.	Transformada de Fourier da derivada e aplicação à solução de EDO's e EDP's.
21	4ª 23/03/2022	Funções de Green.	Teorema de Parseval. Operador Adjunto.
22	6ª 25/03/2022	Teoria de Sturm-Liouville	Operador auto-adjunto. Matriz adjunta. Funções de Green.
23	2ª 28/03/2022	Teoria de Sturm-Liouville: aplicações	Funções de Green
24	4ª 30/03/2022	Equações diferenciais parciais: aplicações em Engenharia. Método das características.	Funções de Green. Teoria de Sturm-Liouville.
25	6ª 01/04/2022	<b>P3A</b>	<b>P3A</b>
26	2ª 04/04/2022	Método das características.	Identidade de Lagrange.
27	4ª 06/04/2022	Método das características: aplicações. Classificação de EDPs.	Exemplos de sturm-Liouville. Método das Características

28	6ª 08/04/2022	<b>P3B Entrega da Lista 3: Todos os exercícios do Capítulo 15 – 3 horas-aula</b>	<b>P3B Entrega da Lista 3: Todos os exercícios do Capítulo 15 – 3 horas-aula</b>
29	2ª 11/04/2022	O método de separação de variáveis: a equação da difusão.	Método das características. Classificação de EDPs
30	4ª 13/04/2022	O método de separação de variáveis. A equação de Boussinesq não-linear e sua solução.	Método de separação de variáveis. A equação da difusão (completa)
	6ª 15/04/2022	<b>Feriado: Paixão de Cristo</b>	
31	2ª 18/04/2022	Difusão em coordenadas cilíndricas: uso de funções de Bessel.	Difusão em coordenadas cilíndricas: uso de funções de Bessel.
32	4ª 20/04/2022	Equação de Laplace: solução por separação de variáveis.	Difusão: equação não-homogênea em coordenadas cartesianas.
33	6ª 22/04/2022	Equação de Laplace: aplicações.	<b>Não haverá aula</b>
34	2ª 25/04/2022	Equação da onda: solução por separação de variáveis.	Equação de Laplace, coordenadas esféricas.
35	4ª 27/04/2022	Método das características: solução de d'Alembert para a equação da onda. Difusão em coordenadas cilíndricas: uso de funções de Bessel.	
36	6ª 29/04/2022	<b>P4A</b>	
37	2ª 02/05/2022	Equação de Laplace: solução por separação de variáveis.	
38	4ª 04/05/2022	Equação da onda: solução por separação de variáveis. Método das características: solução de d'Alembert para a equação da onda.	
39	6ª 06/05/2022	<b>P4B</b>	
	2ª 09/05/2022	<b>F1</b>	
	6ª 13/05/2022	<b>F2</b>	

## Avaliação

A disciplina é semestral. A avaliação da disciplina é contínua: haverá 8 exames parciais (P1A, P1B, P2A, P2B, P3A, P3B, P4A, P4B), seguidos de dois exames finais final FA e FB. Para efeito de cálculo de médias e aprovação, será considerada a maior nota entre as versões A e B de cada prova. Os alunos poderão solicitar revisão de prova durante 3 dias úteis após a promulgação da nota. Após esse prazo, não será concedida nenhuma revisão. As soluções são disponibilizadas eletronicamente em <https://www.nldias.github.io>, juntamente com as notas.

A média parcial, P, será  $P = (P1+P2+P3+P4)$ . O resultado parcial é: Alunos com  $P < 40$  estão reprovados. Alunos com  $P \geq 70$  estão aprovados. Para os alunos aprovados nesta fase, a sua média final é  $M = P$ . Alunos com  $40 \leq P < 70$  farão o exame final F. Calcula-se a média final  $M = (P + F)/2$ . Alunos que obtiverem  $M \geq 50$  estão aprovados. Alunos com  $M < 50$  estão reprovados. Todas as contas são feitas com 2 algarismos significativos com arredondamento para cima.

## Textos para estudo

O texto adotado para este curso é <https://nldias.github.io/pdf/matappa-2ed.pdf> Um bom material adicional para métodos numéricos é Versteeg e Malalasekera [2007]. O livro de Michael Greenberg [Greenberg, 1998] permanece sendo, provavelmente, um dos melhores textos de matemática aplicada existentes, e é recomendado como material adicional. Além disso, nele você encontrará uma grande quantidade de exercícios adicionais que complementam os exercícios resolvidos e propostos no livro texto.

## Estudo individual

**Reserve pelo menos 6 horas semanais para o estudo em casa desta disciplina.** Leia a teoria no livro, evitando pular direto para exemplos e exercícios. Digite e rode os exemplos computacionais; faça os trabalhos computacionais individualmente, e não deixe para a última

hora. Entenda a teoria, principalmente as deduções. Essa é a única maneira de estudar e entender matemática. Evite estudar apenas pelo caderno. Procure depois fazer o maior número possível de problemas, mas cuidado: evite fazer problemas apenas sobre uma parte da matéria. Planeje cuidadosamente seu tempo de estudo para que você consiga fazer exercícios sobre toda a matéria.

## Referências

Butkov, E. (1988). Física matemática. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro.

Dias, N. L. (2017). Uma introdução aos métodos matemáticos para Engenharia. Edição do Autor, Curitiba, PR: <https://nldias.github.io/pdf/matappa-2ed.pdf> .

Greenberg, M. D. (1998). Advanced engineering mathematics. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2a edição.

Versteeg, H. K. e Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Pearson Prentice-Hall.