# TEA-013 Matemática Aplicada II

Prof. Nelson Luís Dias (Lemma, Centro Politécnico, 3320-2025) nldias@ufpr.br

Ensalamento e Horário 2as 4as 6as sala PM-02 07:30--09:10

# **Objetivos Didáticos**

A Disciplina TEA0130 tem por objetivo aprofundar o domínio pelo aluno de modelos matemáticos analíticos e numéricos aplicáveis à Engenharia Ambiental. A disciplina incluirá aplicações de: álgebra linear, espaços vetoriais normados, séries de Fourier e transformadas de Fourier, assim como diversas técnicas de solução de equações numéricas e analíticas diferenciais parciais. Essas técnicas são ilustradas com problemas em Mecânica dos Fluidos, Hidrologia, Meteorologia, Química Ambiental e Ecologia, enfatizando-se a capacidade de formular e de resolver alguns problemas típicos (dispersão,reações químicas, dinâmica de populações, etc.) de importância em Engenharia Ambiental.

#### **Unidades Didáticas**

1	Solução numérica de equações diferenciais parciais		
2	Análise linear, sistemas lineares em Engenharia		
3	Séries e Transformadas de Fourier.		
4	Teoria de Distribuições. Funções de Green e Identidades de Green em Engenharia: Hidrógrafa Unitária Instanânea, Problemas de Dispersão de Poluentes.		
5	Teoria de Sturm-Liouville e algumas funções especiais adicionais (Legendre, Laguerre, Hermite). Importância da teoria no método de separação de variáveis para equações diferenciais parciais.		
6	Equações Diferenciais Parciais: problemas lineares e não-lineares em escoamentos na atmosfera, nos oceanos, em rios e no solo, e problemas de dispersão de poluentes. Classificação e o método das características. Solução por separação de variáveis, transformadas integrais e transformada de Boltzmann.		

# Programa

Aula	Data	Conteúdo	Progresso
1	seg, 30/07/2018	A delta de Dirac.	A delta de Dirac.
2	qua, 01/08/18	Cálculo com Distribuições.	Cálculo com Distribuições.
3	sex, 03/08/2018	Diferenças finitas: método explícito para a equação de advecção. Fracasso do método. Explicação: instabilidade numérica.	Diferenças finitas: método explícito para a equação de advecção. Fracasso do método. Explicação: instabilidade numérica. Análise de estabilidade de von Neumann.
4	seg, 06/08/2018	Resultados adicionais e aplicações.	Resultados adicionais e aplicações.
5	qua, 08/08/2018	Espaços normados: produto interno.	Espaços normados: produto interno.
6	sáb, 18/08/2018	Análise de estabilidade de von Neumann. Método de Lax. Número de Courant, condição de Courant. Difusão Numérica.	
7	seg, 13/08/2018	Espaços normados: desigualdade de Schwarz e aplicações	
8	qua, 15/08/2018	Espaços normados: espaços vetoriais de dimensão infinita.	
9	sex, 17/08/2018	Esquemas numéricos para advecção: Upwind. Difusão pura. Esquema explícito. Condição de estabilidade. Difusão pura. Esquema implícito. Condição de estabilidade.	
10	seg, 20/08/2018	Séries de Fourier: Conceitos gerais e cálculo dos termos complexos.	
11	qua, 22/08/2018	Séries de Fourier: série real e complexa. Funções pares e impares.	
12	sex, 24/08/2018	Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy. Difusão pura. Crank-Nicholson. A equação de difusão-advecção.	
13	seg, 27/08/2018	Continuação de funções pares e ímpares, e Exemplos com séries de Fourier.	
14	qua, 29/08/2018	Exemplos com séries de Fourier.	
15	sex, 31/08/2018	P1	
16	seg, 03/09/2018	Desigualdade de Bessel e Igualdade de Parseval. Mínimos quadrados.	
17	qua, 05/09/2018	Transformada de Fourier. Teorema da Inversão.	
	sex, 07/09/2018	Feriado: Independência do Brasil.	
18	seg, 10/09/2018	Semana de Engenharia Ambiental	
19	qua, 12/09/2018	Semana de Engenharia Ambiental	
20	sex, 14/09/2018	Semana de Engenharia Ambiental	
21	seg, 17/09/2018	Transformada de Fourier: Cálculo de transformadas.	
22	qua, 19/09/2018	Transformada de Fourier da derivada e aplicação à solução de EDO's e EDP's.	
23	sex, 21/09/2018	Difusão pura em 2 dimensões: ADI.	
24	seg, 24/09/2018	Propriedades da Transformada de Fourier: derivada, teorema da convolução	
25	qua, 26/09/2018	Teorema de Parseval. Inversa da Transformada de Laplace.	
26	sex, 28/09/2018	P2	
27	seg, 01/10/2018	Condições de contorno em esquemas numéricos de equações diferenciais parciais. Aceleradores (Numba).	
28	qua, 03/10/2018	Operador Adjunto. Operador auto-adjunto. Matriz adjunta. Operadores diferenciais.	

29	sex, 05/10/2018	Funções de Green.	
30	seg, 08/10/2018	Funções de Green.	
31	qua, 10/10/2018	Teoria de Sturm-Liouville Parte I (Evinci: com aula, sem cobrança de presença)	
32	sex, 12/10/2018	Feriado: Padroeira do Brasil	
	seg, 15/10/2018	Dia do Professor	
33	qua, 17/10/2018	Teoria de Sturm-Liouville Parte II	
34	sex, 19/10/2018	Teoria de Sturm-Liouville Aplicações	
35	seg, 22/10/2018	Teoria de Sturm-Liouville Aplicações	
36	qua, 24/10/2018	Equações diferenciais parciais: aplicações em Engenharia. Método das características.	
37	sex, 26/10/2018	Método das características: aplicações.	
38	seg, 29/10/2018	Classificação de EDPs.	
39	qua, 31/10/2018	P3	
	sex, 02/11/2018	Feriado: Finados	
40	seg, 05/11/2018	O método de separação de variáveis: a equação da difusão.	
41	qua, 07/11/2018	O método de separação de variáveis. A equação de Boussinesq não-linear e sua solução.	
42	sex, 09/11/2018	Difusão em coordenadas cilíndricas: uso de funções de Bessel.	
43	seg, 12/11/2018	Equação de Laplace: solução por separação de variáveis.	
44	qua, 14/11/2018	Equação de Laplace: aplicações.	
45	sex, 16/11/2018	Livre.	
46	seg, 19/11/2018	Equação da onda: solução por separação de variáveis.	
47	qua, 21/11/2018	Método das características: solução de d'Alembert para a equação da onda.	
48	sex, 23/11/2018	O método da transformada de Boltzmann para resolver um problema difusivo: placa em movimento.	
50	seg, 26/11/2018	Dia não letivo (CEPE 3017)	
51	qui, 06/12/2018	Revisão	
52	sex, 30/11/2018	P4	
53	seg, 03/12/2018	Revisão	
54	seg, 10/12/2018	F	

## Avaliação

A disciplina é semestral. A avaliação da disciplina é contínua: haverá 4 exames parciais (P1, P2, P3, P4) aproximadamente mensais, e 4 trabalhos computacionais (TC), seguidos de um exame final F. O conteúdo de todos os exames é cumulativo. Os trabalhos computacionais não contarão para nota, mas o seu conteúdo será cobrado nos exames parciais. Os alunos poderão solicitar revisão de prova durante o período até a promulgação da nota do exame posterior. Após esse prazo, não será concedida nenhuma revisão. Os alunos que fizerem a revisão de prova devem comparecer à sala do professor com uma cópia impressa da solução da prova, devidamente estudada. As soluções são disponibilizadas eletronicamente em https://www.nldias.github.io, juntamente com as notas.

A média parcial, P, será a média ponderada de:

P4 (obrigatoriamente): peso 1.

As duas maiores notas entre P1, P2 e P3: peso 1 para cada uma das duas.

A ausência na P4 obriga o aluno a fazer a F, que contará como substituta da P4 e, eventualmente, como a própria F. O resultado parcial é: Alunos com P < 40 estão reprovados. Alunos com P  $\geq$  70 estão aprovados. Para os alunos aprovados nesta fase, a sua média final é M = P. Alunos com  $40 \leq P < 70$  farão o exame final F . Calcula-se a média final M = (P + F)/2. Alunos que obtiverem  $M \geq 50$  estão aprovados. Alunos com M < 50 estão reprovados. Todas as contas são feitas com 2 algarismos significativos com arredondamento para cima. A sistemática dos exames é a seguinte: para cada prova, eu gero um mapa de prova aleatoriamente, com o nome e a posição dos alunos. Ao chegar à porta da sala de aula, verifique no mapa a sua posição durante a prova. O caderno de prova já estará distribuído, com seu número bem visível. Deixe todo o seu material junto ao quadro negro, e sente-se: tenha com você apenas um estojo contendo: caneta azul, lápis ou lapiseira, apontador, e borracha. Neste curso, não será permitido o uso de calculadoras, exceto quando explicitamente indicado antes de alguma prova. O mapa de prova torna o seu início muito rápido e confortável para você.

É proibido usar telefones celulares durante a prova. É proibido usar bonés, turbantes, etc., durante a prova, exceto por motivos religiosos, e nesse caso o aluno/aluna fica proibido de retirar a cobertura durante a prova. É proibido deixar a sala após o início da prova. Portanto, vá ao banheiro antes, desligue o seu celular e deixe-o junto com o resto do material dentro de sua pasta ou mochila, verifique suas lentes de contato, óculos, etc.. Após o início da prova, você só se retirará após entregar a prova.

## Textos para estudo

O texto adotado para este curso é a versão preliminar de: Dias [2016]: Uma cópia atualizada pode ser obtida em <a href="http://www.lemma.ufpr.br/wiki/images/a/af/Matappa-2016-07-27.pdf">http://www.lemma.ufpr.br/wiki/images/a/af/Matappa-2016-07-27.pdf</a>. Um bom material adicional para a UD 1 é Versteeg e Malalasekera [2007]. O livro de Michael Greenberg [Greenberg, 1998] permanece sendo, provavelmente, um dos melhores textos de matemática aplicada existentes, e é recomendado como material adicional. Além disso, nele você encontrará uma grande quantidade de exercícios adicionais que complementam os exercícios resolvidos e propostos no livro texto.

#### Estudo individual

Reserve pelo menos 6 horas semanais para o estudo em casa desta disciplina. Leia a teoria no livro, evitando pular direto para exemplos e exercícios. Digite e rode os exemplos computacionais; faça o trabalho computacional individualmente, e não deixe para a última hora. Entenda a teoria, principalmente as deduções. Essa é a única maneira de estudar e entender matemática. Evite estudar apenas pelo caderno. Procure depois fazer o maior número possível de problemas, mas cuidado: evite fazer problemas apenas sobre uma parte da matéria. Planeje cuidadosamente seu tempo de estudo para que você consiga fazer exercícios sobre toda a matéria.

### Referências

Brutsaert, W. (1967). Evaporation from a Very Small Water Surface at Ground Level: Three-Dimensional Turbulent Diffusion without Convection. Journal of Geophysical Research, 72(22):5361–5369.

Butkov, E. (1988). Física matemática. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro.

Dias, N. L. (2016). Uma introdução aos métodos matemáticos para Engenharia. a ser submetido

à editora da UFPR, Curitiba, PR.

Greenberg, M. D. (1998). Advanced engineering mathematics. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2a edição.

Versteeg, H. K. e Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Pearson Prentice-Hall.