

# Trabalho Nº 01 de TEA018 Hidrologia Ambiental

26 de julho de 2023

## Data de realização

Até a P01 (23/08/2023)

## 1 Questão obrigatória

Modernamente, a maior parte da comunidade de pesquisa e talvez a totalidade da comunidade de engenharia aceitam que, em um regime turbulento rugoso, o perfil de velocidade média em uma camada-limite turbulenta é dado pela “lei log” de von Kármán:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right), \quad (1)$$

onde  $\kappa = 0.4$  é a constante de von Kármán.

No entanto, uma equação empírica possível para o perfil de velocidade em uma camada-limite turbulenta é uma lei de potência, e pode ser escrita como

$$\frac{u}{u_*} = a \left( \frac{z}{z_0} \right)^m. \quad (2)$$

Conforme vimos em aula, (2) pode ser usada juntamente com a equação de Chézy para a dedução da equação de Manning em uma versão dimensionalmente consistente. Para isso, é necessário impor  $m = 1/6$ .

A rugosidade  $k_0$  medida de um leito de rio varia entre 0.03 e 0.9 m (Chow, 1959, tabela 8-1). Observe que o valor de  $z_0$  em (1) não é igual à rugosidade física  $k_0$ , mas é proporcional a ela, via (Chow, 1959, equação 8-12)

$$z_0 = bk, \quad (3)$$

com  $b \sim 1/30$ . Isso significa que as rugosidades de quantidade de movimento em rios devem variar na faixa 0.001–0.03 m.

Dias (2003) estimou a rugosidade  $z_0$  da calha do rio Iguaçu utilizando dados das estações fluviométricas 65310000 e 65320000. A média e o desvio-padrão dos valores de  $z_0$  para vazões maiores ou iguais que  $300 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  foram

$$z_0 = 0.01033 \pm 0.0043 \text{ m.} \quad (4)$$

Note que esses valores concordam com a faixa de variação de  $z_0$  reportada por Chow (1959).

Nosso objetivo é calcular  $a$  de tal maneira que:

1. A rugosidade  $z_0$  na lei de potência (2) seja a mesma que na lei log (1).
2. A vazão média por unidade de largura,

$$q = \int_0^h u(z) dz$$

seja a mesma quando calculada pelas duas equações.

Para tanto,

1. Mostre que

$$\frac{q}{u_* z_0} \approx \int_{z=z_0}^h \frac{u(z)}{u_*} d\left(\frac{z}{z_0}\right) = \int_{\zeta=1}^{250} \left[ \frac{u}{u_*} \right] (\zeta) d\zeta,$$

supondo que  $h = 250z_0$ , e fazendo  $\zeta = z/z_0$ . Note que para  $z_0 = 0.01 \text{ m}$ , isso dá uma profundidade  $h = 2.5 \text{ m}$  para o escoamento.

2. Agora, obrigue a integral acima a ser igual para ambas as fórmulas (1) e (2), e obtenha  $a$ .
3. Plote as duas fórmulas (com o valor de  $a$  obtido em 2) usando **obrigatoriamente** o eixo horizontal para  $u/u_*$  e o eixo vertical para  $z/z_0$ .

## Referências

Chow, V. T. (1959). *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill, New York.

Dias, N. L. (2003). Estimativa do coeficiente de Manning no rio Iguaçu a partir de perfis de velocidade. Em *CD-ROM, XV Simpósio Brasileiro de Recursos hídricos*, volume Livro de Resumos (artigo completo no CD — full article in CD), página 400, Curitiba. Associação Brasileira de Recursos Hídricos.