TEA010 Matemática Aplicada I

Curso de Engenharia Ambiental

Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR

Trabalho Computacional. Data de entrega: 24 de Abril de 2020.

Prof. Nelson Luís Dias

1 Instruções para a entrega do trabalho

Atenção: O grupo entregará apenas 2 arquivos digitais, que devem ser enviados para

nldias@ufpr.br,

com o assunto: TEA010-tc-3-ludwig. Os nomes dos arquivos serão

- 1. ludwig.py,
- 2. ludwig.pdf.

O seu programa deve estar escrito em Python $\geq 3.x$. O programa ludwig.py deve gerar obrigatoriamente apenas um arquivo de saída, cujo nome será

ludwig.out

O arquivo ludwig.pdf deve conter suas respostas ao enunciado mais abaixo, figuras, equações utilizadas, referências bibliográficas, etc.. Não há regras muito fixas, mas você deve obedecer ao seguinte:

- 2,5 cm de margem (direita, esquerda, acima e abaixo)
- espaçamento simples
- Tipo romano com serifa (por exemplo, Times Roman ou Times New Roman; **não use tipos sem serifa, tais como Arial ou Calibri**)

O arquivo ludwig. out deve ser um arquivo texto; ele deve ser organizado em 4 colunas de 12 caracteres cada, impressas com o formato %12.6f, sem brancos adicionais entre as colunas. A primeira coluna deve conter os valores de t (tempo, em anos), a partir de 0, em incrementos $\Delta t = 0,0025$ anos até t = 200 anos; a segunda coluna deve conter os valores de B(t); a terceira coluna os valores de S(t); e a quarta coluna os valores de S(t) (vide seção 3), **nessa ordem**.

2 Correção do trabalho

Os critérios de correção são os seguintes

- Se o programa não rodar, por qualquer motivo, a nota do trabalho é zero.
- Se o programa não gerar os arquivos de saída com os nomes e o formato especificados, a nota é zero.
- Eu vou comparar graficamente o arquivo de saída contendo a sua solução com a solução numérica correta. As duas soluções devem concordar visualmente.
- O Português da apresentação deve ser correto. **Cuidado com erros de pontuação, concordância e ortografia**.
- A qualidade da apresentação deve ser boa. O texto deve ser claro, as referências a figuras e tabelas (se houver) devem seguir as regras acadêmicas usuais (figuras e tabelas numeradas, gráficos bem feitos, etc.).
- Pesquisa sobre o tema; referências adicionais; explorações adicionais do tema do trabalho; profundidade; etc., serão considerados na nota do trabalho.



Figura 1: A traça (*Spruce budworm*) *Choristoneura orae*. Fonte: Wikipedia. ©entomart (http://www.entomart.be).

Tabela 1: Parâmetros do modelo de Ludwig et al. (1978)

Parâmetro	Unidade	Valor
r_B	ano^{-1}	1.52
K'	larvas galho ⁻¹	355
β	larvas acre ⁻¹ ano ⁻¹	43200
α'	larvas galho ⁻¹	1.11
r_S	ano^{-1}	0.095
K_S	galhos acre ⁻¹	25440
K_E	_	1
r_E	ano^{-1}	0.92
P'	larva ⁻¹	0.00195
T	_	0.05

3 Um modelo ecológico para Choristoneura orae

A *Choristoneura orae* (figura 1) é uma traça conhecida nos EUA como *Spruce Budworm*. Ludwig et al. (1978) propuseram um modelo matemático simples de crescimento da traça: se *B* é a sua densidade populacional, o modelo é

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = r_B B \left(1 - \left(\frac{B}{K'S} \right) \frac{T^2 + E^2}{E^2} \right) - \frac{\beta}{K_S} \left(\frac{B^2}{(\alpha'S)^2 + B^2} \right),\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = r_S S \left(1 - \frac{SK_E}{E} \right),\tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_F} \right) - \left(\frac{P'B}{S} \right) \frac{E^2}{T^2 + E^2}.$$
 (3)

Todos os parâmetros são definidos em (Ludwig et al., 1978). As variáveis que evoluem são B (a densidade de larvas, em larvas galho⁻¹; S (a área relativa de galhos) e E (a energia por galho).

Aqui, nós nos limitamos a listá-los (em suas unidades originais) na tabela 1

Utilize as condições iniciais para o sistema, B(0) = 1, S(0) = 0.070 e E(0) = 1. Resolva o sistema de equações (1)–(3), utilizando um passo de tempo de 1/400 ano e um tempo total de

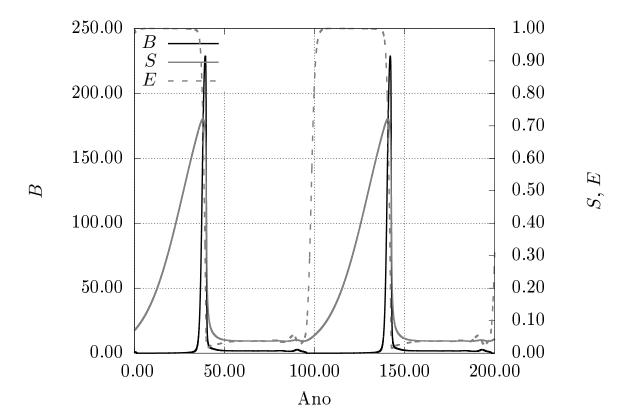


Figura 2: Simulação de eclosão de uma praga de traças, utilizando o modelo de Ludwig et al. (1978).

simulação de 200 anos. O seu resultado deve ser o mostrado na figura 2. Compare com a figura 5 de Ludwig et al. (1978).

Referências

Ludwig, D., Jones, D. D., e Holling, C. S. (1978). Qualitative analysis of insect outbreak systems: the spruce budworm and forest. *J Anim Ecol*, 47(1):315–332.