

TEA010 Matemática Aplicada I  
Curso de Engenharia Ambiental  
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR  
P04, 23 Jun 2017  
Prof. Nelson Luís Dias  
NOME: GABARITO

0

Assinatura: \_\_\_\_\_

**1** [25] Encontre a **solução geral** de

$$x^2 y'' + (x + x^2) y' - y = 0$$

pelo método de Frobenius.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Veja o Exemplo 10.4 do livro-texto.



**2** [25] Calcule a transformada de Laplace da equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} - y = x^2.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$s\bar{y} - y(0) - \bar{y} = \mathcal{L}\{x^2\},$$

$$s\bar{y} - y(0) - \bar{y} = \frac{2}{s^3} \blacksquare$$

**3** [25] Obtenha a transformada inversa de Laplace de

$$\left[ \frac{1}{s-a} \right] \times \left[ \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right].$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{-1} [\bar{f}(s)\bar{g}(s)] &= f(t) * g(t) \\ &= \int_0^t f(t-\tau)g(\tau) \, d\tau \\ &= \int_0^t e^{a(t-\tau)} \operatorname{sen}(\omega\tau) \, d\tau \\ &= e^{at} \int_0^t e^{-a\tau} \operatorname{sen}(\omega\tau) \, d\tau \\ &= \frac{1}{\omega^2 + a^2} \left[ \omega e^{at} - (\omega \cos(\omega t) + a \operatorname{sen}(\omega t)) \right] \blacksquare\end{aligned}$$

4 [25] Calcule

$$\int_{-\infty}^x H(\xi) \cos(\xi) \, d\xi,$$

onde  $H(x)$  é a função de Heaviside. Dê o resultado em uma única linha (é **proibido** dar o resultado final com casos separados envolvendo o sinal de  $x$ ).

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} x < 0 &\Rightarrow \int_{-\infty}^x H(\xi) \cos(\xi) \, d\xi = 0; \\ x > 0 &\Rightarrow \int_{-\infty}^x H(\xi) \cos(\xi) \, d\xi = \int_0^x H(\xi) \cos(\xi) \, d\xi \\ &= \int_0^x \cos(\xi) \, d\xi \\ &= \operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(0); \Rightarrow \\ \int_{-\infty}^x H(\xi) \cos(\xi) \, d\xi &= H(x) \operatorname{sen}(x) \blacksquare \end{aligned}$$