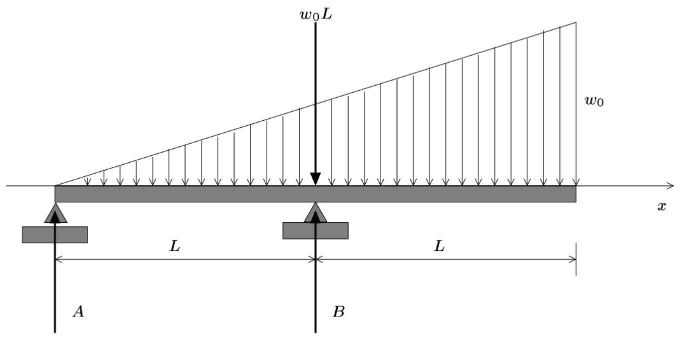
TT009 Matemática Aplicada I
P10, 11 Jul 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A viga em balanço da figura tem um carregamento distribuído triangular variando de 0 em $x = 0$ até w_0 em $x = 2L$. Há também uma carga concentrada de intensidade $w_0 L$ em $x = L$.

a) Escreva uma equação para o carregamento distribuído *total* sobre a viga, $w(x)$, que inclua as reações de apoio A e B, a carga concentrada em $x = L$ e o carregamento triangular, usando as distribuições $\delta(x)$ e $H = \int_{-\infty}^{x} \delta(\xi)\, d\xi$.

b) Integre as condições de equilíbrio $\int_{-\infty}^{\infty} w(x)\, dx = 0$, $\int_{-\infty}^{\infty} x w(x)\, dx = 0$, e calcule as reações de apoio A e B. **O uso dos conceitos de teoria das distribuições é obrigatório: resultados obtidos com conceitos elementares de mecânica não serão considerados.**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

O carregamento distribuído total é

$$w(x) = A\delta(x) + B\delta(x - L) - w_0 L\delta(x - L) - [H(x) - H(x - 2L)]\frac{w_0 x}{2L}.$$

A 1ª equação de equilíbrio será

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} w(x)\, dx &= A\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\, dx + B\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - L)\, dx - w_0 L\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - L)\, dx - \int_{-\infty}^{+\infty} [H(x) - H(x - 2L)]\frac{w_0 x}{2L}\, dx \\
&= A + B - w_0 L - \frac{w_0}{2L}\int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{[H(x) - H(x - 2L)]}_{u}\underbrace{x\, dx}_{dv} \\
&= A + B - w_0 L - \frac{w_0}{2L}\left\{\underbrace{\left[\frac{x^2}{2}[H(x) - H(x - 2L)]\right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=0} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{2}[\delta(x) - \delta(x - 2L)]\, dx\right\} \\
&= A + B - w_0 L - w_0 L \\
&= A + B - 2w_0 L = 0 \blacksquare
\end{aligned}$$

A 2ª equação de equilíbrio será

$$
\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} xw(x)\,dx &= A\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x)\,dx + B\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x-L)\,dx - w_0L\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x-L)\,dx - \int_{-\infty}^{+\infty}[H(x)-H(x-2L)]\frac{w_0x^2}{2L}\,dx \\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{w_0}{2L}\int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{[H(x)-H(x-2L)]}_{u}\underbrace{x^2\,dx}_{dv} \\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{w_0}{2L}\left\{\underbrace{\left[\frac{x^3}{3}[H(x)-H(x-2L)]\right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=0} - \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^3}{3}[\delta(x)-\delta(x-2L)]\,dx\right\} \\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{4w_0L^2}{3} \\
&= 0 + BL - \frac{7w_0L^2}{3} = 0 \;\blacksquare
\end{aligned}
$$

Resolvendo o sistema de equações,

$$
\begin{aligned}
A &= -\frac{1}{3}w_0L, \\
B &= \frac{7}{3}w_0L \;\blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$