TT009 Matemática Aplicada I
P9, 04 Jul 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Se

$$\phi_n(x) = \frac{n}{\pi l} \frac{1}{1 + \left(\frac{nx}{l}\right)^2}$$

mostre que:

$$\text{a)} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_n(x)\,dx = 1, \quad \forall n,$$

$$\text{b)} \lim_{n\to\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\phi_n(x-a)\,dx = f(a),$$

e que portanto $\{\phi_n(x)\}$ é uma seqüência delta. Sugestão:

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx = 2\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx = 2\operatorname{arctg} x\big|_0^{\infty} = 2(\pi/2 - 0) = \pi;$$

$$y = \frac{n(x-a)}{l},$$

$$dy = \frac{ndx}{l},$$

$$x = \frac{ly}{n} + a,$$

$$\lim_{n\to\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\frac{n}{\pi l}\frac{1}{1+\left(\frac{n(x-a)}{l}\right)^2}\,dx = \lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\frac{ly}{n}+a)\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+y^2}\,dy$$

$$= f(a)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+y^2}\,dy = f(a).$$

Continue a solução no verso ⟹