

# TEA-013 Matemática Aplicada II

Prof. Nelson Luís Dias (Lemma/Dep Eng Ambiental, Centro Politécnico)  
nldias@ufpr.br

Ensalamento e Horário

2as 4as 6as sala PM-02 07:30--09:10

## Objetivos Didáticos

A Disciplina TEA0130 tem por objetivo aprofundar o domínio pelo aluno de modelos matemáticos analíticos e numéricos aplicáveis à Engenharia Ambiental. A disciplina incluirá aplicações de: álgebra linear, espaços vetoriais normados, séries de Fourier e transformadas de Fourier, assim como diversas técnicas numéricas e analíticas de solução de equações diferenciais parciais. Essas técnicas são ilustradas com problemas em Mecânica dos Fluidos, Hidrologia, Meteorologia, Química Ambiental e Ecologia, enfatizando-se a capacidade de formular e de resolver alguns problemas típicos (dispersão, reações químicas, dinâmica de populações, etc.) de importância em Engenharia Ambiental.

## Unidades Didáticas

1	Solução numérica de equações diferenciais parciais
2	Análise linear, sistemas lineares em Engenharia
3	Séries e Transformadas de Fourier.
4	Teoria de Distribuições. Funções de Green e Identidades de Green em Engenharia: Hidrógrafa Unitária Instantânea, Problemas de Dispersão de Poluentes.
5	Teoria de Sturm-Liouville e algumas funções especiais adicionais (Legendre, Laguerre, Hermite). Importância da teoria no método de separação de variáveis para equações diferenciais parciais.
6	Equações Diferenciais Parciais: problemas lineares e não-lineares em escoamentos na atmosfera, nos oceanos, em rios e no solo, e problemas de dispersão de poluentes. Classificação e o método das características. Solução por separação de variáveis, transformadas integrais e transformada de Boltzmann.

# Programa

Aula	Data	Conteúdo	Progresso
1	seg, 05/08/2019	A delta de Dirac.	
2	qua, 07/08/2019	Cálculo com Distribuições.	
3	sex, 09/08/2019	Diferenças finitas: método explícito para a equação de advecção. Fracasso do método. Explicação: instabilidade numérica.	
4	seg, 12/08/2019	Distribuições: resultados adicionais e aplicações.	
5	qua, 14/08/2019	Espaços normados: produto interno.	
6	sex, 16/08/2019	Análise de estabilidade de von Neumann. Método de Lax. Número de Courant, condição de Courant. Difusão Numérica. Esquemas numéricos para advecção: Upwind.	
7	seg, 19/08/2019	Espaços normados: desigualdade de Schwarz e aplicações	
8	qua, 21/08/2019	Espaços normados: espaços vetoriais de dimensão infinita.	
9	sex, 23/08/2019	Difusão pura. Esquema explícito. Condição de estabilidade. Difusão pura. Esquema implícito. Condição de estabilidade. Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy.	
10	seg, 26/08/2019	Séries de Fourier: Conceitos gerais e cálculo dos termos complexos.	
11	qua, 28/08/2019	Séries de Fourier: série real e complexa. Funções pares e ímpares.	
12	sex, 30/08/2019	Esquema implícito: programação matricial e slicing com Numpy. Difusão pura. Crank-Nicholson. A equação de difusão-advecção.	
13	seg, 02/09/2019	Continuação de funções pares e ímpares, e Exemplos com séries de Fourier.	
14	qua, 04/09/2019	Exemplos com séries de Fourier.	
15	sex, 06/09/2019	<b>P1</b>	
16	seg, 09/09/2019	Desigualdade de Bessel e Igualdade de Parseval. Mínimos quadrados.	
17	qua, 11/09/2019	Transformada de Fourier. Teorema da Inversão.	
18	sex, 13/09/2019	Difusão pura em 2 dimensões: ADI.	
	seg, 16/09/2019	<b>Semana de Engenharia Ambiental</b>	
	qua, 18/09/2019	<b>Semana de Engenharia Ambiental</b>	
	sex, 20/09/2019	<b>Semana de Engenharia Ambiental</b>	
19	seg, 23/09/2019	Transformada de Fourier: Cálculo de transformadas.	
20	qua, 25/09/2019	Transformada de Fourier da derivada e aplicação à solução de EDO's e EDP's. Propriedades da Transformada de Fourier: derivada, teorema da convolução.	
21	sex, 27/09/2019	Condições de contorno em esquemas numéricos de equações diferenciais parciais. Aceleradores (Numba).	
22	seg, 30/09/2019	Propriedades da Transformada de Fourier: derivada, teorema da convolução. Teorema de Parseval. Inversa da Transformada de Laplace.	
23	qua, 02/10/2019	<b>SIEPE: aulas suspensas CEPE 64/18</b>	
24	sex, 04/10/2019	<b>P2</b>	
25	seg, 07/10/2019	Operador Adjunto. Operador auto-adjunto. Matriz adjunta. Operadores diferenciais.	
26	qua, 09/10/2019	Funções de Green.	

27	sex, 11/10/2019	Funções de Green.	
28	seg, 14/10/2019	Teoria de Sturm-Liouville Parte I	
29	qua, 16/10/2019	Teoria de Sturm-Liouville Parte II	
30	sex, 18/10/2019	Teoria de Sturm-Liouville Aplicações	
31	seg, 21/10/2019	Equações diferenciais parciais: aplicações em Engenharia. Método das características.	
32	qua, 23/10/2019	Método das características: aplicações.	
33	sex, 25/10/2019	<b>P3</b>	
34	seg, 28/10/2019	Classificação de EDPs.	
35	qua, 30/10/2019	O método de separação de variáveis: a equação da difusão.	
36	sex, 01/11/2019	O método de separação de variáveis. A equação de Boussinesq não-linear e sua solução.	
37	seg, 04/11/2019	Difusão em coordenadas cilíndricas: uso de funções de Bessel.	
38	qua, 06/11/2019	Equação de Laplace: solução por separação de variáveis.	
39	sex, 08/11/2019	Equação de Laplace: aplicações.	
40	seg, 11/11/2019	Equação da onda: solução por separação de variáveis.	
41	qua, 13/11/2019	Método das características: solução de d'Alembert para a equação da onda.	
	sex, 15/11/2019	<b>Feriado: Proclamação da República</b>	
42	seg, 18/11/2019	O método da transformada de Boltzmann para resolver um problema difusivo: placa em movimento.	
43	qua, 20/11/2019	O método da transformada de Boltzmann para resolver um problema difusivo: O problema de Sutton.	
44	sex, 22/11/2019	<b>P4</b>	
45	seg, 25/11/2019	Revisão	
46	qua, 27/11/2019	Revisão	
47	sex, 29/11/2019	Revisão	
48	seg, 02/12/2019	Revisão	
49	qua, 04/12/2019	Revisão	
50	seg, 09/12/2019	<b>F</b>	

## Avaliação

A disciplina é semestral. A avaliação da disciplina é contínua: haverá 4 exames parciais (P1, P2, P3, P4) aproximadamente mensais, e 4 trabalhos computacionais (TC), seguidos de um exame final F. O conteúdo de todos os exames é cumulativo. Os trabalhos computacionais não contarão para nota, mas o seu conteúdo será cobrado nos exames parciais e no exame final. Os alunos poderão solicitar revisão de prova durante o período até a promulgação da nota do exame posterior. Após esse prazo, não será concedida nenhuma revisão. **Os alunos que fizerem a revisão de prova devem comparecer à sala do professor com uma cópia impressa da solução da prova, devidamente estudada.** As soluções são disponibilizadas eletronicamente em <https://www.nldias.github.io>, juntamente com as notas.

A média parcial, P, será a média ponderada de:

P4 (obrigatoriamente): peso 1.

As duas maiores notas entre P1, P2 e P3: peso 1 para cada uma das duas.

A ausência na P4 obriga o aluno a fazer a F, que contará como substituta da P4 e, eventualmente, como a própria F. O resultado parcial é: Alunos com  $P < 40$  estão reprovados. Alunos com  $P \geq 70$  estão aprovados. Para os alunos aprovados nesta fase, a sua média final é  $M = P$ . Alunos com  $40 \leq P < 70$  farão o exame final F. Calcula-se a média final  $M = (P + F)/2$ . Alunos que obtiverem  $M \geq 50$  estão aprovados. Alunos com  $M < 50$  estão reprovados. Todas as contas são feitas com 2 algarismos significativos com arredondamento para cima.

A sistemática dos exames é a seguinte: para cada prova, eu gero um mapa de prova aleatoriamente, com o nome e a posição dos alunos. Ao chegar à porta da sala de aula, verifique no mapa a sua posição durante a prova. O caderno de prova já estará distribuído, com seu número bem visível. Deixe todo o seu material junto ao quadro negro, e sente-se: tenha com você apenas um estojo contendo: caneta azul, lápis ou lapiseira, apontador, e borracha. Neste curso, não será permitido o uso de calculadoras, exceto quando explicitamente indicado antes de alguma prova. O mapa de prova torna o seu início muito rápido e confortável para você.

**É proibido usar telefones celulares durante a prova. É proibido usar bonés, turbantes, etc., durante a prova, exceto por motivos religiosos, e nesse caso o aluno/aluna fica proibido de retirar a cobertura durante a prova. É proibido deixar a sala após o início da prova. Portanto, vá ao banheiro antes, desligue o seu celular e deixe-o junto com o resto do material dentro de sua pasta ou mochila, verifique suas lentes de contato, óculos, etc.. Após o início da prova, você só poder se retirar após entregar a prova.**

## Textos para estudo

O texto adotado para este curso é <https://nldias.github.io/pdf/matappa-2ed.pdf> Um bom material adicional para métodos numéricos é Versteeg e Malalasekera [2007]. O livro de Michael Greenberg [Greenberg, 1998] permanece sendo, provavelmente, um dos melhores textos de matemática aplicada existentes, e é recomendado como material adicional. Além disso, nele você encontrará uma grande quantidade de exercícios adicionais que complementam os exercícios resolvidos e propostos no livro texto.

## Estudo individual

**Reserve pelo menos 6 horas semanais para o estudo em casa desta disciplina.** Leia a teoria no livro, evitando pular direto para exemplos e exercícios. Digite e rode os exemplos computacionais; faça os trabalhos computacionais individualmente, e não deixe para a última hora. Entenda a teoria, principalmente as deduções. Essa é a única maneira de estudar e entender matemática. Evite estudar apenas pelo caderno. Procure depois fazer o maior número possível de problemas, mas cuidado: evite fazer problemas apenas sobre uma parte da matéria. Planeje cuidadosamente seu tempo de estudo para que você consiga fazer exercícios sobre toda a matéria.

## Referências

- Butkov, E. (1988). Física matemática. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro.
- Dias, N. L. (2017). Uma introdução aos métodos matemáticos para Engenharia. Edição do Autor, Curitiba, PR: <https://nldias.github.io/pdf/matappa-2ed.pdf>.
- Greenberg, M. D. (1998). Advanced engineering mathematics. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2a edição.
- Versteeg, H. K. e Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Pearson Prentice-Hall.