TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANDRESSA GUADAGNIN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CLARISSA SÉKULA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CÉSAR A. DA SILVA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GIANE R. GMACH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GILBERTO MAZER KUBIS Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: HELDER RAFAEL NOCKO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: LEANDRO BERGMANN TAYTELBAUM Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARCELO ANDRIONI Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: OTHAVIO TONIASSO TAKEDA Assinatura: ____________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PALOMA GIOVANA FARIA Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RAFAEL CABRAL GONÇALVES Assinatura: ________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RICARDO FURLAN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

Responda, **justificando**:

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$		
$x^2y'' + xy' + y = 0$		
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$		

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 4ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
Prova Final, 3 Set 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [2,0] Usando a *identidade de Jacobi*,

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c},$$

Mostre que

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] = \mathbf{0}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Solução:

$$\begin{aligned}[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] + [\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]] + [\mathbf{b} \times [\mathbf{c} \times \mathbf{a}]] &= (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} \\ &+ (\mathbf{c} \cdot \mathbf{b})\mathbf{a} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})\mathbf{b} \\ &+ (\mathbf{b} \cdot \mathbf{a})\mathbf{c} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{a} = \mathbf{0} \blacksquare\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [1,5] Considere a função

$$f(z) = (3y^2 - x^3) + i(6xy^2 - 3yx^2).$$

a) [0,5] As equações de Cauch-Riemman são satisfeitas em todos os pontos do eixo real?

b) [0,5] As derivadas parciais

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$$

são contínuas em todos os pontos do eixo real?

c) [0,5] A função $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo real?

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Item a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -3x^2; \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = 12xy - 3x^2; \qquad y = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}.$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 6y; \qquad -\frac{\partial v}{\partial x} = 6xy - 6y^2; \qquad y = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Sim, as condições são satisfeitas em todos os pontos em que $y = 0$ (eixo real).
Item b:
Sim: Todas as derivadas parciais acima são polinômios em x e y, e conseqüentemente funções contínuas.
Item c:
As equações de Cauchy-Riemman são uma condição *necessária*, porém não suficiente, de analiticidade em um ponto. Quando, além de valerem as equações de C-R, as derivadas $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$ e $\partial v/\partial y$ são contínuas no ponto, $f(z)$ é analítica no ponto. Portanto, $f(z)$ é analítica em todos os pontos do eixo $y = 0$.

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

3 [1,5] Complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo dado; **não escreva fora dos espaços designados, e seja sucinto(a)!** Nas equações abaixo, a, b e c são constantes reais genéricas, e $f(x)$ e $g(x)$ são funções reais genéricas.

Equação diferencial	Classificação	Encaminhamento da solução
$y' + f(x)y = g(x)$	EDO, linear, ordem 1, não-homogênea	Faça $y = u(x)v(x)$, substitua e resolva uma equação homogênea para $u(x)$.
$ay'' + by' + cy = f(x)$	EDO, linear, ordem 2, não-homogênea	Posso usar: • o método da variação de constantes, $y = A(x)e^{\lambda_1 x} + B(x)e^{\lambda_2 x}$, onde λ_1 e λ_2 são raízes (talvez complexas) de $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$, ou • transformada de Laplace, ou • transformada de Fourier (entre outros).
$x^2y'' + xy' + y = 0$	EDO, linear, ordem 2, homogênea (coeficientes não-constantes)	Equação de Euler: tente $y = x^\alpha$.
$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$	EDO, linear, ordem 2, homogênea (coeficientes não-constantes)	Equação de Bessel de ordem 1: solução pelo método de Frobenius (séries): uma vez obtida uma solução de 1ª espécie, $J_1(x)$, posso tentar uma solução LI (de 2ª espécie) do tipo $A(x)J_1(x)$, ou $\ln x J_1(x) + \sum a_n x^{n+s}$.

4 [2,0] Se a transformada de Laplace de $f(t)$ é $(2s^2 + s + 1)/(s^3 + s^2 + s + 1)$, obtenha $f(t)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A decomposição em frações parciais é

$$\frac{2s^2 + s + 1}{s^3 + s^2 + s + 1} = \underbrace{\frac{s}{s^2 + 1}}_{\mathcal{L}^{-1} \cos t} + \underbrace{\frac{1}{s + 1}}_{\mathcal{L}^{-1} e^{-t}};$$

donde:

$$f(t) = e^{-t} + \cos t \blacksquare$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

5 [3,0] Sabendo que a transformada de Fourier, *definida por*

$$\mathcal{F}[f(x)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\, dx$$

tem a propriedade

$$\mathcal{F}[f'(x)](k) = ik\mathcal{F}[f],$$

e que $\mathcal{F}[\delta(x)] = 1$, calcule $\mathcal{F}[H(x)]$, onde $H(x)$, a função de Heaviside, é a antiderivada (ou seja: a primitiva) da delta de Dirac $\delta(x)$ (no sentido, naturalmente, da teoria de Distribuições).

SOLUÇÃO DA 5ª Questão:

Aplicando diretamente a relação acima,

$$\mathcal{F}[\delta(x)] = 1 = ik\mathcal{F}[H(x)] \;\Rightarrow\; \mathcal{F}[H(x)] = \frac{1}{ik} \;\blacksquare$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P10, 11 Jul 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

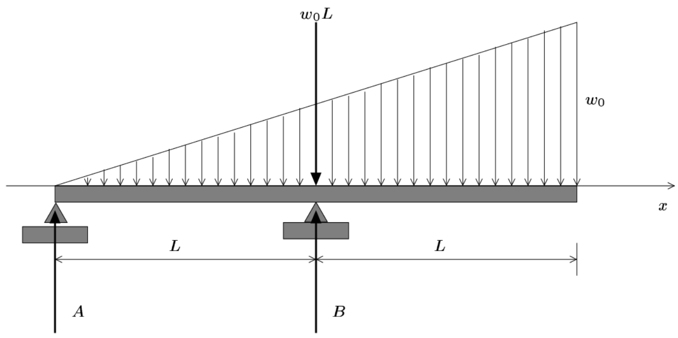
ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A viga em balanço da figura tem um carregamento distribuído triangular variando de 0 em $x = 0$ até w_0 em $x = 2L$. Há também uma carga concentrada de intensidade w_0L em $x = L$.

a) Escreva uma equação para o carregamento distribuído *total* sobre a viga, $w(x)$, que inclua as reações de apoio A e B, a carga concentrada em $x = L$ e o carregamento triangular, usando as distribuições $\delta(x)$ e $H = \int_{-\infty}^{x} \delta(\xi)\, d\xi$.

b) Integre as condições de equilíbrio $\int_{-\infty}^{\infty} w(x)\, dx = 0$, $\int_{-\infty}^{\infty} xw(x)\, dx = 0$, e calcule as reações de apoio A e B. **O uso dos conceitos de teoria das distribuições é obrigatório: resultados obtidos com conceitos elementares de mecânica não serão considerados.**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

O carregamento distribuído total é

$$w(x) = A\delta(x) + B\delta(x-L) - w_0L\delta(x-L) - [H(x) - H(x-2L)]\frac{w_0x}{2L}.$$

A 1ª equação de equilíbrio será

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} w(x)\, dx &= A\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\, dx + B\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-L)\, dx - w_0L\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-L)\, dx - \int_{-\infty}^{+\infty} [H(x) - H(x-2L)]\frac{w_0x}{2L}\, dx \\
&= A + B - w_0L - \frac{w_0}{2L}\int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{[H(x) - H(x-2L)]}_{u}\underbrace{x\, dx}_{dv} \\
&= A + B - w_0L - \frac{w_0}{2L}\left\{ \underbrace{\left[\frac{x^2}{2}[H(x) - H(x-2L)]\right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=0} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{2}[\delta(x) - \delta(x-2L)]\, dx \right\} \\
&= A + B - w_0L - w_0L \\
&= A + B - 2w_0L = 0 \blacksquare
\end{aligned}$$

A 2ª equação de equilíbrio será

$$
\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} xw(x)\,dx &= A\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x)\,dx + B\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x-L)\,dx - w_0L\int_{-\infty}^{+\infty} x\delta(x-L)\,dx - \int_{-\infty}^{+\infty}[H(x)-H(x-2L)]\frac{w_0x^2}{2L}\,dx\\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{w_0}{2L}\int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{[H(x)-H(x-2L)]}_{u}\underbrace{x^2\,dx}_{dv}\\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{w_0}{2L}\left\{\underbrace{\left[\frac{x^3}{3}[H(x)-H(x-2L)]\right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=0} - \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^3}{3}[\delta(x)-\delta(x-2L)]\,dx\right\}\\
&= 0 + BL - w_0L^2 - \frac{4w_0L^2}{3}\\
&= 0 + BL - \frac{7w_0L^2}{3} = 0 \blacksquare
\end{aligned}
$$

Resolvendo o sistema de equações,

$$
\begin{aligned}
A &= -\frac{1}{3}w_0L,\\
B &= \frac{7}{3}w_0L \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P11, 25 Jul 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Obedecendo às definições,

$$\widehat{f}(k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx,$$
$$f(x) \equiv \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(k)e^{ikx}\,dk,$$

se $f(x) = e^{-|x|}$, calcule $\widehat{f}(k)$. Sugestão: ao calcular $\widehat{f}(k)$, use o fato de que $f(x)$ é par, e use a fórmula de Euler para separar a parte real da parte imaginária de e^{ikx}; uma das integrais resultantes, então, se anulará; **prossiga**, calculando a integral restante.

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

$$\begin{aligned}
\widehat{f}(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}e^{-ikx}\,dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}\left(\cos kx - ik \operatorname{sen} kx\right)\,dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}\cos kx\,dx - i\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}\operatorname{sen} kx\,dx}_{=0} = 2\int_0^{\infty} e^{-x}\cos kx\,dx.
\end{aligned}$$

Para calcular esta última integral, uso *novamente* a fórmula de Euler: note que

$$\Re\left\{\int_0^{\infty} e^{-x}e^{ikx}\,dx\right\} = \int_0^{\infty} e^{-x}\cos kx\,dx$$

($\Re$ significa a parte real). A integral complexa é mais fácil!

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} e^{-x}e^{ikx}\,dx &= \int_0^{\infty} e^{(ik-1)x}\,dx \\
&= \frac{1}{(ik-1)}\int_0^{\infty} e^{(ik-1)x}(ik-1)\,dx \\
&= \left.\frac{1}{(ik-1)}e^{(ik-1)x}\right|_0^{\infty} \\
&= -\frac{1}{(ik-1)} = \frac{1+ik}{1+k^2}.
\end{aligned}$$

Como desejamos duas vezes a parte real,

$$\widehat{f}(k) = \frac{2}{1+k^2}.$$

ATENÇÃO: Muitos de vocês tentaram integrar

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|}\cos kx\,dx$$

por partes. Mas isto é **impossível**, pois a função $e^{-|x|}$ não é diferenciável em $x = 0$ (desenhe seu gráfico para confirmar isto). Portato, era imprescindível usar a simetria do integrando, passar para $2\int_0^{\infty}$, e, *para* $0 \le x \le \infty$, usar $e^{-|x|} = e^{-x}$.

TT009 Matemática Aplicada I
P12, 04 Ago 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] Usando, necessariamente, a transformada de Fourier **definida** por

$$\widehat{f}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,dt \quad \leftrightarrow \quad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega,$$

Resolva a equação

$$\frac{df}{dt} + \frac{1}{T}f = \delta(t).$$

Use o seguinte fato:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{\omega - a}\,d\omega = \begin{cases} ie^{iat}, & t > 0, \\ 0 & t < 0. \end{cases}$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

A transformada de Fourier da equação diferencial é

$$\begin{aligned}
i\omega\widehat{f} + \frac{1}{T}\widehat{f} &= 1,\\
\widehat{f}\left(i\omega + \frac{1}{T}\right) &= 1,\\
\widehat{f}\left(\omega + \frac{1}{iT}\right) &= \frac{1}{i},\\
\widehat{f} &= \frac{1}{i}\frac{1}{\omega - \frac{i}{T}}
\end{aligned}$$

Portanto

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{1}{i}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega - \frac{i}{T}}e^{i\omega t}\,d\omega\\
&= \frac{1}{i}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{\omega - \frac{i}{T}}\,d\omega\\
&= \frac{1}{i}ie^{i\frac{i}{T}t} = e^{-t/T}.
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P13, 08 Ago 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Se $f(t)$, $\widehat{f}(\omega)$ são um par transformada/transformada inversa de Fourier, e f é uma função par com $f(0) \geq f(t), \forall t$, uma forma de enunciar o *princípio da incerteza* é:

$$T \equiv \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|\, dt \right] \Big/ f(0), \quad \Omega \equiv \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{f}(\omega)\, d\omega \right] \Big/ \widehat{f}_{\text{máx}}, \quad \Omega T \geq 2\pi.$$

Considere o par transformada/transformada inversa de Fourier de funções *gaussianas*:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2} \quad \leftrightarrow \quad \widehat{f}(\omega) = \sigma e^{-\left(\frac{\omega\sigma}{2}\right)^2}.$$

Use a fórmula bem conhecida $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2}\, du = \sqrt{\pi}$ para mostrar que, no caso das gaussianas acima, $\Omega T = 2\pi$, ou seja: vale a igualdade. No sentido de reduzir a incerteza, portanto, as gaussianas são uma escolha *ótima*. **Sugestão:** as gaussianas são sempre positivas, portanto esqueça-se do módulo nas definições acima; além disto, tanto f quanto $\widehat{f}$ têm seus máximos na origem.

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

As integrais que aparecem nas definições de T e de Ω são

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(t/\sigma)^2}\, dt \\
&= \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(t/\sigma)^2}\, d(t/\sigma) \\
&= \sigma; \\
\int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{f}(\omega)\, d\omega &= \frac{2}{\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma e^{-(\omega\sigma/2)^2}\, d(\omega\sigma/2) \\
&= 2\sqrt{\pi}.
\end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
T &= \sqrt{\pi}\sigma, \\
\Omega &= 2\sqrt{\pi}/\sigma, \\
\Omega T &= 2\pi \blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P14, 15 Ago 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

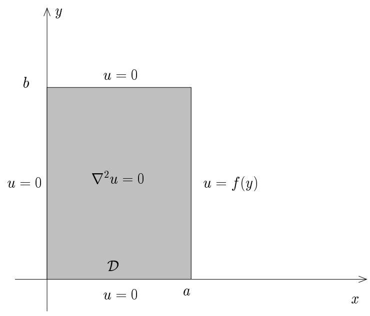
---

1 [10,0] Seja o problema

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Sujeito às condições de contorno

$$u(0, y) = 0, \quad 0 < y < b,$$
$$u(a, y) = f(y) \quad 0 < y < b,$$
$$u(x, 0) = u(x, b) = 0, \quad 0 < x < a,$$



no domínio $\mathcal{D}$ retangular da figura.

a) [5,0] Faça $u = X(x)Y(y)$; obtenha as equações diferenciais $X'' - \lambda X = 0$ e $Y'' + \lambda Y = 0$. Resolva as equações diferenciais ordinárias e mostre que, *a menos de uma constante multiplicativa*, as soluções têm que ser $X = \operatorname{senh}(n\pi y/b)$ e $Y = \operatorname{sen}(n\pi x/b)$.

b) [5,0] Deduza que a solução geral é $u = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \operatorname{senh}(n\pi x/b) \operatorname{sen}(n\pi y/b)$, com

$$Q_n = \frac{2}{b \operatorname{senh}\frac{n\pi a}{b}} \int_0^b f(y) \operatorname{sen}\frac{n\pi y}{b}\, dy.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Tente

$$u = X(x)Y(y) \;\Rightarrow\; \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X''Y, \;\; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = XY'';$$

então,

$$X''Y + XY'' = 0 \;\Rightarrow\; \frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} = \lambda \;\Rightarrow\; X'' - \lambda X = 0, \;\; Y'' + \lambda Y = 0.$$

Neste ponto, a maioria dos alunos supôs $\lambda > 0$ sem justificar o fato; isto é um erro **grave**. É preciso chegar a esta conclusão com o auxílio das condições de contorno. De fato,

$$Y = \begin{cases} \lambda < 0 \;\Rightarrow & c_1 e^{\sqrt{-\lambda}x} + c_2 e^{-\sqrt{-\lambda}x}, \\ \lambda = 0 \;\Rightarrow & c_3 + c_4 x, \\ \lambda > 0 \;\Rightarrow & c_5 \cos(\sqrt{\lambda}x) + c_6 \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda}x). \end{cases}$$

De $u(x, 0) = u(x, b) = 0$, tem-se $Y(0) = Y(b) = 0$; note que uma solução não-trivial somente é possível no último caso, donde:

$$c_5 \cos(0) + c_6 \operatorname{sen}(0) = 0 \;\Rightarrow\; c_5 = 0,$$
$$c_6 \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} b) = 0 \;\Rightarrow\; \sqrt{\lambda} b = n\pi, \; n = 1, 2, 3, \ldots, \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{n^2\pi^2}{b^2}.$$

Levando este valor de λ na equação diferencial ordinária para X,

$$X'' - \frac{n^2\pi^2}{b^2} = 0 \;\Rightarrow\; X(x) = d_1 \cosh\frac{n\pi x}{b} + d_2 \operatorname{senh}\frac{n\pi x}{b}.$$

Esta forma é equivalente à soma de duas exponenciais, e mais conveniente neste caso. Se você utilizasse exponenciais, seria levado necessariamente ao mesmo resultado. Da condição de contorno $X(0) = 0$, deduzo que $d_1 = 0$, de forma que os u's que atendem automaticamente às condições de contorno homogêneas são do tipo

$$u = c_6 d_2 \operatorname{senh} \frac{n\pi x}{b} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{b}.$$

Tento portanto uma solução em série do tipo

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \operatorname{senh} \frac{n\pi x}{b} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{b}.$$

Para calcular os Q_n's, uso a última condição de contorno que resta, e que é não-homogênea:

$$u(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \operatorname{senh} \frac{n\pi a}{b} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{b} = f(y)$$

$$\int_0^b \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \operatorname{senh} \frac{n\pi a}{b} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{b} \operatorname{sen} \frac{m\pi y}{b}\, dy = \int_0^b f(y) \operatorname{sen} \frac{m\pi y}{b}\, dy$$

Uso agora o fato de que $\int_0^b \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{b} \operatorname{sen} \frac{m\pi y}{b}\, dy = 0$, quando $n \neq m$, para obter:

$$Q_n \operatorname{senh} \frac{n\pi a}{b} \int_0^b \operatorname{sen}^2 \frac{n\pi x}{b}\, dy = \int_0^b f(y) \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b}\, dy.$$

A integral do seno ao quadrado precisa ser *calculada*:

$$\begin{aligned}
\int_0^b \operatorname{sen}^2 \frac{n\pi x}{b}\, dy &= \frac{b}{n\pi} \int_0^{n\pi} \operatorname{sen}^2 \frac{n\pi y}{b} d \frac{n\pi y}{b} \\
&= \frac{b}{n\pi} \int_0^{n\pi} \operatorname{sen}^2 u\, du \\
&= \frac{b}{n\pi} \left[\frac{1}{2} \int_0^{n\pi} (1 - \cos 2u)\, du \right] = \frac{b}{2}.
\end{aligned}$$

Finalmente,

$$\begin{aligned}
Q_n \operatorname{senh} \frac{n\pi a}{b} \frac{b}{2} &= \int_0^b f(y) \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b}\, dy, \\
Q_n &= \frac{2}{b \operatorname{senh} \frac{n\pi a}{b}} \int_0^b f(y) \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b}\, dy.
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P1, 30 Abr 2003
Prof. Nelson Luís Dias

NOME: ______________________________ Assinatura: ____________________

IMPORTANTE: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Seja $\mathcal{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ a base canônica em $\mathbb{R}^3$. Desejo construir uma base ortonormal dextrógira $\mathcal{F} = \{\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3\}$. Os vetores $\mathbf{f}_1$ e $\mathbf{f}_2$ são

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \tag{1}$$

$$\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2, -1, -1). \tag{2}$$

a) [2,0] Mostre que

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -1). \tag{3}$$

b) [3,0] Calcule a matriz de rotação $[\mathbf{C}]$ cujos elementos atendem a $\mathbf{f}_j = \sum_i C_{ij}\mathbf{e}_i$.

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

1a) é óbvia: $\mathbf{f}_3 = \mathbf{f}_1 \times \mathbf{f}_2$.
1b) é resolvida com $C_{ij} = (\mathbf{f}_j \cdot \mathbf{e}_i)$, donde

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 2/\sqrt{6} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Calcule a área da superfície externa do parabolóide de revolução $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 \leq 1$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Com $f(x, y) = x^2 + y^2$, $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$, $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$, e

$$
\begin{aligned}
S &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2}\, dydx \\
&= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{1} \sqrt{1 + 4r^2}\, r\, drd\theta \\
&= \pi \frac{5\sqrt{5} - 1}{6}
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P2, 09 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias

NOME: ______________________________ Assinatura: ____________________

IMPORTANTE: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Resolva a equação diferencial com a condição inicial a seguir:

$$\frac{dy}{dx} + x^2 y = \exp\left(-\frac{x^3}{3}\right), \quad y(0) = 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Faça $y = uv$ e obtenha

$$u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx} + x^2 uv = \exp\left(-\frac{x^3}{3}\right), \tag{1}$$

$$u\left[\frac{dv}{dx} + x^2 v\right] + v\frac{du}{dx} = \exp\left(-\frac{x^3}{3}\right); \tag{2}$$

forçando o termo dentro dos colchetes a ser zero,

$$\frac{dv}{v} = -x^2\,dx \tag{3}$$

$$\ln|v| = -\frac{x^3}{3} \tag{4}$$

$$v = \exp\left(-\frac{x^3}{3}\right). \tag{5}$$

Levando de volta este resultado na equação diferencial,

$$\frac{du}{dx} = 1, \tag{6}$$

$$u = x + C. \tag{7}$$

A solução geral será $y(x) = (x + C)\exp(-\frac{x^3}{3})$; de $y(0) = 1$, $C = 1$ e, finalmente,

$$y(x) = (x+1)\exp(-\frac{x^3}{3}). \tag{8}$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Obtenha a solução geral de $y'' - 2y' + y = \exp(x)$
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A equação característica é $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$, que possui raiz $\lambda = 1$ dupla. Uma solução da equação *homogênea*, portanto, é $y = C_1 \exp(x)$, onde C_1 é uma constante. Para obter uma segunda solução LI, substitua $y = v(x) \exp(x)$ na equação homogênea associada, obtendo

$$\frac{d^2v}{dx^2} \exp(x) = 0, \tag{9}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 0, \tag{10}$$

$$v(x) = k_1 x + k_2. \tag{11}$$

Mas k_2 simplesmente se incorporaria à primeira solução já obtida, de forma que a solução geral da equação homogênea tem a forma $y_h(x) = C_1 \exp(x) + C_2 x \exp(x)$. A busca da segunda solução LI da equação homogênea associada torna a obtenção da solução particular quase óbvia: tente de novo $y = u(x) \exp(x)$, mas agora substitua na equação *não-homogênea*, obtendo

$$\frac{d^2u}{dx^2} \exp(x) = \exp(x), \tag{12}$$

$$u(x) = \frac{x^2}{2}. \tag{13}$$

A solução particular desejada, portanto, é $y_p = \frac{x^2}{2} \exp(x)$ e a solução geral da equação não-homogênea é

$$y(x) = \left[C_1 + C_2 x + \frac{x^2}{2} \right] \exp(x). \tag{14}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P3, 16 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias

NOME: ______________________________ Assinatura: ________________

IMPORTANTE: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Encontre a solução geral (isto é: encontre as *séries* de $y_1(x)$ e $y_2(x)$, onde y_1 e y_2 são duas soluções linearmente independentes) de

$$y'' + 5x^3 y = 0$$

pelo método de Frobenius.
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Faça

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+s}; \tag{1}$$

derive termo a termo duas vezes e substitua na equação diferencial:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+s-1)(n+s) x^{n+s-2} + \sum_{n=5}^{\infty} 5c_{n-5} x^{n+s-2} = 0. \tag{2}$$

Isolando os 5 primeiros termos,

$$\sum_{n=0}^{4} c_n (n+s-1)(n+s) x^{n+s-2} + \sum_{n=5}^{\infty} \left[c_n (n+s-1)(n+s) + 5c_{n-5}\right] = 0. \tag{3}$$

Termo a termo, os 5 primeiros dão:

$$\begin{aligned} c_0(s-1)s &= 0, & (4)\\ c_1 s(s+1) &= 0, & (5)\\ c_2(s+1)(s+2) &= 0, & (6)\\ c_3(s+2)(s+3) &= 0, & (7)\\ c_4(s+3)(s+4) &= 0. & (8) \end{aligned}$$

Então $s = 0$ ou $s = 1$ na equação em c_0. Neste caso, as raízes da equação indicial *diferem por um inteiro*. Então, de acordo com Butkhov, $s = 0$ (a menor raiz) fornecerá a solução geral. Com $s = 0$, c_0 e c_1 são arbitrários (são as constantes da solução geral); $c_2 = c_3 = c_4 = 0$ e a relação de recorrência é

$$c_n = -\frac{5c_{n-5}}{(n-1)n}. \tag{9}$$

As duas soluções LI desejadas serão

$$y_1 = 1 - \frac{1}{4}x^5 + \frac{1}{72}x^{10} - \frac{1}{3024}x^{15} + \ldots \tag{10}$$

$$y_2 = x - \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{132}x^{11} - \frac{1}{6336}x^{16} + \ldots \blacksquare \tag{11}$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P4, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias

NOME: ______________________ Assinatura: ______________

IMPORTANTE: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Encontre a solução geral da equação diferencial

$$2x^2y'' + 2xy' + y = 0$$

na forma $y = Ay_1 + By_2$, onde y_1 e y_2 são duas soluções *reais* e linearmente independentes, e A e B são constantes *reais*.
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma equação de Euler. Tente

$$y = x^m, \tag{1}$$
$$y' = mx^{m-1}, \tag{2}$$
$$y'' = m(m-1)x^{m-2}. \tag{3}$$

Substituindo na equação diferencial,

$$(2m^2+1)x^m = 0 \;\Rightarrow\; m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}i. \tag{4}$$

As soluções portanto são do tipo

$$y = x^{\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i} = \exp(\pm i\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x), \tag{5}$$

ou seja: há duas soluções LI complexas do tipo

$$y_I = K_1\left[\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right)\right], \tag{6}$$
$$y_{II} = K_2\left[\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right) - i\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right)\right]. \tag{7}$$

Agora, escolha duas constantes complexas

$$K_1 = \frac{A-iB}{2}, \tag{8}$$
$$K_2 = \frac{A+iB}{2} \tag{9}$$

com $A, B \in \mathbb{R}$ e some y_I e y_{II} para obter, finalmente

$$y = A\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right) + B\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ln x\right). \tag{10}$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I — P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GABARITO

Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} - \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

$$f(z) = \frac{1}{(z+i)} \qquad \Rightarrow f(i) = \frac{-i}{2}, \tag{1}$$

$$f^{(1)}(z) = \frac{-1}{(z+i)^2} \Rightarrow f^{(1)}(i) = \frac{1}{4}, \tag{2}$$

$$f^{(2)}(z) = \frac{2}{(z+i)^3} \Rightarrow \frac{f^{(2)}(i)}{2!} = \frac{i}{8}, \tag{3}$$

$$f^{(3)}(z) = \frac{-6}{(z+i)^4} \Rightarrow \frac{f^{(3)}(i)}{3!} = \frac{-1}{16}, \tag{4}$$

$$f^{(4)}(z) = \frac{24}{(z+i)^5} \Rightarrow \frac{f^{(4)}(i)}{4!} = \frac{-i}{32}. \tag{5}$$

Observe que o sinal do termo em $(z-i)^3$ no enunciado está *errado*.

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

$$\frac{1}{z^2+1} = \frac{1}{(z-i)}\frac{1}{(z+i)} \tag{6}$$

$$= \frac{1}{(z-i)}\left[-\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} - \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots\right] \tag{7}$$

$$= \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots \tag{8}$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDRE SUZUKI KEMMELMEIER
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEX CONSELVAN DE OLIVEIRA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDER C. HABITH
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANDRESSA GUADAGNIN
Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANTÔNIO ORIEL DA ROCHA JR.
Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CAROLINE VALENTE BÜHRER
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CLARISSA SÉKULA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTIANE SCHAPPO
Assinatura: ____________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTINA OPPERMANN
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CÉSAR A. DA SILVA
Assinatura: ________________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ELLEN CHRISTINE PRESTES
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GIANE R. GMACH
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GILBERTO MAZER KUBIS
Assinatura: ____________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GUILHERME WENDLER ALVES
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: HELDER RAFAEL NOCKO
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: JOÃO PAULO CASTAGNOLI
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: LEANDRO BERGMANN TAYTELBAUM
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z - i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z - i)}{8} - \frac{(z - i)^2}{16} - \frac{i(z - i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARCELO ANDRIONI
Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARIANNE SCHAEFER FRANÇA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARTIN HOLDSCHMIDT
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NAYANA G. M. SILVA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NILO AUGUSTO SANTOS
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: OTHAVIO TONIASSO TAKEDA
Assinatura: ____________________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PALOMA GIOVANA FARIA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PETTY CRISTINA CORRÊA FERREIRA
Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PRISCILA KARINA ALTVATER
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RAFAEL CABRAL GONÇALVES
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2 + 1) = (z - i)(z + i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RICARDO FURLAN
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \ldots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RODRIGO REKSIDLER
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: THAIS CRISTINA CAMPOS DE ABREU
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \ldots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Modelos Matemáticos em Engenharia Ambiental I
P5, 23 Mai 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: WAGNER AKIHITO HIGASHIYAMA
Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Usando a fórmula clássica da série de Taylor,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n,$$

mostre que (**Você *tem* que deduzir**) a série de Taylor de $f(z) = 1/(z+i)$ em torno de $z = i$ é

$$\frac{1}{z+i} = -\frac{i}{2} + \frac{z-i}{4} + \frac{i(z-i)^2}{8} + \frac{(z-i)^3}{16} - \frac{i(z-i)^4}{32} + \dots$$

(basta chegar até a quarta potência).
SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Agora, mesmo que você não tenha feito a 1ª questão, use o seu resultado para mostrar rapidamente que a série de Laurent de

$$g(z) = \frac{1}{z^2+1}$$

em torno de $z = i$ é

$$g(z) = \frac{-i}{2(z-i)} + \frac{1}{4} + \frac{i(z-i)}{8} - \frac{(z-i)^2}{16} - \frac{i(z-i)^3}{32} + \dots$$

Sugestão: $(z^2+1) = (z-i)(z+i)$.
SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDRE SUZUKI KEMMELMEIER Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

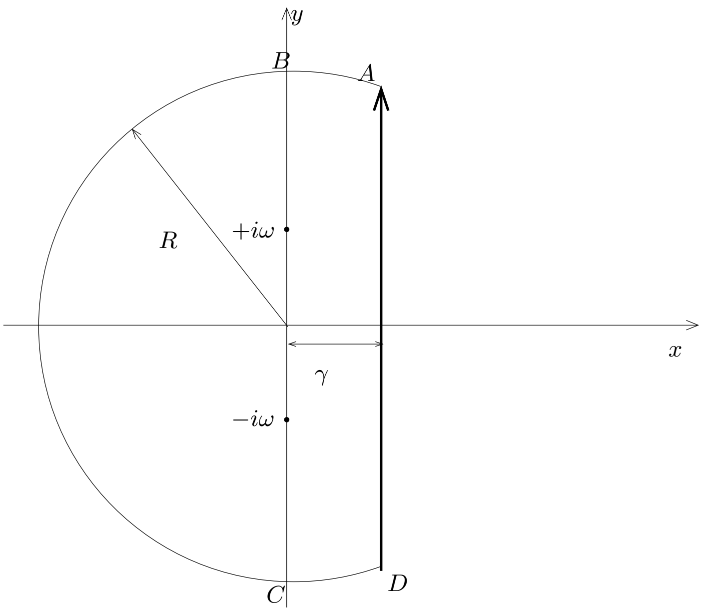
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{1}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{2}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{3}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (4)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega)+c_{-1}(i\omega)] && (5)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t}-e^{-i\omega t}\right] && (6)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (7)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEX CONSELVAN DE OLIVEIRA Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

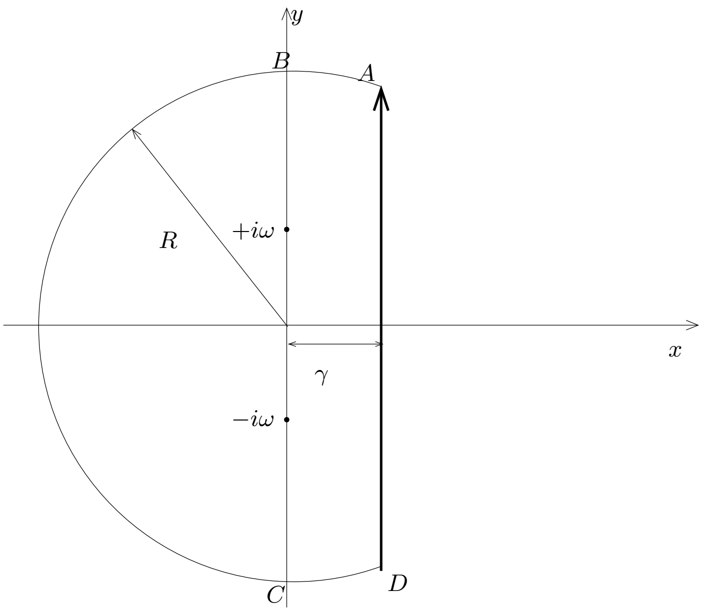
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{8}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{9}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{10}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (11)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (12)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (13)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (14)
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDER C. HABITH Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

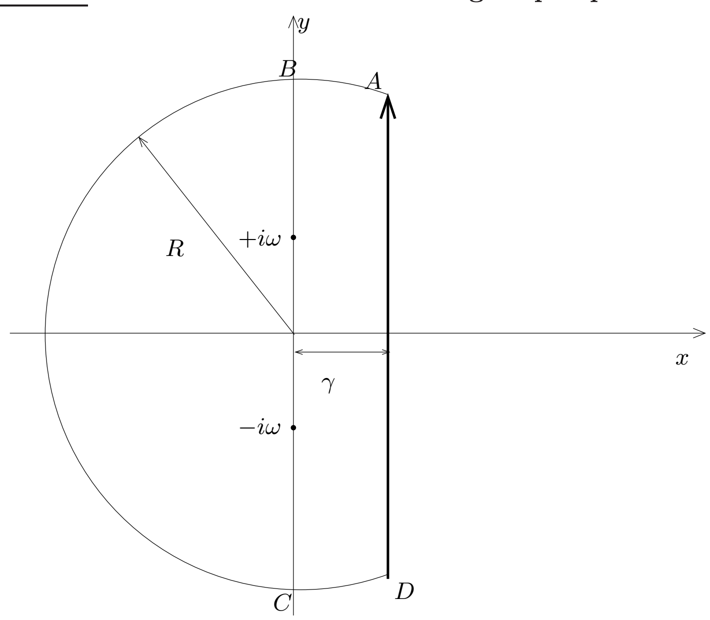
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

<u>para $t > 0$</u>. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{15}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{16}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{17}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (18)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] && (19)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (20)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (21)
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANDRESSA GUADAGNIN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

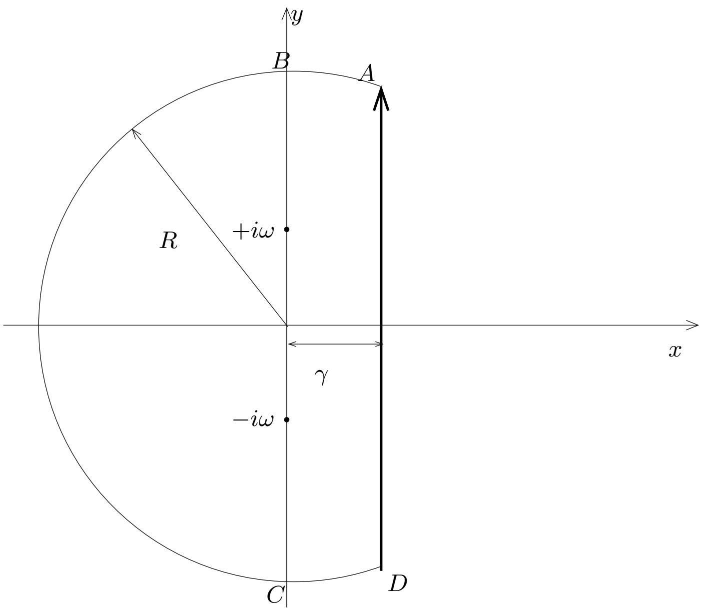
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{22}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{23}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{24}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds & (25)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] & (26)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] & (27)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. & (28)
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANTÔNIO ORIEL DA ROCHA JR. Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

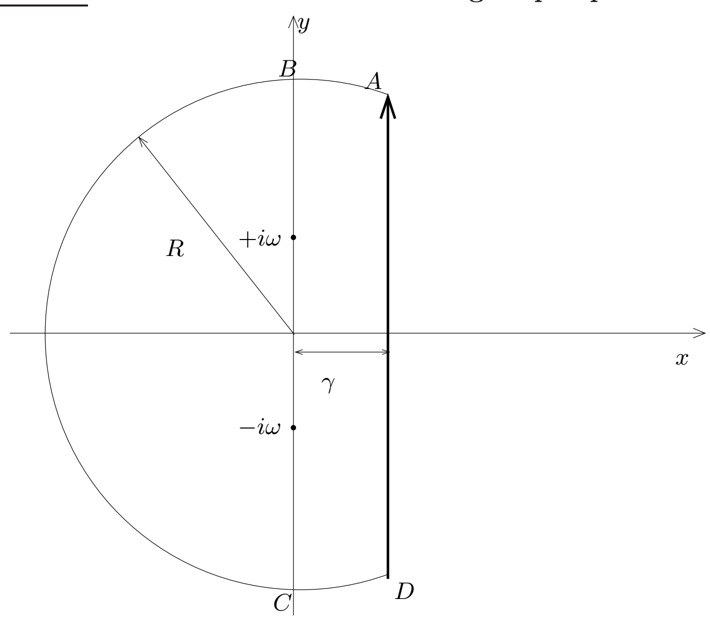
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{29}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{30}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{31}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (32)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (33)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (34)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (35)
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CAROLINE VALENTE BÜHRER   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

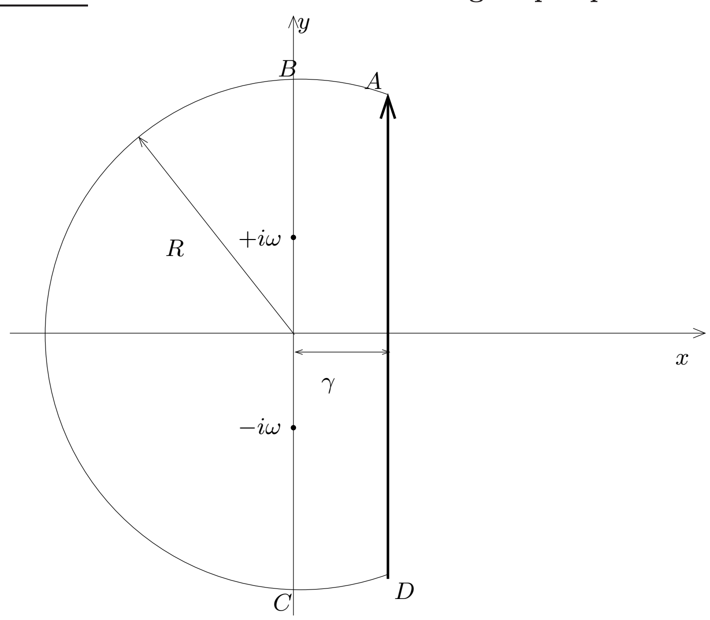
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{36}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{37}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{38}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (39)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] && (40)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (41)\\
&= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. && (42)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CLARISSA SÉKULA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

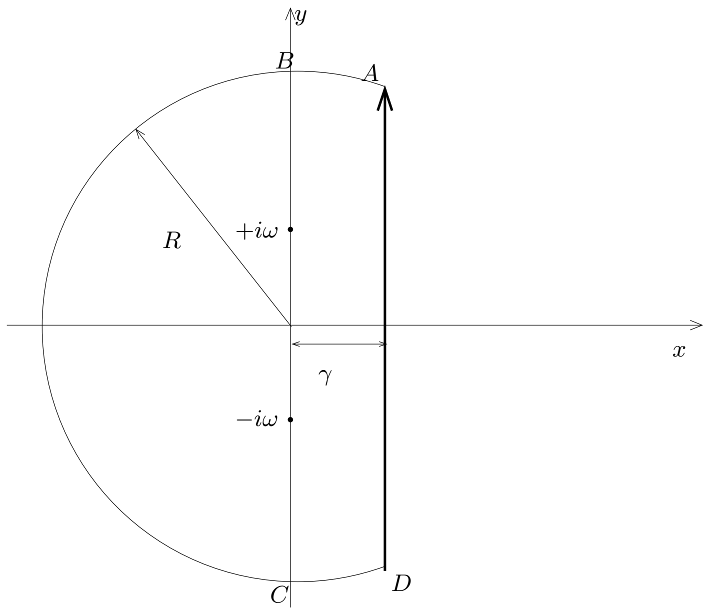
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{43}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{44}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{45}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (46)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (47)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (48)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (49)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTIANE SCHAPPO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

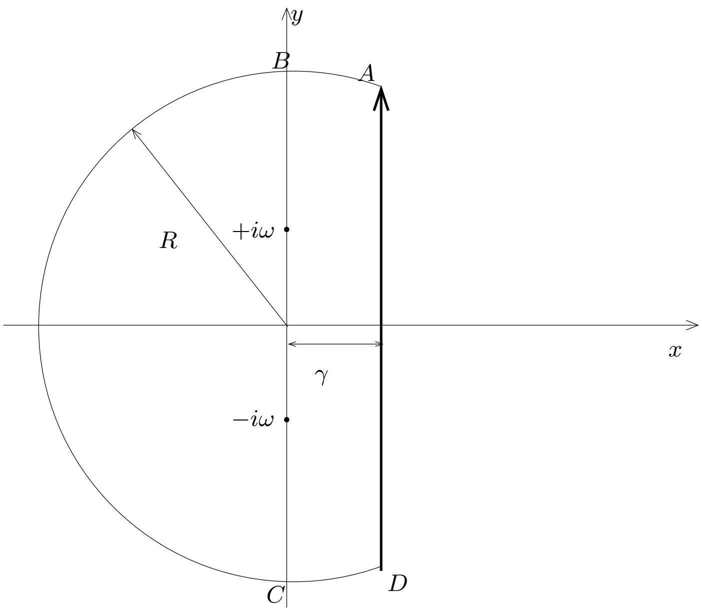
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{50}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{51}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{52}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{53}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{54}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{55}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{56}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTINA OPPERMANN   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

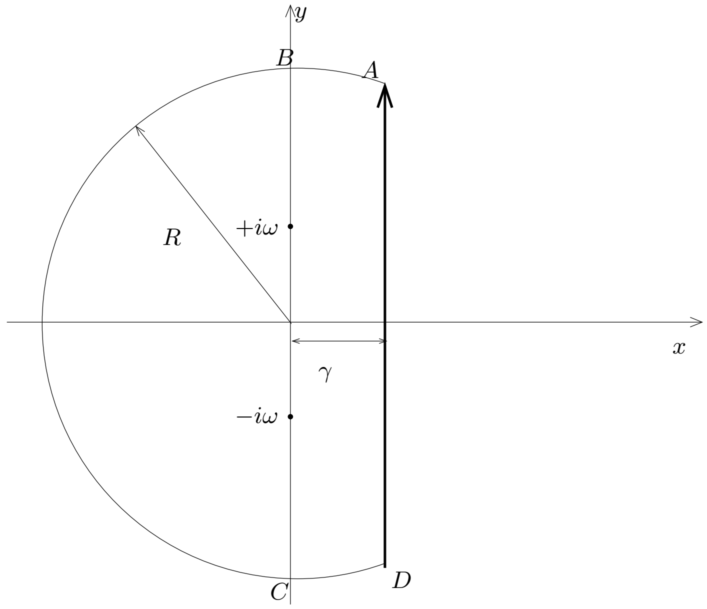
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{57}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{58}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{59}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{60}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{61}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{62}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{63}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CÉSAR A. DA SILVA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

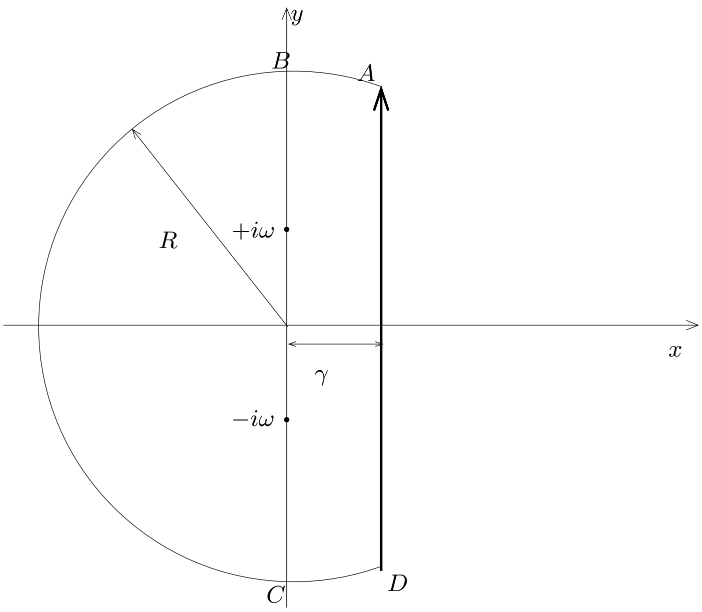
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{64}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{65}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{66}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{67}$$
$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{68}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{69}$$
$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{70}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ELLEN CHRISTINE PRESTES Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

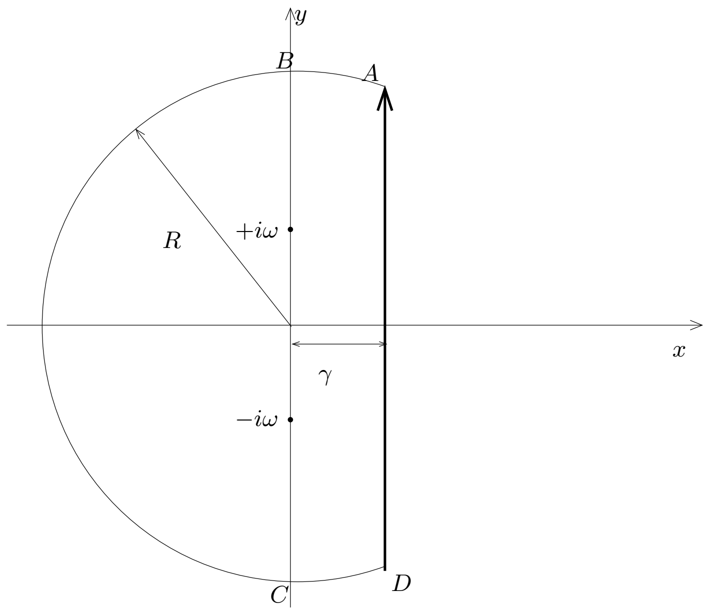
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{71}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{72}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{73}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{74}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{75}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{76}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{77}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GIANE R. GMACH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

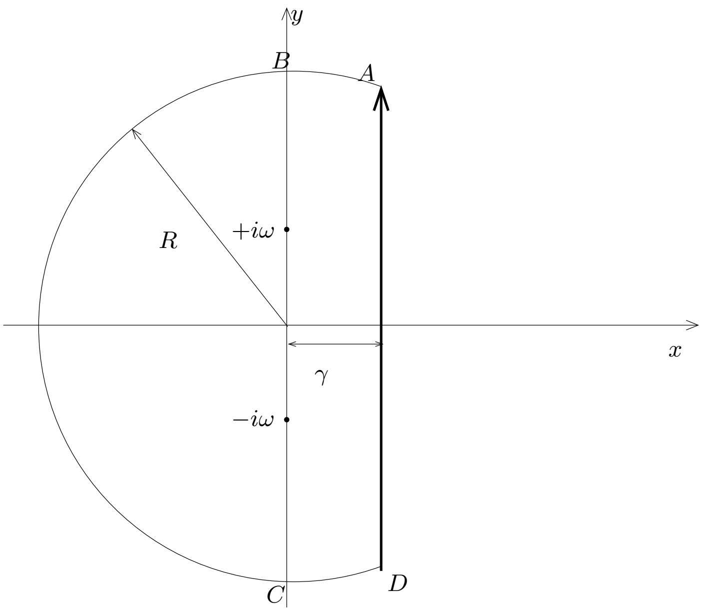
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{78}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{79}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{80}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{81}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{82}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{83}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{84}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GILBERTO MAZER KUBIS Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

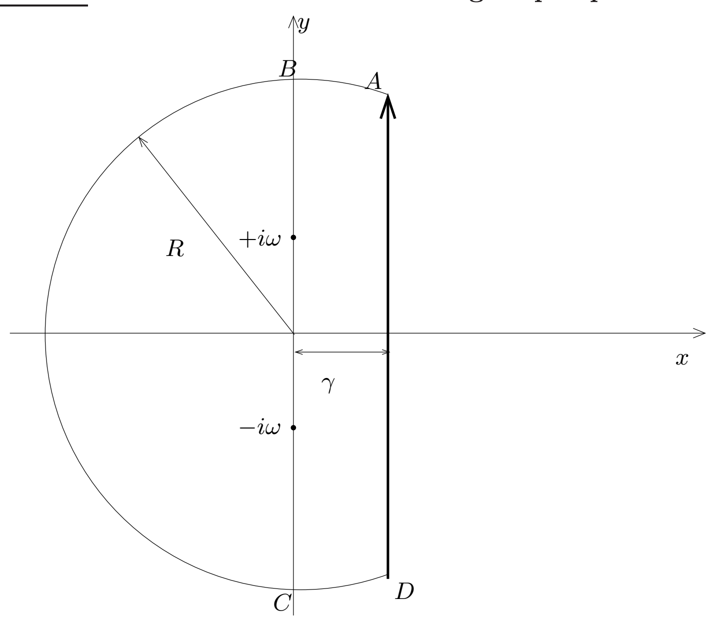
Sabendo que, para $t>0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t>0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{85}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{86}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{87}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{align}
\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds &= \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{88} \\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{89} \\
&= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{90} \\
&= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{91}
\end{align}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GUILHERME WENDLER ALVES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

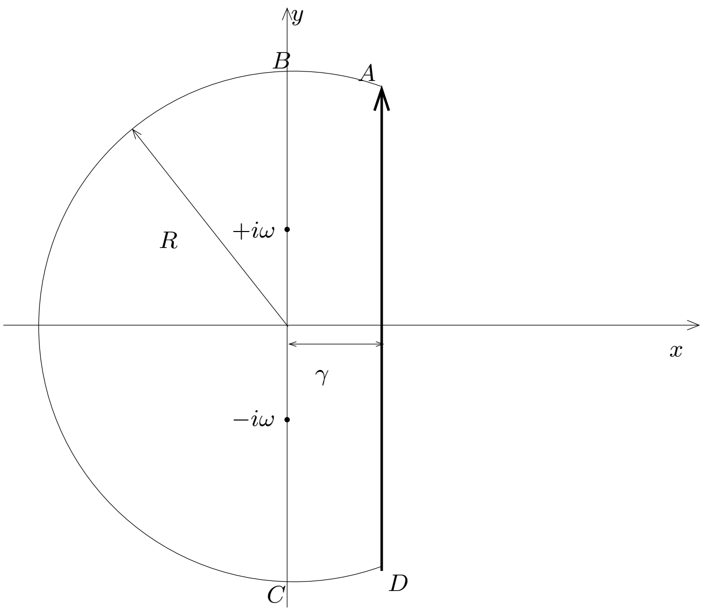
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{92}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{93}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{94}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (95)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (96)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (97)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (98)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: HELDER RAFAEL NOCKO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

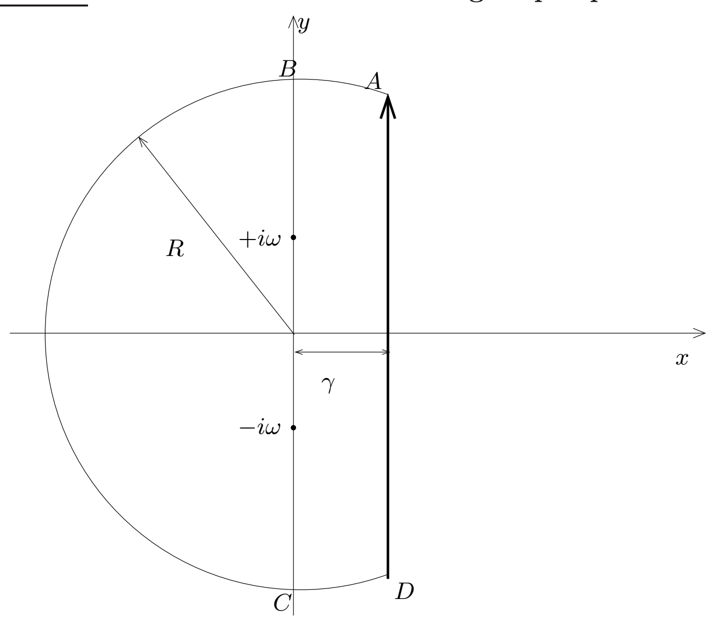
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{99}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{100}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{101}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds &(102)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] &(103)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] &(104)\\
&= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. &(105)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: JOÃO PAULO CASTAGNOLI Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

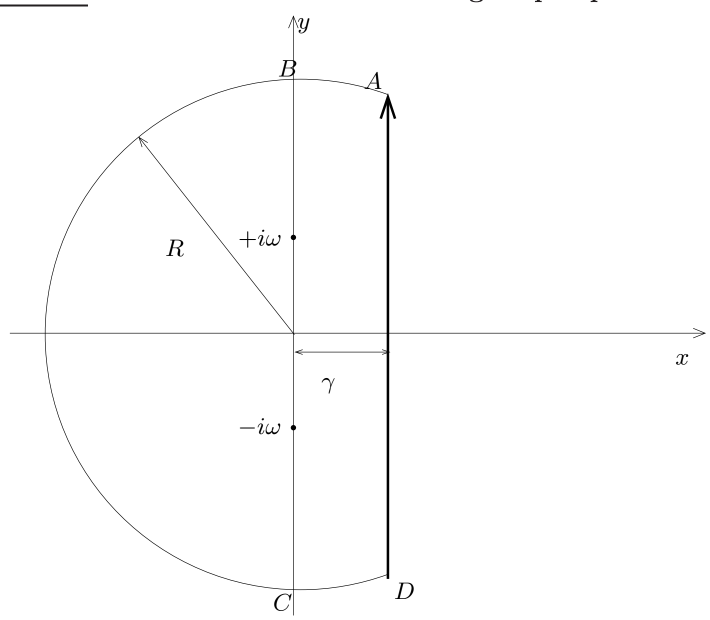
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{106}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{107}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{108}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{109}$$
$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{110}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{111}$$
$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{112}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: LEANDRO BERGMANN TAYTELBAUM Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

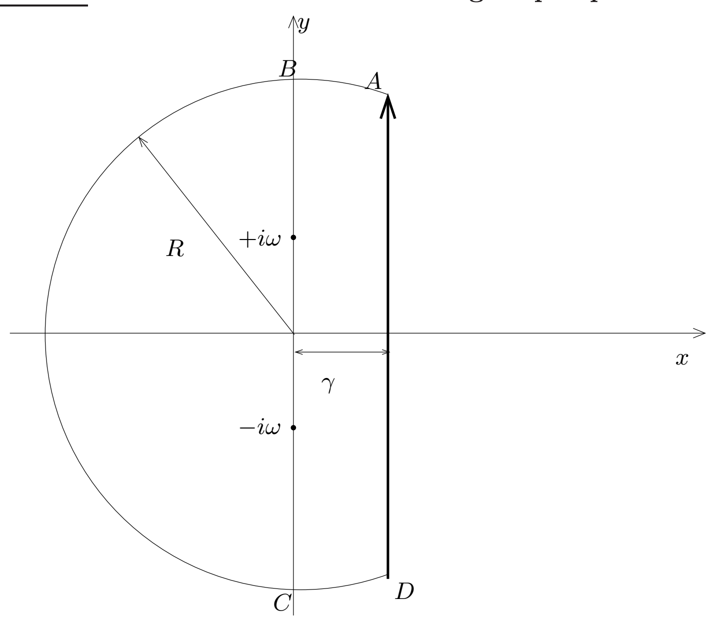
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{113}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{114}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{115}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{116}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{117}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{118}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{119}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARCELO ANDRIONI Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

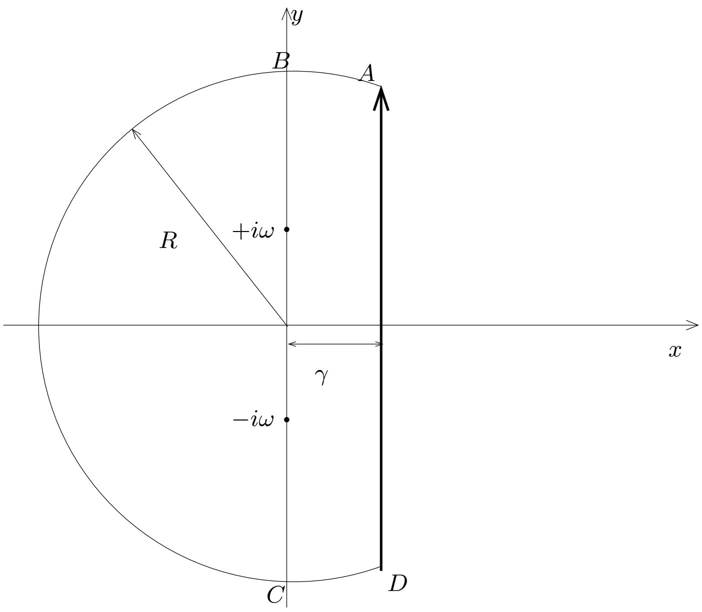
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{120}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{121}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{122}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (123)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] && (124)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (125)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (126)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARIANNE SCHAEFER FRANÇA   Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

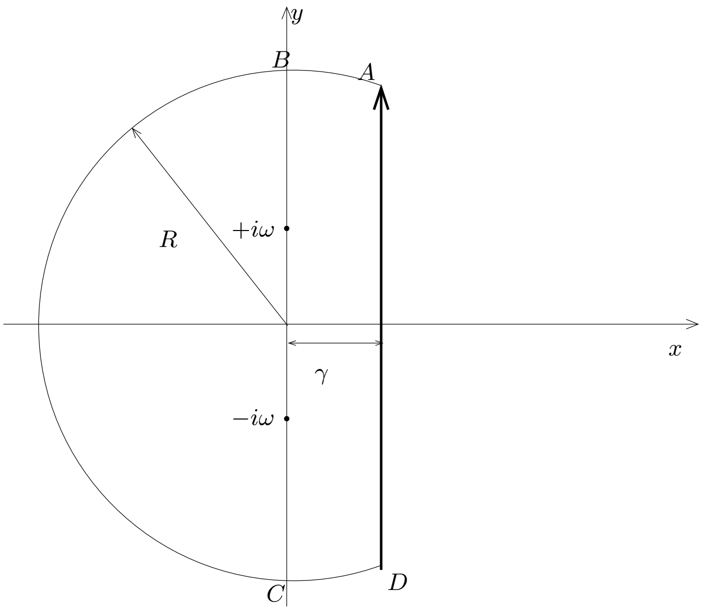
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{127}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{128}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{129}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{130}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{131}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{132}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{133}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARTIN HOLDSCHMIDT Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

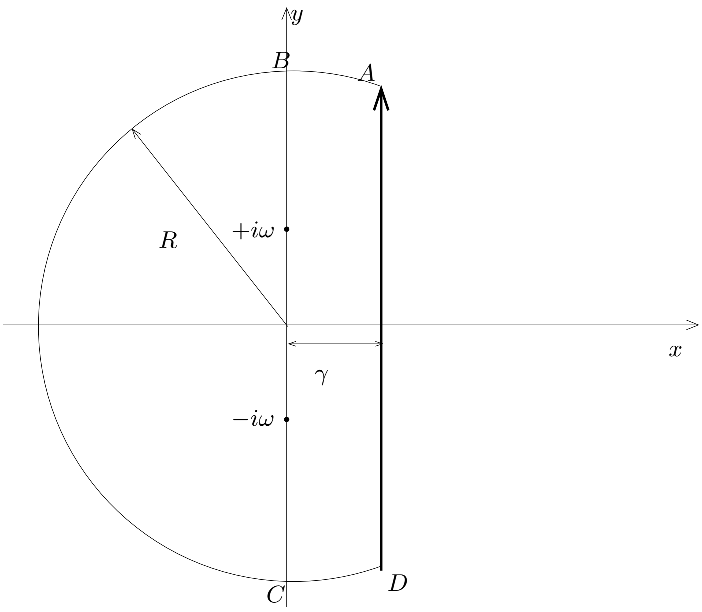
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{134}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{135}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{136}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{137}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{138}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{139}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{140}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NAYANA G. M. SILVA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

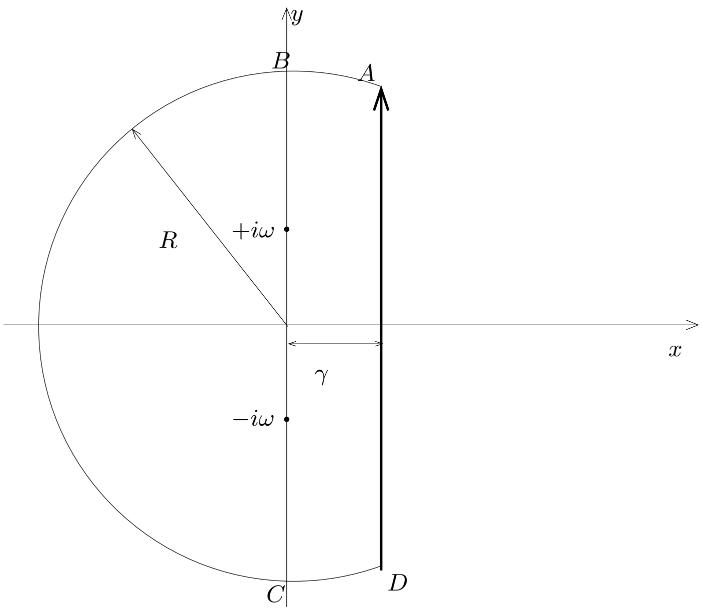
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{141}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{142}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{143}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{144}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega) \right] \tag{145}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t} \right] \tag{146}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{147}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NILO AUGUSTO SANTOS   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

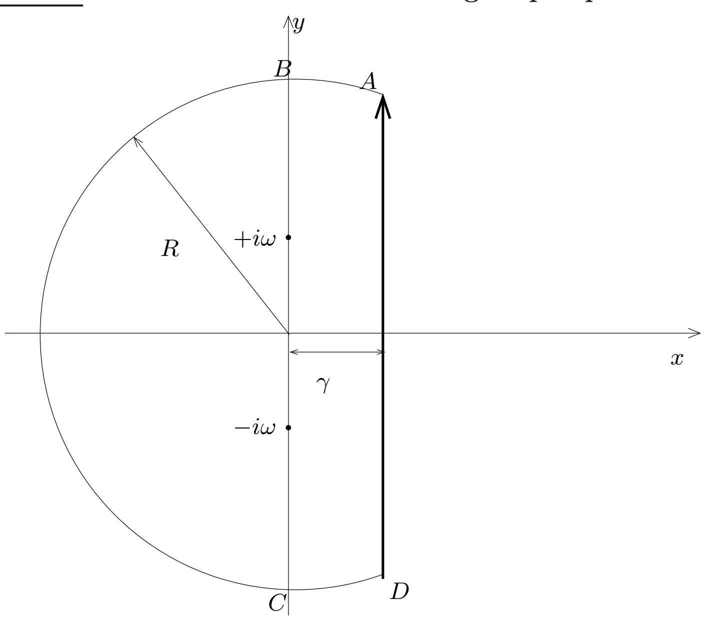
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{148}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{149}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{150}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (151)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] && (152)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (153)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (154)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: OTHAVIO TONIASSO TAKEDA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

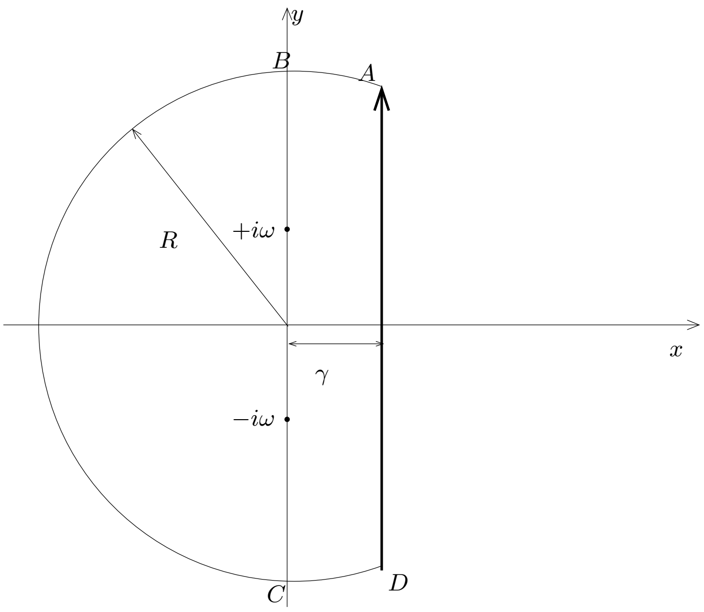
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{155}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{156}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{157}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{158}$$
$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{159}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{160}$$
$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{161}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PALOMA GIOVANA FARIA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

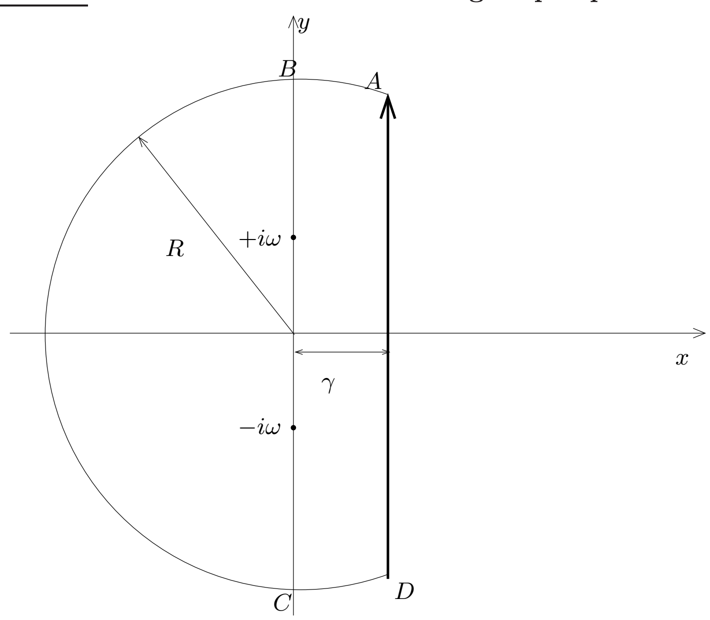
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{162}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{163}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{164}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{165}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{166}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{167}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{168}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PETTY CRISTINA CORRÊA FERREIRA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

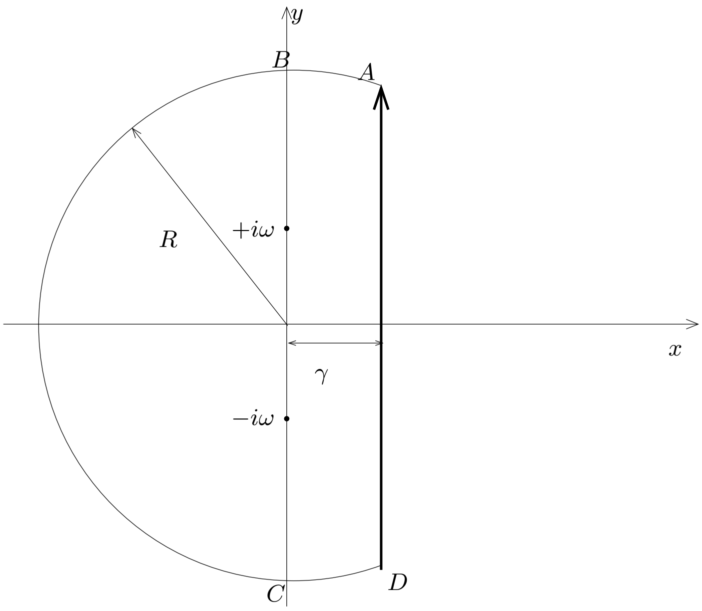
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{169}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{170}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{171}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{172}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{173}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{174}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{175}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PRISCILA KARINA ALTVATER Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

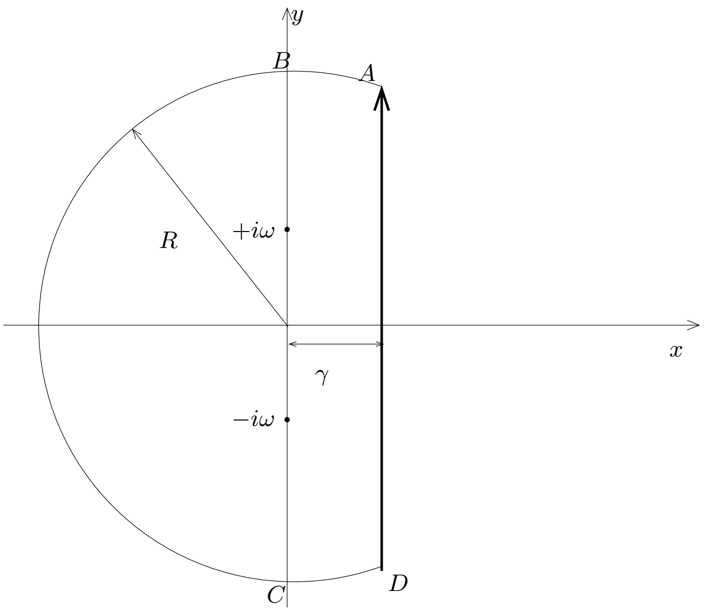
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{176}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{177}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{178}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{179}$$
$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{180}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{181}$$
$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{182}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RAFAEL CABRAL GONÇALVES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

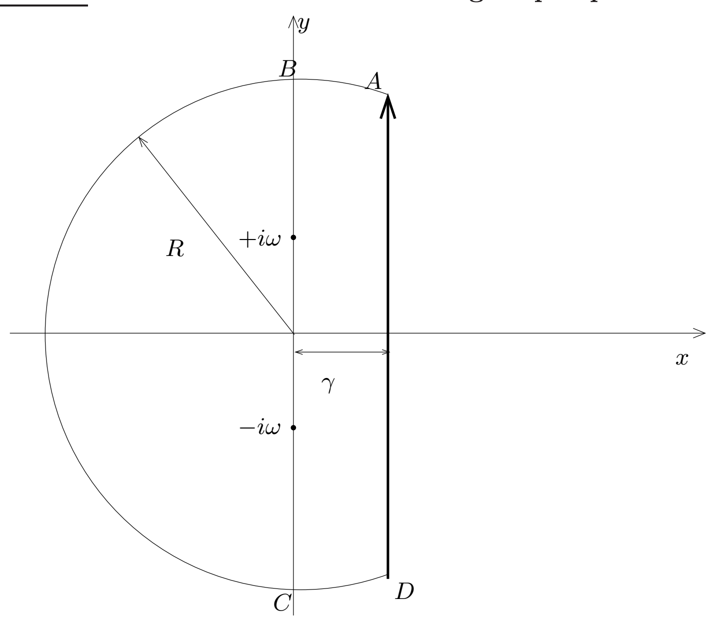
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{183}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{184}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{185}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{186}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{187}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{188}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{189}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RICARDO FURLAN Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

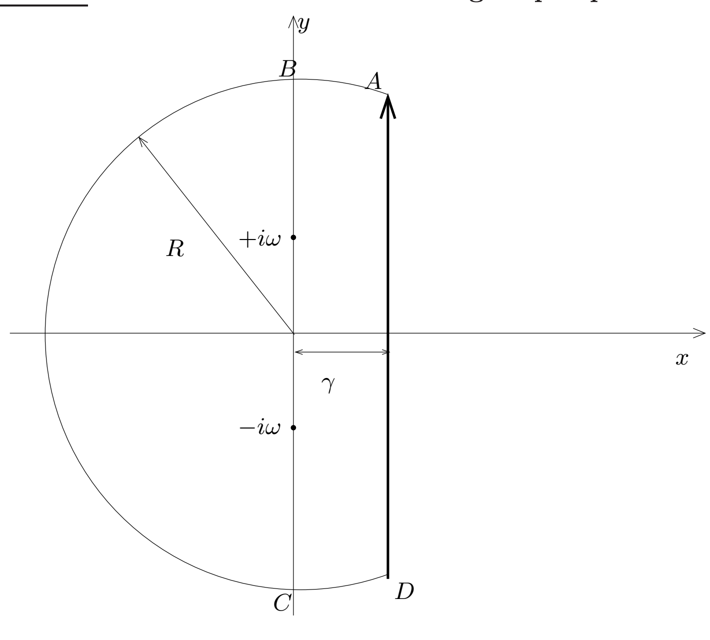
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{190}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{191}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{192}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds &= \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds && (193)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (194)\\
&= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (195)\\
&= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. && (196)
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RODRIGO REKSIDLER   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

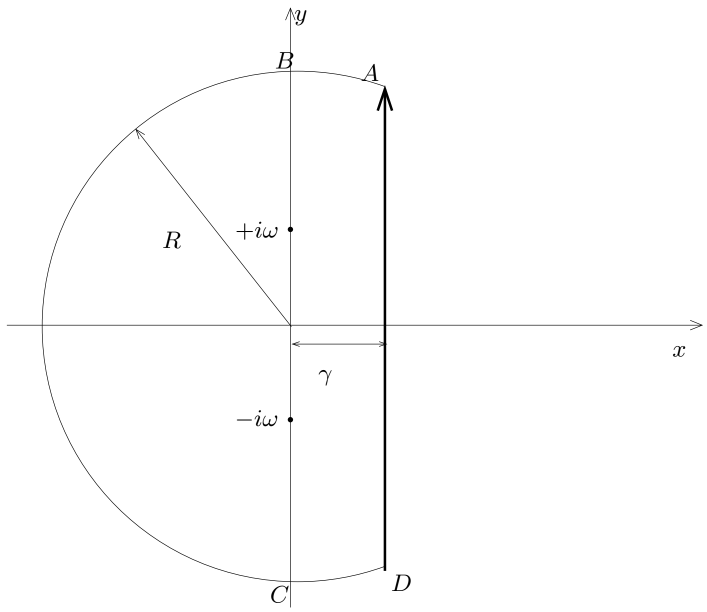
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{197}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{198}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{199}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{200}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{201}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{202}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{203}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: THAIS CRISTINA CAMPOS DE ABREU Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

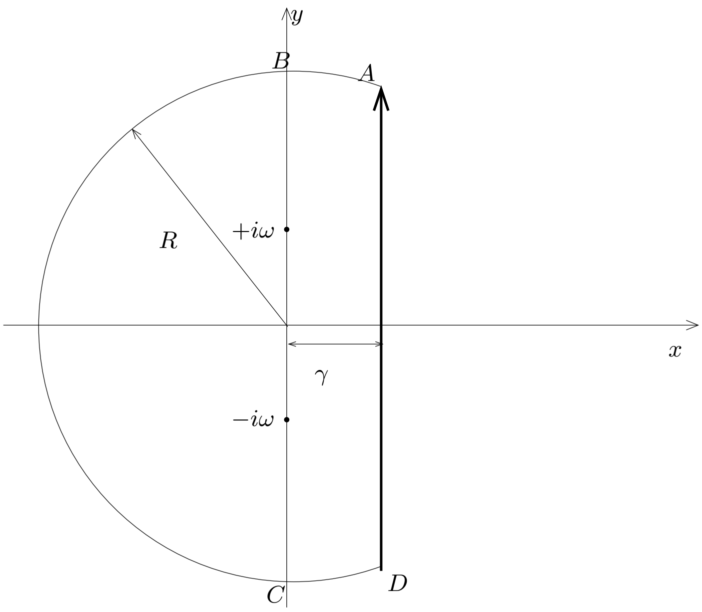
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{204}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{205}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{206}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{207}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{208}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{209}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{210}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: WAGNER AKIHITO HIGASHIYAMA Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

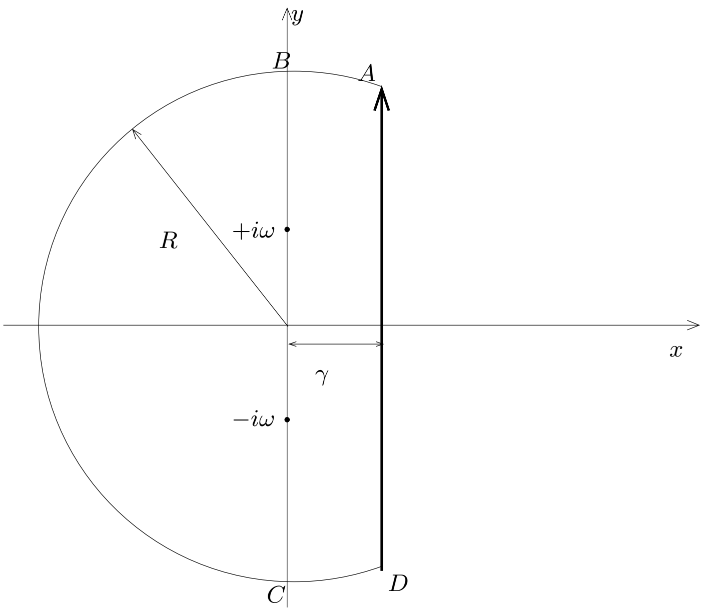
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\overset{\frown}{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\overset{\frown}{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{211}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{212}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{213}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\overset{\frown}{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{214}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{215}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{216}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{217}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s - a)f(s).$$

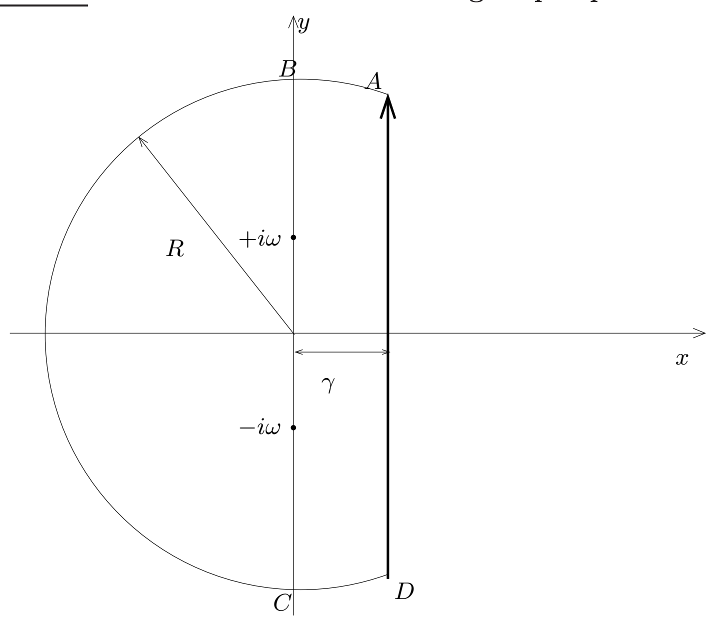
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{218}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s + i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{219}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s - i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{220}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{221}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{222}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{223}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{224}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

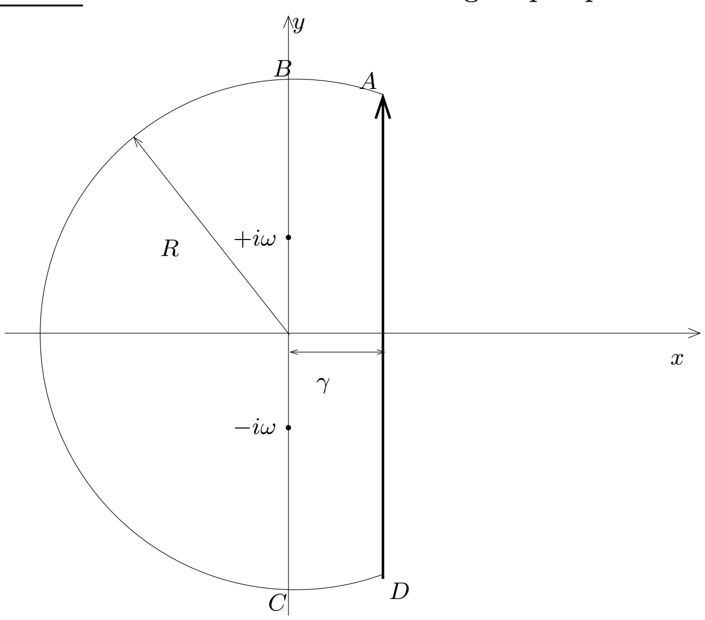
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{225}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{226}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{227}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{228}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{229}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{230}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{231}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

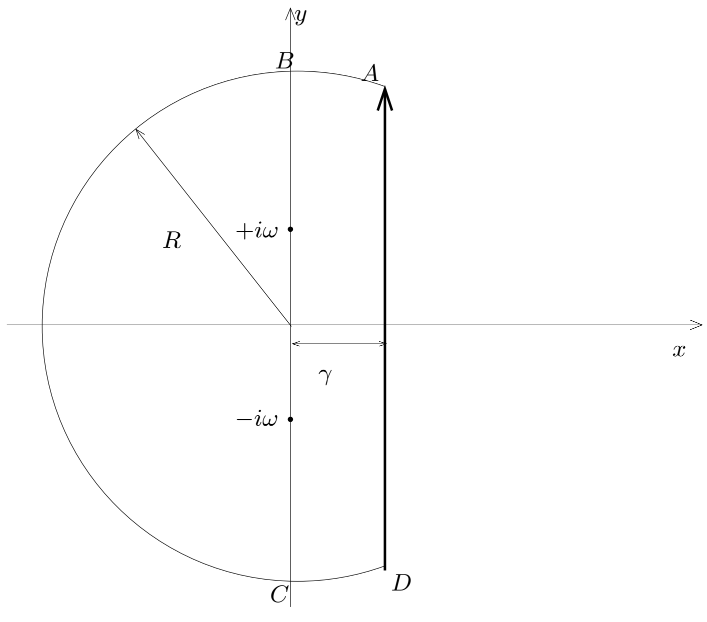
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{AB\overset{\frown}{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\overset{\frown}{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{232}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{233}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{234}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{235}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{236}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{237}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{238}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

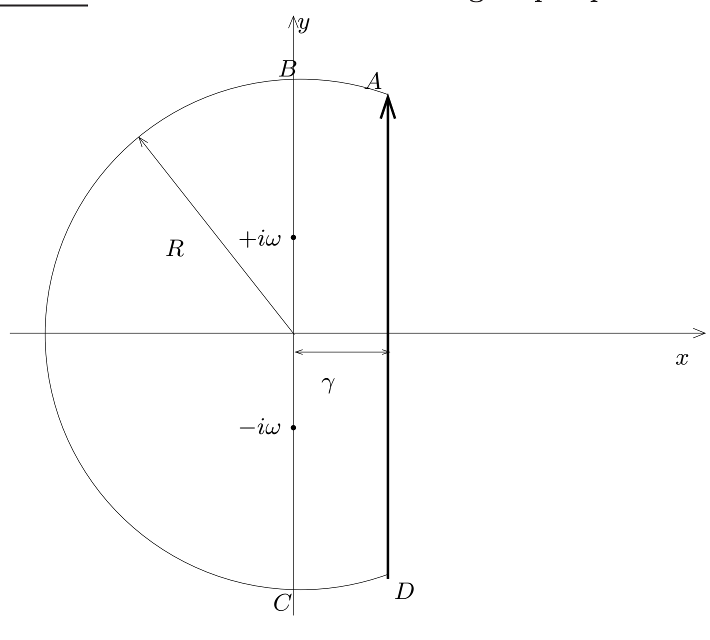
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\overset{\frown}{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\overset{\frown}{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{239}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{240}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{241}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{242}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{243}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{244}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{245}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

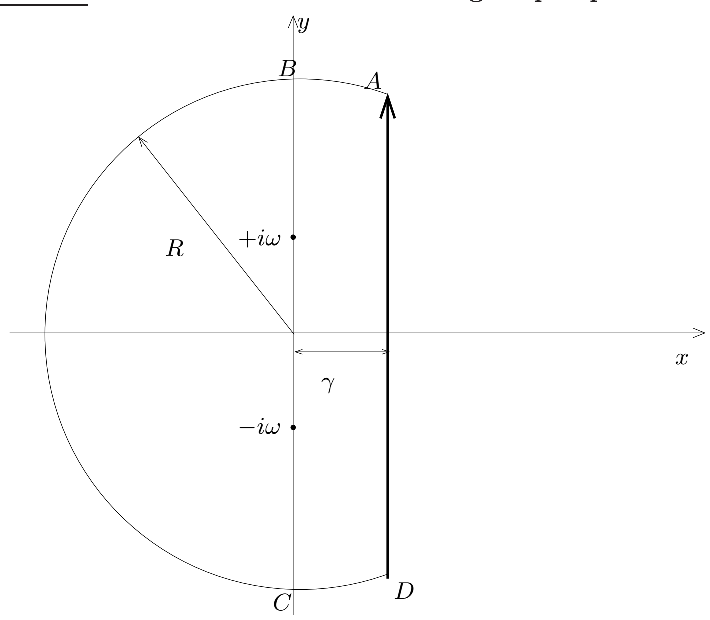
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{246}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{247}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{248}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{249}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{250}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{251}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{252}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDRE SUZUKI KEMMELMEIER Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \;\; 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEX CONSELVAN DE OLIVEIRA   Assinatura: ________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDER C. HABITH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANDRESSA GUADAGNIN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y = 0,& \\
y(0) = y'(0) = y''(0) = 0,& \\
y'''(0) = 1.&
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANTÔNIO ORIEL DA ROCHA JR. Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\mathrm{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CAROLINE VALENTE BÜHRER Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \;\; 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CLARISSA SÉKULA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi k x}{L}}\, dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi k x}\, dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\, dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi k x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
&y^{(\text{iv})} - y = 0, \\
&\quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \\
&y'''(0) = 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTIANE SCHAPPO Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTINA OPPERMANN   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \;\; 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4 - 1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4 - 1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CÉSAR A. DA SILVA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \;\; 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
&y^{(\text{iv})} - y = 0, \\
&y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \\
&y'''(0) = 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ELLEN CHRISTINE PRESTES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\ &= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\ &= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\ &= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\ &= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\ &= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\ &= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right]. \end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \;\; 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GIANE R. GMACH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi k x}{L}}\, dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi k x}\, dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\, dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi k x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} &= \frac{1}{s^4-1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GILBERTO MAZER KUBIS Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} &= \frac{1}{s^4-1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GUILHERME WENDLER ALVES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: HELDER RAFAEL NOCKO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)} e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: JOÃO PAULO CASTAGNOLI Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: LEANDRO BERGMANN TAYTELBAUM Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \ \ 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y = 0,& \\
y(0) = y'(0) = y''(0) = 0,& \\
y'''(0) = 1.&
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARCELO ANDRIONI Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \ \ 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
&y^{(\text{iv})} - y = 0, \\
&y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \\
&y'''(0) = 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARIANNE SCHAEFER FRANÇA Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARTIN HOLDSCHMIDT   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \ \ 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NAYANA G. M. SILVA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} &= \frac{1}{s^4-1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NILO AUGUSTO SANTOS Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
&y^{(\text{iv})} - y = 0, \\
&y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \\
&y'''(0) = 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} = 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 = 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: OTHAVIO TONIASSO TAKEDA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi k x}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi k x}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi k x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PALOMA GIOVANA FARIA Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\mathrm{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PETTY CRISTINA CORRÊA FERREIRA Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PRISCILA KARINA ALTVATER Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RAFAEL CABRAL GONÇALVES Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RICARDO FURLAN   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
&y^{(\text{iv})} - y = 0, \\
&\qquad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \\
&\quad y'''(0) = 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RODRIGO REKSIDLER Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: THAIS CRISTINA CAMPOS DE ABREU Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\, dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\, dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\, dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: WAGNER AKIHITO HIGASHIYAMA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right] e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \left.\frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\right|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx\\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1\\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)}-1\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k+1)}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right]\\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1-e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$\dfrac{1}{s-a}$	e^{at}
$\dfrac{1}{s^2+a^2}$	$\dfrac{\operatorname{sen} at}{a}$
$\dfrac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$
$\dfrac{1}{s^2-a^2}$	$\dfrac{\operatorname{senh} at}{a}$
$\dfrac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh at$
$\dfrac{1}{s^m}\quad (m(\text{inteiro})>0)$	$\dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!}$
$s\overline{f}(s)-f(0)$	$f'(t)$
$s^2\overline{f}(s)-sf(0)-f'(0)$	$f''(t)$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})}-y&=0,\\
y(0)=y'(0)=y''(0)&=0,\\
y'''(0)&=1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y}-s^3y(0)-s^2y'(0)-sy''(0)-y'''(0)-\overline{y}&=0,\\
(s^4-1)\overline{y}-1&=0,\\
\overline{y}=\frac{1}{s^4-1}&=-\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1}-\frac{1}{4}\frac{1}{s+1}+\frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t)=-\frac{1}{2}\operatorname{sen} t-\frac{1}{4}e^{-t}+\frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi k x}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x} e^{-i2\pi k x}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1 - e^{-1}\right] e^{i2\pi k x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} = \frac{1}{s^4-1} &= -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P8, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [5,0] Sabendo que a fórmula para os coeficientes de uma série de Fourier complexa é

$$c_k = \frac{1}{L}\int_a^b f(x) e^{\frac{-i2\pi kx}{L}}\,dx,$$

obtenha a série de Fourier de

$$f(x) = e^{-x}, \quad 0 \le x \le 1.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Esta é uma questão basicamente de aplicação de fórmula:

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-x}e^{-i2\pi kx}\,dx \\
&= \int_0^1 e^{-(i2\pi k+1)x}\,dx \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)} e^{-(i2\pi k+1)x}\Big|_0^1 \\
&= \frac{-1}{(i2\pi k+1)}\left[e^{-(i2\pi k+1)} - 1\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k+1)}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-(i2\pi k)}e^{-1}\right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi k+1)}\left[1 - e^{-1}\right].
\end{aligned}$$

A série de Fourier será

$$e^{-x} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i2\pi k+1}\left[1-e^{-1}\right]e^{i2\pi kx}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [5,0] Dada a tabela de transformadas de Laplace abaixo,

$$
\begin{array}{rl}
\dfrac{1}{s-a} & e^{at} \\
\dfrac{1}{s^2+a^2} & \dfrac{\operatorname{sen} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2+a^2} & \cos at \\
\dfrac{1}{s^2-a^2} & \dfrac{\operatorname{senh} at}{a} \\
\dfrac{s}{s^2-a^2} & \cosh at \\
\dfrac{1}{s^m} \quad (m(\text{inteiro}) > 0) & \dfrac{t^{(m-1)}}{(m-1)!} \\
s\overline{f}(s) - f(0) & f'(t) \\
s^2\overline{f}(s) - sf(0) - f'(0) & f''(t)
\end{array}
$$

e **usando obrigatoriamente transformadas de Laplace**, resolva:

$$
\begin{aligned}
y^{(\text{iv})} - y &= 0, \\
y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0, \\
y'''(0) &= 1.
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA 2ª Questão:

A transformada de Laplace da equação diferencial é:

$$
\begin{aligned}
s^4\overline{y} - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0) - \overline{y} &= 0, \\
(s^4-1)\overline{y} - 1 &= 0, \\
\overline{y} &= \frac{1}{s^4-1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{4}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\frac{1}{s-1}.
\end{aligned}
$$

A inversa é imediata, usando a tabela:

$$
y(t) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen} t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}.
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT708 Micrometeorologia e Dispersão Atmosférica
P1, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: Eduardo Calegari Assinatura: ____________________
TT009 Matemática Aplicada I

---

1 [10,0] A definição *correta* de umidade relativa é

$$y \equiv r/r^*,$$

onde $r = \rho_v/\rho_s$ é a razão de mistura do ar e $r^* = \rho_v^*/\rho_s^*$ é a máxima razão de mistura possível à mesma temperatura termodinâmica T; note que quando a atmosfera está saturada, a pressão parcial do ar seco é $p - e^*$, e não $p - e$; use este fato para mostrar que

$$y = \frac{e}{e^*}\frac{p - e^*}{p - e} \approx \frac{e}{e^*}.$$

TT708 Micrometeorologia e Dispersão Atmosférica
P1, 27 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: Fávia Rodrigues Assinatura: ______________________
TT009 Matemática Aplicada I

---

1 [10,0] A definição *correta* de umidade relativa é

$$y \equiv r/r^*,$$

onde $r = \rho_v/\rho_s$ é a razão de mistura do ar e $r^* = \rho_v^*/\rho_s^*$ é a máxima razão de mistura possível à mesma temperatura termodinâmica T; note que quando a atmosfera está saturada, a pressão parcial do ar seco é $p - e^*$, e não $p - e$; use este fato para mostrar que

$$y = \frac{e}{e^*}\frac{p - e^*}{p - e} \approx \frac{e}{e^*}.$$

TT009 Matemática Aplicada I
P9, 04 Jul 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Se

$$\phi_n(x) = \frac{n}{\pi l}\frac{1}{1+\left(\frac{nx}{l}\right)^2}$$

mostre que:

$$\text{a)} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_n(x)\,dx = 1, \quad \forall n,$$

$$\text{b)} \lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\phi_n(x-a)\,dx = f(a),$$

e que portanto $\{\phi_n(x)\}$ é uma seqüência delta. Sugestão:

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}.$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+x^2}\,dx = 2\int_0^{\infty}\frac{1}{1+x^2}\,dx = 2\operatorname{arctg} x\Big|_0^{\infty} = 2(\pi/2-0) = \pi;$$

$$y = \frac{n(x-a)}{l},$$

$$dy = \frac{ndx}{l},$$

$$x = \frac{ly}{n} + a,$$

$$\lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\frac{n}{\pi l}\frac{1}{1+\left(\frac{n(x-a)}{l}\right)^2}\,dx = \lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\frac{ly}{n}+a)\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+y^2}\,dy$$

$$= f(a)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+y^2}\,dy = f(a).$$

Continue a solução no verso ⟹