TT009 Matemática Aplicada I
P12, 04 Ago 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO(A) PERFEITO(A) Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] Usando, necessariamente, a transformada de Fourier **definida** por

$$\widehat{f}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,dt \quad \leftrightarrow \quad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega,$$

Resolva a equação

$$\frac{df}{dt} + \frac{1}{T}f = \delta(t).$$

Use o seguinte fato:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{\omega - a}\,d\omega = \begin{cases} ie^{iat}, & t > 0,\\ 0 & t < 0.\end{cases}$$

SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

A transformada de Fourier da equação diferencial é

$$\begin{aligned}
i\omega\widehat{f} + \frac{1}{T}\widehat{f} &= 1,\\
\widehat{f}\left(i\omega + \frac{1}{T}\right) &= 1,\\
\widehat{f}\left(\omega + \frac{1}{iT}\right) &= \frac{1}{i},\\
\widehat{f} &= \frac{1}{i}\frac{1}{\omega - \frac{i}{T}}
\end{aligned}$$

Portanto

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{1}{i}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega - \frac{i}{T}} e^{i\omega t}\,d\omega\\
&= \frac{1}{i}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{\omega - \frac{i}{T}}\,d\omega\\
&= \frac{1}{i} ie^{i\frac{i}{T}t} = e^{-t/T}.
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$