EAMB7003 Camada-Limite Atmosférica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P03, 27 Mai 2019
Prof. Nelson Luís Dias

0

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: GABARITO Assinatura: ______________________

---

1 [20]

a) [10] Defina, inclusive com equações, a temperatura virtual.

b) [10] Defina, inclusive com equações, a temperatura potencial.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
A temperatura virtual

$$T_v = T(1 + 0.61q),$$

é a temperatura que o ar seco com a mesma densidade do ar úmido à temperatura T e com umidade q teria.
A temperatura potencial,

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}$$

é a temperatura que uma parcela de ar inicialmente à temperatura T e pressão p atinge ao ser trazido adiabaticamente para a pressão p_0.

Continue a solução no verso ⟹

2 [20] Considere a equação de Penman, na forma

$$LE = \frac{\delta_a}{\delta_a + \gamma} + \frac{\gamma}{\delta_a + \gamma} L C_E \overline{\rho}\,\overline{u}(\overline{q_a}^* - \overline{q_a}).$$

Defina, dando inclusive as equações quando for o caso:

a) [5] δ_a

b) [5] γ

c) [5] C_E

d) [5] $\overline{q_a}^*$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
\delta_a &= \frac{\mathrm{d}q^*(\overline{T_a})}{\mathrm{d}T},\\
\gamma &= \frac{c_p}{L},\\
E &= \rho\overline{u}C_E(\overline{q_0} - \overline{q_a}),\\
\overline{q_a}^* &= q^*(\overline{T_a}),
\end{aligned}$$

onde q^* é a curva de umidade específica de saturação em função da temperatura, E é o fluxo de massa de vapor d'água correspondente à evaporação, c_p é o calor específico à pressão constante, L é o calor latente de evaporação, q_0 e q_a são as umidades específicas do ar junto a uma superfície saturada e em um nível de referência acima da superfície, respectivamente. C_E é o coeficiente adimensional de transferência de massa.

Continue a solução no verso ⟹

3 [20] Explique de maneira completa o que é a escala integral lagrangeana da velocidade vertical.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Dada uma partícula em um escoamento turbulento na atmosfera, seja $Z(t)$ a sua posição ao longo do tempo, e

$$W(t) = \frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t}.$$

Então $W(t)$ é um processo estocástico. Supondo que W seja estacionário com $\langle W \rangle = 0$, existe a função de autocorrelação lagrangeana

$$\varrho(\tau) = \frac{\langle W(t)W(t+\tau)\rangle}{\langle W(t)^2\rangle},$$

onde $\langle\cdot\rangle$ indica uma média probabilística. A escala integral lagrangeana é definida por

$$\mathscr{T} = \int_0^\infty \varrho_L(\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [20] Explique o papel do Teorema Central do Limite nas fórmulas

$$
\begin{aligned}
Z(t) &= Z(0) + \int_0^t W(t')\,\mathrm{d}t',\\
\sigma_Z &= \sigma_W \sqrt{2\mathscr{T}_L t},\\
\overline{c}(z,t) &= \frac{M}{A\sqrt{2\pi}\sigma_Z}\exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma_Z^2}\right].
\end{aligned}
$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Do ponto de vista lagrangeano, $\overline{c}(z,t)$ é proporcional à probabilidade de se encontrar em (z,t) uma partícula que foi emitida na origem no instante $t = 0$ ($Z(0) = 0$). A variável aleatória $Z(t)$, então, é uma "soma" de deslocamentos $W(t')\,\mathrm{d}t'$, e pelo Teorema Central do Limite possui distribuição normal. O valor esperado de $Z(t)$ é zero (basta tirar o valor esperado da primeira equação). A segunda equação dá o desvio-padrão de $Z(t)$. Portanto, a distribuição de probabilidade de $Z(t)$ é

$$
\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z}\exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma_Z^2}\right] \blacksquare
$$

Continue a solução no verso ⟹

5 [20] O *Comando de Destruição do Mundo* (CDM), uma organização terrorista, acaba de liberar 10 kg de uma substância biogênica mortal do alto do Corcovado no Rio de Janeiro. Para salvar as pessoas da Cidade Maravilhosa e ajudar na evacuação da população, você pretende usar a equação

$$\overline{c}(x,y,z,t) = \frac{M}{8(\pi t)^{3/2}(K_{xx}K_{yy}K_{zz})^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x-\overline{u}t)^2}{4K_{xx}t} - \frac{y^2}{4K_{yy}t} - \frac{z^2}{4K_{zz}t}\right].$$

Você sabe a velocidade do vento $\overline{u}$, e sabe que as escalas integrais lagrangeanas das velocidades horizontais são de cerca de 10 s, e da velocidade vertical, de 1 s ; e que os desvios-padrão das velocidades horizontais e vertical são de $0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ e $0{,}1,\mathrm{m\,s^{-1}}$. O que você faz em seguida?

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Para aplicar a fórmula, coloca-se a origem no ponto de emissão (o alto do Corcovado). É necessário conhecer K_{xx}, K_{yy} e K_{zz}. Por comparação com as equações da questão anterior,

$$\begin{aligned}4K_{xx}t &= 2\sigma_X^2,\\ 4K_{yy}t &= 2\sigma_Y^2,\\ 4K_{zz}t &= 2\sigma_Z^2.\end{aligned}$$

Finalmente,

$$\sigma_{X,Y,Z} = \sigma_{U,V,W}\sqrt{2\mathscr{T}_{L_x,L_y,L_z}t}.$$

Como as escalas lagrangeanas e os desvios-padrão das velocidades nas 3 direções são conhecidas, é possível, finalmente, calcular as difusividades turbulentas K e aplicar a fórmula.

Continue a solução no verso ⟹