TEA010 Matemática Aplicada I
Curso de Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01A, 14 Mai 2021
Entrega em 15 mai 2021, 09:30.
Prof. Nelson Luís Dias

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: Assinatura: ______________________________

---

1 [25] Considere o programa a seguir

```
fib = [0,1]
n = 1
while n < 10 :
    n += 1
    newf = fib[n-1] + fib[n-2]
    fib.append(newf)
print(fib)
```

Sem rodar o programa, explique quais são os cálculos que o programa faz, e escreva a sua saída.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
`[0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55]` ∎

Continue a solução no verso ⟹

2 [25] Langhaar [1951]: Uma estrela de densidade ρ e diâmetro D vibra com frequência n: a vibração consiste em uma mudança cíclica de forma, mudando de elipsóide alongado em uma direção para esfera para elipsóide alongado em outra direção, e assim sucessivamente. Supõe-se que as variáveis que regem o fenômeno são essas três mais a constante universal de gravitação G (lembre-se: a lei da gravitação universal de Newton é $|F| = GMm/r^2$). Obtenha todos os grupos adimensionais que regem o problema. Escolha **obrigatoriamente** D, n e ρ como variáveis que participam de todos os grupos.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
G tem dimensões

$$\begin{aligned}[\![G]\!] &= \left[\!\!\left[\frac{Fr^2}{Mm}\right]\!\!\right]\\ &= \frac{\mathsf{MLT}^{-2}\mathsf{L}^2}{\mathsf{M}^2}\\ &= \mathsf{M}^{-1}\mathsf{L}^3\mathsf{T}^{-2}.\end{aligned}$$

A lista de variáveis e suas dimensões é

$$\begin{aligned}[\![\rho]\!] &= \mathsf{ML}^{-3},\\ [\![D]\!] &= \mathsf{L},\\ [\![n]\!] &= \mathsf{T}^{-1},\\ [\![G]\!] &= \mathsf{M}^{-1}\mathsf{L}^3\mathsf{T}^{-2}.\end{aligned}$$

Com 4 variáveis e 3 dimensões fundamentais, esperamos que haja um único grupo:

$$\begin{aligned}\Pi &= GD^a n^b \rho^c,\\ [\![\Pi]\!] &= \mathsf{M}^{-1}\mathsf{L}^3\mathsf{T}^{-2}\,[\mathsf{L}]^a\,\left[\mathsf{T}^{-1}\right]^b\,\left[\mathsf{ML}^{-3}\right]^c\\ 1 &= \mathsf{M}^{-1+c}\mathsf{L}^{3+a-3c}\mathsf{T}^{-2-b}\end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned}c &= 1,\\ a + 0b - 3c &= -3 \;\Rightarrow a = 0,\\ 0a - b + 0c &= 2 \;\Rightarrow b = -2\end{aligned}$$

e

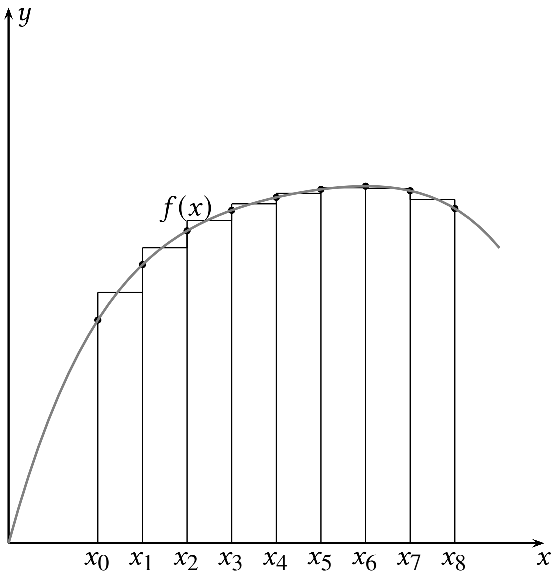
$$\Pi = \frac{G\rho}{n^2} \blacksquare$$

Continue a solução no verso ⟹

3 [25] A figura ao lado ilustra a "regra do ponto do meio", em que a integral

$$I = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

é aproximada pela soma das áreas dos retângulos com as alturas dadas pelo valor da função no centro de cada intervalo $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, ..., $[x_{n-1}, x_n]$ onde, como sempre, $a \equiv x_0$ e $x_n \equiv b$. Considere $\Delta x = x_n - x_{n-1}$ constante. Obtenha a fórmula geral para I utilizando a "fórmula do ponto do meio", para um número genérico de pontos n.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} I &\approx f((x_0 + x_1)/2)\Delta x + f((x_1 + x_2)/2)\Delta x + \ldots + f((x_{n-1} + x_n)/2)\Delta x \\ &= \Delta x \sum_{k=1}^{n} f((x_{i-1} + x_i)/2) \ \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [25] Escreva, rode, e entregue a listagem (em um arquivo em separado) de um programa em Python que calcula

$$I = \int_0^{\pi} \operatorname{sen}(x)\,\mathrm{d}x$$

utilizando a regra do ponto do meio e 100 intervalos de integração.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

```python
#!/home/nldias/miniconda3/bin/python3
def midint(a,b,n,f):
   deltax = (b-a)/n
   isum = 0.0
   xleft = a
   for k in range(1,n+1):
      xright = a+k*deltax
      fmid = f((xleft+xright)/2)
      isum += fmid
      xleft = xright
   pass
   return deltax*isum
pass
from math import pi,sin
print("I = ",midint(0,pi,100,sin))
```

Continue a solução no verso ⟹

Referências

Langhaar, H. L. (1951). *Dimensional analysis and theory of models*. John Wiley & Sons, New York.

Continue a solução no verso ⟹