

Paralelização do método ADI

Nelson L. Dias

15 de junho de 2021

Trabalho Computacional 3 para a Disciplina MNUM7092 “Chapel”

PPGMNE-UFPR

Prof. Nelson Luís Dias

Entrega: 25/06/2021

Formato: por email para `nldias@ufpr.br`, com 2 arquivos:

- Um arquivo pdf com uma breve descrição do programa, como funciona, e que recursos da linguagem você empregou.
- Um arquivo fonte com o programa em si (por exemplo, se seu nome é João Silva, envie `joao-silva-tc3.chpl`).

1 Seu trabalho

Paralelize o método ADI 2D para a equação de difusão,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

com condições inicial e de contorno dadas por

$$u(0, x, y) = 1, \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < M, \quad (2)$$

$$u(t, 0, y) = u(t, L, y) = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq M, \quad (3)$$

$$u(t, x, 0) = u(t, x, M) = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (4)$$

Esse problema possui a solução analítica (modified de Kreider et al. (1966, seção 13–7))

$$u(t, x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \sin \left(\frac{(2m+1)\pi x}{L} \right) \sin \left(\frac{(2n+1)\pi y}{M} \right) \times \\ \exp \left\{ -\pi^2 D \left[((2m+1)/L)^2 + ((2n+1)/M)^2 \right] t \right\}, \quad (5)$$

onde

$$A_{mn} = \frac{16}{\pi^2 (2m+1)(2n+1)}. \quad (6)$$

O método consiste em resolver, alternadamente,

$$\frac{u_{n+1,i,j} - u_{n,i,j}}{\Delta t} = D \left(\frac{u_{n+1,i+1,j} - 2u_{n+1,i,j} + u_{n+1,i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{n,i,j+1} - 2u_{n,i,j} + u_{n,i,j-1}}{\Delta y^2} \right), \quad (7)$$

e

$$\frac{u_{n+2,i,j} - u_{n+1,i,j}}{\Delta t} = D \left(\frac{u_{n+1,i+1,j} - 2u_{n+1,i,j} + u_{n+1,i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{n+2,i,j+1} - 2u_{n+2,i,j} + u_{n+2,i,j-1}}{\Delta y^2} \right). \quad (8)$$

Escreva um programa em Chapel que modifique adequadamente o programa `difadi2d.chpl`:

- Você **tem** que usar `difgrid2d.chpl`.
- Você pode usar todos os módulos compartilhados pelo professor na disciplina, tais como `tdma.chpl`.
- O seu programa **tem** que gerar como saída um arquivo binário [organizado da mesma maneira que]/[compatível com] as saídas dos programas `difadi2d.chpl` e `difana2d.chpl`.
- Você deve mostrar de forma estatística e/ou gráfica que seu programa paralelo produz um resultado correto.
- Você tem liberdade, no trabalho que entregará, de fazer as análises que julgar convenientes para enriquecer seu trabalho.

Referências

Kreider, D. L., Kuller, R. G., Ostberg, D. R., e Perkins, F. W. (1966). *An Introduction to Linear Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.