TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDRE SUZUKI KEMMELMEIER Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

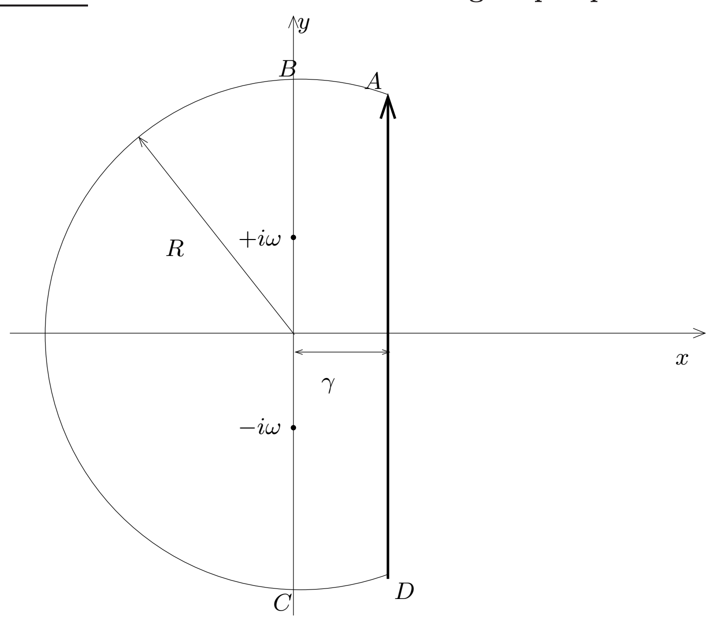
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{1}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{2}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{3}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds &(4)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] &(5)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] &(6)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. &(7)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEX CONSELVAN DE OLIVEIRA Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

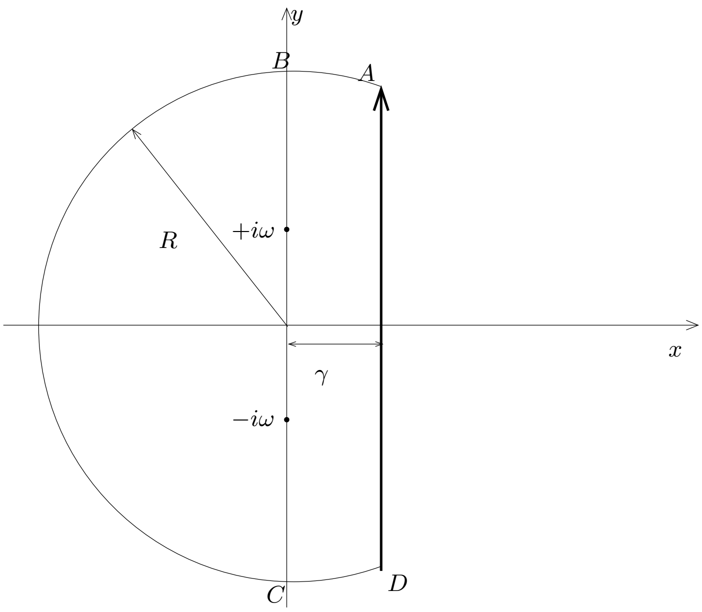
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\overset{\frown}{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\overset{\frown}{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{8}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{9}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{10}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{11}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{12}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{13}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{14}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALEXANDER C. HABITH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

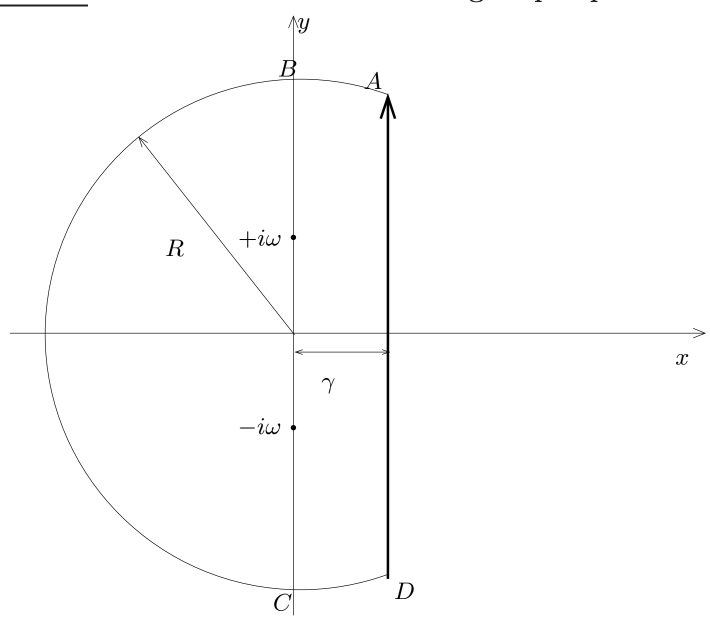
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{15}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{16}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{17}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{18}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{19}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{20}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{21}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANDRESSA GUADAGNIN Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

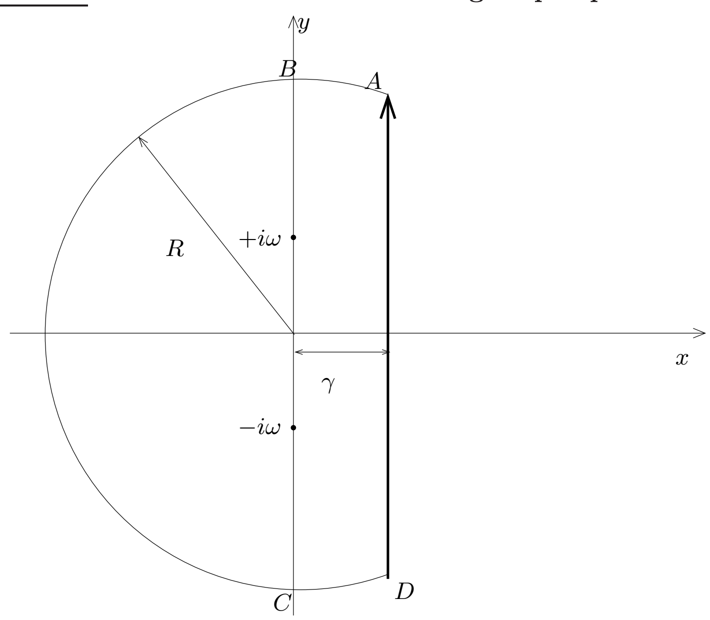
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{22}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{23}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{24}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{25}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{26}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{27}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{28}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ANTÔNIO ORIEL DA ROCHA JR. Assinatura: ______________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

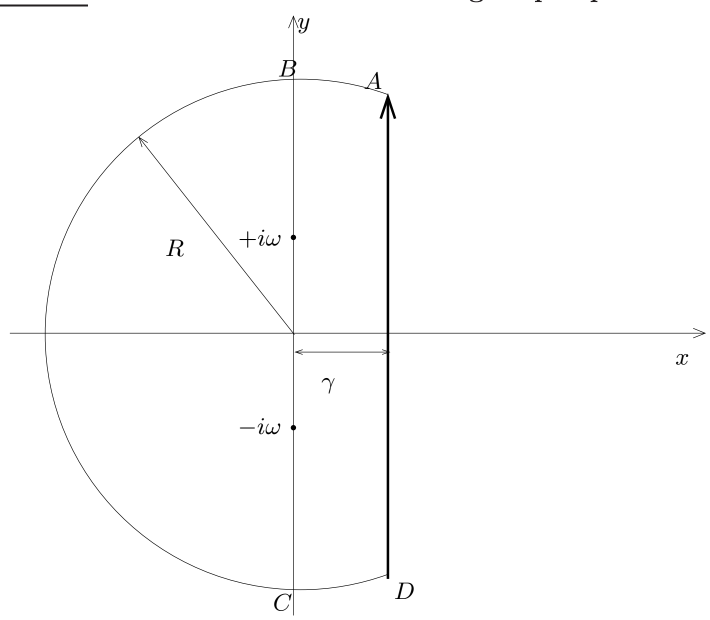
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{29}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{30}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{31}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (32)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega)+c_{-1}(i\omega)\right] && (33)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t}-e^{-i\omega t}\right] && (34)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (35)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CAROLINE VALENTE BÜHRER Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

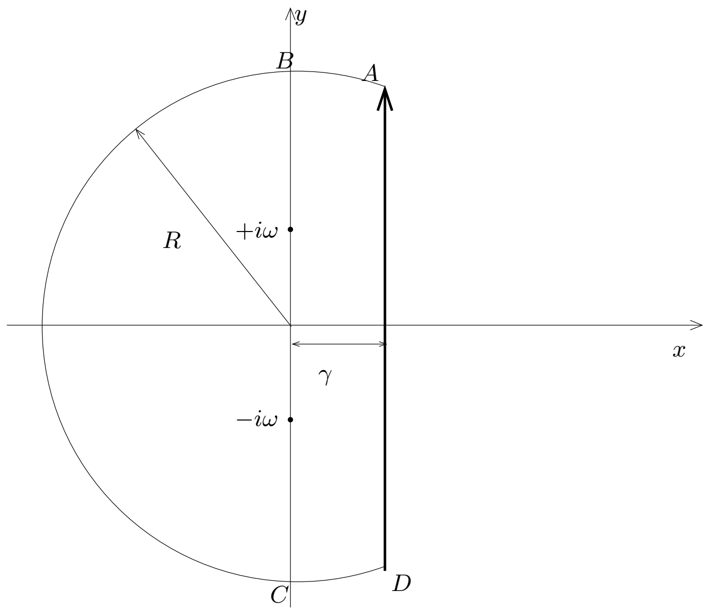
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{36}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{37}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{38}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (39)\\
&= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] && (40)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (41)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (42)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CLARISSA SÉKULA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

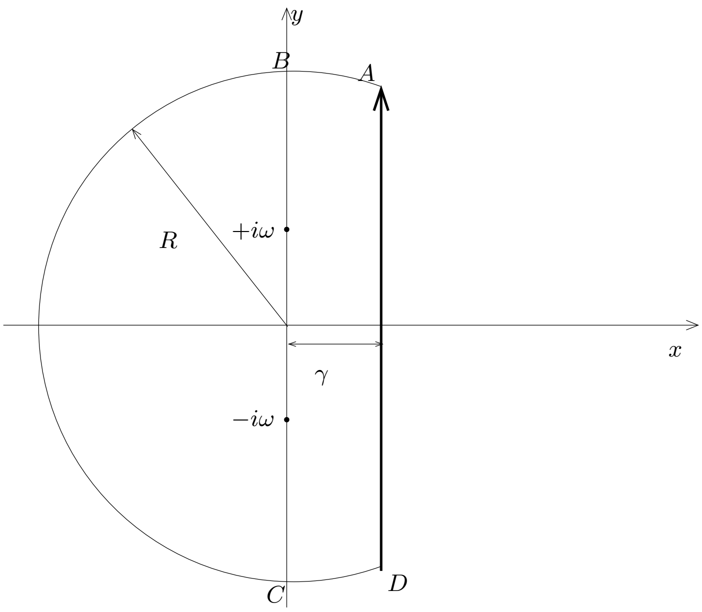
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{43}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{44}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{45}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{46}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{47}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{48}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{49}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTIANE SCHAPPO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

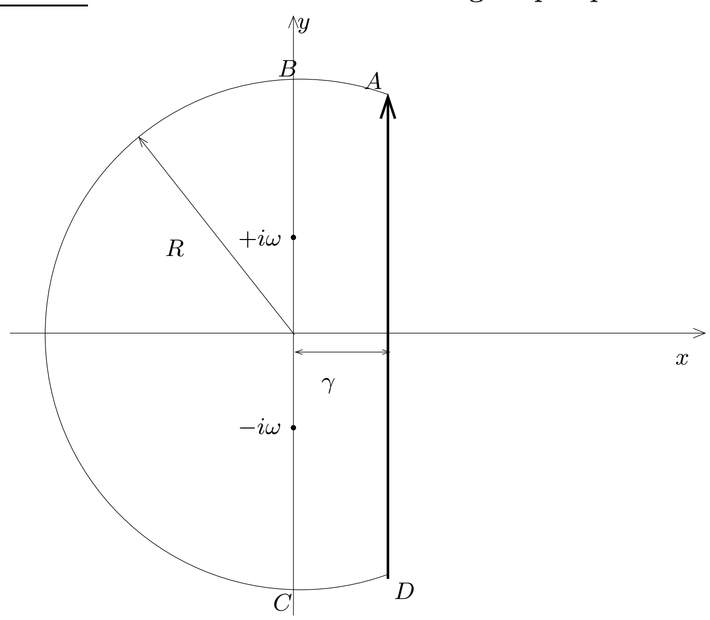
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{50}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{51}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{52}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{53}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{54}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{55}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{56}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CRISTINA OPPERMANN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

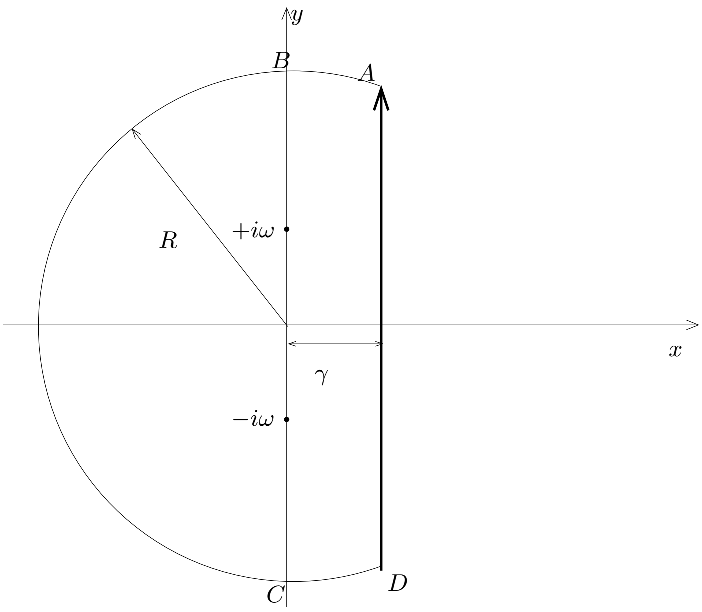
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{57}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{58}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{59}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{60}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{61}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{62}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{63}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: CÉSAR A. DA SILVA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

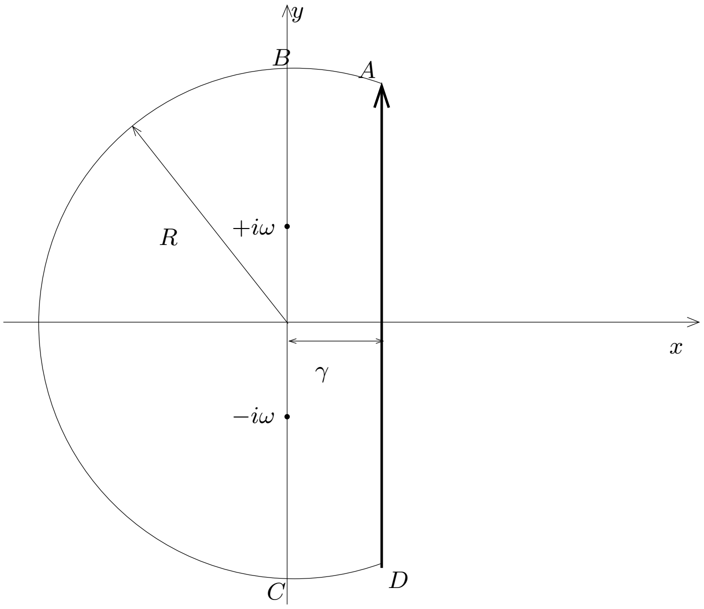
Sabendo que, para $t>0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t>0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{64}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{65}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{66}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds &(67)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega)+c_{-1}(i\omega)] &(68)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t}-e^{-i\omega t}\right] &(69)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. &(70)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ELLEN CHRISTINE PRESTES Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

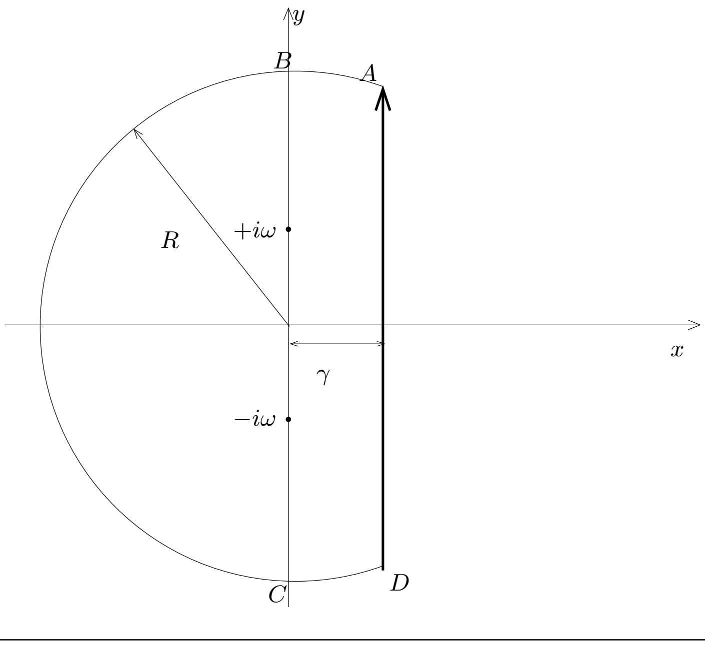
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{71}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{72}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{73}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{74}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{75}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{76}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{77}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GIANE R. GMACH Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

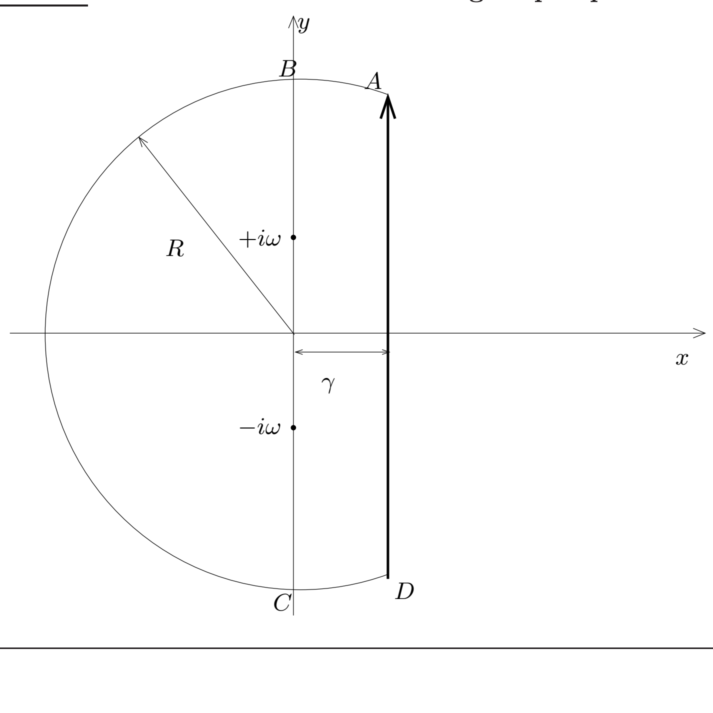
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{78}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{79}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{80}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{81}$$
$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{82}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{83}$$
$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{84}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GILBERTO MAZER KUBIS Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

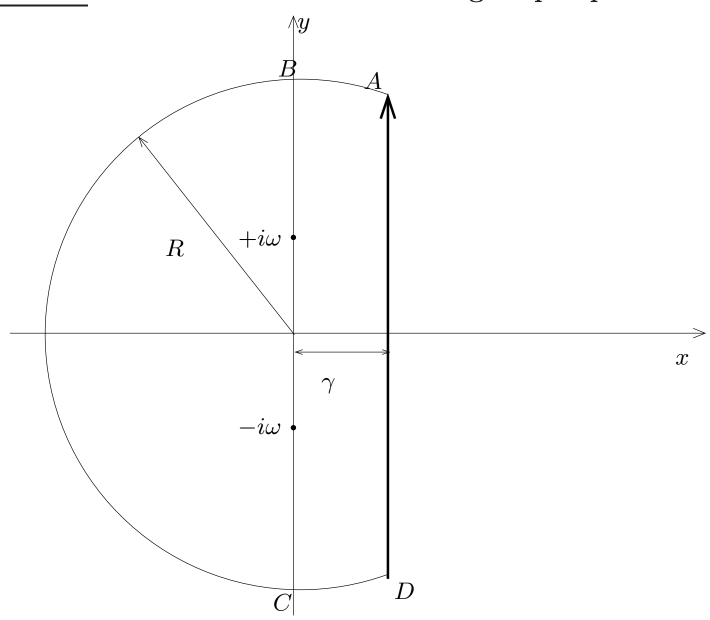
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{85}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{86}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{87}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{88}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega) \right] \tag{89}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t} \right] \tag{90}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{91}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: GUILHERME WENDLER ALVES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

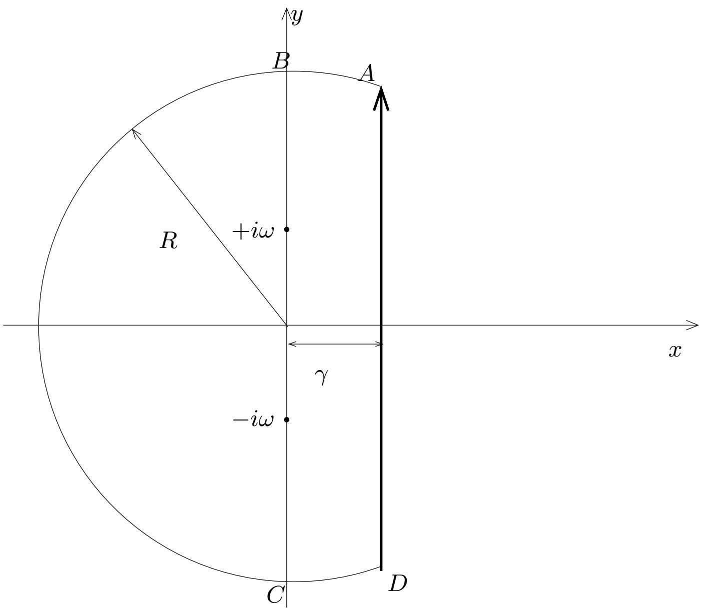
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{92}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{93}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{94}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{95}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{96}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{97}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{98}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: HELDER RAFAEL NOCKO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

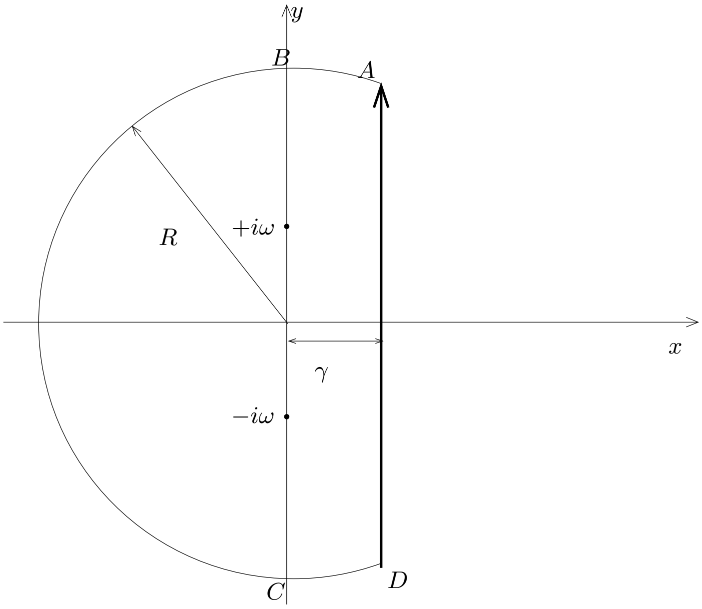
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{99}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{100}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{101}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{102}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{103}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{104}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{105}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: JOÃO PAULO CASTAGNOLI Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

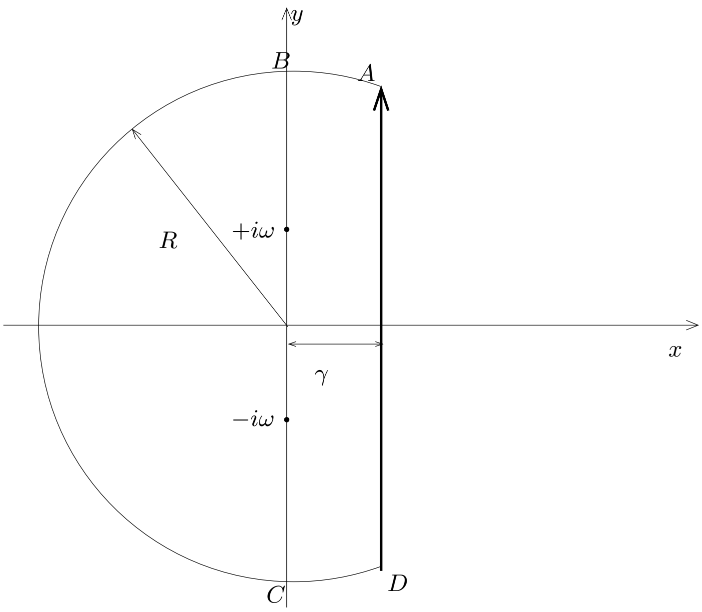
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\overset{\frown}{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\overset{\frown}{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{106}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{107}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{108}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{109}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{110}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{111}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{112}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: LEANDRO BERGMANN TAYTELBAUM Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

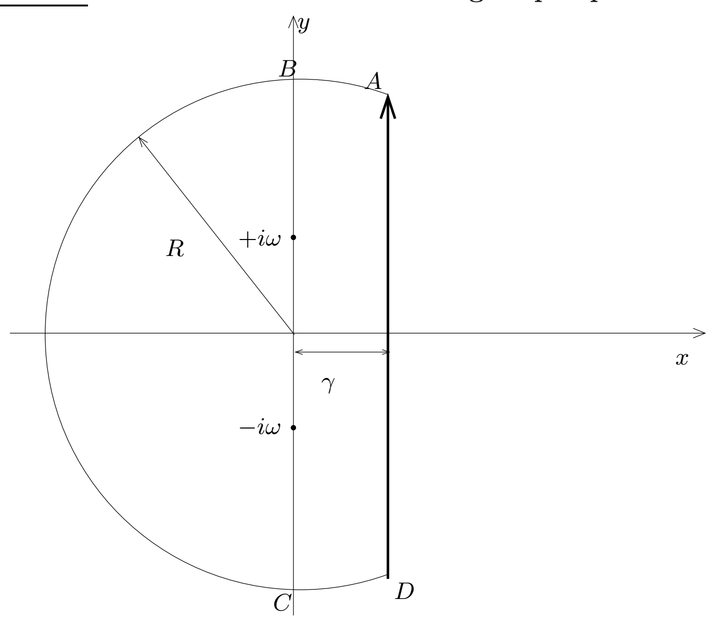
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{113}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{114}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{115}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\overset{\frown}{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{116}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{117}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{118}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{119}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARCELO ANDRIONI Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

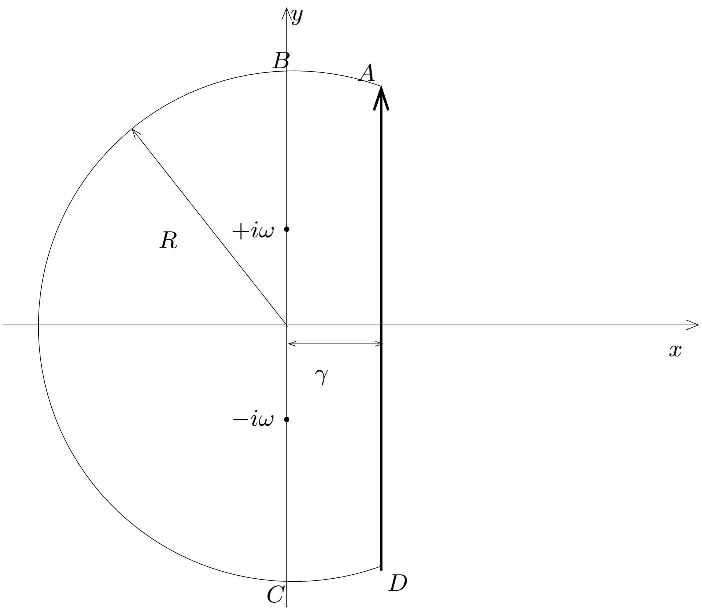
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{120}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{121}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{122}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{123}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{124}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{125}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{126}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARIANNE SCHAEFER FRANÇA Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

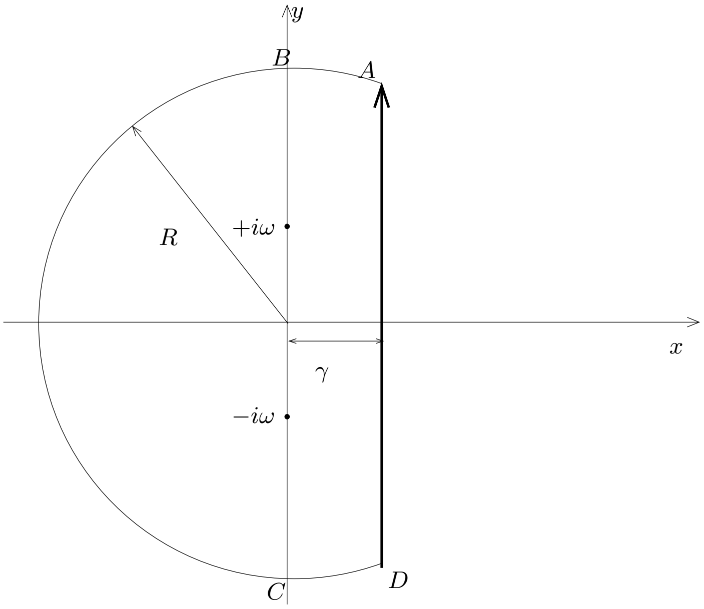
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\overset{\frown}{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\overset{\frown}{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{127}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{128}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{129}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{130}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{131}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{132}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{133}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: MARTIN HOLDSCHMIDT Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a} (s-a) f(s).$$

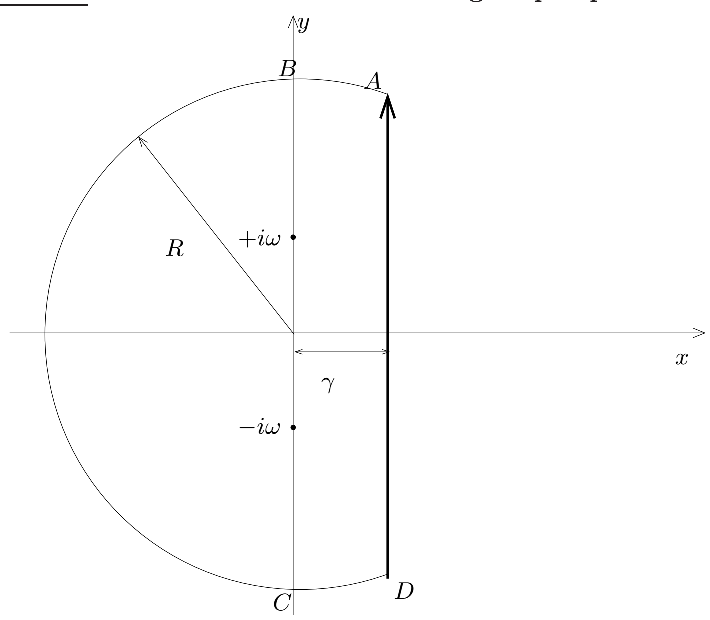
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{134}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)} (s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{135}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)} (s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{136}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{137}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{138}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{139}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{140}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NAYANA G. M. SILVA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

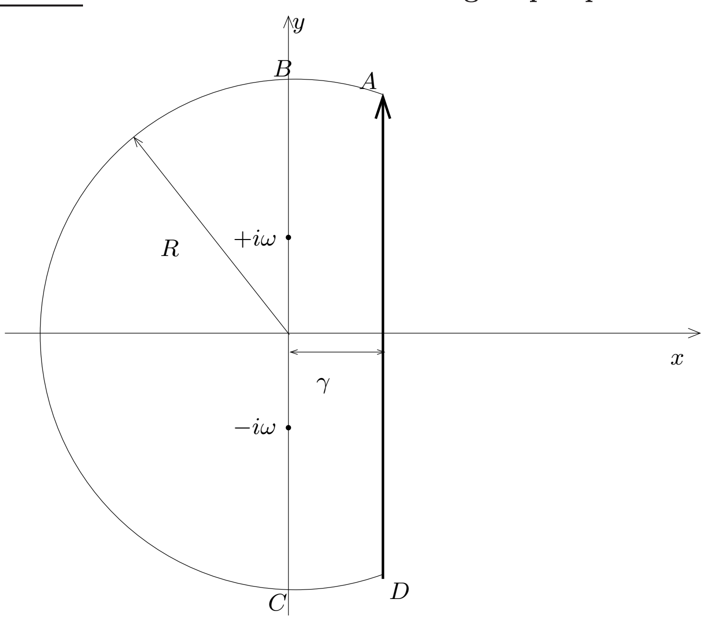
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{141}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{142}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{143}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{144}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{145}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{146}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{147}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: NILO AUGUSTO SANTOS   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

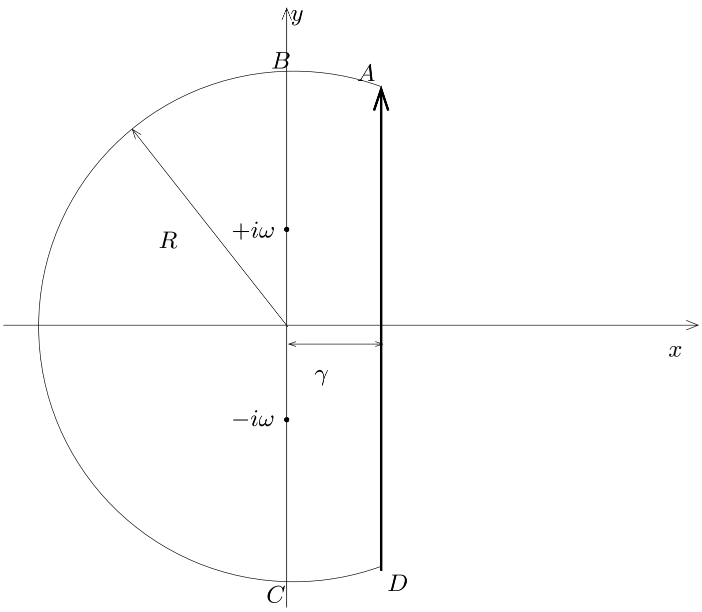
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{148}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{149}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{150}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{151}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{152}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{153}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{154}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: OTHAVIO TONIASSO TAKEDA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

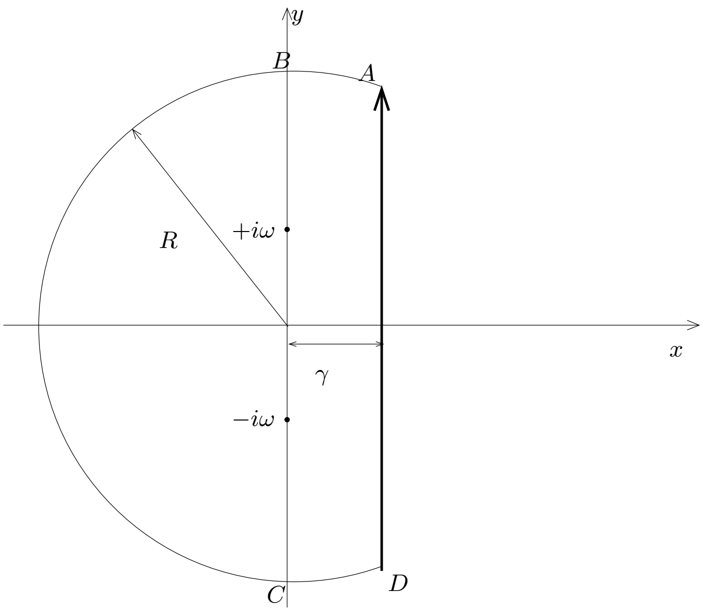
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{155}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{156}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{157}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{158}$$
$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{159}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{160}$$
$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{161}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PALOMA GIOVANA FARIA Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

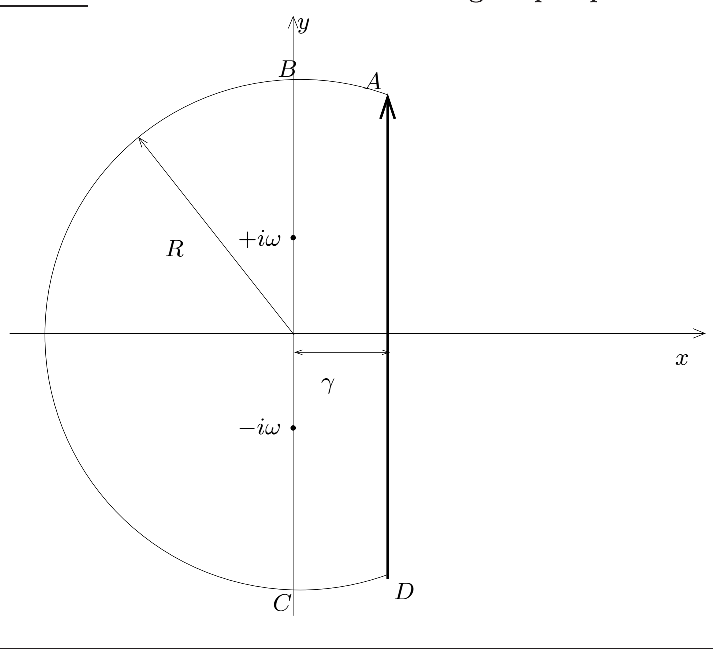
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\frown{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\frown{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{162}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{163}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{164}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{165}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{166}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{167}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{168}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PETTY CRISTINA CORRÊA FERREIRA   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

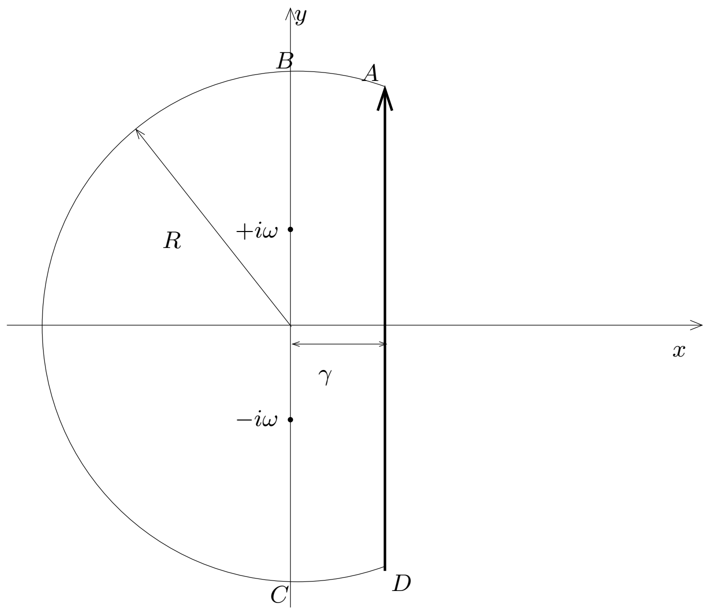
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{169}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{170}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{171}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{172}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{173}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{174}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{175}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: PRISCILA KARINA ALTVATER Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

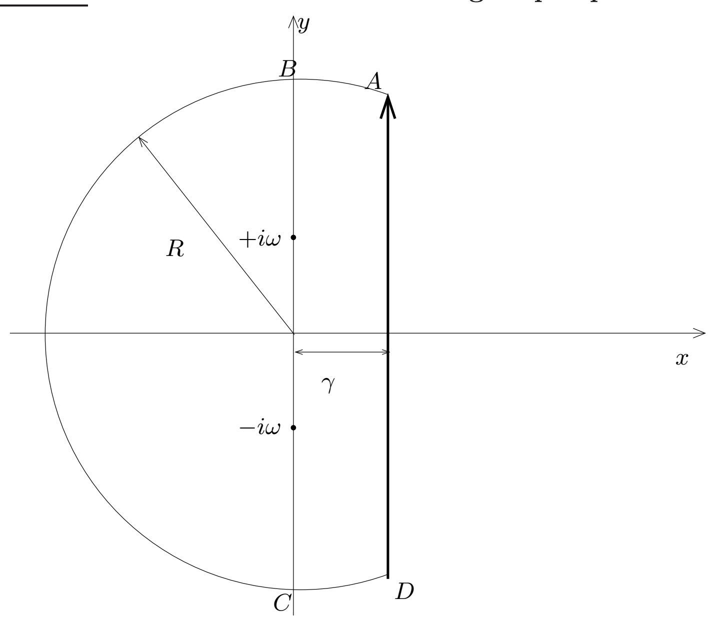
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{176}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{177}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{178}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\, ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{DA} f(s)\, ds \tag{179}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{180}$$

$$= \frac{1}{2\omega i} \left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{181}$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{sen} \omega t. \tag{182}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RAFAEL CABRAL GONÇALVES Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

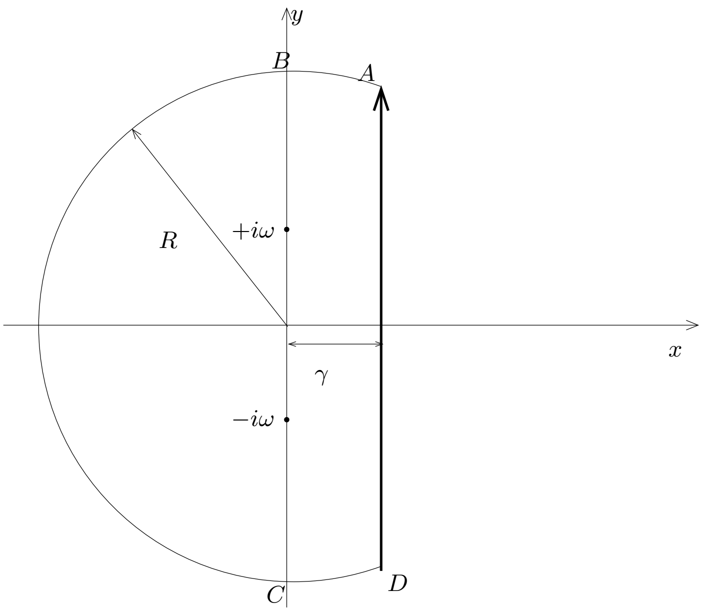
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\overset{\frown}{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\overset{\frown}{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm \omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{183}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{184}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{185}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{186}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{187}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{188}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{189}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RICARDO FURLAN Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

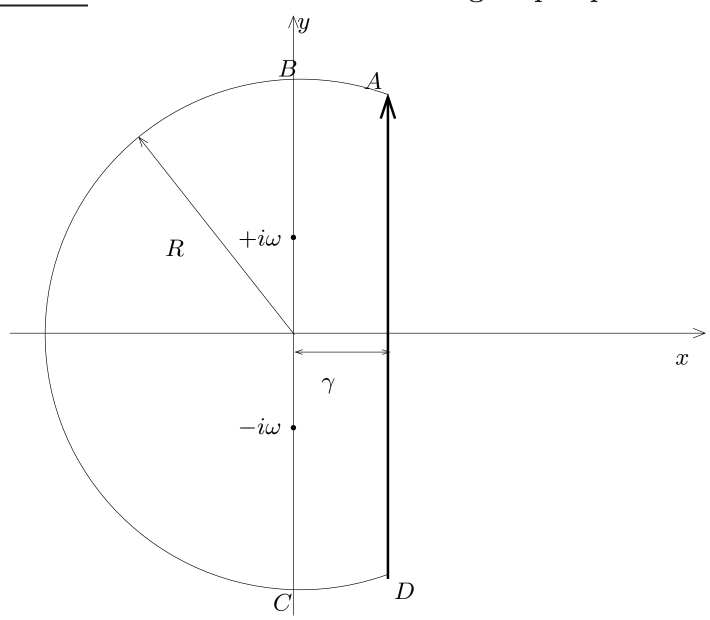
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm \omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{190}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{191}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{192}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{193}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{194}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{195}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{196}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: RODRIGO REKSIDLER — Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

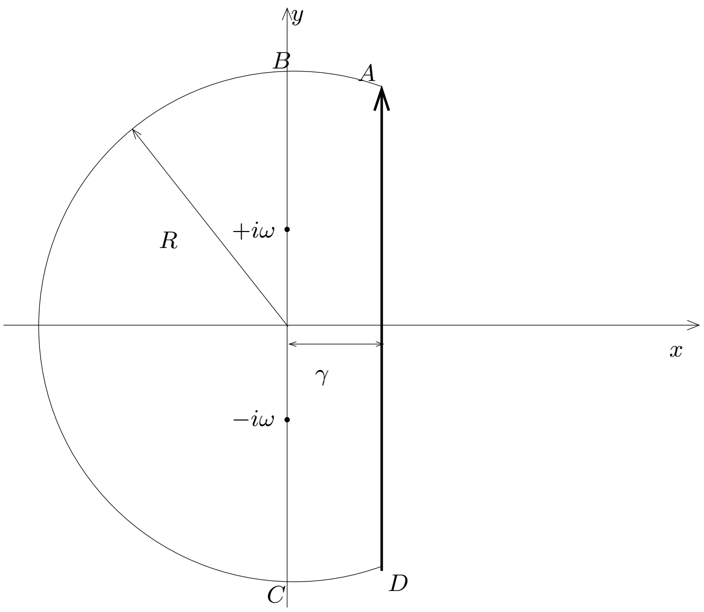
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{197}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{198}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{199}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{200}$$
$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{201}$$
$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{202}$$
$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{203}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: THAIS CRISTINA CAMPOS DE ABREU Assinatura: ______________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

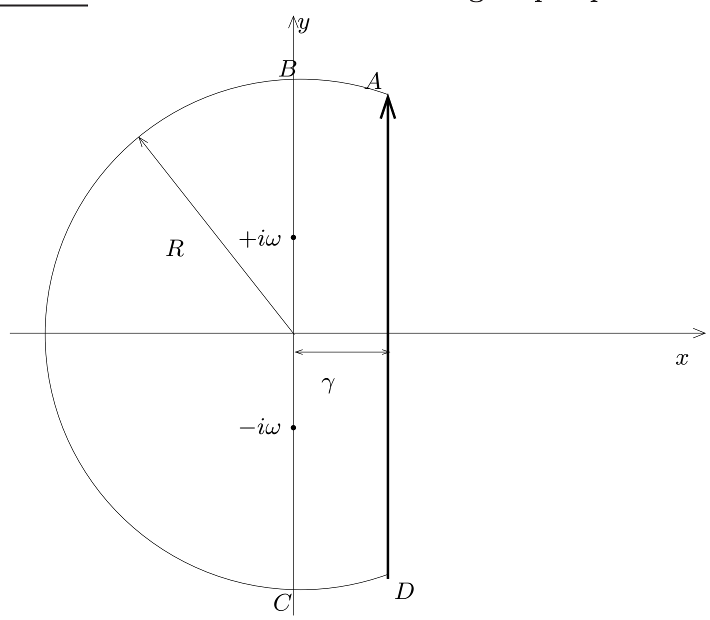
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{204}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{205}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{206}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{207}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{208}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{209}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{210}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: WAGNER AKIHITO HIGASHIYAMA Assinatura: __________________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

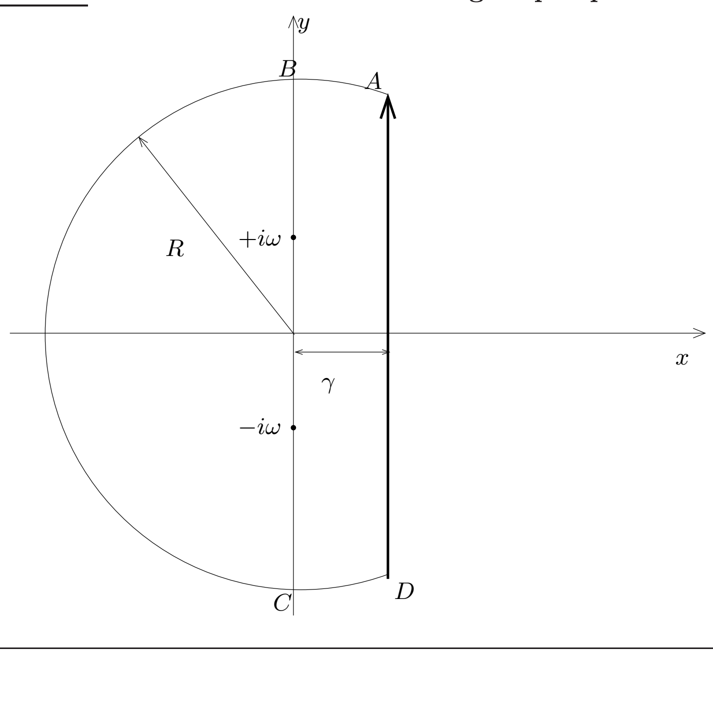
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{AB\widehat{C}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{211}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{212}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{213}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{214}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{215}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{216}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{217}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

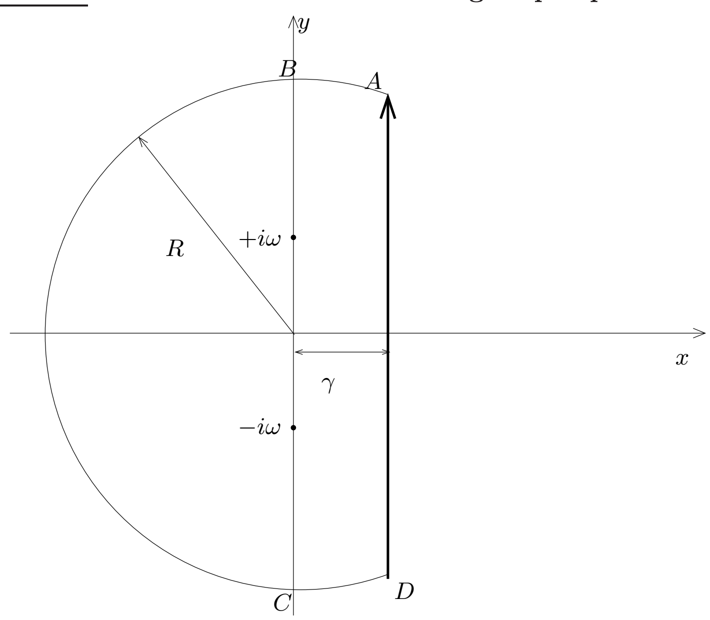
Sabendo que, para $t>0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t>0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{218}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{219}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{220}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\overset{\frown}{C}DA} f(s)\,ds &= \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds && (221)\\
&= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] && (222)\\
&= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] && (223)\\
&= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. && (224)
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

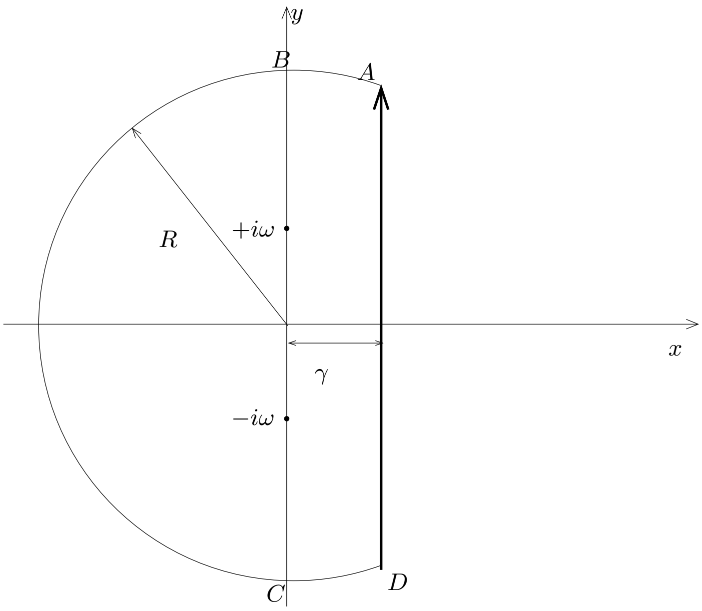
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{225}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{226}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{227}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\overset{\frown}{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{228}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{229}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{230}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{231}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2+\omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s\to a}(s-a)f(s).$$

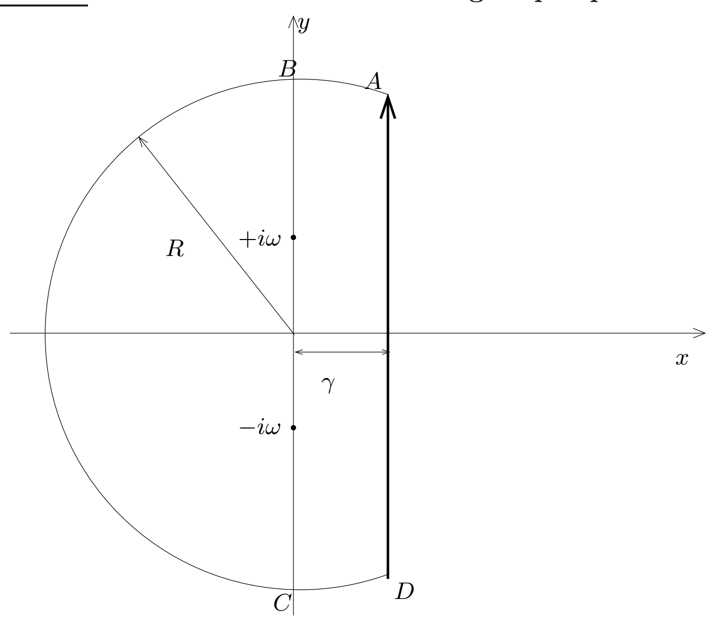
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty}\int_{A\widehat{BC}D} f(s)\,ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f(s)\,ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2+\omega^2} = \frac{1}{(s-i\omega)(s+i\omega)}. \tag{232}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s\to(-i\omega)}(s+i\omega)\frac{e^{-i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{233}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s\to(i\omega)}(s-i\omega)\frac{e^{i\omega t}}{(s-i\omega)(s+i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{234}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{235}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i\,[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)] \tag{236}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{237}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{238}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

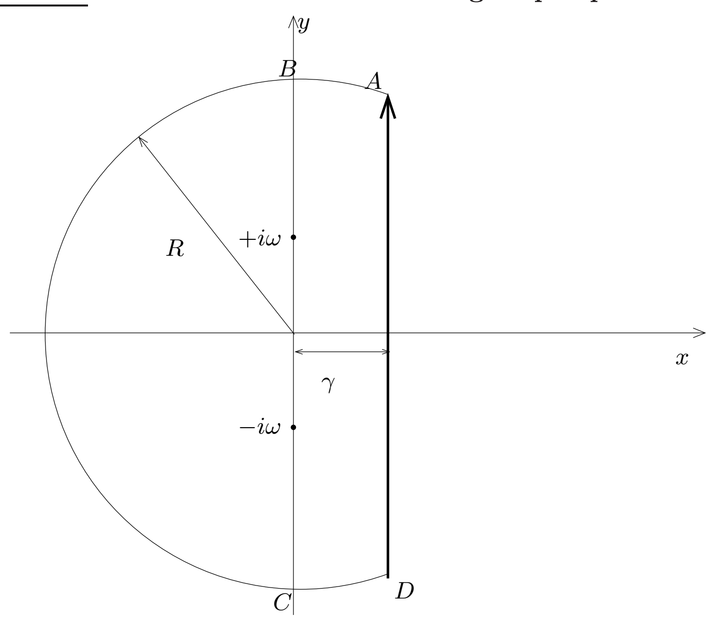
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R\to\infty} \int_{A\widehat{BC}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $A\widehat{BC}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

<u>para $t > 0$</u>. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{239}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{240}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{241}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{242}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}2\pi i\left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{243}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{244}$$

$$= \frac{1}{\omega}\operatorname{sen}\omega t. \tag{245}$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹

TT009 Matemática Aplicada I
P7, 13 Jun 2003
Prof. Nelson Luís Dias
NOME: ALUNO GENÉRICO   Assinatura: ____________________

ATENÇÃO: Leia atentamente *todas* as questões, e comece pelas mais fáceis para você. Resolva as questões de forma *limpa e organizada*, *nos espaços designados*: o texto fora destes espaços não será considerado na correção. Boa prova.

---

1 [10,0] A função

$$f(s) = \frac{e^{st}}{s^2 + \omega^2}$$

possui dois pólos *simples* em $a = \pm i\omega$. O cálculo dos resíduos (isto é: dos coeficientes c_{-1} das séries de Laurent) no caso de pólos simples é dado por

$$c_{-1} = \lim_{s \to a} (s - a) f(s).$$

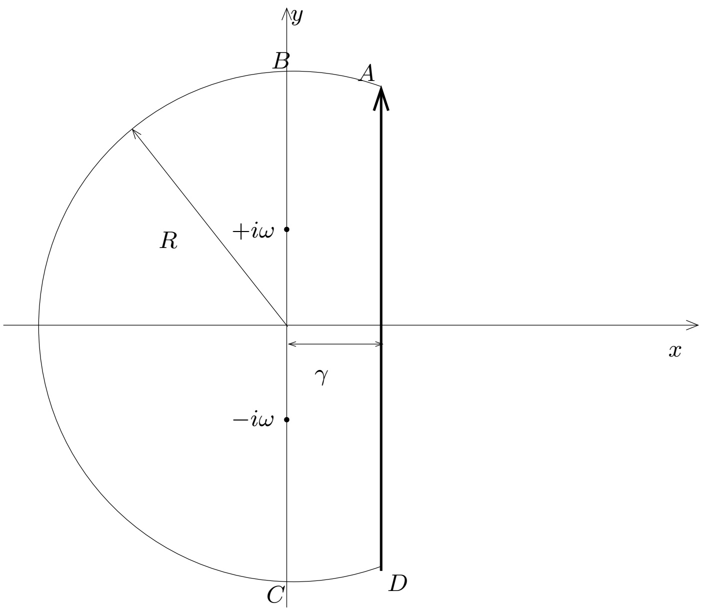
Sabendo que, para $t > 0$,

$$\lim_{R \to \infty} \int_{AB\widehat{C}D} f(s)\, ds = 0,$$

use integração sobre o contorno $AB\widehat{C}DA$ mostrado na figura juntamente com o teorema dos resíduos para calcular a integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} f(s)\, ds$$

para $t > 0$. **Não há necessidade de integrar por partes!**



SOLUÇÃO DA 1ª Questão:

Em $s = \pm\omega$:

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2} = \frac{1}{(s - i\omega)(s + i\omega)}. \tag{246}$$

Como os pólos são de ordem 1:

$$c_{-1}(-i\omega) = \lim_{s \to (-i\omega)} (s + i\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{-i\omega t}}{-2\omega i}, \tag{247}$$

$$c_{-1}(+i\omega) = \lim_{s \to (i\omega)} (s - i\omega) \frac{e^{i\omega t}}{(s - i\omega)(s + i\omega)} = \frac{e^{i\omega t}}{2\omega i}. \tag{248}$$

Pelo Teorema dos Resíduos, no limite quando $R \to \infty$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB\widehat{C}DA} f(s)\,ds = \frac{1}{2\pi i}\int_{DA} f(s)\,ds \tag{249}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} 2\pi i \left[c_{-1}(-i\omega) + c_{-1}(i\omega)\right] \tag{250}$$

$$= \frac{1}{2\omega i}\left[e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right] \tag{251}$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t. \tag{252}$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Continue a solução no verso ⟹