

EAMB 7004 Camadas-Limite Naturais e Dispersão de Poluentes
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01, 07 Out 2021
Entrega em 08 Out 2021, 09:30.
Prof. Nelson Luís Dias

Prova com consulta exclusivamente ao material didático da disciplina.

NOME: _____

Assinatura: _____

1 [25]

- a) [10] Conceitue média e variância de população de uma variável aleatória u .
b) [15] Se a distribuição de u é

$$F(u^\#) = P(u < u^\#) = 1 - \exp\left(-\frac{u^\#}{\lambda}\right), \quad u^\# \geq 0,$$

calcule a média e a variância de u em função de λ .

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

2 [25] Considerando a decomposição de Reynolds

$$u = \bar{u} + u',$$

(e o mesmo para v), se u e v são duas grandezas físicas em um escoamento turbulento, os “postulados” de Reynolds (supondo por simplicidade que as variáveis dependem apenas de t , e não de x) são

$$\overline{u'} = 0,$$

$$\overline{\bar{u}} = \bar{u},$$

$$\overline{u'v} = 0,$$

$$\overline{\frac{du}{dt}} = \frac{d\bar{u}}{dt},$$

para a média de conjunto ou média probabilística

$$\bar{u} = \int_{\omega \in \Omega} u \, dP(\omega).$$

Considere agora a média temporal

$$\langle u \rangle(t) = \frac{1}{T} \int_{t'=t-T/2}^{t'=t+T/2} u(t') \, dt'.$$

Quais dos postulados de Reynolds não se aplicam para $\langle u \rangle$? (Verifique cada um, e mostre o que vale e o que não vale.)

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

3 [25] Como sabemos, a derivada material de uma grandeza a qualquer em Mecânica dos Fluidos é definida como

$$\frac{Da}{Dt} \equiv \frac{\partial a}{\partial t} + u_i \frac{\partial a}{\partial x_i},$$

onde $\mathbf{u} = u_i \mathbf{e}_i$ é o campo de velocidade. O volume específico em um escoamento é definido por

$$v \equiv \frac{1}{\rho},$$

onde ρ é a massa específica. Utilizando os fatos acima, mostre que a equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0,$$

pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{1}{v} \frac{Dv}{Dt}.$$

Interprete essa última expressão.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

4 [25] Utilizando a notação definida em sala de aula, mostre que

$$\frac{\check{u}}{\tilde{u}} = \text{Re}_\ell^{-1/4} .$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO: