

TEA010 Matemática Aplicada I  
Curso de Engenharia Ambiental  
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR  
P02A, 11 Jun 2021  
Entrega em 12 Jun 2021, 09:30.  
Prof. Nelson Luís Dias

**Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova**

NOME:

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**1** [25] Utilizando sempre a base canônica, **notação indicial** (obrigatoriamente), e explicitando **todos os passos**, obtenha

$$[u \times v] \cdot [a \times b]$$

em função de  $u \cdot a$ ,  $u \cdot b$ ,  $v \cdot a$  e  $v \cdot b$ , onde  $u$ ,  $v$ ,  $a$  e  $b$  são vetores do  $\mathbb{R}^3$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [25] Zorg é um estudante de Engenharia Ambiental do Planeta Z4, um planeta quadridimensional de outro universo. Enquanto calcula o hipervolume de um reservatório de q-água (uma molécula quadridimensional com propriedades semelhantes às da água), Zorg precisa obter o hipervolume do hiperprisma formado pelos vetores  $(2, 4, 1, 0)$ ,  $(1, 3, 0, 2)$ ,  $(0, 2, 3, 1)$  e  $(0, 4, 2, 3)$ . Qual é o valor obtido por Zorg?

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**3** [25] [White, 2016, Exemplo 5.5] Uma viga engastada de comprimento  $L$  (L) tem uma carga  $P$  ( $MLT^{-2}$ ) aplicada à sua extremidade, sofrendo uma deflexão  $\delta$  (L). A viga tem seção transversal cujo momento de inércia é  $I$  ( $L^4$ ), e seu material possui módulo de elasticidade  $E$  ( $ML^{-1}T^{-2}$ ). É sabido que

$$\text{posto} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = 2.$$

Obtenha os parâmetros adimensionais do problema, usando **obrigatoriamente**  $L$  e  $E$  como variáveis comuns em todos eles.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**4** [25] Considere

$$I = \int_0^1 \int_0^1 xy \, dy \, dx,$$

e sua aproximação numérica  $I_n$  dada por

$$I_n = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} f(x_i, y_j) \Delta x \Delta y,$$

onde

$$\begin{aligned} f(x, y) &= xy, \\ x_i &= (i - 1/2)\Delta x, \\ y_j &= (j - 1/2)\Delta y, \\ \Delta x &= \Delta y = 1/10. \end{aligned}$$

- a) [05] Calcule analiticamente  $I$ .
- b) [20] Escreva, rode, e entregue a listagem (em um arquivo em separado) de um programa em Python que calcula  $I_n$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

## Referências

White, F. M. (2016). *Fluid Mechanics*. McGraw Hill Education, New York.