

建模背景

在建筑工程中，混凝土结构在长期荷载作用下会表现出时间依赖性的变形行为，其中徐变（creep）是影响结构长期性能的重要因素之一。为评估混凝土柱在恒定轴向压力作用下的长期变形特性，有必要建立一个能够反映时间效应的数学模型。该模型可用于预测结构在不同荷载持续时间、材料属性及环境条件下的轴向应变发展，从而为结构耐久性设计和长期变形控制提供理论依据。

建模公式

本模型基于一阶微分方程构建，描述了混凝土柱在恒定应力作用下，轴向应变随时间演化的规律，考虑了徐变效应的影响。其控制方程如下：

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma \cdot \varphi(t)}{E}$$

其中， $\varphi(t)$ 为徐变系数函数，表达为：

$$\varphi(t) = \frac{t}{t + \tau}$$

对上述微分方程进行积分后，可得轴向应变随时间变化的解析表达式为：

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \cdot \left(t - \tau \ln \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) \right)$$

模型中各参数含义如下：

- $\epsilon(t)$ ：轴向应变，反映柱体在荷载持续作用下的累计变形；
- t ：荷载作用时间；
- σ ：施加的轴向应力；
- E ：混凝土的弹性模量；
- τ ：徐变时间常数，反映材料徐变发展的速率。

该模型形式简洁，物理意义明确，适用于初步评估混凝土构件在长期荷载作用下的变形发展趋势。