КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Семестровая работа по предмету:
«Вычислительные методы»
на тему: «Табулирование трансцендентных функций»
Вариант №6

Работу выполнил:
Студент 3-го курса
Группы 09-409
Набиев М.А.

Работу проверила:
Павлова М.Ф.
дата нужна?

Казань-2017

1. Постановка задачи

Одна из специальных задач функций математической физики — интеграл Френеля, определяется следующим образом:

$$C(x)=\int_0^x \cos\left(\cos\frac{\pi t^2}{2}\right)dt$$

Цель задания — изучить и сравнить различные способы приближенного вычисления это функции

Для этого:

1. Протабулировать *C(x)* на отрезке *[a,b]* с шагом *h*, и точностью ε, основываясь на ряде Тейлора, предварительно вычислив его

$$C(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n}}{(2n)!(4n+1)}2^{4n+1}$$

где a=0, b=1.5, h=0.15, $\varepsilon=10^{-6}$, и получить таким образом таблицу

x_0	x_1	x_2	...	x_n
f_0	f_1	f_2	...	f_n

$f_i=C(x_i), x_i=a+i*h, i=0,\dots,n$

2. По полученной таблице найти приближенное значение производной функции *C(x)*, используя формулу

где

$$l_k(x)=\sum_{\substack{j=0\\ j\neq k}}^{n}\frac{\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)}{(x-x_k)(x-x_j)\prod_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{n}(x_k-x_i)}$$

и вычислить погрешность интерполирования

$\varepsilon_n=\max_{x\in[a,b]}(\varepsilon(x)),\quad \varepsilon(x)=|C_i{}'(x)-L_n{}'(x)|$

Значения интерполяционного полинома Лагранжа вычислять в n точках на отрезке [a,b], находящихся посередине между двумя узлами интерполяции. В качестве узлов интерполяции взять

1) равномерно распределенные узлы $\{x_i\}_{i=0}^n$

2) корни полинома Чебышева вычисляемые по формуле

$x_k=\frac{b-2}{2}t_k+\frac{b+a}{2}$, где

$t_k=\cos\left(\frac{2k+1}{2(n+1)}\pi\right),\quad k=0,\dots,n$

Сравнить погрешности при различным выборе узлом интерполяции

3. Провести эксперимент

3.1 Увеличивать n и повторять пункт 2

а) Строить интерполяционный полином Лагранжа по n равномерно распределенным узлам, затем

* Вычислять значения полученного полинома Лагранжа в b точках на отрезке [a,b], находящихся между каждыми двумя узлами интерполяции
* измерять максимальную погрешность
$\varepsilon_n = \max_{x \in (a,b)}(\varepsilon(x)), \quad \varepsilon(x) = |C_i'(x) - L_n'(x)|$
б) Строить интерполяционный полином Лагранжа по корням полинома Чебышева, затем:
* вычислять значения полученного полинома Лагранжа в n точках на отрезке [a,b], находящихся между каждыми двумя узлами интерполяции
* измерять максимальную погрешность
$\varepsilon_n = \max_{x \in (a,b)}(\varepsilon(x)), \quad \varepsilon(x) = |C_i'(x) - L_n'(x)|$
3.2 Построить графики изменения максимальных погрешностей в зависимости от числа узлов

Замечание. При вычислении ряда Тейлора $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ учесть, что каждый последующий член ряда a_{n+1} получается из предыдущего члена a_n, умножением на некоторую величину q_n ,т.е. $a_{n+1} = a_n * q_n$
Это позволит избежать переполнения при вычислении факториалов, встречающихся в рассматриваемом ряде