

Нормальный отчет без юмора шуток и т. п.

Мы часто сталкиваемся в жизни со смазанными картинками, испорченными звуковыми сигналами и т. п. Все это можно представить как операция деконволюции

Если рассматривать размытие изображений, имеет место такая формула

$$g = f \otimes h + n$$

где f – исходное изображение, h – матрица размытия (PSF), n – шум.

$$h(x, y) \otimes f(x, y) = \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b h(i, j) f(x+i, y+j), \text{ где } a=(m-1)/2, b=(n-1)/2$$

и x, y пробегает по всему изображению

Теорема о свертке

Есть теорема о свертке, в которой говорится, что операция свертки в пространственной области эквивалентна поэлементному умножению в частотной

$$h(x, y) \otimes f(x, y) = H(u, v) F(u, v)$$

где $H(u, v)$ и $F(u, v)$ -Фурье-образы соответствующих функций

Модели искажения

Всякий смаз можно свести к какой-то модели. Здесь мы рассмотрим некоторые из них

1. Гауссово размытие.

В этом случае ядро смаза (то самое h) формируется по формуле нормального распределения

$$N(0, \sigma^2)$$

$$h(m, n) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \sum_{u,v} e^{-\frac{(u^2+v^2)}{2\sigma^2}}$$

Попытка реализации на Python

```
def gauss(x, y, sigma):
    twoPi = math.pi * 2
    return (1 / (twoPi * sigma * sigma)) * math.exp(-(x*x + y*y) / float(2 * sigma * sigma))
def gaussian(sigma, n, m):
    f = np.array([[gauss(i, j, sigma) for j in range(-(m-1)//2, (m+1)//2)] for i in range(-(n-1)//2, (n+1)//2)])
    f = f / np.sum(f)
    return f
```

Примеры размытия:

