2-26-21
Neha Maddali

Stat330 HW2

1)

x	①	②	③
0	F	F	F
	S	F	F
1	F	S	F
	F	F	S
	S	S	F
2	F	S	S
	S	F	S
3	S	S	S

2a) $Im(X) = \{0, 1, 2, 3\}$

2b) $\mathbb{P}(X=0) = {}^5C_3 / {}^9C_3 = 5/42$

$\mathbb{P}(X=1) = {}^4C_1 * {}^5C_2 / {}^9C_3 = 10/21$

$\mathbb{P}(X=2) = {}^4C_2 * {}^5C_1 / {}^9C_3 = 5/14$

$\mathbb{P}(X=3) = {}^4C_3 / {}^9C_3 = 1/21$

2c)

x	0	1	2	3
$P_X(x)$	5/42	10/21	5/14	1/21

3a) $\mathbb{P}(X \leq 3) = \mathbb{P}(X=0) + \mathbb{P}(X=1) + \mathbb{P}(X=2) + \mathbb{P}(X=3)$

$= 0.10 + 0.15 + 0.20 + 0.25 = 0.70$

3b) $\mathbb{P}(2 \leq X \leq 5) = \mathbb{P}(X=2) + \mathbb{P}(X=3) + \mathbb{P}(X=4) + \mathbb{P}(X=5)$

$= 0.20 + 0.25 + 0.20 + 0.06 = 0.71$

3c)

$p_X(x)$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.06	0.04
cdf	0.10	0.25	0.45	0.70	0.90	0.96	1.00

3d) $E(X) = 0(0.10) + 1(0.15) + 2(0.20) + 3(0.25) + 4(0.20) + 5(0.06) + 6(0.04)$

$= 2.64$

3e) $Var(X) = 0.15 + (2^2)(0.2) + (3^2)(0.25) + (4^2)(0.20) + (5^2)(0.06) + (6^2)(0.04) = 9.34$

$= 9.34 - 2.64^2 = 2.37$

3f) $4(0.2) + 5(0.06) + 6(0.04) = 1.34$

2 supervisors present

4a)

X	0	1
P(x)	0.49	0.51

$X \sim Bern(0.51)$

4b) $\mathbb{E}(X) = 0.51$

4c) $Var(X) = p(1-p) = 0.51(1-0.51)$

$= 0.25$

4d) $E(X^{20}) = 0^{20}(0.49) + 1^{20}(0.51)$

$= 0.51$

5a) success - 4 failure - not a 4
all roles are independent $n=10$ $p=1/6$
$X \sim \text{Binomial}(10, 1/6)$

5b) $n=10$ $p=1/4$
$X \sim \text{Binomial}(10, 1/4)$

5c) X is not binomial

5d) X is binomial $n=15$, p can't be determined with the information given

6a) $X \sim \text{Bin}(5, 0.3)$
$\mathbb{P}(X=2) = \binom{5}{2} 0.3^2 (1-0.3)^{5-2} = 0.308$

6b) $\mathbb{P}(X \geq 2) = 0.47$

6c) $E(X) = 5 * 0.3$
$= 1.5$

6d) $Var(x) = np(1-p) = 5 \cdot 0.3(1-0.3)$
$= 1.05$
standard dev $= \sqrt{1.05}$
$= 1.023$

7a) $\mathbb{P}(X \leq 1)$
$X \sim \text{Bin}(3, 0.94) = 0.01$

7b) $\mathbb{P}(X \leq 2)$ $\text{Bin}(5, 0.94) = 0.002$

7c) $X \sim \text{Bin}(25000, 0.06)$
$E(X) = 25000 * 0.06$
$= 1500$ bits

$X \sim \text{Bin}(25000, 0.01)$
$E(X) = 25000 * 0.01$
$= 259.2$ bits

8a) $X \sim \text{Geo}(0.6)$ $p=0.6$
$(0.6)(0.4) = 0.24$

8b) $1 - \mathbb{P}(X=1) + \mathbb{P}(X=2)$
$1 - (1-0.6)^{1-1} 0.6 + (1-0.6)^{2-1} 0.6 = 0.16$

8c) $1/0.6 = 1.\overline{6} \approx 2$

8d) $Var(X) = \frac{1-0.6}{0.6^2} = 1.\overline{1}$ standard dev $= \sqrt{1.\overline{1}} = 1.05$

9a) $\lambda = 0.8$, $X \sim \text{Poisson}(0.8)$

9b) $\mathbb{P}(X < 2) = \frac{e^{-0.8} 0.8^0}{0!} + \frac{e^{-0.8} 0.8^1}{1!}$

$= 0.81$

9c) $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X < 1)$

$= 1 - \frac{e^{-0.8} 0.8^0}{0!} = 0.55$

9d) 0.8 per game

___ for 5 games

$\frac{0.8}{1} = \frac{x}{5} = 4$ goals

9e) $Y \sim \text{Geo}(0.8)$ $\quad P = 0.8$

9f) $\mathbb{P}(X > 3) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 2)$

$1 - \left((1-0.8)^{r-1} 0.8 + (1-0.8)^{2-1} 0.8\right)$

$= 0.04$

10a)

X \ Y	0	1	2	P(X)
0	0.3	0.1	0.1	0.5
1	0.2	0.1	0	0.3
2	0.1	0.1	0	0.2
P(Y)	0.6	0.3	0.1	

marginal pmf of P(X) and P(Y) shown in table

10b) $E[X] = 0(0.5) + 1(0.3) + 2(0.2) = 0.7$

$E[Y] = 0(0.6) + 1(0.3) + 2(0.1) = 0.5$

$Var(X) = 0^2(0.5) + 1^2(0.3) + 2^2(0.2) - 0.7^2 = 0.61$

$Var(Y) = 0^2(0.6) + 1^2(0.3) + 2^2(0.1) - 0.5^2 = 0.45$

10c) $E[XY] = \cancel{0 \cdot 0 \cdot 0.3} + \cancel{0 \cdot 1 \cdot 0.1} + \cancel{0 \cdot 2 \cdot 0.1} + \cancel{0 \cdot 2 \cdot 0.1} + \cancel{2 \cdot 2 \cdot 0}$

$\cancel{1 \cdot 0 \cdot 0.2} + 1 \cdot 1 \cdot 0.1 + \cancel{1 \cdot 2 \cdot 0} + 1 \cdot 2 \cdot 0.1 \quad = 0.3$

$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

$= 0.3 - (0.7)(0.5) = -0.05$

$Corr(X,Y) = \frac{-0.05}{\sqrt{0.61 \cdot 0.45}} = -0.0954$

10d) not independent because $Cov(X,Y) \neq 0$

11a) $\mathbb{P}(X = Y) = 0.3 + 0.1 + 0 = 0.4$

11b) $\mathbb{P}(X < Y) = 0.1 + 0.1 + 0 = 0.2$

11c) $\mathbb{P}(X > Y) = 0.2 + 0.1 + 0.1 + 0 = 0.4$

11d) $\mathbb{P}(X = 2 \mid Y = 1) = 0.1$

11e) 0.3

11f) 0