

**Prueba 2**  
**Fundamentos de Finanzas**

**Profesores:**

Vincent van Kervel

Leonardo Hernández

**Ayudante Coordinador:**

Cristóbal Gompertz

**Tiempo: 91 minutos**

**Puntaje Total: 91 puntos**

**Ayudantes:**

Milagros Opazo

Isidora González

Tomás Irarrázaval

Patricio Gutiérrez

Tomás Zamorano

Alberto Blanche

Colomba Prieto

Martin Kalm

Luis Sepúlveda

María Fernández

Antonia Tocornal

Paula Troncoso

**Código de Honor:** Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en esta evaluación.

**Adicionalmente declaro estar en condiciones de salud adecuadas para rendir esta evaluación y que me presento a ésta bajo mi responsabilidad. En caso de sentirme mal o tener alguna complicación, deberé informarlo inmediatamente al ayudante o profesor en sala.**

**Nombre/Rut/N° lista:** \_\_\_\_\_ **Firma:** \_\_\_\_\_

### Tema I 16 puntos (4 puntos c/u)

Comente las siguientes aseveraciones indicando si son verdaderas, falsas o inciertas.

- a) En la compraventa de una acción en el mercado accionario (bolsa), la TIR es igual para el comprador y el vendedor. Entonces, si ambos, el comprador y vendedor, usan la TIR como criterio de decisión (para decidir si compran o venden), entonces ambos debieran tomar la misma decisión.
- b) Si usted hace arbitraje negociando en el mercado de bonos, la ganancia suya implica una pérdida de sus contrapartes.
- c) El principio de separación de Fisher, que dice que la inversión óptima no depende de las preferencias por el consumo de los agentes, tiene como requisito que la tasa de ahorro (tasa de captación bancaria) es igual a la tasa de endeudamiento (tasa de colocación bancaria).
- d) En caso 1 del modelo de Fisher – esto es, con mercado de capitales, pero sin producción –, el protagonista maximiza la función de utilidad respecto de tres variables: el consumo en periodo  $t=0$  y  $t=1$  ( $C_0$  y  $C_1$ ) y cuánto ahorrar/endeudarse en periodo  $t=0$ .

R:

- a) Falsa. Los signos de los flujos de caja son opuestos, entonces las decisiones también. Aunque la TIR es igual, el comprador, usando TIR como criterio de decisión, solo quiere comprar si  $r < TIR$ , mientras el vendedor usa criterio  $r > TIR$ , donde  $r$  es el costo alternativo de los fondos de  $c/u$  (en un caso para invertir y en el otro para endeudarse).
- b) Correcto. Arbitraje es un juego suma-cero. Entonces, la ganancia de alguien es la pérdida de otro.
- c) Correcto. Si la tasa de ahorro difiere a la tasa de endeudamiento, en general no cumple la separación de Fisher. La razón: una persona paciente (que ahorra en  $t=0$ ) tiene un costo de oportunidad  $r$ -ahorro, lo cual determina su inversión óptima; mientras una persona impaciente (que se endeuda en  $t=0$ ) tiene un costo de oportunidad  $r$ -deuda; entonces invierte menos suponiendo que  $r$ -ahorro  $<$   $r$ -deuda. Entonces, ellos con distintas preferencias (paciente/impaciente) toman distintas decisiones de inversión, rompiendo la separación.
- d) Falsa. Se maximiza en solo 1 variable; las otras dos son identificadas por  $C_0 = VP$ - ahorro, y  $C_1 = VF - (1+r) C_0$ .

## Tema II Fisher con y sin Mercado de Capitales (30 puntos)

Considere un mundo de dos periodos con un único bien de consumo, digamos dátiles, el que se puede representar por el modelo de Fisher.

Juan es un joven estudiante de ingeniería muy visionario, quien ha descubierto una nueva tecnología que permite producir bienes de consumo en el futuro ( $t_1$ ) con una muy baja inversión hoy ( $t_0$ ). La tecnología se puede describir como  $K_1 = 12\sqrt{I_0}$ , donde  $K_1$  son los bienes de consumo en  $t_1$  e  $I_0$  es la inversión en  $t_0$ . Juan no tiene acceso al mercado de capitales, pues dada su corta edad e inexperiencia los bancos no le quieren prestar. Juan tiene una dotación de 48 dátiles que representa toda su riqueza actual y no espera recibir una herencia ni nada parecido en el futuro (si no consigue usar su tecnología se va a morir de hambre en  $t_1$ ). Su función de utilidad se puede representar por  $U(C_0; C_1) = \sqrt{C_0 C_1} = C_0^{0.5} C_1^{0.5}$ .

- (8 puntos) ¿Cuánto invierte Juan en su tecnología?
- (4 puntos) ¿Cuál el consumo óptimo de Juan en  $t_0$  y  $t_1$ ,  $C_0^*$  y  $C_1^*$ ?
- (4 puntos) ¿Cuál es el nivel de utilidad de Juan?
- (6 puntos) ¿Cuál es la tasa de interés implícita en la solución encontrada sin mercado de capitales? (Nota: tasa implícita es el precio sombra que en el margen se pagaría por arrendar capital o, lo que es lo mismo, por sustituir consumo hoy por consumo mañana.)
- (3 puntos) A esa tasa de interés implícita, ¿a cuánto asciende la riqueza de Juan?
- (5 puntos) Suponga ahora que uno de los bancos locales decide prestarle a Juan, pero dada su corta edad e inexperiencia le cobra una tasa de 50% (a esa tasa él puede pedir prestado, pero no ahorrar). A esa tasa de interés, ¿por cuánto se endeuda Juan? Explique conceptualmente (si lo considera útil ayúdese con un gráfico).

**Solución:**

- a) La solución al  $\text{Max } U(C_0; C_1)$  s.a. la restricción tecnológica da que  $C_0 = 2I_0$ . Como  $C_0 + I_0 = 48$ , entonces  $I_0 = 16$  (y  $C_0 = 32$ )

Vincent: caso 2 de Fisher.  $\text{TMS} = f'(I_0)$ , donde  $\text{TMS} \frac{C_1}{C_0}$  y  $f'(I_0) = \frac{6}{\sqrt{I_0}}$ . Usamos además que  $C_1 = 12\sqrt{I_0}$  y  $C_0 = 48 - I_0$ , entonces  $\frac{6}{\sqrt{I_0}} = \frac{12\sqrt{I_0}}{48 - I_0} \rightarrow 6 = \frac{12I_0}{48 - I_0} \rightarrow (48 - I_0)6 = 12I_0, I_0 = 16$ ,

inciso b)  $C_0 = 48 - 16 = 32, C_1 = 12\sqrt{16} = 48$

- b)  $C_0 = 32$  y  $C_1 = 12\sqrt{16} = 48$

c)  $U(C_0; C_1) = \sqrt{48 \times 32} = \sqrt{1536} = 39,192$

- d) La tasa de interés marginal es  $\frac{\partial K_1}{\partial I_0} = \frac{6}{\sqrt{I_0}}$ , evaluada en la inversión óptima de 16, es  $6/4 = 1.5$

El precio sombra del crédito/del capital en el punto óptimo es la TMSI: si invierto 1 unidad más, sacrifico 1 unidad de  $C_0$ , pero aumento  $C_1$  con el retorno marginal del proyecto. La TMS  $\frac{C_1}{C_0} =$

$$\frac{48}{32} = 1.5$$

Estos dos conceptos son exactamente igual y definen el punto óptimo del caso 2 de Fisher.

La tasa de interés implícita es la pendiente de la función de utilidad en el punto de consumo óptimo, o sea, la TMSI (tasa marginal de sustitución inter temporal) en  $(C_0^* ; C_1^*)$ . La TMSI es el cociente  $\frac{C_1}{C_0} = \frac{48}{32} = 1,5$ , o sea es 50%

- e) Ahora, con Mcdo. de Cs., invierte hasta  $\frac{\partial K_1}{\partial I_0} = 1 + r$ , o  $\frac{6}{\sqrt{I_0}} = 1.5$ , entonces  $I_0 = 16$ . ¡A esta tasa, hace la misma inversión que en ausencia del mercado de capitales! Dado  $K_1=48$ , el VP=  $48/1.5=32$ , y el VPN =  $32-16=16$ . Su riqueza  $W_0 = d_0 + \text{VPN} = 48 + 16 = 64$ .  $W_1 = 64*1.5=96$

A esa tasa se invierte 16, la producción futura es 48, el VP de esa producción es 32 y el VPN del proyecto es 16. La riqueza de Juan aumento en 16 y asciende a 64 ( $W_0$ ). Si se mide en  $t_1$  esta asciende a 96.

- f) La tasa es la misma de su TMS, 50%, por lo que no la tomaría (se endeuda por 0 pesos). Es decir, la inversión de 16 se financia desde su propia dotación  $d_0$ . A esa tasa el querrá invertir y consumir exactamente lo que está invirtiendo y consumiendo. La tasa de mercado es igual a la TMSI)

**Tema III (10 puntos)** La estructura de tasas de interés de Forwardland es la que muestra la tabla siguiente:

Plazo (en años)	Tasa (anual)
1	4%
2	5%
3	6%
4	6%
5	5%
6	4%

- a) (6 puntos) ¿existe alguna oportunidad de arbitraje que usted pudiera explotar? Explique cuales bonos cero-cupón se tiene que comprar y vender para obtener una ganancia cierta hoy.
- b) (4 puntos) El arbitraje encontrado en inciso a), ¿se puede hacer en una escala más grande, es decir, se puede hacerlo 100 veces o un millón veces? Comente qué podría pasar en la vida real.

R. a) mirando las tasas forward,  $f_6 = \frac{1.04^6}{1.05^5} - 1 = -0.09$ , que significa  $-0.9\%$  Una tasa forward negativa es una oportunidad de arbitraje. Además,  $b_5=0.7835$  y  $b_6=0.79$ . Entonces, se puede comprar  $b_5$  y vender  $b_6$ , que da una ganancia de 0.006788. Luego, el pago recibido en  $t=5$  se guarda debajo del colchón, para pagar la deuda en  $t=6$ .

b) En teoría se puede agrandar la escala, hacerlo 100 veces para ganar  $100 \cdot 0.006788$ . En la práctica no es posible: al hacer transacciones tan grandes, los precios van a cambiar (al comprar  $b_5$ , su precio va a subir y al vender  $b_6$ , su precio va a disminuir. Ambos efectos hacen que la ganancia del arbitraje disminuye. También correcto: quizá no hay suficientemente liquidez para hacer arbitraje a una escala muy grande, o hay otros costos de negociación que lo previene. O no todos pueden emitir bonos (en este caso  $b_6$  ... son bonos que existen en el mercado, pero solo los emite el BC o el Gobierno)

Plazo (en años)	Tasa (anualizada)	$b_t$
1	4%	0.961538
2	5%	0.907029
3	6%	0.839619
4	6%	0.792094
5	5%	0.783526
6	4%	0.790315

#### Tema IV Estructura de Tasas y Ecuación de Fisher (10 puntos)

El último registro de inflación, correspondiente al mes de septiembre y dado a conocer el viernes 6 de octubre por el INE, fue de 0,7% **mensual** (la inflación de octubre se conocerá recién el 8 de noviembre). Con este dato se calculó el valor diario de la UF entre el 9 de octubre y el 9 de noviembre, valor que alcanzará \$36.461.84 el 09/11/2023.

Por otra parte, el jueves 26 de octubre tuvo lugar la última reunión de política monetaria, ocasión en que el Banco Central de Chile bajó la tasa de política del 9,5% al 9% **anual**.

La tabla más abajo muestra la estructura de tasas nominales en Chile el día 23 de octubre a mediodía, esto es, varios antes de cualquier anuncio del Banco Central.

¿Qué debió pasar ese día con las tasas de interés en Chile? En su respuesta refiérase a tasas nominales y tasas reales (en UF) a largo y corto plazo. Nota: se pide una respuesta conceptual/intuitiva, más que numérica.

	Residual Maturity	Last
	1 year	7.500%
	2 years	7.050%
	3 years	6.820%
	4 years	6.740%
	5 years	6.720%
	8 years	6.600%
	10 years	6.550%
	20 years	6.490%
	30 years	6.350%

Last Update: 23 Oct 2023 2:15

**Respuesta:** La tasa en UF para los próximos 14 días (del 26/10 al 9/11) se puede encontrar por la ecuación de paridad de tasas de interés de Fisher – y debió caer/subir si la TPM cayó/subió –, pero esta relación no se cumple para otros periodos (plazos mayores) porque hay incertidumbre sobre el valor futuro de la UF (no se sabe cuál será la inflación y por ende el reajuste de la UF para fechas posteriores al 09/11)

Las tasas **nominales** de corto plazo debieron moverse en el mismo sentido del cambio en la TPM, pero las de largo plazo no debieron cambiar (a menos que haya cambio en las expectativas de los agentes). Las **tasas en UF** de LP tampoco debieron cambiar (a menos que cambiaran las

expectativas de los agentes y con eso las tasas forward, etc.). De hecho, las tasas cortas bajaron y las largas subieron marginalmente (ver tasas el día 27 en tabla mas abajo)

Residual			
Maturity		Last	C
	1 year	7.390%	-1
	2 years	6.930%	-8
	3 years	6.820%	+3
	4 years	6.780%	+1
	5 years	6.780%	+1
	8 years	6.710%	+4
	10 years	6.660%	+1
	20 years	6.450%	+4
	30 years	6.370%	+4

Last Update: 27 Oct 2023 2:15 C

## Tema V TIR versus VPN (25 puntos; 5 c/u)

Considere los siguientes proyectos A-E, todos los cuales requieren una inversión inicial en  $t_0$  y ofrecen un pago fijo por los siguiente N años (ver tabla más abajo). El primer pago ocurre en  $t_1$ . La tasa de interés relevante, o costo alternativo de los fondos, es 12%.

Proyecto	Inversión en $t_0$	Pago fijo	N
A	5200	1300	6
B	13300	2760	8
C	6100	1500	8
D	9000	1800	12
E	14700	3500	10

Usando la tabla que sigue, que muestra el VP de una anualidad de \$1 por N períodos y para distintas tasas de interés, donde el primer pago ocurre en un período más, se pide:

- Encuentre el VPN de cada proyecto
- Encuentre la TIR aproximada de cada proyecto
- Haga una tabla con un ranking de los proyectos según su VPN y según su TIR suponiendo que éstos son mutuamente excluyentes (no se puede hacer todos)
- Si pudiera realizar sólo uno de los 5 proyectos, ¿cuál elegiría y por qué, de acuerdo a cada criterio?
- Si los rankings no coinciden explique intuitivamente por qué habría una contradicción y cuál criterio elegiría.

	Numero de periodos										
Tasa	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3%	4,58	5,42	6,23	7,02	7,79	8,53	9,25	9,95	10,63	11,30	11,94
4%	4,45	5,24	6,00	6,73	7,44	8,11	8,76	9,39	9,99	10,56	11,12
5%	4,33	5,08	5,79	6,46	7,11	7,72	8,31	8,86	9,39	9,90	10,38
6%	4,21	4,92	5,58	6,21	6,80	7,36	7,89	8,38	8,85	9,29	9,71
7%	4,10	4,77	5,39	5,97	6,52	7,02	7,50	7,94	8,36	8,75	9,11
8%	3,99	4,62	5,21	5,75	6,25	6,71	7,14	7,54	7,90	8,24	8,56
9%	3,89	4,49	5,03	5,53	6,00	6,42	6,81	7,16	7,49	7,79	8,06
10%	3,79	4,36	4,87	5,33	5,76	6,14	6,50	6,81	7,10	7,37	7,61
11%	3,70	4,23	4,71	5,15	5,54	5,89	6,21	6,49	6,75	6,98	7,19
12%	3,60	4,11	4,56	4,97	5,33	5,65	5,94	6,19	6,42	6,63	6,81
13%	3,52	4,00	4,42	4,80	5,13	5,43	5,69	5,92	6,12	6,30	6,46
14%	3,43	3,89	4,29	4,64	4,95	5,22	5,45	5,66	5,84	6,00	6,14
15%	3,35	3,78	4,16	4,49	4,77	5,02	5,23	5,42	5,58	5,72	5,85
16%	3,27	3,68	4,04	4,34	4,61	4,83	5,03	5,20	5,34	5,47	5,58
17%	3,20	3,59	3,92	4,21	4,45	4,66	4,84	4,99	5,12	5,23	5,32
18%	3,13	3,50	3,81	4,08	4,30	4,49	4,66	4,79	4,91	5,01	5,09
19%	3,06	3,41	3,71	3,95	4,16	4,34	4,49	4,61	4,71	4,80	4,88
20%	2,99	3,33	3,60	3,84	4,03	4,19	4,33	4,44	4,53	4,61	4,68



Solución:

Ordenados por VPN

Tasa 12%							
	Proyecto	Inversión en $t_0$	Pago fijo	N	VPN	TIR	Factor Dcto
1	A	5200	1300	6	\$144,83	12,98%	4,00
2	B	13300	2760	8	\$410,69	12,88%	4,82
3	C	6100	1500	8	\$1.351,46	18,09%	4,07
4	D	9000	1800	12	\$2.149,87	16,94%	5,00
5	E	14700	3500	10	\$5.075,78	19,95%	4,20

Ordenados por TIR

Tasa 12%							
	Proyecto	Inversión en $t_0$	Pago fijo	N	VPN	TIR	Factor Dcto
1	B	13300	2760	8	\$410,69	12,88%	4,82
2	A	5200	1300	6	\$144,83	12,98%	4,00
3	D	9000	1800	12	\$2.149,87	16,94%	5,00
4	C	6100	1500	8	\$1.351,46	18,09%	4,07
5	E	14700	3500	10	\$5.075,78	19,95%	4,20

Tasa	Numero de periodos										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3%	4,58	5,42	6,23	7,02	7,79	8,53	9,25	9,95	10,63	11,30	11,94
4%	4,45	5,24	6,00	6,73	7,44	8,11	8,76	9,39	9,99	10,56	11,12
5%	4,33	5,08	5,79	6,46	7,11	7,72	8,31	8,86	9,39	9,90	10,38
6%	4,21	4,92	5,58	6,21	6,80	7,36	7,89	8,38	8,85	9,29	9,71
7%	4,10	4,77	5,39	5,97	6,52	7,02	7,50	7,94	8,36	8,75	9,11
8%	3,99	4,62	5,21	5,75	6,25	6,71	7,14	7,54	7,90	8,24	8,56
9%	3,89	4,49	5,03	5,53	6,00	6,42	6,81	7,16	7,49	7,79	8,06
10%	3,79	4,36	4,87	5,33	5,76	6,14	6,50	6,81	7,10	7,37	7,61
11%	3,70	4,23	4,71	5,15	5,54	5,89	6,21	6,49	6,75	6,98	7,19
12%	3,60	4,11	4,56	4,97	5,33	5,65	5,94	6,19	6,42	6,63	6,81
13%	3,52	4,00	4,42	4,80	5,13	5,43	5,69	5,92	6,12	6,30	6,46
14%	3,43	3,89	4,29	4,64	4,95	5,22	5,45	5,66	5,84	6,00	6,14
15%	3,35	3,78	4,16	4,49	4,77	5,02	5,23	5,42	5,58	5,72	5,85
16%	3,27	3,68	4,04	4,34	4,61	4,83	5,03	5,20	5,34	5,47	5,58
17%	3,20	3,59	3,92	4,21	4,45	4,66	4,84	4,99	5,12	5,23	5,32
18%	3,13	3,50	3,81	4,08	4,30	4,49	4,66	4,79	4,91	5,01	5,09
19%	3,06	3,41	3,71	3,95	4,16	4,34	4,49	4,61	4,71	4,80	4,88
20%	2,99	3,33	3,60	3,84	4,03	4,19	4,33	4,44	4,53	4,61	4,68

d) elegiría el proyecto E; tiene mayor VPN y además es el de mayor TIR

e) Elegiría de acuerdo a criterio VPN. Los rankings no siempre coinciden (excepto en E) porque el criterio TIR no considera la escala ni el plazo de los proyectos. Por ej. los proyectos A y B

tienen igual TIR (13%), pero el B tiene mayor inversión y dura más; es preferible ganar 13% por 8 años que por 6 y sobre una mayor inversión. Y lo mismo el C con el D. Es preferible ganar 17% por 12 años sobre una inversión de 9000, que ganar 18% sobre una inversión de 6000 sólo por 8 años.