<u>**Macroeconomía II**</u>

Prueba 1

<u>**Profesores**</u>**:** Javier Turén y Juan Urquiza

<u>**Ayudantes**</u>**:** Isidora Schudeck, Constanza Aguilera, Nicolás Argomedo, Laura Covarrubias, María José Giacoman y Francisco Rosende.

Sección 3 – Dinero en la función de utilidad (45 puntos)

Considere la versión simplificada del modelo dinámico de equilibrio general con dinero que revisamos en clase. En particular, considere el problema de optimización que enfrenta un agente representativo que busca maximizar el valor presente de su utilidad:

$$V = U\left(c_t, \frac{M_t}{P_t}\right) + \beta \times U\left(c_{t+1}, \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}}\right)$$

donde c_t es el consumo en el período t, $(M_t/P_t) = m_t$ son los saldos reales en el período t, $U(\cdot)$ es una función de utilidad creciente en sus dos argumentos, estrictamente cóncava y continuamente diferenciable, y $0 < \beta < 1$ representa el factor de descuento.

En $t = 1$, el agente recibe un ingreso exógeno cuyo valor nominal es igual a $Y_1 = P_1 y_1$, y sus tenencias de dinero nominal (exógenas) son iguales a M_1.

El agente debe decir cuánto consumir en cada período, cuánto dinero llevar al período 2, y cuánto invertir en capital para poder producir en el período 2 de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$y_2 = f(k_1), \;\; f'(\cdot) > 0, \;\; f''(\cdot) < 0$$

El capital se deprecia a una tasa δ.

Además, en $t = 1$ el agente puede ahorrar/endeudarse a una tasa nominal igual a i_1.

De esta forma, la restricción presupuestaria inter-temporal viene dada por:

$$P_2 f(k_1) + P_2(1-\delta)k_1 + (1+i_1)[P_1 y_1 + M_1 - P_1 c_1 - P_1 k_1] - i_1 M_2 = P_2 c_2$$

a. (4 puntos) Explique cómo se justifica el supuesto de que los saldos reales generan utilidad.

Es un atajo; es decir, una forma reducida de un problema más complejo donde mantener dinero permite realizar transacciones más eficientemente, ahorrando tiempo y costos de transacción, lo que permite un mayor nivel de ocio y, por ende, de utilidad.

b. (10 puntos) Plantee el problema de optimización, y luego derive las condiciones de primer orden (CPO) con respecto a c_1, c_2, M_2 y k_1.

$$L = U\left(c_1, \frac{M_1}{P_1}\right) + \beta\, U\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) - \lambda\,\{P_2 c_2 - P_2 f(k_1) - P_2(1-\delta)k_1 - (1+i_1)[P_1 y_1 + M_1 - P_1 c_1 - P_1 k_1] + i_1 M_2\}$$

$$\{c_1\} \quad U_c\left(c_1, \frac{M_1}{P_1}\right) - \lambda(1+i_1)P_1 = 0 \quad (1)$$

$$\{c_2\} \quad \beta\, U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) - \lambda P_2 = 0 \quad (2)$$

$$\{M_2\} \quad \beta\, U_m\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right)\frac{1}{P_2} - \lambda i_1 = 0 \quad (3)$$

$$\{k_1\} \; \lambda[P_2 f'(k_1) + P_2(1-\delta) - (1+i_1)P_1] = 0 \;\; (4)$$

c. (5 puntos) Combine las CPO con respecto a c_1 y c_2 para encontrar la ecuación de Euler, y luego interprétela en términos económicos. Ayuda: recuerde que la ecuación de Fisher implica que: $(1+i_1) = (1+r_1)(1+\pi_2)$.

Combinando (1) con (2):

$$U_c\left(c_1, \frac{M_1}{P_1}\right) = \lambda(1+i_1)P_1$$

$$U_c\left(c_1, \frac{M_1}{P_1}\right) = \left[\beta\, U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right)\frac{1}{P_2}\right](1+i_1)P_1$$

$$\rightarrow U_c\left(c_1, \frac{M_1}{P_1}\right) = \beta(1+r_1)U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right)$$

La condición inter-temporal (o ecuación de Euler) nos dice que, en el óptimo, el agente debe estar indiferente entre consumir una unidad adicional hoy, o ahorrarla y consumir en el período siguiente.

d. (7 puntos) Suponga ahora que:

$$U\left(c_t, \frac{M_t}{P_t}\right) = \left\{c_t^{\gamma} + \left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{(1-\gamma)}\right\}$$

Combine las CPO con respecto a c_2 y M_2 para encontrar la demanda por saldos reales, y luego interprétela en relación con sus determinantes.

Combinando (2) con (3):

$$\beta\, U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) = \lambda P_2$$

$$\beta\, U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) = \beta\, U_m\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right)\frac{1}{i_1}$$

$$\rightarrow U_m\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) \Big/ U_c\left(c_2, \frac{M_2}{P_2}\right) = i_1$$

En este caso particular, tenemos que:

$$\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{c_t}{i_{t-1}}$$

Esto implica que los saldos reales aumentan con las transacciones deseadas (c_t) y disminuyen con el costo de oportunidad de mantener dinero (i_{t-1}).

e. (11 puntos) Considere ahora la versión de infinitos períodos, y piense en el estado estacionario de esta economía. Recuerde que, en estado estacionario, las variables reales son constantes. Suponga que el dinero crece a una tasa constante igual a θ, y que la función de producción viene dada por:

$$y_t = f(k_{t-1}) = k_{t-1}^{\alpha}$$

Utilice la CPO con respecto a k para encontrar el capital de estado estacionario, y luego explique cómo cambia con θ. ¿Cuáles son las implicancias de este resultado? Ayuda: recuerde que, en estado estacionario, se cumple que: $\beta \times (1 + r_{EE}) = 1$.

La ecuación (4) implica que:

$$P_2 f'(k_1) + P_2(1-\delta) = (1+i_1)P_1$$

$$f'(k_1) + (1-\delta) = (1+r_1)$$

$$\rightarrow f'(k_1) - \delta = r_1$$

De la ecuación de Euler, sabemos que:

$$\beta \times (1 + r_{EE}) = 1 \quad \rightarrow \quad r_{EE} = \frac{1}{\beta} - 1$$

Por lo tanto:

$$f'(k_{EE}) = \alpha \times k_{EE}^{\alpha-1} = r_{EE} + \delta = \frac{1}{\beta} - 1 + \delta$$

$$\rightarrow k_{EE} = \left[\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta \times (\delta - 1)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Es fácil comprobar que:

$$\frac{\partial k_{EE}}{\partial \theta} = 0$$

Esto implica que el dinero es super-neutral ya que el capital (y, por ende, el producto y el consumo) de estado estacionario no dependen del dinero ni de su tasa de crecimiento.

f. (8 puntos) En estado estacionario, se cumple que:

$$c_{EE} = f(k_{EE}) - \delta \times k_{EE}$$

A partir de esto y de sus resultados anteriores, explique en detalle cómo esperaría que fuera la relación entre β y la demanda por saldos reales. Justifique su respuesta. <u>Ayuda</u>: no es necesario derivar; basta con una explicación basada en argumentos económicos.

En primer lugar, hay que entender a mayor β, más paciente será el agente y, por ende, mayor será su valoración relativa del futuro. Esto significa que estaría dispuesto a sacrificar consumo presente, para invertir más y así poder aumentar su consumo futuro.

En segundo lugar, hay que recordar que, en estado estacionario, la tasa de interés real depende inversamente de β y que, por lo tanto, la ecuación de Fisher implica que a mayor β, menor será la tasa de interés real y la nominal de estado estacionario.

Por lo tanto, y dado que la demanda por saldos reales de estado estacionario depende positivamente del consumo y negativamente de la tasa de interés nominal, mientras más paciente sea el agente, mayor será la demanda por saldos reales de estado estacionario.