Nombre___________________________________

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMÍA

EXAMEN
MACROECONOMIA I

Profesor: Matías Tapia

I Semestre 2024
Puntaje Total: 120 puntos

Tiempo: 120 minutos

Recuerde poner su nombre en todas las hojas

Lea con atención todas las preguntas antes de responder. ¡Suerte!

1) **Consumo y gasto en equilibrio general (20 puntos)**

Patolandia es una economía cerrada donde individuos idénticos viven exactamente dos periodos y tienen un ingreso exógeno (y_1, y_2).

La función de utilidad de los individuos es

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

, donde $u(c_t) = \ln(c_t)$. Los mercados financieros son perfectos, por lo que los individuos pueden ahorrar y endeudarse a la tasa de interés de equilibrio, r.

El gobierno de Patolandia tiene una trayectoria de gasto definida y exógena, (g_1, g_2). El gobierno cuenta con ingresos propios en el período 2, y_{g2} , los cuales son independientes del ingreso de los individuos. El gobierno no tiene ingreso propio en el período 1. Además, el gobierno puede recaudar recursos adicionales con un impuesto de tasa τ sobre los **intereses** que ganan las familias. El gobierno tiene acceso al mismo mercado de deuda/ahorro que las familias.

a) (5 puntos) Escriba la restricción presupuestaria intertemporal de los individuos y la del gobierno de Patolandia, suponiendo que las familias le prestan al gobierno en el periodo 1. ¿Por qué es razonable este supuesto?

Suponga ahora que el gobierno elimina el impuesto a los intereses y lo sustituye por impuestos de suma alzada en cada periodo (T_1, T_2).

b) (5 puntos) Escriba la nueva restricción presupuestaria intertemporal de los individuos y la del gobierno de Patolandia, suponiendo que son las familias las que le prestan al gobierno. ¿Es necesario este supuesto?

c) (10 puntos) Resuelva para la tasa de interés de equilibrio en Patolandia en cada caso descrito anteriormente (con impuesto a intereses primero y después con impuesto de suma fija). ¿Son ambas tasas de interés iguales o diferentes? De una interpretación económica a sus resultados.

a) Por simplicidad normalicemos la población a uno (esto no es neceasario y nada relevante cambia con ello; todo se puede resolver ya sea en per cápita o en agregados)

Si los hogares en equilibrios son ahorrantes, podemos escribir sus restricciones de cada período, incluyendo el pago del impuesto sobre los intereses como:

$$y_1 = c_1 + s_1$$
$$y_2 + s_1(1+r) - \tau s_1 r = c_2$$
$$y_2 + s_1(1+r)(1+r(1-\tau)) = c_2$$

Es decir, el impuesto hace que el retorno efectivo al ahorro sea menor

Combinando las dos, la restricción intertemporal es

$$y_1 + \frac{y_2}{1+r(1-\tau)} = c_1 + \frac{c_2}{1+r(1-\tau)}$$

La restricción del gobierno es:

$$g_1 + \frac{g_2}{1+r} = \frac{\tau s_1 r}{1+r} + \frac{y_{g2}}{1+r}$$

Dado que el gobierno no tiene ingresos en el período 1 pero sí gasto, en equilibrio general debe ser cierto que los hogares le prestan al ser ahorrantes netos, ya que

$$y_1 = c_1 + g_1$$
$$y_1 - c_1 = s_1 = g_1$$

b) Hogares

$$y_1 + \frac{y_2}{1+r} - T_1 - \frac{T_2}{1+r} = c_1 + \frac{c_2}{1+r}$$

Para el gobierno:

$$g_1 + \frac{g_2}{1+r} = T_1 + \frac{T_2}{1+r} + \frac{y_{g2}}{1+r}$$

No es necesario que las familias sean ahorrantes netos, depende de cómo se compare la recaudación del gobierno en el período 1 con su gasto (es decir, si el gobierno en el primer periodo tiene un superávit o un déficit).

Podemos escribir la restricción de recursos como

$$(y_1 - T_1 + T_1) = c_1 + g_1$$

(los impuestos son una transferencia que se netea en agregado, pero los ponemos de manera explícita para separar el ahorro privado del público)

$$(y_1 - T_1 - c_1) = g_1 - T_1$$

El lado izquierdo es el ahorro privado, el derecho el déficit público. Podemos ver que los hogares serán ahorrantes en el período si g1>T1 y deudores si g1<T1.

c) La ecuación de Euler en el caso del impuesto al ahorro implica que

$$\frac{c_2^*}{c_1^*} = \beta(1 + r(1-\tau))$$

En equilibrio general, debe ser cierto que el consumo óptimo es coherente con la restricción de recursos de la economía en cada período (los impuestos no son parte de las restricciones ya que son transferencias que se netean en el agregado)

$$c_1^* = y_1 - g_1$$
$$c_2^* = y_2 + y_{g2} - g_2$$

Por tanto, debe ser cierto que

$$\beta(1 + r(1-\tau)) = \frac{y_2 + y_{g2} - g_2}{y_1 - g_1}$$

La tasa de equilibrio entonces es

$$r^* = \frac{1}{1-\tau}\left[\frac{y_2 + y_{g2} - g_2}{\beta(y_1 - g_1)} - 1\right]$$

Análogamenre para los impuestos de suma alzada:

$$\frac{c_2^{**}}{c_1^{**}} = \beta(1 + r)$$

Las condiciones de equilibrio son las mismas y por tanto

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})=\frac{\boldsymbol{y}_2+\boldsymbol{y}_{g2}-\boldsymbol{g}_2}{\boldsymbol{y}_1-\boldsymbol{g}_1}$$

De donde

$$\boldsymbol{r}^{**}=\left[\frac{\boldsymbol{y}_2+\boldsymbol{y}_{g2}-\boldsymbol{g}_2}{\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{y}_1-\boldsymbol{g}_1)}-\mathbf{1}\right]$$

Como $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\tau})<\mathbf{1}$***,*** $\boldsymbol{r}^{*}>\boldsymbol{r}^{**}$***.***

La intuición es directa. Como en ambos casos y1 y g1 son los mismos, en equilibrio general tiene que ser cierto que el consumo óptimo con impuestos a los intereses es igual al que se obtiene con suma alzada, $\boldsymbol{c}\mathbf{1}^{**}=\boldsymbol{c}\mathbf{1}^{*}$***, ya que de otra forma no se satisface la restricción de recursos agregada. Pero en el primer caso hay un impuesto al retorno al ahorro, por lo que todo lo demás constante el ahorro en ese caso será menor (c1 será mayor). Por tanto, la tasa de interés en el caso con distorsiones debe ser mayor, de manera de compensar el efecto de la distorsión sobre el ahorro y permitir que en ambos casos la decisión de ahorro óptima sea la misma.***

Nombre________________________________

2) (16 puntos) Crecimiento

a) (8 puntos) Suponga una economía cuya función de producción puede escribirse como:

$$Y_t = AK_t{}^{\alpha}L_t{}^{1-\alpha} + BK_t$$

Donde A es una constante positiva y

$$\dot{K} = sY - \delta K$$

$$\dot{B} = -\gamma B$$

, donde s es la tasa de ahorro exógena y δ, γ son constantes positivas y menores a uno. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto en estado estacionario? ¿Cómo depende de B y γ? ¿Cómo podríamos interpretar económicamente que quiere representar la ecuación de B?. Explique.

b) (8 puntos)

Suponga una economía de población N en la que cada firma produce utilizando capital y contratando exactamente un trabajador. Todas las firmas son idénticas. La función de producción de la firma representativa se puede escribir como

$$y_t = Ak_t{}^{\alpha}\mathrm{L}$$

Donde k_t es el capital de la firma, L su trabajo (siempre igual a 1) y A un parámetro de tecnología común a toda la economía. El capital de cada firma evoluciona de la manera habitual:

$$\dot{k} = sy - \delta k$$

Suponga que A, el nivel de tecnología de la economía, equivale al capital **promedio** de todas las firmas de la economía.

¿Cuál es la tasa de crecimiento de estado estacionario? ¿Qué rol juega el tamaño de la población?

a) ***Suponiendo población constante por simplicidad, podemos escribir la ecuación de crecimiento del capital***

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk_t^{\alpha-1} + B - \delta$$

Es el modelo neoclásico, más una fuente adicional de crecimiento, B, que va perdiendo fuerza en el tiempo ya que decrece en el tiempo. El crecimiento del capital y el producto en el muy largo plazo, cuando B se haya agotado, será cero. B y gamma no importan para el estado estacionario, pero si para el crecimiento en la transición y la velocidad de convergencia.
Podríamos pensar en B como un recurso natural no renovable, que es una fuente de crecimiento adicional pero que se agota a medida que se explota en el tiempo, y eventualmente desaparece.
(si hubiera crecimiento de la población habría que agregar la tasa de crec n acompañando a δ, el resto de la interpretación es la misma)

b)

Dado que A es el capital promedio de la economía, y todas las firmas son iguales (todas tienen la misma tecnología y emplean un trabajador), tenemos que
A=K/L=k.
Por tanto, la función de producción es

$$y_t = kk_t^{\alpha} = k^{1+\alpha}$$

y la ecuación de crecimiento del capital es es

$$\frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha} - \delta$$

Podemos ver que en este caso hay retornos crecientes al capital, por lo que no hay estado estacionario: la economía crece cada vez más rápido: la tasa de crecimiento es estrictamente creciente en el capital per cápita. Vemos que el tamaño de la población (N) no juega ningún rol.

Nombre________________________________

3) Gasto en educación (24 puntos)

Springfield es una economía ubicada en un mundo de 2 períodos. Durante el primer período, en Springfield hay 2 tipos de agentes, adultos y niños. Hay N adultos, cada uno de ellos con un niño.

En el primer período, los adultos deben trabajar en la producción del único bien de la economía, y asignar su ingreso entre consumir y educar a su hijo (el bien se puede usar indistintamente para ambas cosas).

En el segundo período, los adultos del primer período han fallecido, y los niños se han convertido en adultos. Al final de ese período el mundo se acaba (durante el segundo período no nacen niños), por lo que los adultos del segundo período solo trabajan y consumen.

En cada período, el ingreso (en unidades del bien) de un adulto i se puede escribir como

$$y_{it} = f(h_{it}),\ f'(h) > 0, para\ t = 1{,}2.$$

, donde h_i es el capital humano del adulto.

El ingreso agregado en cada período, por tanto, es simplemente

$$Y_t = \sum_{i=1}^{N} y_{it}\ , para\ t = 1,$$

En el primer período, cada adulto tiene un nivel de capital humano dado y definido de antemano. En el segundo período, en cambio, el capital humano de los adultos dependerá de la educación recibida cuando son niños en el el primer período. Específicamente, el capital humano que los niños tendrán como adultos en t=2 se puede escribir como

$$h_{i2} = Ag(e_{i1})$$

, donde A es un parámetro tecnológico (la calidad del sistema educativo), e_{i1} es el gasto en educación que recibe el niño i en t=1, y g es una función estrictamente creciente.

Springfield es una economía cerrada y los bienes son perecibles. No existe tampoco un mercado de capital entre hogares, por lo que los adultos no pueden pedir o dar préstamos.

Finalmente, las preferencias de los adultos en t=1 se pueden escribir como

$$U = ln(c_1) + \beta \ln(c_2)$$

, donde c_1 es el consumo que tiene el adulto durante el primer período y c_2 el consumo de su hijo cuando adulto.

Suponga también que

$$c_2 = y_2$$

$$y_{it} = f(h_{it}) = h_{it},$$
$$para \;\; t = 1{,}2.$$

y que la función de producción de capital humano se puede escribir como

$$Ag(e_{i1}) = Ae_{i1}$$

a) (6 puntos) Encuentre el nivel de consumo y gasto en educación que realizará cada hogar. ¿Es la elasticidad ingreso del gasto en educación mayor o menor que 1? ¿Qué pasa con la del consumo? Explique cuidadosamente en términos económicos.

b) (6 puntos) Calcule el producto de la economía en el período 2 como función del capital humano de los adultos del período 1. Explique. Escriba también una expresión para el gasto agregado en educación en el período 1.

c) (6 puntos) Suponga ahora que el gobierno de Springfield decide instaurar un sistema obligatorio de educación pública. Bajo este sistema, todos los niños deben ir a un mismo colegio, donde cada uno de ellos recibe exactamente la misma cantidad de educación, $\bar{e}$. La educación pública se financia con un impuesto proporcional al ingreso de los padres, τ. Es decir,

$$\tau \sum_{i=1}^{N} y_{it} = N\bar{e}.$$

, donde el lado izquierdo es la recaudación y el derecho el gasto total en educación.

El gobierno prohíbe que los padres hagan cualquier gasto adicional en educación.

d) (6 puntos) Calcule el producto de la economía en el período 2 y el gasto en educación como función del capital humano de los adultos del período 1. Explique. ¿Existe una tasa de impuestos que entregue el mismo gasto agregado en educación que teníamos cuando todo el gasto era privado? ¿Cuál es? Para un mismo nivel de gasto total en educación, ¿cómo se compara el producto del período 2 de la economía con educación pública de la economía con educación privada? ¿Qué ocurre con la distribución de gasto educacional y de ingreso de la siguiente generación? ¿Qué relación hay entre la distribución de capital humano en el periodo 2 y el producto total de la economía en ese periodo? ¿Por qué? Explique.

a) Dado que no hay mercado financiero, el problema del hogar es

$$\boldsymbol{Max\ U = ln(c_1) + \beta ln\ (c_2)}$$

Donde

$$\boldsymbol{c_{1i} = h_{i1} - e_{1i}}$$
$$\boldsymbol{h_{i2} = Ae_{i1}}$$

$$\boldsymbol{c_{2i} = h_{2i}}$$

Por tanto, podemos expresar todo en términos de la decisión de gasto en educación, y obtener que en el óptimo

$$\boldsymbol{\frac{1}{h1 - e1} = \frac{\beta}{e1}}$$

de donde

$$\boldsymbol{e_1^* = \frac{\beta}{1+\beta} y_1}$$
$$\boldsymbol{c_1^* = \frac{1}{1+\beta} y_1}$$
$$\boldsymbol{c_2^* = \frac{A\beta}{1+\beta} y_1}$$

El gasto en educación es una proporción constante del ingreso inicial, y por tanto su elasticidad ingreso es 1. Lo mismo para el consumo en los dos períodos. Aunque todos los individuos tienen acceso a la misma tecnología de inversión y las mismas preferencias, individuos con capital humano (y por tanto más ingreso inicial) educarán más a sus hijos (y les darán más consumo en 2).

b) Sustituyendo directamente

$$\boldsymbol{Y_2 = \sum y_{i2} = A\sum h_{i2} = A\sum e^*_{1i} = A\sum \frac{\beta}{1+\beta} y_{1i} = A\frac{\beta}{1+\beta}\sum h_{i1}}$$

Dado que hay retornos constantes en la producción de capital humano y de bienes, el producto del periodo 2 es una proporción del capital humano total del periodo 1.
El gasto en educación es simplemente

$$\boldsymbol{E = \sum e^*_{1i} = \frac{\beta}{1+\beta}\sum h_{i1}}$$

c) Dado que ahora todos los agentes del periodo 2 son idénticos

$$\boldsymbol{Y_2 = Ny_2 = ANh_2 = AN\bar{e} = A\tau\sum y_{1i} = A\tau\sum y_{i1}}$$
$$\boldsymbol{E = N\bar{e} = \tau\sum h_{i1}}$$

Es evidente que si $\boldsymbol{\tau = \frac{\beta}{1+\beta}}$***, ambas economías son idénticas en el agregado. En ambas en gasto en educación y el producto son las mismas proporciones del capital humano total de la generación inicial. La economía redistribuye el gasto educativo (ya no es proporcional al ingreso de cada hogar, sino al ingreso promedio), y hace que la distribución de ingreso del periodo 2 sea perfectamente igualitaria. Sin embargo, ello no afecta nada agregado. Es decir, no hay relación alguna entre la distribución del capital humano de la segunda generación y la producción agregada en ese periodo.***

La razón es el supuesto de retornos constantes en la producción individual, que implica que solo nos importa la cantidad total de capital humano en la economía, no su distribución. El retorno marginal de la inversión es constante, y por tanto los productos marginales del capital humano entre hogares siempre son iguales, independiente de cuanto invierta cada uno. No hay ninguna ganancia en eficiencia de redistribuir gasto de los hogares con más ingreso hacia los de menos ingreso. El producto es una función lineal del gasto en educación total, y por tanto la distribución del mismo es irrelevante.

4) **Comentes (44 puntos, 4 puntos cada una)**

a) En un mundo con economías abiertas en que existen sólo dos países de igual tamaño, un aumento del gasto fiscal en el país A reducirá el consumo en el país B

Si solo hay dos países, lo que haga cada uno afectará la tasa mundial. Si el aumento de gasto del país A es temporal, su ahorro debería caer, debido a la suavización del consumo. Ello reducirá la oferta de ahorro mundial y subirá la tasa mundial, lo que efectivamente reducirá el consumo del país B. Sin embargo, si el aumento de gasto es permanente, el ahorro de A no cambia (el consumo se ajusta 1 a 1), y la tasa mundial no cambia. En ese caso no habría efecto en el país B.

b) La equivalencia ricardiana solo se puede cumplir en una economía cerrada

Falso. Si el gobierno siempre paga sus deudas (no hay default de deuda externa), el gasto publico siempre terminara pagándose con impuestos a los agentes del país, por lo que la forma de financiamiento, como lo indica la equivalencia ricardiana, será irrelevante.

c) En un mundo sin herencias, las personas mayores de 65 años solo debiesen consumir sus ahorros, nunca empezar nuevos proyectos de inversión

Falso, si hay mercados perfectos siempre pueden vender esos proyectos rentables y convertirlos en consumo, maximizando el valor presente de su consumo en el tiempo que les queda de vida.

d) En una economía cerrada un aumento en la productividad marginal del capital incrementa la inversión en equilibrio parcial, pero en equilibrio general se anula completamente el aumento inicial de la inversión por la subida de la tasa de interés

Un aumento en la productividad marginal aumenta la demanda por inversión, lo que para una oferta de ahorro dada aumenta la tasa de interés de equilibrio, lo que reduce la cantidad demandada de inversión. Eso hace que el aumento en la cantidad de inversión sea más pequeño que el que habría ocurrido si la tasa de interés no cambiaba, pero nunca puede hacer que el efecto final en el nivel de inversión sea nulo, ya que entonces no subiría la tasa de interés.

e) Solo una persona con mucha aversión al riesgo estará dispuesta a invertir en una activo que pague menos que la tasa de libre de riesgo

Todas las personas aversas al riesgo estarán dispuestas a invertir en activos que paguen menos que la tasa libre de riesgo en la medida que tengan correlación negativa con el consumo futuro y les entreguen suficiente grado de suavización esperada

f) Una persona que valora mucho el consumo presente respecto al futuro preferirá una trayectoria de impuestos al consumo creciente en el tiempo

Una trayectoria creciente de impuestos en el tiempo distorsiona la ecuación de Euler. Ello será negativo para cualquier persona, independiente de sus preferencias.

g) En una economía cerrada, la inversión siempre caerá frente a un aumento del gasto fiscal

Solo en el caso de un aumento temporal que provoque una caída del ahorro (porque el consumo se suaviza) y por ello un aumento de la tasa de interés. Si el cambio es permanente la tasa no debería cambiar, y por tanto la inversión tampoco. También podría haber casos en que el gasto fiscal aumente la productividad del capital y a través de ello aumente la inversión.

h) La ecuación de Euler no se cumplirá si hay costos de ajuste del capital

En la medida que las decisiones de inversión y consumo sean separables (mercados financieros perfectos) la ecuación de Euler se cumplirá haya o no costos de ajuste. Si la decisión de consumo e inversión es la misma por fricciones de crédito, la existencia de costos de ajuste será relevante para la trayectoria de inversión y por tanto también de consumo. Sin embargo, en general la ecuación de Euler no se cumplirá, haya o no costos de ajuste.

i) Un empresario con un alto grado de impaciencia en sus preferencias por consumo elegirá proyectos de inversión distintos a los de un empresario paciente

Falso si hay mercados de capitales perfectos, ya que en ese caso la decisión de inversión solo dependerá de la tecnología y la tasa de interés. Las preferencias del empresario no importan ya que la decisión de consumo es separable; si quiere consumir antes puede ir al mercado financiero. En cambio, si no hay acceso perfecto a crédito, la decisión de inversión/consumo es una, y por tanto las preferencias si importan para invertir. En ese caso efectivamente el empresario impaciente puede invertir distinto al paciente.

j) A diferencia del capital físico, el capital humano es un bien no rival ya que el conocimiento que adquiere una persona no limita la adquisición de conocimiento de los demás

Como se menciona, el conocimiento es efectivamente no rival: lo que yo aprendo no reduce lo que el resto puede aprender. Sin embargo, el capital humano está asociado a una persona específica, y el tiempo/atención de esa persona si es rival. Si soy un doctor y estoy operando no puede estar al mismo tiempo atendiendo mi consulta. Por tanto, si hay rivalidad del capital humano entre distintos usos alternativos.

k) La curva de Laffer solo puede existir si hay impuestos de suma alzada

La curva de Laffer solo tiene sentido en el caso de impuestos distorsionadores, en que aumentos en la tasa generan caídas en la base imponible. La curva de Laffer grafica como ese tradeoff en recaudación se ve a distintos niveles de tasa de impuestos.