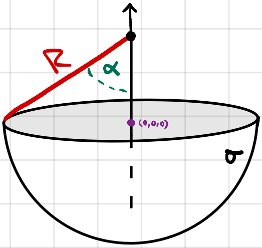
Pregunta 1



¿Dónde lo mido? $\vec{r} = 0$ (justo en el origen)

¿Dónde se ubica mi dq? $\vec{r}\,' = R\hat{r}$

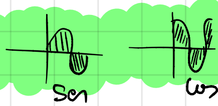
(Siempre está en dirección radial a una distancia cte R)

¿Cuánto vale mi dq? $dq = \sigma\, dA$ → diferencial de área en esféricas $\Rightarrow dq = \sigma\, r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$ → es un R cte!!! $\Rightarrow dq = \sigma R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\,(\vec{0} - R\hat{r})}{\|\vec{0} - R\|^3} \Rightarrow dE = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\,\hat{r}}{R^3} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_{\pi-\alpha}^{\pi} \sigma \sin\theta\, d\theta\, d\phi\,\hat{r}$$

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_{\pi-\alpha}^{\pi} \langle \sin\theta\cos\phi,\ \sin\theta\sin\phi,\ \cos\theta\rangle \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

Integro ϕ en una vuelta, así que muere.



$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_{\pi-\alpha}^{\pi} \cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\phi\,\hat{z} \Rightarrow \vec{E} = \pi K\sigma \cos^2\theta\Big|_{\pi-\alpha}^{\pi}\ \hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \pi K\sigma\,(1 - \cos^2(\pi-\alpha)) \Rightarrow \vec{E} = \pi K\sigma \sin\alpha\ \hat{z}$$

Para el Potencial: $\varphi_{(r)} = K\int \frac{dq}{R} \Rightarrow \varphi_{(r)} = K\int_0^{2\pi}\int_{\pi-\alpha}^{\pi} \frac{K\sigma R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi}{R}$

$$\Rightarrow \varphi_{(r)} = 2\pi K\sigma R\int_{\pi-\alpha}^{\pi}\sin\theta\, d\theta \Rightarrow \varphi_{(r)} = 2\pi K\sigma R\,(-\cos\theta)\Big|_{\pi-\alpha}^{\pi}$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi K\sigma R\,(1 - \cos\alpha)$$

$$\begin{cases} \text{Si } \alpha \to \pi,\ \varphi \to 4\pi K\sigma R \\ \text{Si } \alpha \to \pi,\ E \to 0 \end{cases}$$

Pregunta 2

Tengo varios espacios ... $r \in (0, R_1)$ $\quad r \in (R_1, R_2)$ $\quad r \in (R_2, R_3)$ $\quad r \in (R_3, R_4)$ $\quad r \in (R_4, R_5)$ $\quad r \in (R_5, \infty)$

Si $r \in (0, R_1)$: $\vec{E} = 0$ ya que es el interior de un conductor

Si $r \in (R_1, R_2)$: $q_{en} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$, y como el campo en un conductor es $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$

$\Rightarrow E(R_1) = 0 \Rightarrow \sigma_{R_1} = 0$

Si $r \in (R_2, R_3)$: $q_{en} = \rho_0 \pi (r^2 - R_2^2) L \quad \Rightarrow \oint E\, ds = \frac{q_{en}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E\, 2\pi r L = \frac{\rho_0 \pi (r^2 - R_2^2) L}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho_0 (r^2 - R_2^2)}{2\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

Si $r \in (R_3, R_4)$: $q_{en} = \rho_0 \pi (R_3^2 - R_2^2) L \quad \Rightarrow \oint E\, ds = \frac{q_{en}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E\, 2\pi r L = \frac{\rho_0 \pi (R_3^2 - R_2^2) L}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho_0 (R_3^2 - R_2^2)}{2 r \varepsilon_0}\hat{r}$$

En $r = R_4$ $\vec{E}$ corresponde a : $\vec{E}(R_4) = \frac{\rho_0 (R_3^2 - R_2^2)}{2 R_4 \varepsilon_0}\hat{r}$ y en un conductor $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$

$$\Rightarrow \frac{\rho_0 (R_3^2 - R_2^2)}{2 R_4 \varepsilon_0} = \frac{\sigma_{R_4}}{\varepsilon_0}(-\hat{r})$$

→ el normal apunta hacia adentro!

$$\Rightarrow \sigma(r = R_4) = -\frac{\rho_0 (R_3^2 - R_2^2)}{2 R_4} \quad //$$

Si $r \in (R_4, R_5)$: $\vec{E} = 0$ ya que es el interior de un conductor.

Si $r \in (R_5, \infty)$: Al tener el casquete conectado a tierra, $E = 0$

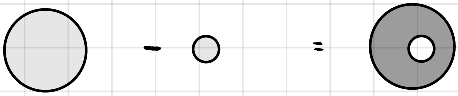
Así que $\sigma(r = R_5) = 0$

Potencial entre R_1 y R_4 : $\Delta V = -\int_{\infty}^{r} E\, dr \Rightarrow -\left(\overset{E_{R_5-\infty}}{\cancelto{0}{\int_{\infty}^{R_5} E\, dr}} + \overset{E_{R_4-R_5}}{\cancelto{0}{\int_{R_5}^{R_4}}} + \int_{R_4}^{R_3} + \int_{R_3}^{R_2} + \overset{E_{R_2-R_1}}{\cancelto{0}{\int_{R_2}^{R_1}}} \right)$

$$\Rightarrow \Delta V = -\left(\int_{R_4}^{R_3} \frac{\rho_0 (R_3^2 - R_2^2)}{2 r \varepsilon_0}\, dr + \int_{R_3}^{R_2} \frac{\rho_0 (r^2 - R_2^2)}{2\varepsilon_0 r} \right) \Rightarrow \Delta V = -\frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\left(\frac{R_3^2 - R_2^2}{2} + R_2^2 \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) + (R_3^2 - R_2^2)\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) \right) //$$

Pregunta 3

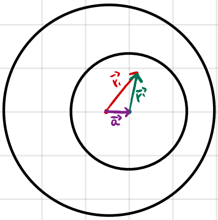
Usamos superposición :



Campo dentro del chiquito : $\oint E\,ds = E\,2\pi r L$ y $q_{en} = \rho_0 \pi r^2 L$

$$\Rightarrow E\,2\pi r L = \frac{\rho_0 \pi r^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$$

Sabemos que el campo dentro del grande es igual... ¡Pero hay que hacer unas restas!



$$\vec{a} + \vec{r}' = \vec{r}_1 \Rightarrow \vec{r}' = \vec{r}_1 - \vec{a}$$

Ahora, el campo chiquito es : $\frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}(\vec{r}_1 - \vec{a})$

Y el campo grande es : $\frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\hat{r}_1$

Haciendo superposición : $\frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\hat{r}_1 - \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}(\vec{r}_1 - \vec{a}) \Rightarrow \vec{E}_{cavidad} = \frac{\rho_0 \vec{a}}{2\varepsilon_0}$

Energía en cavidad

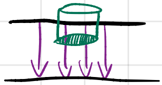
$$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{\mathbb{R}^3} \|E\|^2 dv \Rightarrow U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}\int_0^{R/2} \frac{\rho_0 a}{2\varepsilon_0}\, r\,dr\,d\theta\,dz$$

$$\Rightarrow U = \frac{\varepsilon_0}{2}\,\frac{\rho_0 a}{2\varepsilon_0}\,L\,2\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{\rho_0 a L \pi R^2}{8} \;//$$

Pregunta 4

Modulo campo electrico : Igual que un plano



Por Gauss, $\oint E\,ds = \frac{q_{en}}{\varepsilon_0} \Rightarrow EA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ //

Diferencia de potencial a distancia Y : $V = -\int_0^Y -E\,dy \Rightarrow V = EY$ //

Y para que choque en $x = l/2$:

$$x(t) = x_0 + Vt + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x(t) = V_{ox}T \Rightarrow x(T') = V_{ox}T' = l/2 \Rightarrow T' = \frac{l}{2V_{ox}}$$

$$Y(t) = Y_0 + V_{oy}t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow Y(t) = -\frac{1}{2}at^2 \text{ , Donde } a = \frac{\overset{\nearrow qE}{F}}{m} \Rightarrow a = \frac{eE}{m_p}$$

$$\Rightarrow Y(T') = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_p}\left(\frac{l}{2V_{ox}}\right)^2 = \overset{\nearrow \text{llega al techo}}{\frac{d}{2}} \Rightarrow |E| = \frac{4m_p d V_{ox}^2}{el^2}$$

Desplazamiento en y : Al estar bajo la influencia del campo $\vec{E}$, hacemos cinemática

$$x(t) = x_0 + Vt + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x(t) = V_{ox}T \Rightarrow x(T') = V_{ox}T' = l \Rightarrow T' = \frac{l}{V_{ox}}$$

$$Y(t) = Y_0 + V_{oy}t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow Y(t) = -\frac{1}{2}at^2 \text{ , Donde } a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{eE}{m_p}$$

$$\Rightarrow Y_p(T') = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_p}\frac{l^2}{V_{ox}^2} \;//$$

Si ahora tiro un electrón, tengo lo mismo con signo cambiado

$$Y_{elec} = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\frac{l^2}{V_{ox}}$$

$$\Rightarrow \frac{Y_{elec}}{Y_{protón}} = -\frac{m_e}{m_p} \;//$$

Trabajo realizado por la fuerza eléctrica: $V = \frac{W}{q} \Rightarrow qV = W \Rightarrow W = qEy$

$W = qE|y|$ → En una distancia, siempre queremos cuánto se movió en $\hat{y}$