



**PROBLEMA 1 (CONCEPTOS Y DEFINICIONES) (1,5 ptos)**

**Responda clara y concisamente**

a) Defina los siguientes conceptos (0,15 ptos. cada concepto)

- Isoyeta

Línea imaginaria en un mapa que conectar puntos en el espacio que tienen igual nivel de precipitación. Típicamente se generan estas líneas con una precipitación anual.

- Efecto invernadero

Efecto que generan algunos gases presentes en la atmosfera que permite capturar parte de la energia de onda larga emitida por la superficie terrestre.

- Pluviografo

Instrumento que registra automáticamente la cantidad de agua caída en un periodo de tiempo determinado. Permiten registrar la variabilidad temporal y construir el hietograma

- Temperatura de rocío

Temperatura a la que debiese estar el aire que contiene humedad para que se produzca la saturación y el vapor de agua se condense

b) Comente al menos tres supuestos que permiten obtener una versión simplificada de la tasa de evaporación producto de la transferencia de vapor de acuerdo a la ecuación de Thornwhaite-Holzmann (0,3 pto.)

Algunos supuestos:

1. Difusividad del vapor de agua  $K_H$  es igual a la difusividad del momentum/turbulencia  $K_m$
2. Temperatura del aire no cambia entre la superficie de evaporación y la velocidad en la que se mide la velocidad
3. La presión atmosférica no cambia entre la superficie de evaporación y la velocidad en la que se mide la velocidad
4. El flujo especifico de vapor de agua y el de momentum no cambia entre la superficie de evaporación y la velocidad en la que se mide la velocidad
5. La velocidad del viento es igual a 0 a la altura de fricción

c) ¿Cuáles son las 3 condiciones esenciales a cumplir para garantizar la ocurrencia de un evento significativo de precipitación? (0,3 pto.)

Humedad suficiente para generar supersaturacion

Núcleos de condensación

Circulación de masas de aire que renueven la humedad



- d) Si el aumento en la concentración de gases de efecto invernadero aumenta el contenido de energía en la parte baja de la atmósfera, comente, utilizando conceptos aprendidos en el curso, al menos 3 efectos esperables en los distintos componentes del ciclo hidrológico (0,3 pto.).

Un listado de efectos esperables:

- Al aumentar la energía aumenta la temperatura en el aire aumentando la capacidad de la atmosfera de contener vapor de agua
- Al aumentar la energía pueden cambiar los patrones de circulación de la atmosfera cambiando los patrones de precipitación
- Al aumentar la temperatura disminuye la proporción de precipitación que cae de manera sólida versus líquida
- Al aumentar la temperatura se acelera el derretimiento de nieves y hielos
- Al aumentar la radiación y temperatura aumenta la necesidad de evaporación y transpiración

### **PROBLEMA 2 (AIRE PASANDO POR UNA MONTAÑA) (1,5 ptos)**

La siguiente figura representa de manera esquemática la situación de una masa de aire húmedo que se encuentra con una barrera orográfica y tiene que ascender para después descender al cruzar la barrera. Esta masa de aire húmedo posee las siguientes características: Presión del aire = 101,3 kPa, temperatura del aire = 20 °C, temperatura de rocío = 5 °C. En base a estas condiciones e información adicional respecto de valores de tasas de lapso estime:

- Altura a la que se encuentra la base de las nubes (0,3 ptos)
- Temperatura de la masa de aire al llegar a la cima de la montaña y en la base después de que la masa de aire haya descendido (0,3 ptos)
- Humedad relativa antes de empezar a ascender y en la base después de que la masa de aire haya descendido (0,9 ptos)

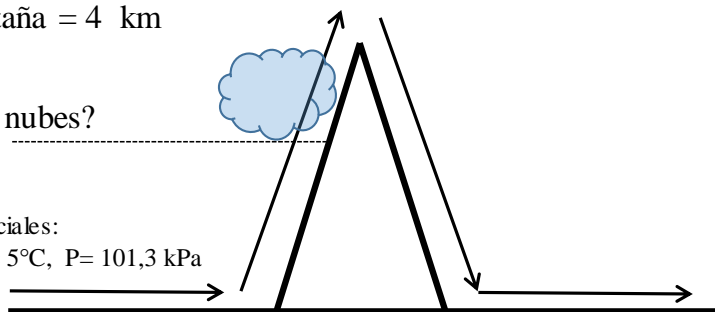
**Figura 1.** Aire húmedo pasando por una montaña

Altura montaña = 4 km

¿Altura base nubes?

Condiciones Iniciales:

$T = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $T_d = 5^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 101,3 \text{ kPa}$



**Supuestos:**



Tasa de lapso adiabática para aire saturado que asciende = - 6,5 °C/km

Tasa de lapso para temperatura ambiente = - 6,5 °C/km

Tasa de lapso para temperatura de rocío = - 1,7 °C/km

Tasa de lapso adiabática para aire no saturado que asciende = - 10 °C/km

Toda el agua que se condensa, en la medida que la masa de aire húmedo asciende, precipita

Resp.

- a) Para encontrar la altura de la base de las nubes hay que igualar la temperatura del aire que asciende con la temperatura de rocío. El air que asciende no está saturado por lo tanto su temperatura disminuye con una tasa de 10 °C/km. En cambio, la temperatura de rocío disminuye a una tasa de 1,7 °C/km

$$\begin{aligned} T^{base\ montaña} - 10 * x_{nubes} &= T_d^{base\ montaña} - 1,7 * x_{nubes} \\ \rightarrow x_{nubes} &= \frac{T^{base\ montaña} - T_d^{base\ montaña}}{8,3} = \frac{20 - 5}{8,3} = 1,8\ km \end{aligned}$$

- b) La masa de aire va a ir ascendiendo y descendiendo con distintas tasas de lapso. A medida que asciende primero asciende con la tasa de lapso adiabático de aire no saturado hasta la base de las nubes. Después sigue ascendiendo con la tasa de lapso para aire saturado. Cuando vuelve a descender la tasa vuelve a ser la del aire no saturado ya que toda la humedad que se condensó precipita.

$$\begin{aligned} T^{cima\ montaña} &= T^{base\ montaña} - 10 * x_{nubes} - 6,5 * (4 - x_{nubes}) = -12,3^{\circ}C \\ T_{descenso}^{base\ montaña} &= T^{cima\ montaña} + 10 * 4 = 27,7^{\circ}C \end{aligned}$$

- c) La humedad relativa en la base de la montaña se calcula considerando la presión atmosférica, la temperatura ambiente y la temperatura de rocío.

$$\begin{aligned} e &= e_s(T_d) = 872,6\ Pa \\ e_s(T) &= 2.339\ Pa \\ HR &= \frac{e}{e_s(T)} = 37\ \% \end{aligned}$$

A la altura de las nubes la temperatura de la masa de aire es igual a la temperatura de rocío. Por lo tanto, la presión de vapor es la presión de vapor de saturación y la humedad relativa es del 100%. Se puede calcular también la presión atmosférica a esta altura usando la siguiente ecuación y la temperatura ambiente (no es igual a la temperatura del aire ascendiendo).

$$P_2 = P_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g}{R\alpha}}$$



$$T_2 = 8,23^\circ\text{C} \text{ y } P_2 = 81.693 \text{ Pa.}$$

Al llegar a la cima de la montaña la temperatura ha seguido descendiendo ( $= -12,3^\circ\text{C}$ ) y la presión de vapor sigue igual a la presión de vapor de saturación.

$$e = e_s(T) = 237,21 \text{ Pa}$$

Por otra parte, la presión atmosférica también desciende tomando en cuenta el descenso en la temperatura ambiente.  $T_3 = -6^\circ\text{C}$  y  $P_3 = 62.151 \text{ Pa}$ . Podemos en este punto calcular la humedad específica con la formula  $q = 0,622 \frac{e}{p} = 0,00238 \text{ kg/kg}$ . El aire que empieza a descender mantiene esa humedad específica ya que no se agrega ni saca humedad en el aire (la temperatura del air que desciende empieza a superar la temperatura de rocío). Considerando que en la base de la montaña la presión atmosférica nuevamente es igual a  $101300 \text{ Pa}$  se puede calcular la presión de vapor como  $e = P \frac{q}{0,622} = 386,3 \text{ Pa}$ . La temperatura de esta masa de aire ya se había calculado antes  $27,7^\circ\text{C}$  con lo que se puede calcular la presión de vapor de saturación,  $e_s = 3710,1 \text{ Pa}$ . Con esto se calcula que

$$HR = \frac{e}{e_s(T)} = 10 \%$$

Se aprecia que una masa de aire húmedo que sube una montaña aumenta su temperatura y reduce su humedad relativa.

### **PROBLEMA 3 (ESTIMACIÓN DE PRECIPITACIÓN Y BALANCE HÍDRICO)**

La siguiente figura representa una cuenca en la que se requiere evaluar la factibilidad de construcción de un embalse. Este embalse sería capaz de capturar la escorrentía que se genera en una subcuenca en la cabecera de la cuenca marcada con la letra A en la figura. Para poder hacer el análisis de factibilidad se requiere primero saber cuál es la cantidad de escorrentía que se puede generar en esa subcuenca. Se espera que ud. pueda obtener esa información tomando en cuenta la siguiente información:

- Existen datos de precipitación anual (mm/año) en tres estaciones ubicadas al interior de la cuenca. Complementariamente se posee también los valores de las isoyetas de precipitación anual que atraviesan la cuenca (ver Tabla 1).
- El caudal promedio anual de salida de la cuenca es  $30 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Se sabe por similitud con otras cuencas que el coeficiente de escorrentía a lo largo de la cuenca se mantiene en un mismo valor constante. Se asume también que no hay cambios en la cantidad de agua acumulada entre años.

Con la información entregada responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la tasa de evaporación promedio en la cuenca si se asume que la precipitación media de la cuenca se puede estimar con el método de las medias aritméticas (mm/año)? (0,3 pts)



- ¿Cuál es la tasa de evaporación promedio en la cuenca si se asume que la precipitación media de la cuenca se puede estimar con el método de las isoyetas (mm/año)? (0,3 pts)
- Comente respecto de las diferencias entre los dos métodos. (0,4 pts)
- Utilizando la información asociada al método de las isoyetas, estime la escorrentía total que se puede generar en la subcuenca A (m<sup>3</sup>/año). Asuma que la precipitación en las áreas entre isoyetas es igual al valor del promedio de las dos isoyetas que contienen esa área (0,5 pts).

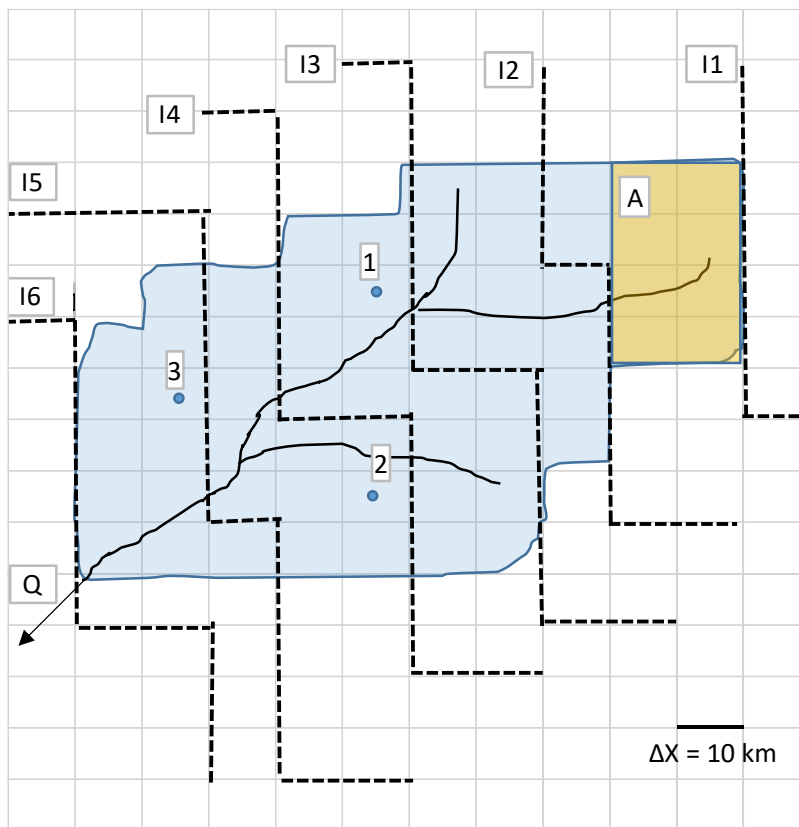


Tabla 1. Información de precipitaciones

Estaciones	Precipitación (mm/año)
1	390
2	331
3	295

Isoyetas	Precipitación (mm/año)
I1	900
I2	600
I3	400
I4	350
I5	300
I6	250

Resp:

La evaporación se estima utilizando la ecuación de balance hídrico tomando en cuenta que no



hay acumulación de agua en la cuenca. Por ende,  $E_{media} = P_{media} - Q$ .  $Q$  se calcula transformando el caudal a contenido volumétrico y dividiendo por el área total de la cuenca.

$$Q = 155,1 \frac{mm}{año}$$

La precipitación promedio se calcula mediante los dos métodos.

$$P_{media}^{aritmética} = \frac{390+331+295}{3} = 338,7 \frac{mm}{año}$$

$$P_{media}^{isoyeta} = \frac{100*(750*10+500*12+375*16+325*11+275*12)}{100*(10+12+16+11+12)} = 432,4 \frac{mm}{año}$$

Por lo tanto

$$E_{media}^{aritmética} = 338,7 - 155,1 = 183,6 \frac{mm}{año}$$

$$E_{media}^{isoyeta} = 432,4 - 155,1 = 277,3 \frac{mm}{año}$$

Finalmente se obtiene de acuerdo al método de las isoyetas que el coeficiente de escorrentía es igual a:  $\frac{Q}{P_{media}^{isoyeta}} = 0,36$ . Por otra parte la precipitación promedio en la subcuenca A es igual a la isoyeta promedio = 750 mm/año. Como el coeficiente de escorrentía se mantiene se estima que  $Q = 750*0,36 = 269 \text{ mm/año}$ . Con las transformaciones adecuadas se encuentra que  $Q = 215 \text{ Mm}^3/\text{año}$ .

#### **PROBLEMA 4 (FLUCTUACION DIARIA DE TASAS DE EVAPORACION) (1,5 pts)**

Las siguientes figuras están tomadas del sitio web [www.weather.com](http://www.weather.com) representando las condiciones meteorológicas imperantes en Santiago en la tarde del día Miércoles 27 de Marzo a las 16.00 y el día Jueves 28 de Marzo a las 07.00. Utilizando el método de Thornwhaite-Holzmann estime la tasa horaria de evaporación (mm/hr) en cada una de las dos situaciones. Asuma altura de rugosidad de 1 cm, una



Fecha: 3 - abril - 2019

TIEMPO: 2:10 hrs.

presión atmosférica de 101,3 kPa y una altura de 2 m en la que se entrega la velocidad del viento en ambos casos. Comente sus resultados.



Resp.

Se aplica directamente la fórmula de Thornwhaite-Holzmann haciendo las transformaciones adecuadas para representar la velocidad del viento y posteriormente la tasa de evaporación. En las siguientes tablas los resultados parciales y finales de ambos métodos.

Miércoles 16.00		Jueves 07.00	
u	13 km/h	U	2 km/h
	3.6 m/s		0.6 m/s
P	101.3 kPa	P	101.3 kPa
HR	0.33	HR	0.73
T	27 C	T	13 C
	300.15 K		286.15 K
z0	1 cm	z0	1 cm
	0.01 m		0.01 m
rho	1.18 kg/m3	Rho	1.23 kg/m3
z2	200 cm	z2	200 cm
	2 m		2 m
es	3567 Pa	Es	1498 Pa
ea	1177 Pa	Ea	1094 Pa
k	0.4	K	0.4
pw	1000 kg/m3	Pw	1000 kg/m3
mv	0.0003551 kg/m2*s	Mv	9.701E-06 kg/m2*s
E	3.551E-07 m/s	E	9.701E-09 m/s
	1.27 mm/hora		0.035 mm/hora



La tasa de evaporación varia casi en dos ordenes de magnitud a lo largo de un dia tipo de verano. Esto se produce por una disminución en la velocidad del viento y la temperatura y un aumento en la humedad relativa.

---

**Información que puede utilizar:**

$$P = \rho RT$$

Ecuación de estado para un gas ideal

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Ley hidrostática de presiones

$$e_s(T) = 611 \exp \left[ \frac{17,27 \cdot T}{T + 237,3} \right]$$

Presión de vapor de saturación  $T$  en °C y  $e_s$  en Pa

$$P_2 = P_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g}{R\alpha}}$$

Variación de presión con temperatura

$$\frac{g}{R\alpha} = 5,26 \text{ para } R = R_d \text{ y } \alpha = 6,5^\circ\text{C}/\text{km}$$

$$q = 0,622 \frac{e}{P}$$

Humedad especifica

$$L_v = 2,5 \times 10^6 \frac{J}{Kg}$$

Calor latente de vaporización a temperatura típica

$$\rho_{\text{agua}}$$

Densidad de agua = 997 kg/m<sup>3</sup>

$$R_v = 461,5 \frac{J}{Kg^\circ K}$$

Constante de gas para vapor de agua

$$R_d = 287 \frac{J}{Kg^\circ K}$$

Constante de gas para aire seco

$$\bar{P} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^m A_j \frac{\sum_{i=1}^n d_{ij}^{-b} P_i}{\sum_{i=1}^n d_{ij}^{-b}}$$

Precipitación promedio sobre un área  $A$  dividida en  $m$  celdas, donde existen  $n$  estaciones de precipitación.  $d_{ij}$  es la distancia entre la celda  $j$  y la estación  $i$ , y  $P_i$  es la precipitación medida en la estación  $i$ .

$$E = \frac{0,622 \kappa^2 \rho v_2 (e_s(T) - e)}{P \rho_{\text{agua}} [\ln(z_2 / z_o)]^2}$$

Evaporación, método de Thornthwaite-Holzman.  $\kappa = 0,4$ .

$$^\circ\text{K} = 273,15 + ^\circ\text{C}$$

transformación de grados Celsius a grados Kelvin

$$Ha = 10.000 \text{ m}^2$$





**Valores aproximados de la altura de rugosidad en superficies naturales**

Superficie	Altura de rugosidad $z_0$ (cm)
Hielo, fango	0.001
Agua	0.01 - 0.06
Pasto (hasta 10 cm de altura)	0.1 - 2.0
Pasto (10 - 50 cm de altura)	2 - 5
Vegetación (1 - 2 de altura)	20
Árboles (10 - 15 de altura)	40 - 70

*Fuente:* Brutsaert, W., Evaporation into the atmosphere, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1982, tabla 5.1. p. 114 (adaptada).