① Régimen permanente:

(a) $$\int_{S_c} \left(gz + \frac{V^2}{2} + h\right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA = \dot{C} - \dot{W}_e - \dot{W}_z$$

$$-G_1\left(g z_1 + \frac{V_1^2}{2} + h_1\right) + G_2\left(g z_2 + \frac{V_2^2}{2} + h_2\right) = \dot{C} - \dot{W}$$

Ecuación de continuidad $G_1 = G_2 = G$

Para expresarlo en unidades de altura, dividimos por $G g$:

$$z_2 - z_1 + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} + \frac{h_2}{g} - \frac{h_1}{g} = \underbrace{K \frac{V_1^2}{2g}}_{\text{pérdidas}}$$

$V_2 = 0 \qquad h = \frac{p}{\rho} + \hat{u}$

$z_2 - z_1 = L + \ell \qquad\qquad \hat{u}_2 - \hat{u}_1 = T_2 - T_1$

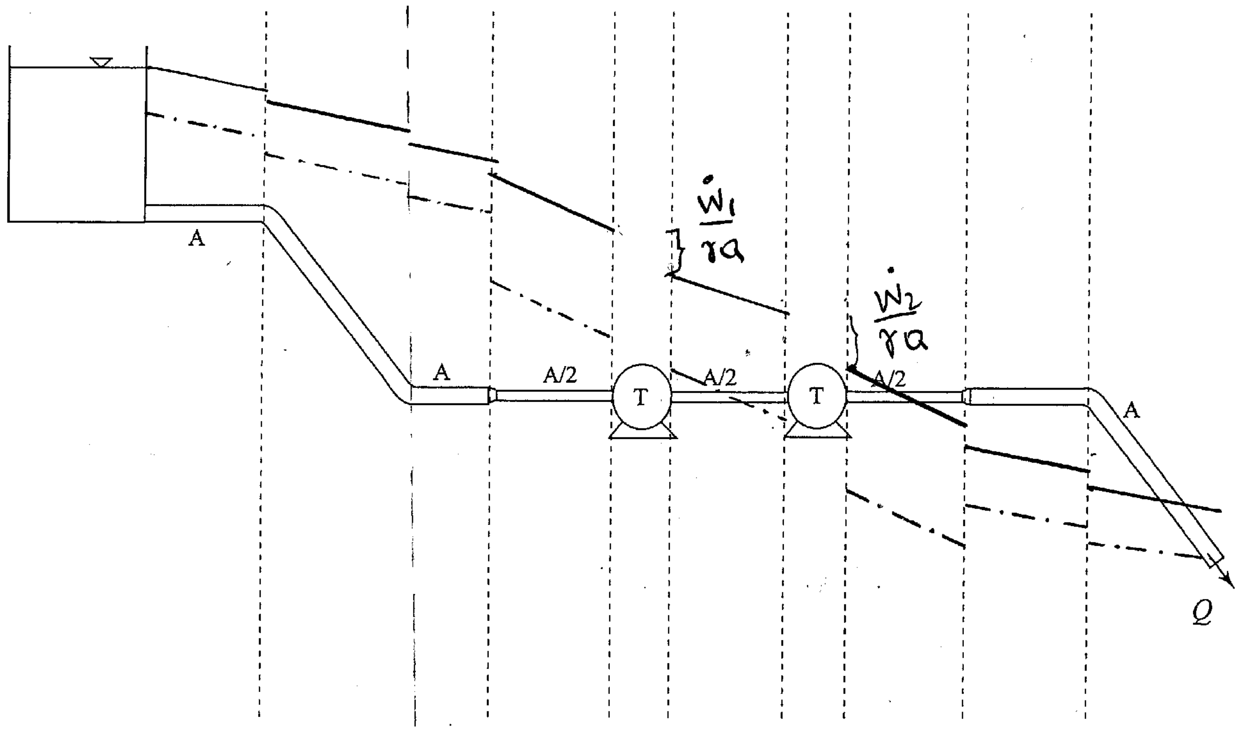
$$L + \ell - (1+K)\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma} + \frac{T_2}{g} = T_1$$

(b) ✓

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE ING. HIDRÁULICA Y AMBIENTAL
ICH-1102 MECÁNICA DE FLUIDOS. Sección 2.

SEGUNDO SEMESTRE DE 2009 | INTERROGACIÓN 2
Viernes 9 de Octubre, 2009 | Sin Apuntes, Tiempo Total: 2:00 hrs.

PROBLEMA 1



- Pérdidas de energía en singularidades
- Mayor altura de velocidad y pérdidas en tramos con menor diámetro
- Cota piezométrica pasa por la salida. a la atmósfera

(2)

(a) Conservación de la masa:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \rho_\ell \, dV + \int_{S_c} \rho_\ell \, \vec{V}\cdot\hat{n} \, dA = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_\ell A h\right) - \rho_\ell Q - 2\rho_\ell Q = 0$$

Fluido incompresible

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{3Q}{A}$$ integrando

$$\boxed{h = h_o + \frac{3Q}{A} t}$$

(b) Como el líquido se asume incompresible, la ecuación de la parte (a) es válida

El estanque se llena de líquido cuando

$$h = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = \frac{A}{3Q}\left(1 - h_o\right)}$$

Si el orificio se destapa antes (en $t = 2$), este tiempo de llenado NO cambia

(c) Presión del aire para $0 < t < 5$, se obtiene a partir de la conservación de la masa también:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \rho \, dV + \cancel{\int_{S_c} \rho \, \vec{V}\cdot\hat{n} \, dA} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho A \left(1 - h\right)\right] = 0$$

El área del estanque es constante

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho - \rho h\right] = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - h\frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho\frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(1-h) = \rho\,\frac{3Q}{A}$$ integramos esta ecuación

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{3Q}{A}\int_0^t \frac{dt}{(1-h)}$$

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \ln\left(\frac{1}{1-h_0-\frac{3Q}{A}t}\right)$$

Proceso isotérmico $\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0}$

$$\boxed{P = \frac{P_0}{\left(1-h_0-\frac{3Q}{A}t\right)}}$$

(d) Conservación de la masa, con flujo a través del orificio superior

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \rho\, d\forall + \int_{S_c} \rho\, \bar{V}\cdot\hat{n}\, dA = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho A(1-h)\right] + \rho q = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(1-h) - \rho\frac{3Q}{A} + \frac{\rho q}{A} = 0$$

$$\int_{\rho_5}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{5}^{t}\left(\frac{3Q}{A} - \frac{q}{A}\right)\frac{dt}{(1-h)}$$

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_5}\right) = \left(\frac{3Q}{A} - \frac{q}{A}\right)\frac{A}{3Q}\ln\left(\frac{1-h_0-\frac{15Q}{A}}{1-h_0-\frac{3Q}{A}t}\right)$$

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_5}\right) = \left(1 - \frac{q}{3Q}\right) \ln\left[\frac{1 - h_0 - 15Q/A}{1 - h_0 - \frac{3Q}{A} t}\right]$$

$$\boxed{\rho = \frac{\rho_0}{\left(1 - h_0 - \frac{15Q}{A}\right)} \cdot \left[\frac{1 - h_0 - \frac{15Q}{A}}{1 - h_0 - \frac{3Q}{A} t}\right]^{\left(1 - \frac{q}{3Q}\right)}}$$

para $t > 5$

(a) $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$

$$(1+t)\frac{dx}{x} = (1+2t)\frac{dy}{y}$$

$$(1+t)\ \mathrm{Ln}\, x = (1+2t)\ \mathrm{Ln}\, y + C$$

$$\boxed{x^{(1+t)} = K\, y^{(1+2t)}}$$ donde $K = \text{const}$.

En $t=0$

$x = K y$, si pasa por $x=2$, $y=1$,

$K = 2$

(b) $\frac{dx}{dt} = u \qquad \frac{dy}{dt} = v$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x}{1+t} \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{y}{1+2t}$$

$$\mathrm{Ln}\, x = \mathrm{Ln}(1+t) + C_1 \qquad \mathrm{Ln}\, y = \frac{1}{2}\mathrm{Ln}(1+2t) + C_2$$

$$\boxed{x = K_1(1+t) \qquad y = K_2\sqrt{1+2t}}$$

donde $K_1 = \frac{x_0}{1+t_0}$ y $K_2 = \frac{y_0}{\sqrt{1+2t_0}}$

eliminando t:

$$y^2 = \frac{2K_2^2}{K_1}x - K_2^2$$

para $t=0$ $\quad K_1 = 2 \quad K_2 = 1 \quad$ si $x_0 = 2$, $y_0 = 1$

$$y^2 = x - 1$$

(c)

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$= \frac{-x}{(1+t)^2} + \frac{x}{(1+t)^2} + 0 = 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= \frac{-2y}{(1+2t)^2} + 0 + \frac{y}{(1+2t)^2} = \frac{-y}{(1+2t)^2}$$

(d) $Q = \int \vec{V}\cdot\hat{n}\, dA$ en $x=1$ $\quad -1 < y < 1$, $\quad 0 < z < 1$

$$Q = \int_{-1}^{1} \frac{x}{(1+t)}\, dy = \frac{2}{(1+t)}$$

(3B) $$F_x = -\rho VA(V) + \rho V\frac{A}{2}(V)$$

$$F_x = -\frac{\rho V^2 A}{2}$$