Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Segundo Semestre 2018

Curso	**:**	**Probabilidad y Estadística**
Sigla	**:**	**EAS200a**
Profesores	**:**	**Rafael Águila (Sec 01), Ricardo Olea (Sec 02) y Alonso Molina (Sex 04)**

Pauta Control 1

Problema 1

A tres meses del hackeo que afectó al Banco de Chile en Mayo pasado y cerca de un mes de las dos filtraciones masivas de datos personales de tarjetas de crédito, las alarmas del sector se volvieron a encender hace unos días. Datos personales de 924 tarjetas de crédito como su número de los plásticos, el código de seguridad y la fecha de expiración fueron publicados en la red. Análisis posteriores, indicaron que 280 estaban activas y rápidamente fueron bloqueadas por las respectivas instituciones, sin que se reportaran fraudes.

Suponga que a minutos de haberse filtrado el listado, la SBIF le solicita a usted que seleccione una muestra aleatoria, sin reemplazo, de 10 tarjetas y comience la revisión de estas.

(a) **[3.0 Puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una estuviese activa?

(b) **[3.0 Puntos]** Si el muestreo hubiese sido con reemplazo, ¿Cuál es la probabilidad que al menos dos tarjetas NO se encuentren activas?

Solución:

(a) Tenemos $\# S = \binom{924}{10}$ muestras sin reemplazo posibles. **[1.0 Ptos]**
Si A corresponde al evento en que la muestra contiene al menos una tarjeta activa, entonces

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(A^c) \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\ &= 1 - \frac{\binom{280}{0}\binom{924-280}{10}}{\binom{924}{10}} \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\ &= 1 - 0.0264768 \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\ &= 0.9735232 \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \end{aligned}$$

(b) Tenemos $\# S = 924^{10}$. **[1.0 Ptos]**
Si A corresponde al evento en que la muestra contiene al menos dos tarjetas NO activas, entonces su complemento está dado por los siguientes casos

$$\# A^c = \binom{10}{0} 280^{10}\,(924-280)^0 + \binom{10}{1} 280^9\,(924-280)^1 \quad \textbf{[1.0 Ptos]}$$

Luego

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(A^c) \quad \textbf{[0.2 Ptos]} \\ &= 1 - \binom{10}{0}\frac{280^{10}\,(924-280)^0}{924^{10}} - \binom{10}{1}\frac{280^9\,(924-280)^1}{924^{10}} \quad \textbf{[0.2 Ptos]} \\ &= 1 - 0.0000065 - 0.0001502 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= 0.9998433 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \end{aligned}$$

+ 1 Punto Base

Problema 2:

Tres Ingenieros Comerciales, egresados de nuestra Facultad, se han especializado en campañas publicitarias para lanzar nuevos productos en el mercado de la telefonía chilena, de acuerdo a la experiencia, se sabe que la probabilidad que la campaña sea exitosa para el primer profesional es 0.7, para el segundo es 0.8 y para el tercero es 0.9.

Al inicio de Marzo 2018, cada uno de estos tres profesionales, en forma simultánea e independiente, iniciaron una nueva campaña publicitaria, la cual se está midiendo ahora en Agosto (sexto mes de campaña).

(a) **[3.0 Puntos]** Si en este sexto mes se encuentra que solo una de las campañas fue exitosa. ¿Cuál es la probabilidad que sea del primer profesional?

(b) **[3.0 Puntos]** Si en este sexto mes se encuentra que solo una de las campañas fue no exitosa. ¿Cuál es la probabilidad que sea del primer profesional?

Nota: Usted debe definir claramente los sucesos que utilizará y además debe justificar cada paso en su desarrollo.

Solución:

Defina los sucesos:
A= Campaña primer profesional fue exitosa con $P(A) = 0.7$
B= Campaña primer profesional fue exitosa con $P(B) = 0.8$
C= Campaña primer profesional fue exitosa con $P(C) = 0.9$ **[0.4 Ptos]**

(a) Sea el suceso E= solo una campaña fue exitosa, **[0.3 Ptos]** entonces

$$E = (A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \quad \textbf{[0.5 Ptos]}$$

Como la unión es de sucesos mutuamente excluyentes, y además los sucesos A, B y C son independientes, entonces cualquier complementación de ellos es también independiente, se tiene que

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(B)P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(\overline{B})P(C) \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.8 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= 0.092 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \end{aligned}$$

Piden calcular $P(A|E)$, por lo tanto,

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})}{P(E)} \quad \textbf{[0.5 Ptos]} = \frac{0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 + 0.3}{0.092} = 0.1522 \quad \textbf{[0.3 Ptos]}$$

(b) Sea el suceso F= solo una campaña fue NO exitosa, **[0.3 Ptos]** entonces

$$F = (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) \quad \textbf{[0.5 Ptos]}$$

Como la unión es de sucesos mutuamente excluyentes, y además los sucesos A, B y C son independientes, entonces cualquier complementación de ellos es también independiente, se tiene que

$$\begin{aligned} P(F) &= P(\overline{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \overline{B} \cap C) + P(A \cap B \cap \overline{C}) \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= P(\overline{A})P(B)P(C) + P(A)P(\overline{B})P(C) + P(A)P(B)P(\overline{C}) \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= 0.3 \cdot 0.8 \cdot 0.9 + 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 + 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.1 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\ &= 0.398 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \end{aligned}$$

Piden calcular $P(\overline{A}|F)$, por lo tanto,

$$P(\overline{A}|F) = \frac{P(\overline{A} \cap F)}{P(F)} = \frac{P(\overline{A} \cap B \cap C)}{P(F)} \quad \textbf{[0.5 Ptos]} = \frac{0.3 \cdot 0.8 \cdot 0.9}{0.398} = 0.5427 \quad \textbf{[0.3 Ptos]}$$

+ 1 Punto Base