Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Primer Semestre 2012

Curso	**:**	**Probabilidad y Estadística**
Sigla	**:**	**EAS200A**
Pauta	**:**	**Control 1**
Profesores	**:**	**Rafael Águila (Sec 01), Victor Correa (Sec 02),**
		Osvaldo Ferreiro (Sec 03) y Ricardo Olea (Sec 04)

En una ciudad se publican tres periódicos (A, B y C) con líneas editoriales distintas. Una encuesta de opinión, entrego los siguientes porcentajes

- El 10 % declara leer el periódico A.
- El 20 % declara leer el periódico B.
- El 30 % declara leer el periódico C.
- El 5 % declara leer el periódico A y además el B.
- El 3 % declara leer el periódico A y además el C.

No se registraron casos, que leyeran los periódicos B y C, por tener públicos objetivos totalmente distintos.

Justificando cada una de sus afirmaciones y utilizando la información de la encuesta como probabilidades teóricas, calcule:

(a) **[1.0 Ptos.]** La probabilidad que un habitante de la ciudad lea los tres periódicos.

(b) **[1.5 Ptos.]** La probabilidad que un habitante de la ciudad lea el periódico A y al menos uno de los otros dos.

(c) **[3.5 Ptos.]** La probabilidad que un habitante de la ciudad solo lea uno de los tres periódicos.

Solución

(a) Definamos los siguientes eventos (o sucesos):

A: Un habitante lee periódico A.

B: Un habitante lee periódico B.

C: Un habitante lee periódico C.

Del enunciado se deducen las siguientes probabilidades

$$P(A) = 0.1, \quad P(B) = 0.2, \quad P(C) = 0.3, \quad P(A \cap B) = 0.05, \quad P(A \cap C) = 0.03, \quad P(B \cap C) = 0 \quad \textbf{[0.4 Ptos]}$$

Tenemos que

$$\textbf{[0.2 Ptos]} \quad (A \cap B \cap C) \subseteq (B \cap C) \Rightarrow 0 \leq P(A \cap B \cap C) \leq P(B \cap C) = 0 \quad \textbf{[0.2 Ptos]}$$

Por lo tanto

$$P(A \cap B \cap C) = 0 \quad \textbf{[0.2 Ptos]}$$

(b) Se pide

$$\begin{aligned}
P(A \cap [B \cup C]) &= P([A \cap B] \cup [A \cap C]), \quad \text{por ley distributiva} \quad \textbf{[0.4 Ptos]} \\
&= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C), \quad \text{por ley aditiva} \quad \textbf{[0.4 Ptos]} \\
&= P(A \cap B) + P(A \cap C), \quad \text{por (a)} \quad \textbf{[0.4 Ptos]} \\
&= 0.05 + 0.03 \quad \textbf{[0.2 Ptos]} \\
&= 0.08 \quad \textbf{[0.1 Ptos]}
\end{aligned}$$

(c) Se pide

$$\begin{aligned}
P([A \cap \overline{B} \cap \overline{C}] \cup [\overline{A} \cap B \cap \overline{C}] \cup [\overline{A} \cap \overline{B} \cap C]) &= P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C), \quad \text{por ser eventos disjuntos} \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\
&= P(A \cap \overline{[B \cup C]}) + P(B \cap \overline{[A \cup C]}) + P(C \cap \overline{[A \cup B]}), \quad \text{por Morgan} \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\
&= \{P(A) - P(A \cap [B \cup C])\} + \{P(B) - P(B \cap [B \cup C])\} + \\
&\quad \{P(C) - P(C \cap [A \cup B])\} \quad \textbf{[1.0 Ptos]} \\
&= P(A) + P(B) + P(C) - P([A \cap B] \cup [A \cap C]) - \\
&\quad P([A \cap B] \cup [B \cap C]) - P([A \cap C] \cup [B \cap C]) \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\
&= P(A) + P(B) + P(C) - 2\,P(A \cap B) - 2\,P(A \cap C) - \\
&\quad 2\,P(B \cap C) + 3\,P(A \cap B \cap C) \quad \textbf{[0.5 Ptos]} \\
&= 0.1 + 0.2 + 0.3 - 2 \cdot 0.05 - 2 \cdot 0.03 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \quad \textbf{[0.3 Ptos]} \\
&= 0.44 \quad \textbf{[0.2 Ptos]}
\end{aligned}$$

+ 1 Punto Base