Código de Honor:

- Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en esta evaluación.
- Adicionalmente declaro estar en condiciones de salud adecuadas para rendir esta evaluación y que me presento a ésta bajo mi responsabilidad. En caso de sentirme mal o tener alguna complicación, deberé informarlo inmediatamente al ayudante o profesor en sala.

Nombre/Rut/Num. lista:

Firma:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
EAA220B - Finanzas I

Profesor: Carlos Parra
Ayudantes: Maria Cisternas, Camila Pero y Danilo Soto.

PRUEBA I
Segundo Semestre 2019
Tiempo: 2 horas
Total puntos: 100

¡Bienvenidos a la prueba!

Instrucciones:

- Tiene 2 minutos para poner **nombre a todas las hojas por el anverso.** No es necesario escribir su nombre en el reverso de cada hoja.
- El tiempo para resolver la prueba es de 2 horas.
- Se puede usar calculadora, pero no computadores, celulares o relojes inteligentes.
- Se contestarán preguntas sólo de enunciado.
- Las preguntas que sean contestadas con lápiz grafito (a mina) no tendrán derecho a recorrección.
- **Revise ambos lados de cada hoja, la prueba está impresa por ambos lados**
- Respuestas correctas, sin justificación recibirán **cero puntos**
- **Conteste los ejercicios en las hojas y espacios asignados**

¡BUENA SUERTE!

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
EAA220B - Finanzas I // Segundo Semestre 2019

Profesor: Carlos Parra

PRUEBA I - Fórmulas

Algebra de portafolios

Retorno esperado portafolio N activos:	$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i E(R_i)$
Varianza de un portafolio N activos	$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}$
Varianza de un portafolio con n activos e igual ponderación:	$\sigma_p^2 = (1/n)^2 \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + (1/n)^2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i} \sigma_{ij}$
Nota: En este caso tenemos $n^2 - n$ riesgos cruzados	
Covarianza entre dos variables aleatorias:	$Cov(X,Y) = \sigma_{XY} = \sum_{i=1}^{n} \pi_i (x_i - E(X))(y_i - E(Y))$
(donde π_i es la probabilidad del estado i)	
Covarianza	$Cov(aX + bY, U) = aCov(X,U) + bCov(Y,U)$
Correlación entre dos variables aleatorias:	$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$
Si $Z = aX + bY$, a, b constantes:	$E(Z) = aE(X) + bE(Y)$
Si $Z = aX + bY$, a, b constantes:	$V(Z) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2abCov(X,Y)$

Activos derivados

Forward:	$F = S_0(1 + r)$
Put-call parity:	$C - P = S - PV(K)$
Modelo Binomial número de acciones (acción "S"):	$\Delta = \frac{A_u - A_d}{S_u - S_d}$
Modelo Binomial inversión en bono libre de riesgo:	$B = \frac{A_d - S_d \times \Delta}{1 + r_f}$

donde A_u y A_d son los pagos del activo derivado ("A") en los estados *up* y *down* respectivamente.

Fórmula de Black & Scholes:

$$\text{Valor actual de opción call} = C_0 = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{donde } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- S_0 : valor actual del activo
- K : precio de ejercicio
- r : tasa de interés libre de riesgo
- T : tiempo faltante para fecha de ejercicio (en años)
- σ : desviación estándar de retorno anual compuesto continuamente
- $N(z)$: probabilidad de que una variable normal estándar tenga un valor menor a z

Decisiones bajo incertidumbre

Función de utilidad esperada:	$U(\cdot) = E[u(w)] = \pi_1 u(w_1) + \pi_2 u(w_2) + \ldots + \pi_n u(w_n)$
Coeficiente de aversión absoluta al riesgo (ARA):	$A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)}$
Coeficiente de aversión relativa al riesgo: (RRA)	$R(w) = -w\frac{u''(w)}{u'(w)} = wA(w)$
Premio por riesgo (RP):	$RP \approx \frac{1}{2} A(w) \sigma^2$

1. [20 puntos] Activos Arrow-Debreu y mercados completos

a. Definamos la siguiente situación:

- Existen S estados de la naturaleza: $s = 1, ..., S$
- P_x: precio del activo x
- x_s: pago del activo x en el estado s
- P_{ADs}: precios del activo AD que paga en el estado s

$$P_x = \sum_{s=1}^{S} x_s \cdot P_{ADs}$$

(5 puntos) Para un bono sin riesgo que paga 1 en $t = 1$: ¿Cuánto es la tasa de interés libre de riesgo en la situacion descrita con S estados de la naturaleza?

b. (15 puntos) Para cada una de las siguientes estructuras de pago de activos, diga si el mercado es completo o incompleto. Explicar brevemente:

(5 puntos) Figura 1:

Estados	1	2
Activo 1	1	0
Activo 2	0	2

(5 puntos) Figura 2:

Estados	1	2	3
Activo 1	1	1	0
Activo 2	0	1	0
Activo 3	0	0	1

(5 puntos) Figura 3:

Estados	1	2	3
Activo 1	2	0	0
Activo 2	0	0	1

2. [10 puntos] Diversificación

- Supongamos que todas las acciones tienen una distribución independiente e idénticamente distribuída con retorno esperado de $25\,\%$ y $\sigma = 40\,\%$.
- Supongamos además que las acciones tienen una correlación igual entre todas ellas de 0.3.

a) **(5 puntos)** ¿Cuál es la desviación estándar de un portafolio equally weighted de 50 acciones cualquiera?

b) **(5 puntos)** ¿Cuál es el mínimo de acciones necesarias en un portafolio equally weighted para tener una desviación estándar igual o menor a 30 %?

3. [10 puntos] Forwards

- Usando argumentos de "no arbitraje", demuestre que para un forward el precio F es el siguiente:

  $$F = S_0(1 + r)$$

  Donde: S_0 es el precio del subyacente y r es la tasa de interés relevante hasta el periodo T.

  Pista (hint): recuerde que si usted compra un forward que fija un precio F en el tiempo T, su flujo será: $S_T - F$.

4. [20 puntos]Aversión al Riesgo

a. **(10 puntos)** Supongamos que tenemos una lotería z que paga 0 con 1/2 de probabilidad y 8000 con 1/2 de probabilidad. Su riqueza inicial es 4000. Asimismo, si su función de utilidad es $u(w) = \sqrt{w}$. ¿Cuál es equivalente cierto (certainty equivalent) de la lotería z?

b. **(10 puntos)** Supongamos que tenemos dos individuos: Felipe y Valeria. Felipe tiene una función de utilidad $u_{felipe}(w) = \sqrt{w}$ y para Valeria su función de utilidad es $u_{valeria}(w) = ln(w)$. Ambos están considerando una lotería que tiene valor esperado de 0 y varianza σ^2. Demuestre que la prima por riesgo (RP) de Felipe es doble que Valeria.

Pista (hint): asuma que ambos individuos solo difieren en sus preferencias de riesgo.

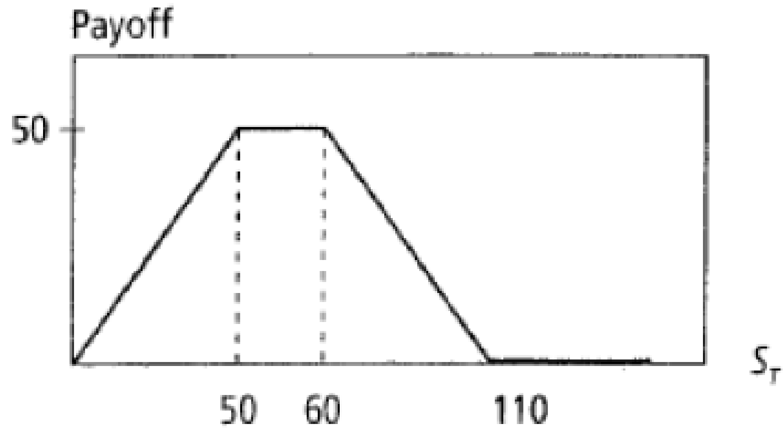
5. [20 puntos] Opciones

a. **(10 puntos)** Suponga que la acción de XYZ se cotiza actualmente por $16 y aumentarán a $50 por acción o caerán a $2 por acción en un año. Usted posee un portafolio que contiene una opción de compra (call option) y una opción de venta (put option). Ambas opciones tienen un precio de ejercicio de $15, y ambas expiran en un año. La tasa libre de riesgo por un año es del 8 %. ¿Cuál es el valor de su portafolio?

b. **(10 puntos)** Diseñe un portafolio utilizando solo opciones de compra (call option) y acciones de la empresa de tal forma que el portafolio resultante tenga el siguiente valor de pago (payoff) de la figura en la fecha de vencimiento de las opciones (ver figura de abajo). Asimismo, el precio de la acción es actualmente de 53.

Pista (hint): el portafolio final puede contener varias opciones con diferentes precios de ejercicio y posiciones corta (short) y larga (long) en las mismas.

Nota: Payoff es pago.



6. [20 puntos] Modelo Binomial

El precio actual de una acción es \$50. Durante cada uno de los siguientes dos meses, el precio de la acción se espera que suba en 10 % o baje en 10 %. La tasa libre de riesgo es 1 % mensual (12.68 % anual). Existe en el mercado un derivado financiero cuyo activo subyacente es la acción, el que puede ser ejercido sólo en la fecha de ejercicio (es decir, es de estilo Europeo). La fecha de ejercicio (fecha de expiración) del derivado es dentro de dos meses a partir de hoy. El flujo que entrega este activo derivado a su dueño depende del precio de mercado que tenga la acción en la fecha de expiración, S_T, y está descrito por la siguiente expresión

$$max\left(|S_T - X| - Y, 0\right)$$

donde X e Y son dos parámetros del derivado que se fijan hoy. Asuma que $X = \$50$ e $Y = \$5$.

a) **(5 puntos)** Grafique detalladamente los flujos que entrega este derivado como función del precio del activo subyacente al momento de expiración, S_T. ¿Qué portafolio de opciones call y put entrega los mismos flujos en expiración que el activo derivado descrito?

b) **(10 puntos)** Usando un modelo binomial de dos períodos, calcule el precio que debiera tener hoy este activo derivado.

c) **(5 puntos)** Asuma que usted vende este contrato derivado y que para cubrir el riesgo que esto implica, usted invierte en el portafolio replicador del derivado. Asuma que la comisión por compra o venta de acciones es 1 % del monto transado y que la compra o venta del bono libre de riesgo no tiene comisión. ¿Cuál será el monto total que usted deberá pagar en comisiones para poder replicar los flujos del activo derivado al momento de expiración en el caso que el precio de la acción sube el primer mes y después baja en el segundo?