Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental
ICH1104 - Mecánica de Fluidos
Sección X - 2018-2

# Guía 1 de Ejercicios

## 1. Viscosidad

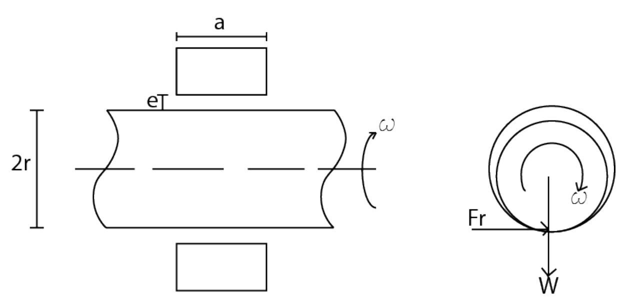
### Problema 1

Calcular la potencia que se requiere para mantener girando a una velocidad angular constante $\omega$ el eje de la figura en los siguientes casos:

a. Si no se coloca lubricante y el coeficiente de roce mecánico es $c$

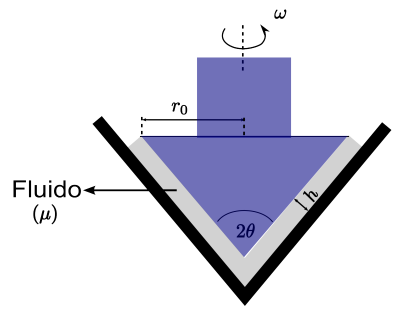
b. Si se coloca lubricante de viscosidad dinámica $\mu$ entre el eje y el descanso.

Suponga para ambos casos que el eje transmite al descanso un peso $W$.




### Problema 2

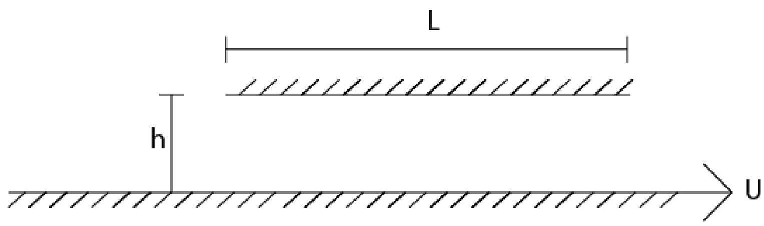
Un cono sólido de ángulo $2\theta$ y base de radio $r_0$, rota a una velocidad angular $\omega$ dentro de un descanso fijo de forma cónica tal como se indica en la figura. Entre el cono y las paredes existe un fluido de viscodidad $\mu$ que ocupa un espesor $h$.
Asumiendo que en el fluido se obtiene un perfil de velocidad lineal, se pide encontrar el momento externo necesario para mantener el cono girando a la velocidad angular constante $\omega$.




### Problema 3

Un fluido incompresible de viscosidad $\mu$ se encuentra entre dos placas paralelas. Las placas se encuentran a una distancia $h$ entre ellas, donde la placa superior se encuentra estacionaria mientras que la placa inferior se mueve con una velocidad uniforma $U$. El largo de la placa estacionaria en dirección de la velocidad es $L$ y una caída de presión $P$ se produce en este tramo.
Asumiendo que la superficie inferior es infinita en la dirección del flujo, obtener el caudal $Q$ que pasa a través del tramo de la superficie estacionaria de ancho $b$.
Además, calcular en terminos de $U, P, h$ y $\mu$ el esfuerzo de corte en el fluido adyacente a cada placa.

*Hint*: La fuerza ejercida sobre el fluido en la dirección x es la caída de presión por unidad de área.




## 2. Gases Ideales

### Problema 1

En la troposfera, que se extiende desde el nivel del mar hasta 11 km aproximadamente, la temperatura disminuye linealmente con la altura tal que $dT/dz = -\lambda$, donde $\lambda$ es una constante positiva. Si la temperatura y presión en $z = 0$ es $T_0$ y $P_0$ respectivamente, encuentre el valor de la presión como función de la elevación z.

### Problema 2

A nivel del mar ($z = 0$), un globo flexible de volumen máximo $50m^3$ se llena con $45m^3$ de Helio, cuya densidad a esta elevación es de $\rho He = 0{,}17kg/m^3$. Si el globo comienza a ascender, determine la elevación a la que el globo se infla completamente. Considere lo siguiente:

1. Asuma que el Helio y el aire se pueden considerar como gases ideales.
2. La parte inferior de la atmósfera puede considerarse con temperatura $T_0 = 20C$.
3. El Helio al interior del globo tiene siempre la temperatura igual al aire exterior.

4. Asuma que la presión en la atmósfera disminuye exponencialmente: $P = P_0 \exp^{-\lambda z}$, donde $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$

### Problema 3

Si los neumáticos de un auto son llenados con aire de masa específica $\rho_0$, a una presion $P_0 = 2$ Bar presión absoluta, estando a una temperatura $T_0 = 22C$, calcule la presión relativa de los neumáticos después de varios kilómetros de recorrido si la temperatura del aire aumentó a $T_1 = 310K$. Asuma que las pérdidas por calor son despreciables (lo cual no es correcto) y que el radio de calores específicos para el aire es $\kappa = C_p/C_v = 1{,}5$

## 3. Cinemática

### Problema 1

En un experimento en el canal del laboratorio se midió un campo de velocidad que puede aproximarse con la siguiente expresión:

$$\vec{V} = (2x + t)\hat{\imath} + (y - 2t)\hat{\jmath} + 0\hat{k}$$

a. Clasifique el flujo en el tiempo y en el espacio.

b. Calcule la ecuación de la línea de corriente que pasa por el punto $(1, 1, 0)$ en $t = 1$.

c. Determine la trayectoria de la partícula que pasa por el punto $(1, 1, 0)$ en $t = 1$.

d. Calcule la ecuación de la línea de humo que pasa por el punto $(1, 1, 0)$ en $t = 1$.

### Problema 2

El flujo de un líquido visto en planta (en 2D), tiene un campo de velocidad constante en $t = 0$, con una componente sólo en la dirección $Y : V = 0\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$. En el instante $t = 4$s, el flujo cambia repentinamente, generando un campo de velocidad con una componente constante en la dirección $X : V = 2\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}$. Considerando el flujo desde $t = 0$, dibuje las líneas de trayectoria, de corriente, y de humo que salen desde el origen para $t = 6s$.

### Problema 3

La trayectoria de una partícula de fluido viene dada por las siguientes funciones paramétricas:

$$x_p(t) = x_0 e^{-at} \qquad\qquad y_p(t) = y_0 e^{at}$$

donde $(x_0, y_0)$ es la posición de la partícula en el instante $t = 0$, y $a$ es una constante real.
Dada esta definición se pide:

a. Indicar si la descripción dada por las funciones paramétricas es Lagrangeana o Euleriana.

b. Determinar los campos de velocidades y aceleración Eulerianos compatibles con la trayectoria descrita.

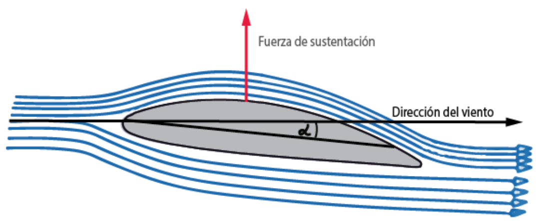
c. Clasificar este escurrimiento (uniforme/variado - permanente/impernamente).

d. Encontrar la ecuación que describe la línea de humo que sale del punto $(x_0, y_0)$.

## 4. Análisis dimensional

### Problema 1

Considere el caso de un fluido incompresible escurriendo alrededor de un ala de avión. Se sabe que la fuerza de sustentación que se ejerce sobre el ala debe depender del ángulo de ataque $\alpha$, el largo de la cuerda del ala en dirección del flujo $L$, la velocidad del flujo $V$, la masa especifica $\rho$ y la viscosidad dinámica del fluido $\mu$.




a. ¿Cuantos parámetros adimensionales se pueden construir para describir el problema?

b. Usando como variables básicas $\rho$, $V$ y $L$, encuentre todos los parámetros adimensionales.

### Problema 2

La potencia $P$, requerida para mover una hélice en un fluido depende de las siguientes variables:

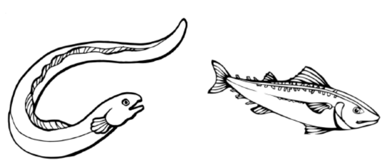
$V$ = velocidad del fluido lejos de la hélice
$D$ = diámetro caracteristico de la hélice
$\theta$ = velocidad angular de la hélice
$\mu$ = viscosidad dinámica del fluido
$\rho$ = masa específica del fluido
$C$ = velocidad del sonido en el fluido

a. ¿Cuántas variables adimensionales se requieren para caracterizar la física del problema?

b. Usando como variables básicas $\rho$, $V$ y $D$, encuentre todos los parámetros adimensionales.

### Problema 3

Para estudiar el nado de dos especies distintas de peces se decide expresar la velocidad de desplazamiento horizontal de cada una V , como como función de la longitud del pez L, la frecuencia de oscillación de la cola f, y la densidad y viscosidad dinámica del agua, $\rho$ y $\mu$, respectivamente.



Pez 1 Pez 2

(a) Seleccionando como variables básicas L, f, y $\rho$, encuentre los parámetros adimensionales que permiten representar el problema.

(b) Utilizando estos parámetros adimensionales, compare las frecuencias de oscillación $f_1/f_2$. Considere que el pez 1 tiene el doble de longitud del pez 2, y que nadan con semejanza dinámica con respecto al parámetro que representa a los esfuerzos viscosos.

(c) Si la semejanza dinámica se extiende también al parámetro adimensional que contiene la velocidad V , encuentre la razón entre las velocidades de desplazamiento $V_1/V_2$.

(d) Si la escala de longitud entre estas dos especies es $\alpha_L = L_1/L_2 = 2$, determine la escala de tiempo $\alpha_T$ y de masa $\alpha_M$

(e) Encuentre la escala de fuerzas $\alpha_F$ y de potencia $\alpha_P$ entre ambas especies. ¿Cuál de las dos especies requiere más potencia?

.

### Problema 4

Para evaluar el desempeño de una turbina hidrocinética de diámetro $D$ que se encuentra cerca de la superficie, se asume que la potencia $P$ depende de la velocidad de flujo $V$, la velocidad de rotación $\omega$, la densidad y viscosidad dinámica del fluido, $\rho$ y $\mu$, respectivamente, además de la gravedad $g$ y la altura de la ola superficial $h$.

(a) Usando análisis dimensional con la base $(\rho, V, D)$, determine una relación para expresar la potencia $P$.

(b) Para construir un modelo físico de escala 1:40, se considera que la fuerza de gravedad es el factor fundamental. ¿Cuál es la escala de velocidad? Escriba claramente todos los supuestos.

(c) ¿Cómo se distorsiona el número de Reynolds para el modelo físico? Comente si la escala es adecuada.

(d) En el prototipo se espera que la turbina funcione con una velocidad de flujo de 3 m/s, rotando a 0.6 $\pi$ rad/s. Si la velocidad máxima del flujo que se puede lograr en el canal de laboratorio es de 1 m/s, determine la velocidad de rotación del modelo.

# Respuestas

## Viscosidad

1. a) $\omega r c W$
b) $2\pi\mu\omega^2 r^3 \frac{a}{e}$

2. $\dfrac{\pi}{2} \cdot \frac{\mu\omega r_0^4}{h sin\theta}$

3. $Q = b(\frac{Uh}{2} + \frac{h^3}{12\mu}\frac{P}{L})$
$\tau_h = \frac{\mu U}{h} + \frac{h}{2}\frac{P}{L}); \tau_0 = \frac{\mu U}{h} - \frac{h}{2}\frac{P}{L})$

## Gases Ideales

1. $P(z) = P_0 \left(\frac{(T_0 - \lambda z)}{T_0}\right)^{(\frac{g}{R\lambda})}$

2. $z = -\frac{\log 0{,}9}{\lambda} \approx 1000\ m$

3. $P_1 = 200\left(\frac{310}{295}\right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{1{,}5}}}$
$P_1 = 232 kPa$

## Cinemática

1. a) Impermanente y variado
b) $y(x) = 2 - \sqrt{\dfrac{2x+1}{3}}$
c) $x(t) = \dfrac{7}{4} - \dfrac{t}{2} - \dfrac{1}{4}$
$y(t) = 2(t+1) - 3(e^{t-1})$
d) $x(t) = \dfrac{5+2t_0}{4} e^{2(1-t_0)} - \dfrac{3}{4}$
$y(t) = -(1+2t_0)e^{1-t_0} + 4$

3. a) Lagrangeana
b) $\vec{a} = (a^2 x, a^2 y)$
c) Variado y permanente
d) $\vec{a} = (a^2 x, a^2 y)$

## Análisis Dimensional

1. a) $3\pi$ parámetros
b) $\pi_1 = \frac{\rho V^2 L^2}{F}$
$\pi_2 = \frac{\rho V L}{\mu}$
$\pi_3 = \alpha$

2. a) $4\pi$ parámetros
b) $\pi_1 = \frac{\rho V^3 D^2}{P}$
$\pi_2 = \frac{V}{D\theta}$
$\pi_3 = \frac{\rho V D}{\mu}$
$\pi_4 = \frac{V}{C}$

3. a) $\pi_1 = \dfrac{V}{Lf}$
$\pi_2 = \dfrac{\mu}{L^2 f \rho}$
b) $f_2 = 4f_1$
c) $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$
d) $\alpha_T = 4$
$\alpha_M = 8$
e) $\alpha_F = 1$
$\alpha_P = \dfrac{1}{2}$
Requiere mas potencia el pez 2

4. a) $P = (\rho * V^2 * D^3) * f(\frac{\omega * D}{V}, \frac{\mu}{\rho * V * D}, \frac{g * D}{V^2}, \frac{h}{D})$
b)$\alpha_v = \frac{1}{\sqrt{40}}$
c) $\frac{\mathbb{R}e_m}{\mathbb{R}e_p} = \frac{1}{40 * \sqrt{40}}$
d) $\omega_m = 8\pi$ rad/s