



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203

Guía 13

Problemas mínimos

1. Calcule la distancia entre $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$.
2. Sea $H = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : 2x + y - z + w = 0, -2x + z = 0\}$. Determine una base para el complemento ortogonal (H^\perp) de H .
3. Sea $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 8 \\ 1 & -3 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.
 - (a) Verifique que las columnas de A son vectores ortogonales.
 - (b) Determine una matriz U de columnas ortonormales tal que $\text{Col}(A) = \text{Col}(U)$.
 - (c) Sin calcular la multiplicación de matrices, determine $\|Ux\|$ donde $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$.
 - (d) Resuelva el sistema $Uy = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.
(Para esto utilice la matriz U^T para despejar el vector solución y .)

Problemas adicionales

4. Sean U y V matrices ortogonales de $n \times n$. Explique por qué UV es una matriz ortogonal. (Es decir, explique por qué UV es invertible y su inversa es $(UV)^T$)
5. Marque cada enunciado como verdadero o falso. Justifique sus respuestas.
 - (a) Si $\dim(V) = 3$ y el conjunto $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ es un conjunto ortogonal de V entonces B es una base para V .
 - (b) Si $L = \text{Gen}\{\mathbf{u}\}$ y $\mathbf{x} \in L$, entonces $\mathbf{x} - \text{Proy}_L(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$
 - (c) Si $L = \text{Gen}\{\mathbf{u}\}$ y $T(\mathbf{x}) = \text{Proy}_L(\mathbf{x})$ entonces T es una transformación lineal.