

Curso : Inferencia Estadística
Sigla : EAS201a
Profesores : Rafael Águila (Sec 01) M Ignacia Vicuña (Sec 02),

Pauta Control 2

Pregunta 1

Un portal e-commerce sabe que el 60 % de todos sus visitantes a la web están interesados en adquirir sus productos pero son reacios al comercio electrónico y no realizan finalmente la compra vía Internet. Sin embargo, en la dirección del portal se piensa que en el último año, el porcentaje de gente que está dispuesta a comprar por Internet ha aumentado y eso se debe reflejar en sus resultados empresariales. Se tomó una muestra de 500 visitantes para conocer su opinión y se observó que el 54 % no estaba dispuesto a realizar compras vía online. Con una confianza del 98 %, ¿Se puede afirmar que en el último año se ha reducido el porcentaje de gente que no está dispuesta a comprar por Internet?

Solución:

Alternativa 1:

Sea π la proporción de personas que no está dispuesta a comprar por internet. [0.5 Ptos]

Como interesa verificar si $\pi < 0.6$ un intervalo unilateral de cota superior para π de $(1 - \alpha) \times 100\%$ de confianza es:

$$\pi < p + z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad [1.5 \text{ Ptos}]$$

donde p es la proporción muestral de personas que no está dispuesta a comprar por internet y n es el tamaño de la muestra.

A partir de los datos muestrales se tiene que

$$p = 0.54, n = 500, \alpha = 0.02 \Rightarrow z_{0.98} = 2.05 \quad [1.0 \text{ Ptos}]$$

De esta manera, un intervalo unilateral de 98 % de confianza para π es $\pi < 0.58569$ [1.0 Ptos], como 0.6 no está contenido en el intervalo, [0.5 Ptos] con una confianza de 98 % se puede afirmar que la proporción de personas que no está dispuesta a comprar por internet se ha reducido en el último año. [1.5 Ptos]

Alternativa 2:

Sea π la proporción de personas que está dispuesta a comprar por internet. [0.5 Ptos]

Como interesa verificar si $\pi > 0.4$ un intervalo unilateral de cota inferior para π de $(1 - \alpha) \times 100\%$ de confianza es:

$$p - z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi \quad [1.5 \text{ Ptos}]$$

donde p es la proporción muestral de personas que está dispuesta a comprar por internet, y n es el tamaño de la muestra.

A partir de los datos muestrales se tiene que

$$p = 0.46, n = 500, \alpha = 0.02 \Rightarrow z_{0.98} = 2.05 \quad [1.0 \text{ Ptos}]$$

De esta manera, un intervalo unilateral de 98 % de confianza para π es $0.414307 < \pi$, [1.0 Ptos] como 0.4 no está contenido en el intervalo, [0.5 Ptos] con una confianza de 98 % se puede afirmar que la proporción de personas que está dispuesta a comprar por internet se ha aumentado en el último año. [1.5 Ptos]

Pregunta 2

Una empresa grande de corretaje de acciones desea determinar qué tanto éxito han tenido sus nuevos ejecutivos de cuenta en la captación de nuevos clientes. Después de terminar su capacitación, los nuevos ejecutivos pasan varias semanas haciendo llamadas a posibles clientes, tratando de que los prospectos abran cuentas con la empresa. Se tomó una muestra de 10 ejecutivas y 8 ejecutivos escogidos aleatoriamente. La siguiente tabla contiene el número de cuentas nuevas abiertas durante las primeras dos semanas:

| Número de cuentas nuevas | | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ejecutivas de cuenta | 12 | 11 | 14 | 13 | 13 | 14 | 13 | 12 | 14 | 12 |
| Ejecutivos de cuenta | 13 | 10 | 11 | 12 | 13 | 12 | 10 | 12 | | |

Suponiendo que el número de cuentas nuevas abiertas tiene distribución Normal,

- (a) [3.0 Ptos] Construya un intervalo bilateral de 90 % de confianza para el valor medio del número de cuentas nuevas de los ejecutivos sin diferenciar por sexo.
- (b) [3.0 Ptos] Suponga que la variabilidad del número de cuentas nuevas abiertas entre los ejecutivos y ejecutivas es la misma. Con un nivel de significancia del $\alpha = 0.05$, ¿Se puede afirmar que las mujeres son más efectivas que los hombres para conseguir nuevas cuentas?

Solución:

- (a) Denotemos por Z_1, Z_2, \dots, Z_n el número de cuentas nuevas abiertas por los nuevos ejecutivos, donde $n = 18$. Sea μ su valor esperado, entonces un IC bilateral de $(1 - \alpha) \times 100$ para μ está dado por

$$(\bar{Z} - t_{n-1, 1-\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{Z} + t_{n-1, 1-\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}) \quad [1.0 \text{ Ptos}]$$

A partir de los datos, se tiene que

$$\bar{Z} = 12.277, \quad [0.3 \text{ Ptos}] \quad t_{17, 0.95} = 1.739, \quad [0.4 \text{ Ptos}] \quad S = 1.227 \quad [0.3 \text{ Ptos}]$$

De esta manera, un intervalo bilateral de 90 % de confianza para el valor medio del número de cuentas nuevas de los ejecutivos está dado por $(11.7745, 12.78105)$. [1.0 Ptos]

- (b) Denotemos por X_1, X_2, \dots, X_n el número de cuentas de las ejecutivas nuevas y por Y_1, Y_2, \dots, Y_m el número de cuentas de los ejecutivos nuevos. Se plantea probar si valor esperado del número de cuentas nuevas de las ejecutivas (μ_X) es mayor que el valor esperado del número de cuentas nuevas de los ejecutivos (μ_Y).

Alternativa 1:

Calcular un IC unilateral de cota inferior de 95 % para $\mu_X - \mu_Y$ con el fin de verificar si es significativa esta diferencia: $\mu_X - \mu_Y > 0$.

Como se asume que la variabilidad es igual en ambas poblaciones se utiliza el intervalo:

$$\bar{X} - \bar{Y} - t_{n+m-2, 0.95} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu_X - \mu_Y \quad [0.5 \text{ Ptos}]$$

donde $S_p = \frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{m+n-2}$, $n = 10$, $m = 8$

A partir de los datos, se tiene que

$$\bar{X} = 12.8, \bar{Y} = 11.625, S_X^2 = 1.3714, S_Y^2 = 1.0972, S_p^2 = 1.217, t_{16, 0.95} = 1.745 \quad [1.5 \text{ Ptos}]$$

Luego, un IC unilateral de cota inferior de 95 % de confianza para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por

$$0.26133 < \mu_X - \mu_Y \quad [0.5 \text{ Ptos}]$$

Como $0.26133 > 0$ entonces con un 95 % de confianza se puede afirmar que las mujeres son más efectivas que los hombres para conseguir nuevas cuentas. [0.5 Ptos]

Alternativa 2:

Calcular un IC unilateral de cota superior de 95 % para $\mu_Y - \mu_X$ con el fin de verificar si es significativa esta diferencia: $\mu_Y - \mu_X < 0$.

Como se asume que la variabilidad es igual en ambas poblaciones se utiliza el intervalo:

$$\bar{Y} - \bar{X} + t_{n+m-2, 0.95} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu_Y - \mu_X \quad [0.5 \text{ Ptos}]$$

donde $S_p = \frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{m+n-2}$, $n = 10$, $m = 8$

A partir de los datos, se tiene que

$$\bar{X} = 12.8, \bar{Y} = 11.625, S_X^2 = 1.3714, S_Y^2 = 1.0972, S_p^2 = 1.217, t_{16, 0.95} = 1.745 \quad [1.5 \text{ Ptos}]$$

Luego, un IC unilateral de cota inferior de 95 % de confianza para $\mu_Y - \mu_X$ está dado por

$$\mu_Y - \mu_X < -0.2613385 \quad [0.5 \text{ Ptos}]$$

Como $-0.2613385 < 0$ entonces con un 95 % de confianza se puede afirmar que las mujeres son más efectivas que los hombres para conseguir nuevas cuentas. [0.5 Ptos]