



Examen

Econometría – EAE 250A

Segundo Semestre 2021

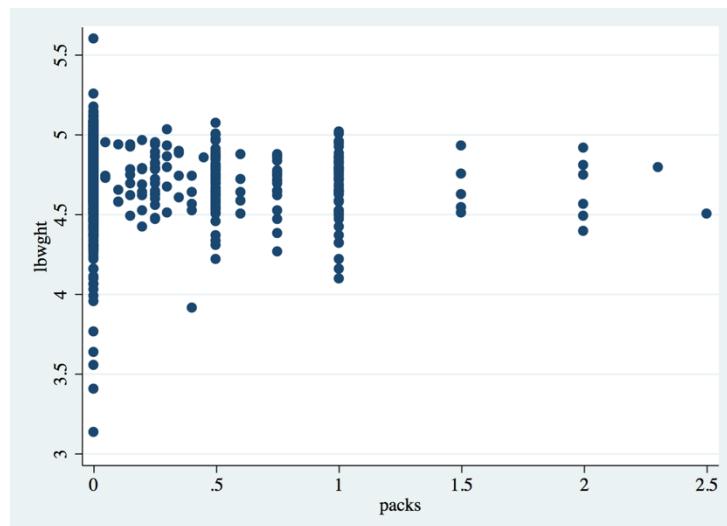
Total: 83 puntos

- 1) (32 puntos) Queremos analizar el efecto de fumar sobre el peso de los bebés al nacer. Considere el modelo de regresión lineal simple:

$$\log(bwght) = \beta_0 + \beta_1 packs + u \quad (1)$$

donde $bwght$ es el peso del bebé (medido en onzas) y $packs$ el número promedio de paquetes de cigarrillos fumado por la madre al día durante el embarazo.

- a. (6 puntos) A continuación se adjunta el gráfico de dispersión de $\log(bwght)$ sobre $packs$, así como los resultados de la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) de la ecuación (1) usando errores estándar robustos a heterocedasticidad. Se pide (i) interpretar el coeficiente estimado de la variable $packs$ ($\hat{\beta}_1$), (ii) evaluar su significancia estadística, y (iii) discutir si cree oportuno usar errores estándar robustos a heterocedasticidad. Justifique su respuesta.



Linear regression	Number of obs	=	1,388
	F(1, 1386)	=	28.63
	Prob > F	=	0.0000
	R-squared	=	0.0198
	Root MSE	=	.18883

lbwght	Robust					
	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
packs	-.0898131	.0167864	-5.35	0.000	-.1227425	-.0568837
_cons	4.769404	.0053726	887.72	0.000	4.758864	4.779943

(i) [1 puntos] Ceteris paribus, aumentar en una unidad el número de paquetes de cigarrillos está asociado, en promedio, a una disminución del 8.98% en el peso del bebé al nacer.

(ii) [1 puntos] El coeficiente estimado es estadísticamente significativo al 1% (p-valor<0.01).

(iii) [2 puntos] Del gráfico de dispersión podemos ver que la varianza de $\log(bwght)$ disminuye a medida que aumenta $packs$, lo que sugiere que la varianza del término de error (inobservable) no es independiente de $packs$ y, por lo tanto, sería buena idea usar errores estándar robustos a heterocedasticidad.

- b. (6 puntos) Se cree que la variable $parity$, que representa el orden de nacimiento (es decir, 1 si la madre es primeriza, 2 si es su segundo bebé, etc.), es una variable relevante. Por lo tanto, se propone ampliar el modelo para incluir esta variable:

$$\log(bwght) = \beta_0 + \beta_1 packs + \beta_2 parity + u \quad (2)$$

A continuación se adjunta la estimación por MCO de la ecuación (2). Se pide (i) escribir la fórmula del sesgo por omisión de la variable $parity$ que existiría al estimar β_1 según la ecuación (1) y (ii) discutir el signo del sesgo utilizando la fórmula y las estimaciones de las ecuaciones (1) y (2). ¿Qué signo espera que tenga la covarianza entre $packs$ y $parity$?

Linear regression	Number of obs	=	1,388
	F(2, 1385)	=	16.89
	Prob > F	=	0.0000
	R-squared	=	0.0235
	Root MSE	=	.18854

lbwght	Robust					
	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
packs	-.0924947	.0170236	-5.43	0.000	-.1258895	-.0590999
parity	.0130991	.0054738	2.39	0.017	.0023613	.0238369
_cons	4.748299	.010661	445.39	0.000	4.727385	4.769212

(i) [3 puntos] Escribir la fórmula:

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 + \beta_2 \underbrace{\frac{Cov(packs, parity)}{Var(packs)}}_{\text{Sesgo}}$$

(ii) [3 puntos] Dado que $\hat{\beta}_1$ en la ecuación (2) es más negativo que en la ecuación (1), podemos pensar que el signo del sesgo es **positivo**. Si $\beta_2 > 0$, como podría sugerir la estimación de la ecuación (2), cabe esperar $Cov(packs, parity) > 0$, esto es, más paquetes de cigarrillos fumados durante el embarazo si la madre no es primeriza.

c. (3 puntos) Un modelo más interesante sería:

$$\log(bwght) = \beta_0 + \beta_1 packs + \beta_2 parity + \beta_3 male + \beta_4 \log(faminc) + u \quad (3)$$

donde *male* es una variable binaria que toma valor 1 cuando el género del bebé al nacer es masculino, y *faminc* representa el ingreso familiar (medido en miles de dólares). Discuta si $E(u|packs, parity, male, faminc) = 0$ es un supuesto razonable. Si cree que no lo es, de un ejemplo de por qué no.

[1.5 puntos] El supuesto de exogeneidad, $E(u|packs, parity, male, faminc) = 0$, es poco razonable si siguen existiendo variables relevantes en el término de error, *u*.

[1.5 puntos] Por ejemplo, podemos pensar que el consumo de cigarrillos puede estar correlacionado con otros factores que afectan a la salud de la madre, como el tipo de alimentación o un buen cuidado prenatal.

d. (5 puntos) Usar una estimación por Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (MC2E) podría ser buena idea. Una posible variable instrumental para *packs* es el precio medio de los cigarrillos en el lugar de residencia durante el embarazo (*cigprice*). ¿Qué condiciones debe cumplir *cigprice* para ser un instrumento válido? (i) Escriba las condiciones y (ii) explíquelas en palabras. Además, (iii) discuta si considera probable que estas condiciones se cumplan en este contexto, y (iv) explique en detalle como evaluaría la relevancia del instrumento en STATA.

(i) [2 puntos: 1 punto por cada condición] Necesitamos dos condiciones: la condición de exogeneidad, $E(u|cigprice) = 0$, y la condición de relevancia, $Cov(packs, cigprice) \neq 0$. También pueden expresar la condición de exogeneidad como $Cov(u, cigprice) = 0$.

(ii) [1.5 puntos] Interpretación: necesitamos que *cigprice* afecte a *bwght* sólo a través de la variable *packs* (en ningún caso a través de variables que puedan estar omitidas en el término de error).

(iii) [1.5 puntos: 0.75 por cada condición] La condición de relevancia parece razonable si pensamos que los cigarrillos son un bien de consumo habitual (la teoría económica sugiere *packs* y *cigprice* deberían estar correlacionadas de forma negativa en este caso). La condición de exogeneidad, sin embargo, puede ser cuestionable (por ejemplo, si *cigprice* está

Instrumental variables (2SLS) regression	Number of obs = 1,388
	Wald chi2(4) = 10.02
	Prob > chi2 = 0.0401
	R-squared = .
	Root MSE = .31959

lbwght	Robust					
	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
packs	.7971063	1.111214	0.72	0.473	-1.380833	2.975045
male	.0298205	.0171898	1.73	0.083	-.0038709	.063512
parity	-.0012391	.0253297	-0.05	0.961	-.0508844	.0484062
lfaminc	.063646	.0569698	1.12	0.264	-.0480128	.1753048
_cons	4.467861	.255852	17.46	0.000	3.966401	4.969322

Instrumented: packs

Instruments: male parity lfaminc cigprice

correlacionado con el precio de otros bienes consumidos por la madre que pueden afectar a *bwght*).

(iv) [2 puntos]

Para la condición de relevancia necesitamos $F > 10$ o $F > 15$ en la primera etapa de MC2E (reg packs cigprice parity male lfaminc,r). Nos fijamos en el estadístico F para la significancia conjunta de todos los regresores.

- e. (6 puntos) A continuación se adjunta la estimación por MC2E de la ecuación (3) usando *cigprice* como instrumento para *packs*, y considerando errores estándar robustos a la heterocedasticidad. Se pide que (i) escriba el código de Stata que se necesita para obtener esta estimación, y que (ii) discuta el signo del coeficiente estimado de la variable *packs* ($\hat{\beta}_1$) y su significancia estadística. (iii) Suponiendo que *cigprice* es un instrumento válido, ¿cuál es su conclusión sobre el efecto de fumar en el peso de los bebés?

- (i) [2 puntos] ivregress 2sls lbwght male parity lfaminc (packs=cigprice), r
- (ii) [2 puntos] El coeficiente estimado ha cambiado de signo (ahora es positivo: 0.79) y ya no es estadísticamente significativo.
- (iii) [2 puntos] Si *cigprice* es un instrumento válido, estadísticamente no podemos afirmar que fumar tenga efecto sobre el peso de los bebés, en promedio.
- f. (6 puntos) Tal vez *cigprice* no cumpla las condiciones para ser un instrumento válido. (i) Discuta cómo esto podría explicar el signo del coeficiente estimado de la variable *packs* (en el apartado f) y su significancia estadística. (ii) Si *cigprice* no cumpliera ninguna de las condiciones para ser un instrumento válido, ¿qué estimación preferiría, la de MCO o la MC2E? Justifique su respuesta.
- (i) [2 puntos] Si el instrumento no cumple la condición de exogeneidad, el estimador MC2E es un estimador sesgado. Esto podría explicar el cambio de signo en el coeficiente estimado de la variable *packs*.
- [2 puntos] Puede ser que el instrumento tampoco cumpla la condición de relevancia. Sabemos que la varianza del estimador aumenta cuanto más débil es el instrumento, es decir, a medida que disminuye la correlación entre *packs* y *cigprice*. Cuanto más débil es el instrumento, más grande es el error estándar y menos probable es que rechacemos la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$.
- (ii) [2 puntos] Se prefiere MCO porque el sesgo de MC2E podría ser incluso mayor que el sesgo de MCO. Por otro lado, MCO es más eficiente.
- 2) (29 puntos) Ahora estamos interesados en estudiar el efecto de los computadores en el rendimiento escolar de estudiantes de secundario (aproximado por sus notas). El gobierno le comenta que en 2011 ha entregado computadores a algunos estudiantes y a otros no, y quiere evaluar si el programa mejoró el rendimiento escolar de los estudiantes. Para ello, comparte con usted la siguiente base de datos donde se observa a 5 alumnos en los años 2010 y 2012:

Año	Estudiante	Tratamiento	Nota
2010	Pablo	0	3
2010	Sofía	0	1
2010	José	0	2

2010	Leticia	1	6
2010	Emilio	1	7
2010	Carolina	1	5
2012	Pablo	0	4
2012	Sofía	0	4
2012	José	0	1
2012	Carolina	1	6
2012	Emilio	1	8
2012	Leticia	1	10

Usted estima por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) un modelo de diferencias en diferencias tal que:

$$Nota_{it} = \alpha + \beta \times T_i + \delta \times Post_t + \gamma \times (T_i \times Post_t) + \epsilon_{it},$$

donde $Nota_{it}$ es la nota (del 1 al 10) del estudiante i en el período t , T_i toma valor 1 si el estudiante alguna vez recibe un computador y es 0 en caso contrario, y $Post_t$ toma valor 1 para el año 2012 y es 0 para el año 2010.

De aquí en más, suponga que los errores estándar (ee) para cada uno de los coeficientes están dados por:

$$ee(\hat{\alpha}) = 0.2, ee(\hat{\beta}) = 1, ee(\hat{\delta}) = 0.2, ee(\hat{\gamma}) = 0.2$$

- a. (7 puntos) Encuentre el valor de los coeficientes estimados por MCO de la ecuación anterior $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\delta}, \hat{\gamma})$. Explique claramente su procedimiento.

Acá tienen que calcular cuatro promedios y hacer las diferencias correspondientes:

$$E[Y_{it}|T_i=0, Post_t=0]=2$$

$$E[Y_{it}|T_i=1, Post_t=0]=6$$

$$E[Y_{it}|T_i=0, Post_t=1]=3$$

$$E[Y_{it}|T_i=1, Post_t=1]=8$$

Luego, sacar las diferencias correctas:

$$\alpha = 2, \beta_1 = 4, \delta = 1, \gamma = 1$$

2 puntos por encontrar b1, 2 puntos por encontrar delta, dos puntos por encontrar gamma.

1 punto por encontrar alpha.

- b. (5 puntos) En base a su estimación, i) ¿cuál es la estimación de diferencias en diferencias del efecto de los computadores en las notas?, ii) Interprete en términos económicos y iii) discuta

que supuesto supuesto es necesario para que el estimador refleje el efecto causal de los computadores en las notas.

- (i) (2 punto) El efecto es gamma=1.
 - (ii) (1 punto) Interpretación: Recibir una computadora aumenta, en promedio, en una unidad la nota de los alumnos.
 - (iii) (2 puntos) Necesitamos el supuesto de caminos paralelos (tendencias paralelas, parallel trends assumption): en ausencia de la política, la tendencia del grupo que recibió computadoras hubiera sido igual que la tendencia del grupo que no la recibió. Esto es, las notas de los estudiantes con computador hubieran evolucionado como la de los estudiantes sin computador en ausencia de la política.
- c. (7 puntos) El gobierno además cuenta con información de las notas de los estudiantes en el año 2008. Dada esta nueva información, explique en detalle como evaluaría indirectamente el supuesto que comentó en la letra b). Refiérase a la regresión que estimaría, definiendo de todas las variables que use y los años que utilizaría para la estimación. Además, plantee la hipótesis nula y explique qué resultado del contraste constituiría evidencia en favor o en contra del supuesto necesario y por qué.

Regresión: (4 puntos)

$$Y_{it} = a + bT_i + cY2010 + dT_i * Y2010 + \nu_{it}$$

donde T_i lo definimos arriba, $Y2010$ es una variable que toma valor 1 si el año es 2010 y 0 si es 2008. Esta regresión la corremos solo para los años 2008 y 2010. Es decir, excluimos el año 2012.

(1 punto plantear la hipótesis nula)

$H_0: d=0 \rightarrow$ No había diferencias en tendencias entre tratamiento y control en períodos anteriores a la política. Evidencia a favor del supuesto.

$H_1: d \neq 0 \rightarrow$ Ya había diferencias en la evolución de tratados y control antes de la política. Evidencia en contra del supuesto.

(2 puntos explicar el resultado del test)

Intuición: La idea es que queremos ver que las tendencias no diferían antes. Si las tendencias ya eran diferentes antes, difícil argumentar que hubieran sido similares después. Si $d \neq 0$, quiere decir que ya había un efecto incluso en un año que no había habido nuevas computadoras para los tratados.

Nota: si en lugar de la regresión hacen un análisis gráfico mostrando que las tendencias son paralelas, y lo explican bien, otorgar 3/7 puntos.

- d. (5 puntos) Ahora volvamos a la información de 2010 y 2012 del inicio del ejercicio. Hablando con un agente del gobierno, este le cuenta que ya en 2010, previo a la política, los alumnos que recibieron los computadores eran diferentes a los que no recibieron. En base a los estimadores obtenidos en la letra a), i) ¿cuál es la diferencia promedio de notas entre tratados y no tratados en el año 2010?, ii) ¿Es estadísticamente significativa al 5%?, iii) ¿Qué nos dice esto respecto del tipo de estudiantes a los que el gobierno les entregó computadores?

(1 punto) i) El coeficiente relevante es beta_1=4.

(1 punto) ii) Como se=1 y t=4, entonces es estadísticamente significativa la diferencia.

(3 puntos) iii) Esto nos dice que el gobierno le dio computadoras a alumnos que ya rendían mejor en el colegio (e.g: puede que el programa se haya otorgado basado en el mérito).

- e. (5 puntos) Un auditor externo que escucha su conversación anterior dice que entonces el efecto de los computadores en las notas que encontró en la letra b) está sesgado y no refleja el efecto causal porque el gobierno entregó computadores a estudiantes cuyo desempeño ya era diferente antes de la política. ¿Está de acuerdo con el auditor externo? Argumente en no más de 5 frases a favor o en contra de la hipótesis del auditor externo.

(1 punto) Estamos en desacuerdo con el auditor externo.

(4 puntos) Explicación: El modelo de diferencias en diferencias controla por toda característica de los grupos que es constante en el tiempo, como por ejemplo la habilidad innata. Incluso cuando los niveles iniciales de notas fueran diferentes, el efecto estimado sería causal. Tal como discutimos en los puntos (b) y (c) el supuesto necesario es que las tendencias sean paralelas, no el nivel inicial.

- 3) (22 puntos) Suponga que está interesado en estudiar la relación entre salarios y productividad.

Para ello considera estimar el siguiente modelo de regresión:

$$\log(wage_t) = \beta_0 + \beta_1 \times \log(output_t) + \beta_2 \times t + u_t \quad (1)$$

donde $wage$ es el salario promedio por hora, $output$ es la producción por hora, y t es una tendencia temporal.

Usando datos de EE.UU. para los años 1947 a 1987, se estima el modelo por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), obteniendo los siguientes resultados:

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	41
Model	1.04458054	2	.522290269	F(2, 38)	=	641.23
Residual	.030951697	38	.000814518	Prob > F	=	0.0000
Total	1.07553224	40	.026888306	R-squared	=	0.9712
				Adj R-squared	=	0.9697
				Root MSE	=	.02854

log_wage	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
log_output	1.639637	.093347	17.56	0.000	1.450666 1.828608
t	-.0182299	.0017482	-10.43	0.000	-.021769 -.0146909
_cons	-5.328446	.3744486	-14.23	0.000	-6.086478 -4.570415

- a. (4 puntos) Explique cómo se interpreta el coeficiente que acompaña a $\log(output_t)$. ¿Cuál es la importancia de incorporar una tendencia temporal en este tipo de modelos? Justifique su respuesta.

Interpretación: Es una elasticidad; por lo tanto, un incremento de 1% en la productividad está asociado a un aumento de 1.64% en los salarios.

(1 punto)

Incluir una tendencia nos permite evitar el problema de la correlación espuria; es decir, el fenómeno de encontrar una relación falsa entre dos o más variables con tendencia, sencillamente porque cada una está creciendo con el tiempo.

(3 puntos)

- b. (6 puntos) Explique en detalle cómo se podría probar la presencia de correlación serial AR(1) de los errores del modelo (1), y luego discuta las implicancias del resultado de dicho contraste para la estimación por MCO. Ayuda: no se pregunta por ningún método de prueba particular.

Existen varias pruebas de correlación serial, pero todas parten de la regresión auxiliar de los residuos de la regresión original (\hat{u}_t) sobre su primer rezago (\hat{u}_{t-1}). Esta regresión auxiliar puede o no incluir una constante, y debe incluir a los regresores en caso de que no sean estrechamente exógenos.

(2 puntos)

Para evaluar la hipótesis nula de no correlación serial, se puede hacer una prueba t sobre el coeficiente que acompaña al primer rezago, o bien una prueba LM a partir del R2 de la regresión auxiliar.

(2 puntos)

En presencia de correlación serial, los estimadores de MCO son insesgados (o consistentes) pero dejan de ser MELI, mientras que los estadísticos de contraste usuales dejan de ser válidos ya que los errores estándar de MCO son sesgados.

(2 puntos)

- c. (4 puntos) Un colega decide considerar una estimación por Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles (MCGF) cuyos resultados se presentan a continuación:

Prais-Winsten AR(1) regression with iterated estimates

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	41
Model	.046743816	2	.023371908	F(2, 38)	=	82.14
Residual	.010812122	38	.00028453	Prob > F	=	0.0000
Total	.057555938	40	.001438898	R-squared	=	0.8121
				Adj R-squared	=	0.8023
				Root MSE	=	.01687

lhrwage	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
t	-.0040002	.0038566	-1.04	0.306	-.0118075 .0038071
loutphr	.829701	.1732075	4.79	0.000	.4790607 1.180341
_cons	-2.116392	.6880998	-3.08	0.004	-3.509377 -.7234063
rho	.9712993				

Explique en palabras (i) en qué consiste esta estimación, (ii) qué problema resuelve y (iii) refiérase a la transformación de variables necesaria para obtener estos estimadores. Ayuda: puede ignorar la transformación especial para las observaciones correspondientes al primer año.

(1 punto) por decir que resuelve autocorrelacion AR(1).

(3 puntos) La estimación por MCGF consiste en estimar el modelo original por MCO pero usando datos transformados. La transformación implica una cuasi-diferenciación a partir de una estimación del parámetro ρ tal que:

$$\tilde{y}_t = (y_t - \hat{\rho}y_{t-1}) \quad , \quad \tilde{x}_{j,t} = (x_{j,t} - \hat{\rho}x_{j,t-1}) \quad , \quad t \geq 2$$

d. (3 puntos) Alternativamente, la colega le sugiere estimar el modelo en primeras diferencias:

$$g_wage_t = \beta_0 + \beta_1 \times g_output_t + u_t \quad (2)$$

donde $g_wage = \Delta \log(wage)$ es el crecimiento salarial y $g_output = \Delta \log(output)$ es el crecimiento de la productividad. Note que ya no es necesaria la tendencia temporal.

Enumere todos los comandos de Stata que se necesitan para estimar el modelo (2) con errores estándar robustos de Newey-West, considerando un máximo de 3 rezagos. ¡Sea preciso!

tsset t (1 punto)

newey g_wage g_output, lag(3) (2 puntos)

e. (5 puntos) Finalmente, considere la estimación por MCO con errores estándar de Newey-West que se presenta a continuación, donde se agrega al modelo (2) un rezago del crecimiento de la productividad (es decir, g_output_{t-1}).

```
Regression with Newey-West standard errors      Number of obs      =       39
Maximum lag = 3                                F(   2,          36) =     13.70
                                                Prob > F        = 0.0000
```

ghrwage	Newey-West					
	Coefficient	std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
goutphr	.7283638	.1409005	5.17	0.000	.4426043	1.014123
goutph_1	.4576352	.1865528	2.45	0.019	.0792885	.8359819
_cons	-.010425	.0063384	-1.64	0.109	-.0232798	.0024298

Covariance matrix of coefficients

e(V)	g_output	g_output_1	_cons
g_output	.01985295		
g_output_1	.00853227	.03480196	
_cons	-.00065303	-.00086517	.00004018

En base a estos resultados, evalúe la hipótesis nula que un incremento permanente en el crecimiento de la productividad se transforma, al cabo de un año, en un crecimiento salarial de igual magnitud ($H_0: \beta_1 + \beta_2 = 1$). Considere un nivel de significancia del 5%.

$$H_0: \beta_1 + \beta_2 = 1$$

$$H_1: \beta_1 + \beta_2 \neq 1$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - 1}{\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - 1)}} \cong \frac{0.728 + 0.458 - 1}{\sqrt{0.020 + 0.035 + 2 \times 0.008}} \cong \frac{0.186}{\sqrt{0.071}} \cong 0.70$$

(3 puntos, no hace falta llegar al resultado numérico final, solo plantear la fórmula)

$$vs. \quad t_{n-k-1}^{1-\alpha/2} = t_{39-2-1}^{1-\alpha/2} = t_{36}^{0.975} \approx t_{40}^{0.975} = 2.021$$

(1 punto por escribir el valor crítico 2.021)

Por lo tanto, no se puede rechazar H_0 .

(1 punto por explicar que si $|t| < 2.021$ no se puede rechazar H_0 , si $|t| > 2.021$ se puede rechazar)

ANEXO

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	0.000	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
80	0.000	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	0.000	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
1000	0.000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300

Función de Distribución de la variable F, percentiles 95

Grados de libertad del denominador	Grados de libertad del numerador																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	1000000
1	161.45	199.5	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.9	245.95	248.02	249.05	250.1	251.14	252.2	253.25	254.32
2	18.51	19	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38	19.4	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.5
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.7	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6	5.96	5.91	5.86	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.5	4.46	4.43	4.4	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.1	4.06	4	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.7	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.3	3.27	3.23	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	
10	4.96	4.1	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.7	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.2	3.09	3.01	2.95	2.9	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.4
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3	2.91	2.85	2.8	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.3
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.6	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.3	2.25	2.21
14	4.6	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.7	2.65	2.6	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.3	2.25	2.21	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.9	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.35	2.3	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.2	2.96	2.81	2.7	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.1	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.9	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.1	2.87	2.71	2.6	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.2	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.9	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.1	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.3	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.4	2.34	2.3	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.8	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.2	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.4	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.3	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.6	2.49	2.4	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4	3.15	2.76	2.53	2.37	2.17	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	1.33	1.25	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.55	1.5	1.43	1.35	1.25	
1000000	3	2.6	2.21	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.46	1.39	1.32	1.22	1.01					

TABLE C: Chi-Square distributions

cum probability	0.025	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
right tail	0.975	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
df									
1	0.00098	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	0.051	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	0.216	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	0.48	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	0.83	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.51	22.11
6	1.24	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	1.69	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	2.18	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	2.70	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	3.25	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	3.82	14.63	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76	31.26	33.14
12	4.40	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	5.01	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14	5.63	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	6.26	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	6.91	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	7.56	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	8.23	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	8.91	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	9.59	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	10.28	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	10.98	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	11.69	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	12.40	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	13.12	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
30	16.79	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40	24.43	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.10
50	32.36	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60	40.48	68.97	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.7
80	57.15	90.41	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8	128.3
100	74.22	111.7	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4	153.2