



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203

Guía 4

Problemas mínimos

1. (Ejercicio 11, pág. 61, Sección 1.7) Encuentre el valor de h que hace a los siguientes vectores linealmente dependientes:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ h \end{bmatrix}$$

2. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta. Verdadero significa que siempre se cumple y debe demostrarlo para un caso general. Falso es que hay al menos 1 contraejemplo a dicha afirmación y debe mostrarlo explícitamente.
- (a) Las columnas de una matriz A son linealmente independientes si la ecuación $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tiene la solución trivial.
 - (b) Si S es un conjunto linealmente dependiente, entonces cada vector es una combinación lineal de los otros vectores en S .
 - (c) Si S es un conjunto linealmente dependiente, entonces cada vector es una combinación lineal de los otros vectores en S .
 - (d) Las columnas de cualquier matriz de 4×5 son linealmente dependientes.
 - (e) Si \mathbf{x} e \mathbf{y} son linealmente independientes, y si $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$ es linealmente dependiente, entonces \mathbf{z} está en $\text{Gen } \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$.
 - (f) Si \mathbf{u} y \mathbf{v} son linealmente independientes, y si \mathbf{w} está en $\text{Gen } \{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$, entonces $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ es linealmente dependiente.
 - (g) Si tres vectores en \mathbb{R}^3 están en el mismo plano en \mathbb{R}^3 , entonces son linealmente dependientes.
 - (h) Si un conjunto contiene menos vectores que coordenadas en los vectores, entonces el conjunto es linealmente independiente.
 - (i) Si un conjunto en \mathbb{R}^n es linealmente dependiente, entonces el conjunto contiene más de n vectores.
3. Sea $A = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ un conjunto de vectores linealmente independiente de \mathbb{R}^n . Determinar si el conjunto de vectores $B = \{\mathbf{u} - 2\mathbf{v} + \mathbf{w}, \mathbf{u} + \mathbf{v}, \mathbf{u} - \mathbf{v}\}$ es LD o LI.

4. (Ejercicio 7, pág. 78, Sección 1.9) Encuentre la matriz estándar de la transformación lineal de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^2 que primero hace girar puntos a través de $-3\pi/4$ radianes (en el sentido horario) y después los refleja a través del eje horizontal x_1 .
5. (Ejercicio 19, pág. 230, Sección 3.6, Poole) Cada una de las siguientes matrices corresponde a una transformación lineal de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^2 .

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix}$$

Realice dibujos para ilustrar el efecto de cada una sobre el cuadrado unitario con vértices en $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$.

Problemas adicionales

6. Ejemplo 1, pág 64, Sección 1.8, Lay.
7. Ejemplo 4, pág. 76, Sección 1.9, Lay.

Soluciones

- Problema 1: Solución al final del libro Lay.
- Problema 2: (a)V, (b)F, (c)F, (d)F, (e)V, (f)V, (g)V, (h)F, (i)F.
- Problema 4: Solución al final del libro Lay.
- Problema 5: Solución al final del libro Poole.
- Problema 6: pág 64.
- Problema 7: pág 76.