Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA A

Nombre: ____

Sección:_______

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 7 de Abril de 2017

1. Usando la definición de límite, demuestre que:

$$\lim_{x\to 2}(x^2-4x+5) = 1$$

Solución

$$\lim_{x\to 2}(x^2-4x+5) = 1 \Leftrightarrow \forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall x\in Dom(f)(|x-2| < \delta \to |(x^2-4x+5)-1| < \epsilon)$$

$$\Leftrightarrow \forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall x\in Dom(f)(|x-2| < \delta \to |x^2-4x+4| < \epsilon)$$

Sea $\delta = \sqrt{\epsilon}$ entonces como

$$|x-2| < \delta \to |(x-2)^2| = |x^2-4x+4| < (\sqrt{\epsilon})^2 = \epsilon$$

2. Determine las asíntotas verticales y horizontales de la función:

$$\frac{x^2+1}{2x^2-3x-2}$$

Solución
Para determinar asíntotas horizontales debemos ver el límite de la función en $\pm\infty$:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{2x^2-3x-2} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x^2}}{2-\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^2}} = \frac{1}{2}$$

El mismo resultado se obtiene en $-\infty$. Luego $y = \dfrac{1}{2}$ es la única asíntota horizontal
Para determinar las asíntotas verticales, debemos ver para qué valores de a real

$(\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^2+1}{2x^2-3x-2} = \pm\infty)$
Para ello $\lim\limits_{x\to a} x^2+1 \neq 0 \wedge \lim\limits_{x\to a}(2x^2-3x-2) = 0$ Luego

$$\lim_{x\to a} f(x)) = \infty \Leftrightarrow 2-\frac{3}{a}-\frac{2}{a^2}=0 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2} \vee a= 2$$

Por lo tanto

$$x=2 \wedge x=-\frac{1}{2}$$

son las asíntotas verticales.

3. El valor de $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x+\operatorname{sen}(x^2)}{x^2+\operatorname{sen}(x)}$ es:

a) $\frac{1}{2}$

b) 1

c) 0 Respuesta correcta

d) No existe

e) Ninguna de las anteriores.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA B

Nombre: ____

Sección:_______

Tiempo : 50 minutos

Fecha :7 de Abril de 2017

1. Usando la definición de límite, demuestre que:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = 5$$

Solución

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x^2+x-6)}{x-2} = 5 \Leftrightarrow \forall\epsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in Dom(f)(|x-2| < \delta \to |\frac{x^2+x-6}{x-2}(x^2-4x+5)-5| < \epsilon)$$

$$\Leftrightarrow \forall\epsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in Dom(f)(|x-2| < \delta \to |(x-2| < \epsilon)$$

Sea $\delta = \epsilon$ entonces como

$$|x-2| < \delta \to |(x-2)|\,\epsilon = \epsilon$$

2. Determine las asíntotas verticales y horizontales de la función:

$$\frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}$$

Solución

Para encontrar las asíntotas horizontales, debemos calcular

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}=2$$

El mismo límite se obtiene en $-\infty$.

Por lo tanto la única asíntota horizontal es

$$y=2$$

Para determinar las asíntotas verticales, debemos ver para qué valores de a real $(\lim_{x\to a}\frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}=\pm\infty)$

Luego

$$a=1\vee a=-2$$

Por lo tanto

$$x=-2\wedge x=1$$

son las asíntotas verticales.

3. El valor de $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x + \cos(x^2)}{x^2 + \cos(x)}$ es:

   a) $\frac{1}{2}$
   b) 0 Respuesta correcta
   c) 1
   d) No existe
   e) Ninguna de las anteriores.