



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y SISTEMAS

ICS2123 - Modelos Estocásticos
1er semestre del 2019

Control 2

Problema 1

Suponga que el rendimiento de un equipo de fútbol en la copa Chile depende del resultado obtenido en el partido anterior de la siguiente forma: Si el equipo perdió la fecha anterior, la probabilidad de volver a perder es 0,5, y la de ganar es 0,1. Si el equipo empató la fecha pasada, tiene una probabilidad de 0,5 de volver a obtener ese resultado y 0,25 de obtener 3 puntos en la siguiente fecha. Finalmente, si el equipo ganó, tiene una probabilidad de 0,3 en seguir la racha ganadora y una probabilidad de 0,4 de perder el partido. Por otra parte, una importante página de apuestas le ofrece pagarle a usted 18 veces lo que apueste si el equipo en cuestión gana la tercera y cuarta fecha. No obstante, si este resultado no se cumple, usted perderá la apuesta.

- (a) Explique porqué se puede modelar el problema con una CMTD. Mencione los supuestos que considere necesarios.
- (b) Modele el rendimiento del equipo con una CMTD.
- (c) Si hasta ahora usted solo conoce el resultado de la primera fecha, en donde el equipo ganó. ¿Es conveniente apostarle al equipo?

Solución

(a)

1. Estacionariedad: Probabilidades no dependen de la fecha. (0.05 p)
2. Propiedad Markoviana: Probabilidad de resultado del próximo partido solo depende de la fecha anterior. (0.05 p)

(b)

$$P = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,4 & 0,1 \\ 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 0,4 & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

La matriz podría tener otro orden. Para la solución se tomó como $f^{(n)} = [P(perder), P(empatar), P(ganar)]^T$
(3 p)

(c)

Por enunciado, $f^{(1)} = [0, 0, 1]^T$ ya que la primera fecha ganó. Además, sabemos que por fórmula: $f^{(3)} = (P^{3-1})^T * f^{(1)}$. Por lo tanto, elevamos la matriz P a 2 y la transponemos. Finalmente:

$$(P^2)^T = \begin{bmatrix} 0,39 & 0,35 & 0,395 \\ 0,43 & 0,425 & 0,4 \\ 0,18 & 0,225 & 0,205 \end{bmatrix}$$

Luego, la probabilidad de ganar será la tercera componente del vector resultante de la multiplicación de $f^{(3)} = (P^{3-1})^T * f^{(1)}$, será de 0.205.

Luego,

$$P(\text{ganar}3^\circ \wedge \text{ganar}4^\circ) = P(\text{ganar}3^\circ) * P(\text{ganar}4^\circ / \text{ganar}3^\circ)$$

$$P(\text{ganar}3^\circ \wedge \text{ganar}4^\circ) = 0,205 * (0,205 * 0,3)$$

Finalmente:

$$E[\text{ganancia}] = (\text{apuesta} * \text{multiplicador} * P(\text{ganar})) - (\text{apuesta} * P(\text{perder}))$$

$$E[\text{ganancia}] = (\text{apuesta} * 18 * 0,0126) - (\text{apuesta} * 0,9874)$$

$$E[\text{ganancia}] = \text{apuesta} * -0,76$$

Como la esperanza es negativa, no conviene apostar a esta apuesta. (3 p)