PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE2313 — Mecánica de Sólidos
Profesor: Jorge Crempien de la Carrera
Segundo semestre 2020

Interrogación 2

Fecha de entrega: 4 de Noviembre 2020 a las 23:59

Reglas generales:

1. La interrogación se puede realizar en parejas. En caso de que así sea, escriba el nombre y número de alumno de ambos integrantes, de manera clara y legible, idealmente en una portada.
2. La copia en la interrogación será sancionada con nota 1.0 y amonestada según el reglamento de la Escuela de Ingeniería.
3. Debe entregarse a más tardar a las 23:59 hrs., del día de la fecha, considerando hoja tamaño carta blanca (no cuadriculada), puede ser escrita a mano (de manera clara y ordenada), y con márgenes mínimos en todos sus bordes de 2 cm. Si es hecha mediante computador respetar también esos margenes.
4. La entrega de la interrogación es a través de CANVAS (escaneándola si es hecha a mano) y subiéndola en formato *.pdf.
5. El nombre del archivo *.pdf debe ser de la siguienre forma APELLIDO1_APELLIDO2_TXX.pdf, donde APELLIDO1 corresponde al primer apellido del primer integrante, APELLIDO2 corresponde al primer apellido del segundo integrante, y XX corresponde al número de la interrogación.
6. Por respuestas desordenadas podría existir un descuento de hasta 1 punto.
7. Los resultados deben ser justificados mediante un procedimiento que evidencie un desarrollo ordenado.

(15 pts) Problema 1

Resuelva los siguientes problemas:

a)

La tensiones planas se puede caracterizar mediante la siguiente condición: $\sigma_{zx} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 0$. Demuestre que

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) = \frac{2G}{1-\nu}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy})$$
$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) = \frac{2G}{1-\nu}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx})$$

b)

Similarmente, para el supuesto de deformaciones planas se tiene que $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{zz} = 0$. Demuestre que:

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$
$$\varepsilon_{xx} = \frac{1-\nu}{2G}\left(\sigma_{xx} - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{yy}\right) = \frac{1}{2G}\left(\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})\right)$$
$$\varepsilon_{yy} = \frac{1-\nu}{2G}\left(\sigma_{yy} - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{xx}\right) = \frac{1}{2G}\left(\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})\right)$$

c)

Demuestre que para materiales compresibles (i.e. $\nu \neq 0$), la relación de Hooke de deformaciones planas de la parte (b) es:

$$\sigma_{xx} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu}\left(\varepsilon_{xx} + \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_{yy}\right) = 2G\left(\varepsilon_{xx} + \frac{\nu}{1-2\nu}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})\right)$$
$$\sigma_{yy} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu}\left(\varepsilon_{yy} + \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_{xx}\right) = 2G\left(\varepsilon_{yy} + \frac{\nu}{1-2\nu}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})\right)$$

d)

Al comparar las expresiones para las partes (a), (b) y (c), demuestre que la ley de Hooke para deformaciones planas puede obtenerse de la ley de Hooke para un estado de tensiones planas a través del siguiente reemplazo de constantes elásticas.

$$\nu \to \nu^* = \frac{\nu}{1-\nu},\ E \to E^* = \frac{E}{1-\nu^2},$$

donde las constantes E^* y ν^* son referidas como las constantes E y ν de deformaciones planas. Demuestre que la ley de Hooke para el caso de tensiones planas se puede obtener de la ley de Hooke en estado de deformaciones planas a través de los siguientes reemplazos de constantes elásticas:

$$\nu \to \nu_* = \frac{\nu}{1+\nu},\ E \to E_* = \frac{E(1+2\nu)}{(1+\nu)^2}$$

Finalmente demuestre que para ambos casos $G^* = G$ y $G_* = G$.

(35 pts) Problema 2

Un eje torsional está compuesto por 2 materiales. Las curvas tensión-deformación angular de los materiales se han idealizado a un comportamiento elasto-plástico perfecto y se pueden ver en la figura 2. Calcular:

a)

Momento torsor T_{y1} para que comience a fluir el material 1.

b)

Momento torsor T_{y2} para que comience a fluir el material 2.

c)

Momento torsor T_u de la sección.

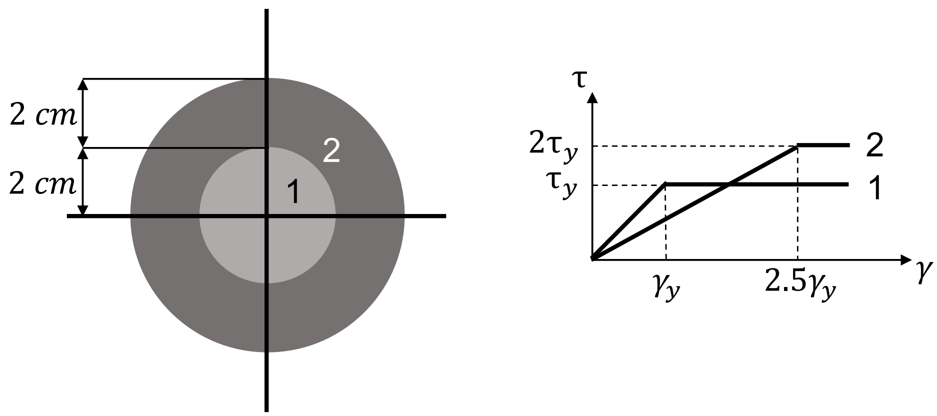

Figura 1: Figura problema 2.

(30 pts) Problema 3

Se tiene que elegir la sección de una columna de $2m$ de longitud empotrada en su parte inferior (ver Figura 3), que será sometida a un momento torsor de $T = 100kN - m$. La columna debe estar libre en su extremo superior, a una distancia x de un muro superior, cuya posición aún está por determinarse. Para cada una de las secciones, calcular:

a)

Las tensiones máximas y el giro para las tres secciones.

b)

El alabeo máximo de cada sección, de manera que se puedea elegir la menor distancia x que se pueda permitir sin que la futura columna tope con el muro superior.

Considere que $h = 1.5a$ y que $b = 2a$, con $a = 25cm$. El modulo de cizalle es igual a $G = 20GPa$.

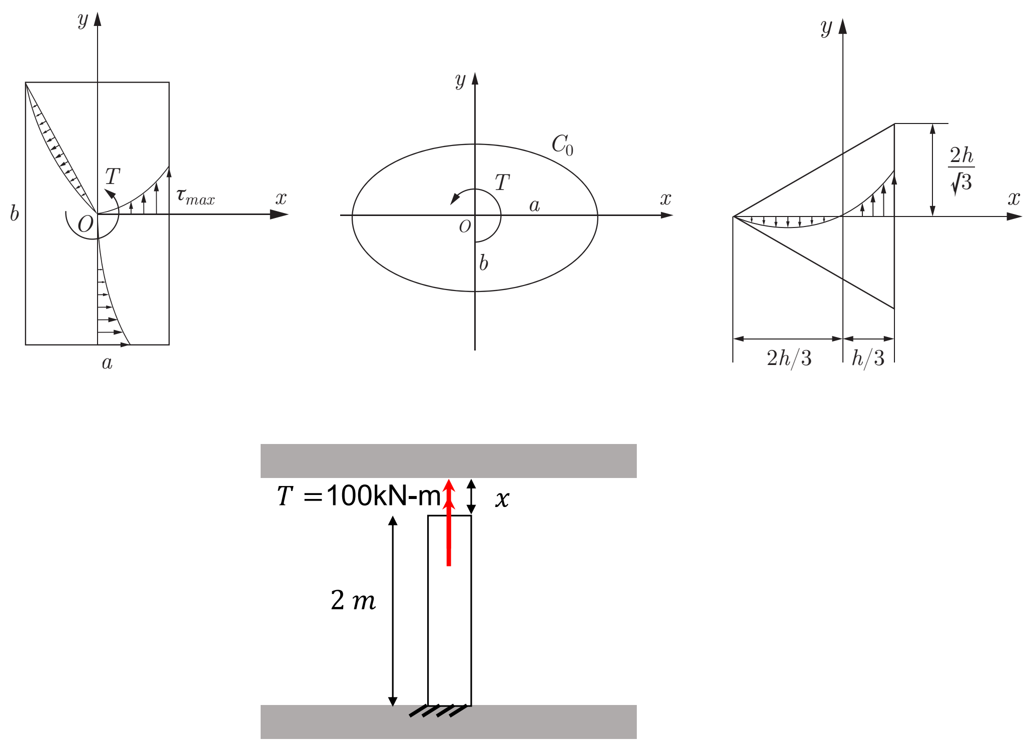

Figura 2: Figura problema 3.

(20 pts) Problema 4

Determine el momento flector máximo M positivo respecto a los ejes horizontales de las viga que puede soportar la viga de sección con una inclusión vacía circular, ilustrada en la Figura. Las tensiones máximas admisibles son iguales a $100 MPa$ en tracción y $150 MPa$ en compresión.

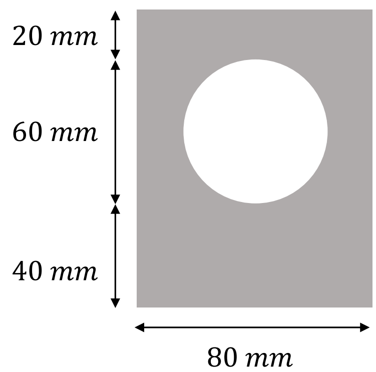

Figura 3: Figura problema 4.