PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
EAA220B - Finanzas I

Profesor: David Buchuk
Ayudantes: Emilio Ascarrunz y Carolina Sierpe

PRUEBA 1
Segundo Semestre 2018
Tiempo: 2 horas
Total puntos: 100

Instrucciones:

- Los ayudantes leerán en voz alta todas las instrucciones de la prueba antes de que comiencen a contestar.
- Tiene 2 minutos para poner **nombre y número de lista a todas las hojas por el anverso.** No es necesario escribir su nombre en el reverso de cada hoja.
- Recuerde escribir el número de pregunta que está respondiendo en cada hoja de respuestas.
- El tiempo (2 horas) se contabiliza desde terminada la lectura inicial de las instrucciones y después del tiempo para escribir su nombre y número de lista.
- Se puede usar calculadora, pero no computadores, celulares o relojes inteligentes.
- Los ayudantes sólo contestarán preguntas de enunciado.
- Las preguntas que sean contestadas con lápiz grafito (a mina) no tendrán derecho a recorrección.
- Conteste cada pregunta en hojas separadas para facilitar la corrección.
- Respuestas correctas, sin justificación recibirán **cero puntos**.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
EAA220B - Finanzas I – Segundo Semestre 2018

PRUEBA 1 - Fórmulas

Activos derivados y Arrow-Debreu

Activos AD: $p_x = \sum_{s=1}^{S} x_s \cdot q(s)$

Precio Forward: $F = S_0(1+r)$

Put-call parity: $C - P = S - PV(K)$

Modelo Binomial: $\Delta = \frac{A_u - A_d}{S_u - S_d}$, $B = \frac{A_d - S_d \times \Delta}{1 + r_f}$

Black & Scholes Call option: $C_0 = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Decisiones bajo incertidumbre

Función de utilidad esperada: $U(\cdot) = E[u(w)] = \sum_{s=1}^{S} \pi_s u(w_s)$

Aversión al riesgo: $A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)}$, $R(w) = wA(w)$

Algebra de portafolios

Retorno esperado portafolio: $E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i E(R_i)$

Varianza de un portafolio $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}$

Covarianza: $Cov(X,Y) = \sigma_{XY} = \sum_{i=1}^{n} \pi_i (x_i - E(X))(y_i - E(Y))$

$$Cov(aX + bY, U) = aCov(X,U) + bCov(Y,U)$$

Correlación: $\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$

Si $Z = aX + bY$, a, b constantes: $E(Z) = aE(X) + bE(Y)$

$$V(Z) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2abCov(X,Y)$$

Análisis media-varianza

Sharpe Ratio:	$S_p = \dfrac{E(R_p) - Rf}{\sigma_p}$
Retorno requerido para activo i:	$E(R_i) = R_f + \rho_{ip} \times \dfrac{\sigma_i}{\sigma_p} \times (E(R_p) - R_f)$
Portafolio óptimo:	$\omega_T = \dfrac{S_T}{A\sigma_T}$

1 [30 puntos] Preguntas de lecturas y clase

Cada respuesta debe usar un máximo de 7 líneas. Su puntaje se calculará solamente en base a lo expresado en este número de lineas.

1.1 Lecturas

Comente cada una de las tres siguientes preguntas según la lectura que se menciona.

a) **(5 puntos)** Considere el artículo de The Economist, "The origins of the financial crisis - Crash course" (2013). ¿Cómo describe el articulo el rol que tuvieron los grandes bancos en la crisis? ¿Qué supuesto errado hicieron?

b) **(5 puntos)** Considere el artículo de Robin Greenwood y David Scharfstein, "The Growth of Finance"(2013). El articulo menciona que uno de los beneficios del crecimiento experimentado en el manejo profesional de activos es el aumento en la participación y diversificación en mercados financieros por parte de inversionistas individuales ("household participation and diversification"). Según el artículo, ¿por qué sería esto un beneficio?

c) **(5 puntos)** Considere el artículo "Advanced Information - Additional background material on the Bank of Sweden Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 1997" sobre el premio Nobel otorgado a Merton y Scholes. Comente sobre dos aplicaciones adicioneles que tiene la fórmula de Black and Scholes, más allá de la valocación de activos derivados financieros (opciones).

1.2 Clases

Comente cada una de las cinco siguientes preguntas según lo estudiado en clases.

d) **(3 puntos)** Suponga que en un país las empresas que en promedio tienen mayores rentabilidades tienen un mayor porcentaje de sus acciones en manos de insiders o del gobierno. ¿Cómo se comparará el retorno promedio de un índice value-weighted con el retorno promedio de otro índice value-weighted con exactamente las mismas acciones, pero ajustado por "free-float"? Justifique su respuesta.

e) **(3 puntos)** Si asumimos que los retornos anuales del mercado americano se distribuyen de manera normal e independiente unos de otros. ¿Cuántas veces en un siglo deberíamos observar una crisis como la del año 2008? Si no conoce números aproximados, use letras y explique cómo calcularía su estimación.

f) **(3 puntos)** En el mundo de Arrow-Debreu: el precio de un estado con alta probabilidad de ocurrencia es siempre mayor al precio de un estado con baja probabilidad de ocurrencia. ¿Verdadero o falso? Explique su respuesta.

g) **(3 puntos)** ¿Por qué no es conveniente comparar inversiones con distinto horizonte de inversión usando el Sharpe Ratio?

h) **(3 puntos)** La siguiente tabla describe recomendaciones de portafolio entregadas por cuatro distintos analistass. Los activos disponibles son: activos liquidos (cash), bonos y acciones, y la recomendación viene detallada según la preferencia por riesgo del inversionista.

Asset Allocations Recommended By Financual Advisors

	Percent of portfolio			
Advisor and investor type	Cash	Bonds	Stocks	Ratio of bonds to stocks
A. Fidelity				
Conservative	50	30	20	1.50
Moderate	20	40	40	1.00
Aggressive	5	30	65	0.46
B. Merrill Lynch				
Conservative	20	35	45	0.78
Moderate	5	40	55	0.73
Aggressive	5	20	75	0.27
C. Jane Bryant Quinn				
Conservative	50	30	20	1.50
Moderate	10	40	50	0.80
Aggressive	0	0	100	0.00
D. *The New York Times*				
Conservative	20	40	40	1.00
Moderate	10	30	60	0.50
Aggressive	5	20	80	0.25

¿Son estos datos consistentes con la teoría estudiada en clases? ¿Por qué?

2 [20 puntos] Derivados

El precio hoy de una acción es \$50. Durante cada uno de los siguientes dos semestres, el precio de la acción se espera que suba en 6% o baje en 5%. La tasa libre de riesgo es 5% anual.

a) **(10 puntos)** Calcule el precio de una opción call europea sobre la acción con vencimiento en un año, y precio de ejercicio (strike price) de \$51.

b) **(5 puntos)** Calcule el precio de la opción call en (a) suponiendo ahora que es de estilo americana.

c) **(5 puntos)** Compare su resultado en (a) y (b) y comente.

3 [30 puntos] Decisiones Bajo Incertidumbre

Suponga una economía en que existe incertidumbre acerca del estado de la naturaleza que será observado mañana. Los estados posibles para mañana son tres: recesión (R), normal (N), o aceleración (A). En esta economía existen tres activos. El activo B, que es un bono libre de riesgo que tiene un precio de \$0.75 hoy y que paga \$1 mañana independiente del escenario. El activo S, que es acción que entrega pagos de \$0, \$4 y \$9 en los estados recesión, normal, y aceleración, respectivamente, y tiene un precio hoy de \$4. Por último, el activo C que es una opción call Europea con precio de ejercicio (strike) igual a \$6, escrita sobre el activo S como subyacente. El precio de esta opción es \$1. Además Suponga que los individuos aversos al riesgo tienen una función de utilidad esperada dada por

$$U = \pi_R \ln(c_R) + \pi_N \ln(c_N) + \pi_A \ln(c_A)$$

donde π_R, π_N, y π_A y c_R, c_N, y c_A son las probabilidades y consumo en los estados recesión, normal y aceleración respectivamente. Suponga además que los agentes tienen una riqueza hoy igual a $w_0 = 11$ y estiman que los tres estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

a) **(6 puntos)** Encuentre los precios de los activos Arrow Debreu (AD).

b) **(1 puntos)** ¿Cuál es la tasa de interés libre de riesgo?

c) **(6 puntos)** Escriba la restricción presupuestaria del agente en términos de los activos financieros. Plantee el problema de optimización del agente que le permite encontrar el portafolio óptimo de activos financieros. Escriba las condiciones de primer orden.

d) **(6 puntos)** Repita la parte anterior pero ahora hágalo en términos de los activos AD. Encuentre el portafolio óptimo de activos AD.

e) **(6 puntos)** Imagine un nuevo inversionista llega a esta economía. Este inversionista tiene preferencias neutrales al riesgo

$$U = \pi_R c_R + \pi_N c_N + \pi_A c_A$$

y además cree que las probabilidades de ocurrencia de cada estado son distintas a las estimadas por el inversionista averso al riesgo. Este individuo afirma que los precios de mercado de los tres activos son correctos. ¿Qué probabilidades de ocurrencia asigna este individuo a cada estado?

f) **(5 puntos)** Calcule el valor presente de los flujos de los activos S y C descontando a la tasa libre de riesgo y usando las probabilidades encontradas en (e). ¿Como se comparan estos números con los precios de mercado de estos activos? Comente.

4 [20 puntos] Diversificación y análisis media-varianza

Considere un mercado donde existen dos activos riesgosos (samll y large) y un activo libre de riesgo (R_F). Los retornos esperados, desviación estándar (σ), correlaciones, y participación en el portafolio de tangencia (T) para estos activos son:

	$E(R)$	σ	Correlación con small	% en T
small	15%	30%	1.00	40%
large	10%	20%	0.60	60%
R_F	2%	0%	0.00	0%

Todo inversionista tiene preferencias frente al riesgo representadas por (con $A > 0$):

$$U = E(R) - \frac{A}{2}\sigma^2$$

a) **(3 puntos)** Encuentre el retorno esperado y varianza del portafolio de tangencia.

b) **(3 puntos)** Un intermediario financiero recomienda portafolios donde la razón de porcentajes a invertir en small y large es igual a $2/A$, donde A es el coeficiente de aversión al riesgo reportado por el inversionista. ¿Por qué esta recomendación de portafolio viola el teorema del fondo mutuo?

c) **(8 puntos)** Continuando con el intermediario en (b), el portafolio que él recomienda sólo invierte en small y large en razón $2/A$, y no invierte en R_F. Compare la pérdida o ganancia de bienestar de seguir la recomendación de portafolio del intermediario en vez del teorema del fondo mutuo para un inversionista con $A = 2$ y otro con $A = 20$. Explique en cada caso por qué el inversionista pierde o gana.

d) **(3 puntos)** Usted le muestra sus cálculos de (c) al intermediario y éste le dice que los portafolios que él ofrece son más "realistas" porque toman en cuenta que los inversionistas en la práctica enfrentan restricciones al endeudamiento. Asumiendo que estas restricciones efectivamente existen: ¿está el intermediario completamente equivocado o tiene algo de razón? ¿Para qué tipo de inversionista (para qué nivel de aversión al riesgo) podría ser aplicable la lógica del intermediario? Explique con palabras y gráficos.

e) **(3 puntos)** ¿Y si los inversionistas enfrentan restricciones a las ventas cortas de los activos small y large: se aplica la lógica del intermediario en (d)?

1 [30 puntos] Preguntas de lecturas y clase

a) **(5 puntos)**

   Ver artículo.

b) **(5 puntos)** Ver artículo.

c) **(5 puntos)** Ver artículo.

d) **(3 puntos)** Ajustando por "free-float" dará menor peso en el índice a acciones que tengan mayores retornos, por lo tanto el retorno del índice será relativamente menor.

e) **(3 puntos)** Retorno anual promedio es es $\bar{R} = 11.4\%$, volatilidad promedio es $\sigma = 21\%$, entonces probabilidad de observar un retorno de -40% como en la crisis del 2008 es:

$$\Phi\left(\frac{-40 - 11.4}{21}\right) = 0.0072$$

   Basta con escribir algo como:

$$\text{Prob.} = \Phi\left(\frac{R_{\text{Crisis}} - \bar{R}}{\sigma}\right)$$

f) **(3 puntos)** Falso, los precios no solo dependen de la probabilidad de ocurrencia de cada estado, sino que también dependen de la utilidad marginal que produce tener más de un bien en un determinado estado.

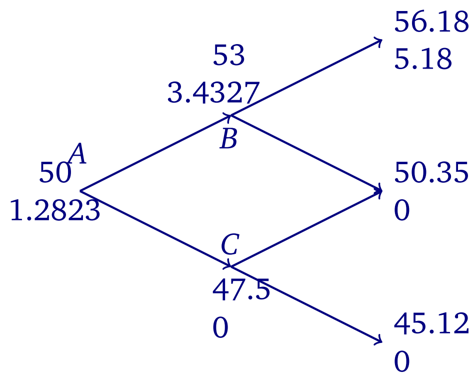
g) **(3 puntos)** Porque en el numerador del Sharp Ratio tenemos el premio por riesgo, que crece linealmente con el horizonte de inversión. En cambio, en el denominador tenemos la volatilidad, que crece on la raiz cuadrada del tiempo. Entonces, el Sharpe Ratio crece con la raiz cuadrada del tiempo también, lo que hace que el Sharpe Ratio para distintos horizontes de inversión no sean comparables.

h) **(3 puntos)** No son consistentes con el teorema del fondo mutuo porque éste predice que la proporción optima a invertir entre activos riesgosos (portafolio tangente) es constante y no debiera depender de la aversión al riesgo.

2 [20 puntos] Derivados

El precio hoy de una acción es \$50. Durantes cada uno de los siguientes dos semestres, el precio de la acción se espera que suba en 6% o baje en 5%. La tasa libre de riesgo es 5% anual.

a) **(10 puntos)** Calcule el precio de una opción call europea sobre la acción con vencimiento en un año, y precio de ejercicio (strike price) de \$51.



En nodo B:

$$\Delta_B = \frac{5.18 - 0}{56.18 - 50.35} = 0.8885$$
$$B_B = \frac{0 - 50.35 \times 0.8885}{(1.05)^{1/2}} = -43.6582$$
$$C_B = -43.6582 + 0.8885 \times 53 = 3.4327$$

En nodo C:

$$\Delta_C = 0$$
$$B_C = 0$$
$$C_C = 0$$

En nodo A:

$$\Delta_A = \frac{3.4327 - 0}{53 - 47.5} = 0.6241$$
$$B_A = \frac{0 - 47.5 \times 0.6241}{(1.05)^{1/2}} = -28.9315$$
$$C_A = -28.9315 + 0.6241 \times 50 = 2.2748$$

b) **(5 puntos)** Calcule el precio de la opción call en (a) pero suponiendo ahora que es de estilo americana.
En nodo B:

$$C_B = \max[3.4327, 53 - 51] = 3.4327$$

En nodo C:

$$C_C = \max[0, 47.5 - 51] = 0$$

En nodo A:

$$C_A = \max[2.2748, 50 - 51] = 2.2748$$

c) **(5 puntos)** Compare su resultado en (a) y (b) y comente.
El precio de la opción call americana es el mismo que el de la opción europea. Como nunca es óptimo ejecutarla temprano, el que sea americana no agrega valor por sobre el valor de la opción europea.

3 [30 puntos] Decisiones Bajo Incertidumbre

a) **(6 puntos)**

$$\begin{aligned} 0.75 &= q_R + \quad q_N + \quad q_A \\ 4 &= \qquad 4q_N + 9q_A \\ 1 &= \qquad\qquad 3q_A \end{aligned}$$

Entonces: $q_A = 1/3$, $q_N = 1/4$, y $q_R = 3/4 - 1/4 - 1/3 = 1/2 - 1/3 = 1/6$

b) **(1 puntos)**

$$\frac{1}{1+R_f} = 0.75 \Rightarrow Rf = 1/0.75 - 1 = 1/3$$

c) **(6 puntos)** Definiendo b, s, y c como las cantidades invertidas en el bono, la acción y la opción respectivamente:

$$w_0 = 0.75b + 4s + c$$

Problema:

$$\max_{b,s,c,\lambda} \pi_R \ln(b) + \pi_N \ln(b+4s) + \pi_A \ln(b+9s+3c) + \lambda(w_0 - 0.75b - 4s - c)$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b} &= \frac{\pi_R}{b} + \frac{\pi_N}{b+4s} + \frac{\pi_A}{b+9s+3c} - 0.75\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s} &= \frac{4\pi_N}{b+4s} + \frac{9\pi_A}{b+9s+3c} - 4\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b} &= \frac{3\pi_A}{b+9s+3c} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 11 - 0.75b - 4s - c = 0 \end{aligned}$$

d) **(6 puntos)** Definiendo a_R, a_N, y a_A como las cantidades invertidas en los activos AD:

$$w_0 = a_R/6 + a_N/4 + a_A/3$$

Problema:

$$\max_{b,s,c,\lambda} \pi_R \ln(a_R) + \pi_N \ln(a_N) + \pi_A \ln(a_A) + \lambda(w_0 - a_R/6 - a_N/4 - a_A/3)$$

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial a_R} = \frac{1}{3a_R} - \lambda/6 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial a_N} = \frac{1}{3a_N} - \lambda/4 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial a_A} = \frac{1}{3a_A} - \lambda/3 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = w_0 - a_R/6 - a_N/4 - a_A/3 = 0$$

Resolviendo se obtiene: $a_R = 22$,$a_N = 44/3$ y $a_A = 11$.

e) **(6 puntos)** Si es neutral al riesgo entonces:

$$\frac{q_R}{q_N} = \frac{\pi_R}{\pi_N}$$
$$\frac{q_R}{q_A} = \frac{\pi_R}{\pi_A}$$
$$\frac{q_N}{q_A} = \frac{\pi_N}{\pi_A}$$

y además:

$$\pi_R + \pi_N + \pi_A = 1$$

Entonces:

$$\pi_R = 2/9$$
$$\pi_R = 1/3$$
$$\pi_R = 4/9$$

f) **(5 puntos)**

$$VP(S) = \frac{4/3 + 4}{1 + 1/3} = 4$$
$$VP(C) = \frac{3 \cdot 4/9}{1 + 1/3} = 1$$

Usando el criterio del VPN con la tasa libre de riesgo como tasas de descuento y con las probabilidades del individuo averso al riesgo obtenemos los precios correctos.

4 [20 puntos] Diversificación y análisis media-varianza

a) **(3 puntos)**

$$E[R_T] = 0.6 \times 0.15 + 0.4 \times 0.1 = 0.13$$
$$\sigma_T^2 = 0.6^2 \times 0.3^2 + 0.4^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.2 \times 0.6 \times 0.4 = 0.0561$$

b) **(3 puntos)**
Porque el teorema del fondo mutuo predice que la proporción optima a invertir entre activos riesgosos (portafolio tangente) es constante y no debiera depender de la aversión al riesgo.

c) **(8 puntos)**
Siguiendo el teorema del fondo mutuo con $A = 2$:

$$\omega_T = \frac{0.13 - 0.03}{2 \times 0.0561} = 0.9807$$
$$E(R_p) = 0.9807 \times 0.13 + (1 - 0.9807) \times 0.02 = 0.1279$$
$$\sigma_p^2 = 0.9807^2 \times 0.0561 = 0.0539$$
$$U = 0.1279 - \frac{2}{2} \times 0.0539 = 0.0739$$

Siguiendo el teorema del fondo mutuo con $A = 20$:

$$\omega_T = \frac{0.13 - 0.03}{20 \times 0.0561} = 0.0981$$
$$E(R_p) = 0.0981 \times 0.13 + (1 - 0.0981) \times 0.02 = 0.0308$$
$$\sigma_p^2 = 0.0981^2 \times 0.0561 = 0.0005$$
$$U = 0.0308 - \frac{20}{2} \times 0.0005 = 0.0254$$

Siguiendo intermediario con $A = 2$:

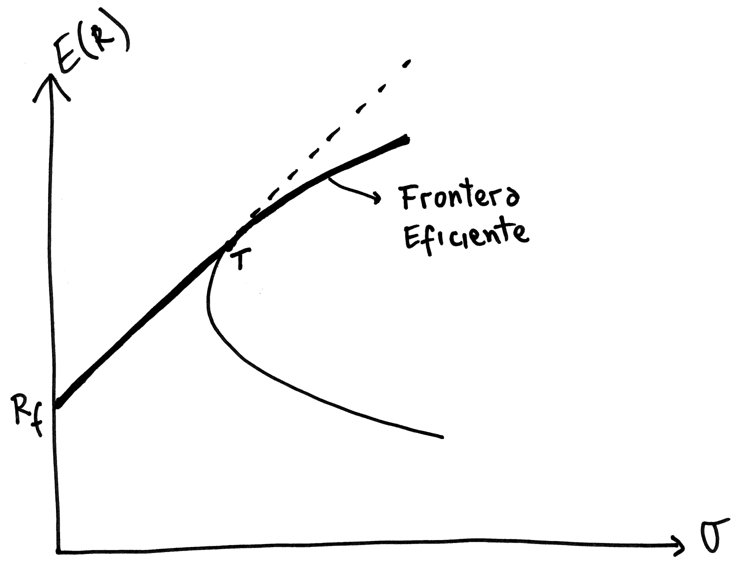
$$\frac{\omega_S}{1 - \omega_S} = \frac{2}{2} \Rightarrow \omega_S = 0.5$$
$$E(R_p) = 0.5 \times 0.15 + (1 - 0.5) \times 0.10 = 0.1250$$
$$\sigma_p^2 = 0.5^2 \times 0.3^2 + 0.5^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.5 = 0.0505$$
$$U = 0.1250 - \frac{2}{2} \times 0.0505 = 0.0745$$

Siguiendo intermediario con $A = 20$:

$$\frac{\omega_S}{1 - \omega_S} = \frac{2}{20} \Rightarrow \omega_S = 1/11$$
$$E(R_p) = 1/11 \times 0.15 + (1 - 1/11) \times 0.10 = 0.1045$$
$$\sigma_p^2 = (1/11)^2 \times 0.3^2 + (10/11)^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.2 \times 1/11 \times 10/11 = 0.0398$$
$$U = 0.1045 - \frac{20}{2} \times 0.0398 = -0.2930$$

El inversionista pierde si sigue la recomendación del intermediario porque no está invirtiendo en el portafolio tangente que entrega el máximo sharpe ratio.

d) **(3 puntos)**
Podría tener razón para un inversionista con aversión al riesgo $A < \bar{A}$, tal que pudiera querer endeudarse. $\bar{A}$ es la aversión al riesgo tal que el individuo invierte 100% en el portafolio tangente. Gráficamente, podría ser que el portaflio recomendado por el intermediario cae en la nueva frontera eficiente a la derecha de T:



e) **(3 puntos)**
Ahí ya no aplica la lógica del intermediario, porque el portafolio de activos riesgosos óptimo (el portafolio tangente) invierte cantidades positivas en los dos activos riesgosos, es decir, no es necesario hacer ventas cortas para formar el portafolio tangente.