



## Interrogación N° 2

Tiempo total: 2 horas.

### INSTRUCCIONES

- Se recomienda leer cuidadosamente toda la prueba antes de comenzar.
- Sólo se permite el uso de calculadoras no programables. No se permite el uso de dispositivos que permitan almacenar información ni comunicación con terceros.
- La prueba tiene 60 puntos en total y los puntajes de cada pregunta están indicados al comienzo de cada una.

### COMPROMISO DEL CÓDIGO DE HONOR<sup>1</sup>

Me comprometo a no entregar ni recibir ayuda indebida en esta evaluación. Esto incluye discutir la evaluación con compañeros que aún no lo han rendido. También declaro que si me percato de que existe fraude de cualquier tipo en esta evaluación, tengo el deber de comunicárselo al Profesor Ricardo Giesen, quien seguirá los procedimientos establecidos en la reglamentación de la Escuela de Ingeniería y de la Pontificia Universidad Católica de Chile para perseguir y sancionar cualquier acto de deshonestidad académica.

### PREGUNTAS:

**1) (6 Puntos en total)** Con respecto a la lectura “*Congestion Pricing: A Primer*”, responda:

- a) **(2 puntos)** Indique al menos tres diferentes posibles usos para la recaudación de la tarificación vial propuestos en la lectura.
- b) **(2 puntos)** ¿Qué es una “*HOT lane*” (pista HOT) y cuáles son sus principales beneficios? ¿Cómo se diferencia de una “*Express toll lane*” (pista expresa tarificada)?
- c) **(2 puntos)** Indique al menos uno de los tres argumentos que se entregan para justificar que la tarificación no es necesariamente injusta para los usuarios de bajos ingresos.

**2) (6 Puntos en total)** De acuerdo a la lectura “*The Psychology of Waiting lines*”:

- a) **(2 puntos)** ¿Qué ventajas y desventaja puede tener para un restaurante sentar a los grupos que esperan según el tamaño de las mesas que se desocupan?

---

<sup>1</sup> El lenguaje utilizado proviene directamente y está inspirado en documentos de la Universidad de Notre Dame

- b) (2 puntos) ¿En general al entregar estimaciones de demora por servicio es recomendable equivocarse de menos o de más? ¿Qué implicancias puede tener en la evaluación del servicio posterior?
- c) (2 puntos) ¿Qué implicancias tiene esto en el diseño de sistemas de espera?

**3) (12 Puntos en total)** Responda las siguientes preguntas:

**3.a) (6 Puntos)** Usted cuenta con un programa el cual entrega los flujos sobre una red que corresponden a un equilibrio de usuarios, acorde al primer principio de Wardrop. Este programa recibe como parámetros de entrada, para cada arco  $a = 1, \dots, m$ , los parámetros  $i_a$  y  $j_a$  (correspondientes a los nodos cola y cabeza de  $a$ ), y los parámetros  $\alpha_a, \beta_a, k_a$  y  $n_a$  correspondientes a una función de costos medios con la siguiente forma:

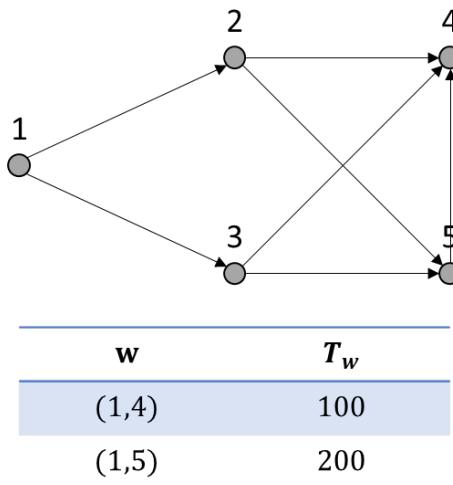
$$c_a(f_a) = \alpha_a + \beta_a \left( \frac{f_a}{k_a} \right)^{n_a}$$

Indique cómo se podría utilizar este programa para determinar la asignación óptima de sistema, para una red conocida con parámetros dados.

**3.b)** Comente la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta:

- i. (3 puntos) “Aumentar la capacidad del sistema de transporte puede llevar a una situación donde los costos percibidos por los usuarios en el equilibrio de usuarios sean más altos que los originales.”
- ii. (3 puntos) “Aumentar la capacidad del sistema de transporte puede llevar a una situación donde los costos de los usuarios en una asignación óptima de sistema sean más altos que los originales.”

**4) (12 puntos en total)** Considere la red de la figura, con sus correspondientes funciones de costos en arcos y las demandas que se indican.

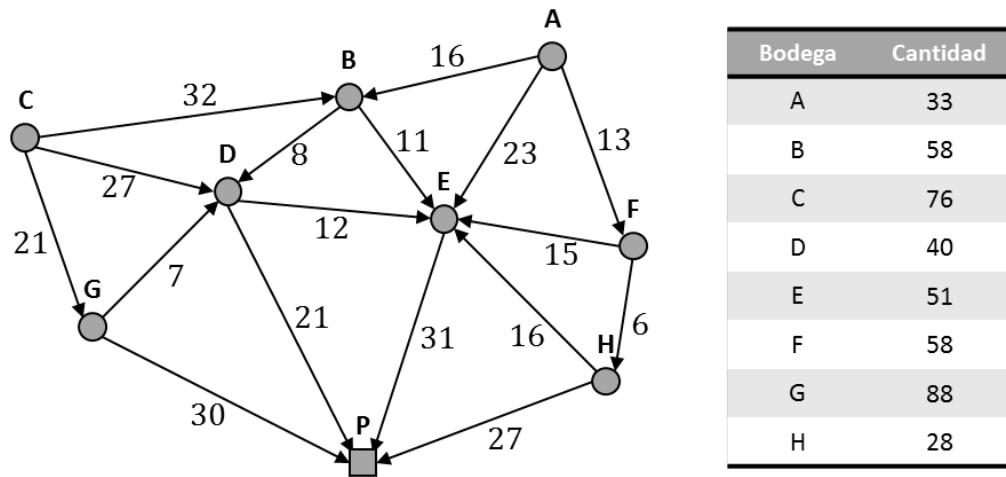


$a$	$c_a$
(1,2)	$50 + f_{12}$
(1,3)	$20 + f_{13}$
(2,4)	$30 + 2f_{24}$
(2,5)	$10 + f_{25}$
(3,4)	$40 + 3f_{34}$
(3,5)	$2f_{35}$
(5,4)	$50 + f_{54}$

**4.a) (6 puntos)** Plantee un problema de optimización que permita encontrar la asignación de equilibrio de usuarios, acorde al primer principio de Wardrop. Utilice explícitamente los datos y red que se entregan. (La formulación general no tendrá todo el puntaje)

**4.b) (6 puntos)** Plantee un problema de optimización que permita encontrar la asignación de usuarios óptima del sistema, acorde al segundo principio de Wardrop. Nuevamente considere explícitamente los datos y red que se entregan.

**5) (12 puntos en total)** La red de la figura ilustra las ubicaciones y tiempos de envío entre ocho centros de distribución (A, ..., H) y de un punto de venta P.



**5.a) (3 puntos)** ¿Qué modificaciones debe hacer al algoritmo de Dijkstra (o a los datos de entrada) para poder obtener los tiempos de envío mínimos desde cada bodega hacia P aplicando sólo una vez el algoritmo?

**5.b) (3 puntos)** Obtenga los tiempos óptimos de envío aplicando una sola vez Dijkstra. Construya una tabla para reportar los pasos de cálculo. Muestre el árbol de rutas mínimas y las distancias obtenidas.

**5.c) (3 puntos)** Para satisfacer un pedido urgente, se desea enviar 300 unidades de producto desde las bodegas hasta P. Cada bodega posee en inventario la cantidad entregada en la tabla. ¿Desde qué bodegas se debe enviar producto a P, y en qué cantidad, de forma de completar el pedido en el menor tiempo posible?

**5.d) (3 puntos)** ¿Qué modificación se puede realizar al algoritmo descrito en a. para que resuelva directamente el problema de la parte c.? Proponga un criterio de parada del algoritmo que evite seguir revisando nodos cuando ya se conozca la solución óptima.

**6) (12 Puntos Total)** Imagine que la UC llega a la final de la Copa Libertadores, y se estima que la tasa de llegada de autos, al estacionamiento de San Carlos de Apoquindo:

$$\lambda(t) = \begin{cases} 600 - 5t & , 0 \leq t \leq 120 \\ 0 & , 120 \leq t \end{cases}$$

Donde  $\lambda(t)$  está en vehículos por minuto,  $t$  en minutos, y  $t=0$  corresponde a 2 horas antes del inicio de la partido.

Si la tasa de atención es constante, y asumiendo que la cola es D/D/1 con atención FIFO:

**6.a) (3 Puntos)** Para evitar molestar a los vecinos del sector ¿Cuál es el mínimo número de vehículos por minuto que deben ser procesados para asegurar que el total de vehículos en cola nunca exceda los 50 vehículos?

**6.b) (3 Puntos)** Considerando su respuesta de la parte (a), dibuje un diagrama de llegadas y salidas acumuladas que represente esta situación. Identificando el instante en que se disipa la cola.

**6.c) (3 Puntos)** Considerando su respuesta de la parte (a), ¿cuál será la demora total para todos los vehículos que llegan al partido?

**6.d) (3 Puntos)** Considerando su respuesta de la parte (a), ¿cuántos minutos atrasado entra al estacionamiento del estadio el último auto en llegar?

**!!!Buena Suerte!!!**

## **Pauta I2 – ICT2904 2do Semestre 2015**

### **Pregunta 1:**

#### **A- (2 puntos)**

- Mejoras tecnológicas
- Mejoras en el transporte público
- Disminuir impuestos, ej.: Bencina
- Mantención del sistema
- Mejorar infraestructura
- Más

#### **B- (2 puntos)**

1p) Correctamente que es una *HOT lane*

0.5p) Dar los beneficios

0.5p) Explicar la diferencia con *Express toll lane*

#### **C- (2 puntos)**

Argumentar en como las personas tienen la opción de optar por vías más rápidas y así poder ahorrar tiempo, o asegurar que van a llegar a la hora a su destino final. Otra opción es argumentar con como mejora el transporte público, o mejoras en el sistema de taxes/beneficios.

### **Pregunta 2:**

#### **A- (2 puntos)**

Nombrar y explicar una ventaja asociada a lo dicho en el texto - 1 punto

Nombrar y explicar una desventaja asociada a lo dicho en el texto - 1 punto

#### **B- (2 puntos)**

Explicar que es más recomendable equivocarse de más - 1 punto

Explicar posibles implicancias argumentadas con algún aspecto mencionado en el texto - 1 punto

#### **C- (2 puntos)**

Referirse a la importancia de la evaluación de la experiencia del usuario en sistemas de espera - 1 punto

Ejemplificar aspectos en el que se puede trabajar la experiencia del usuario en sistemas de espera - 1 punto

### Pregunta 3:

#### A- (6 puntos)

Resolver un problema de óptimo se sistema equivale a resolver un problema de equilibrio de usuarios (1<sup>er</sup> principio de Wardrop) donde los usuarios perciben costos marginales (se mantienen las restricciones) **(2 pts)**. Por lo tanto, basta con utilizar el programa ingresando los parámetros correspondientes a las funciones de costos marginales **(2 pts por cálculo de costos marginales, 1 pt por razonamiento del problema aplicado al programa)**:

$$cmg_a(f_a) = \frac{\partial}{\partial f_a} (c_a(f_a) \cdot f_a) = \alpha_a + (n_a + 1)\beta_a \left(\frac{f_a}{k_a}\right)^{n_a}$$

Es decir, hay que ingresar los mismos datos, salvo los parámetros  $\beta_a$  que ahora toman valor  $(n_a + 1)\beta_a$ . **(1pt)**

#### B- (6 puntos)

Para ambas, si había algún argumento falso, pero la respuesta estaba en su mayoría correcta, se le descontaba solo 1 pto.

- i) (3 puntos) Esto es cierto, y se conoce como la paradoja de Braess. (También era válido usar ejemplos o explicar la paradoja)
- ii) (3 puntos) Esto es falso. Todas las asignaciones factibles en la situación original son factibles en la situación con aumento de capacidad, lo que implica que el nuevo óptimo social no puede ser peor.

### Pregunta 4:

#### A- (6 puntos)

Buscamos el equilibrio de usuario por lo que minimizamos respecto a los costos medios de cada arco. Según el primer principio de Wardrop, tendremos:

$$\begin{aligned} \min Z = & \int_0^{f_{12}} (50 + x)dx + \int_0^{f_{13}} (20 + x)dx + \int_0^{f_{24}} (30 + 2x)dx + \int_0^{f_{25}} (10 + x)dx \\ & + \int_0^{f_{34}} (40 + 3x)dx + \int_0^{f_{35}} (2x)dx + \int_0^{f_{54}} (50 + x)dx \end{aligned}$$

3 puntos.

Definimos las rutas:

Par 1-4

$$\begin{aligned} h1 &= 1 - 2 - 4 \\ h2 &= 1 - 2 - 5 - 4 \\ h3 &= 1 - 3 - 4 \\ h4 &= 1 - 3 - 5 - 4 \end{aligned}$$

Par 1-5

$$\begin{aligned}h5 &= 1 - 2 - 5 \\h6 &= 1 - 3 - 5\end{aligned}$$

Restricciones:

$$\begin{aligned}f12 &= h1 + h2 + h5 \\f13 &= h3 + h4 + h6 \\f24 &= h1 \\f25 &= h2 + h5 \\f34 &= h3 \\f35 &= h4 + h6 \\f54 &= h2 + h4 \\h1 + h2 + h3 + h4 &= 100 \\h5 + h6 &= 200 \\h1, h2, h3, h4, h5, h6 &\geq 0\end{aligned}$$

3 puntos.

**B- (6 puntos)**

Las restricciones se mantienen, cambia la función objetivo. Ahora buscamos el óptimo de sistema y por ende, consideramos los costos marginales, en vez de los costos medios.

Según el segundo principio de Wardrop, tendremos:

$$\begin{aligned}\min Z &= \int_0^{f12} (50 + 2x)dx + \int_0^{f13} (20 + 2x)dx + \int_0^{f24} (30 + 4x)dx \\&+ \int_0^{f25} (10 + 2x)dx + \int_0^{f34} (40 + 6x)dx + \int_0^{f35} (4x)dx \\&+ \int_0^{f54} (50 + 2x)dx\end{aligned}$$

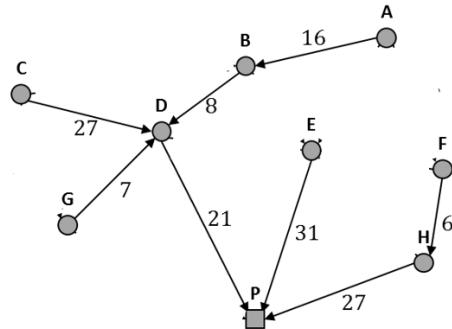
3 puntos.

Restricciones idénticas a las anteriores 3 puntos

### Pregunta 5: (12 puntos)

a- Se tiene que invertir los arcos de sentido

b- Árbol ruta mínima:



Tiempos mínimos:

A→45

B→29

C→48

D→21

E→31

F→33

G→28

H→27.

\*\*si no se resuelve con Dijkstra no hay puntaje

$$c- \min 45x_1 + 29x_2 + 48x_3 + 21x_4 + 31x_5 + 33x_6 + 28x_7 + 27x_8$$

$$\text{s.a. } 33x_1 + 58x_2 + 76x_3 + 40x_4 + 51x_5 + 58x_6 + 88x_7 + 28x_8 \leq 300$$

Con  $x_i$  variable binaria

Cantidades a mandar desde cada nodo:

A→0

B→58

C→0

D→40

E→51

F→35

G→88

H→28

d- Agregando una restricción extra que cuente cuanto producto es mandado hasta cada iteración a P y se detenga cuando este sea igual a 300.

### Pregunta 6: (12 puntos)

- a) Primero tenemos que calcular las llegadas acumuladas:

Para  $t \leq 120$

$$A(t) = \int_0^t \lambda(x)dx = \int_0^t (600 - 5x)dx = 600t - \frac{5}{2}t^2$$

Y para  $t > 120$

$$A(t) = \int_0^{120} (600 - 5x)dx + \int_{120}^t 0dx = 600 * 120 - \frac{5}{2} * 120^2 = 36000$$

Por lo tanto:

$$A(t) = \begin{cases} 600t - \frac{5}{2}t^2 & \text{si } t \leq 120 \\ 36000 & \text{si } t > 120 \end{cases}$$

Y también tenemos que dado que buscamos una tasa de servicio constante:

$$D(t) = \int_0^t \mu(x)dx = \mu * t \text{ (1 punto)}$$

Por otro lado, la cola  $L(t)$  se puede representar como:

$$L(t) = A(t) - D(t)$$

$$L(t) = 600t - \frac{5}{2}t^2 - \mu * t$$

$$L(t) = (600 - \mu)t - \frac{5}{2}t^2 \text{ (1 punto)}$$

Por lo tanto, la cola máxima será en:

$$\frac{\partial L(t)}{\partial t} = 600 - \mu - 5t = 0 \rightarrow 600 - \mu = 5t \rightarrow 120 - \frac{\mu}{5} = t$$

Reemplazando y buscando que la cola no supere los 50 veh:

$$50 = (600 - \mu) * \left(120 - \frac{\mu}{5}\right) - \frac{5}{2} \left(120 - \frac{\mu}{5}\right)^2$$

$$50 = \frac{(600 - \mu)^2}{5} * \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$500 = (600 - \mu)^2 = 360000 - 1200\mu + \mu^2$$

$$\mu^2 - 1200\mu + 359500 = 0 \rightarrow \mu = 577,64 \text{ veh/min}$$

Por lo tanto, necesitamos atender a 578 vehículos por minuto. (1 punto)

- b) La cola se disipa cuando ambas curvas se igualen: (1 punto)

Si  $t \leq 120$

$$600t - \frac{5}{2}t^2 = 578t \rightarrow t^2 - 8.8t = 0 \rightarrow t = 8.8 \text{ min}$$

Es decir, la cola se disipó a los 8.8 minutos. Posteriormente, los vehículos son atendidos a medida que van llegando. (1 punto)

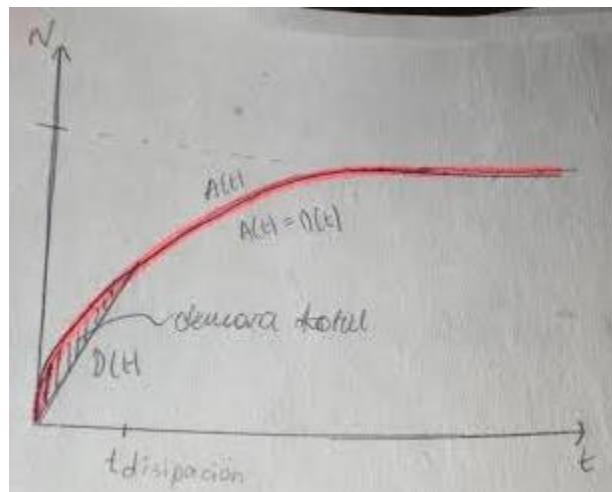


Grafico 1 punto

- c) La demora total es el área entre ambas curvas: (1 punto)

Considerar que después de la disipación de la cola (8.8 minutos), no existe área entre las curvas dado que los vehículos son atendidos inmediatamente (no esperan). (1 punto)

$$DT = \int_0^t A(x)dx - D(x)dx = \int_0^{8.8} \left( 600x - \frac{5}{2}x^2 - 578x \right) dx = \int_0^{8.8} \left( 22x - \frac{5}{2}x^2 \right) dx$$

$$DT = 11 * 8.8^2 - \frac{5}{2} \cdot \frac{8.8^3}{3} = 851.84 - 567.89 = 283.947 \text{ veh * min} \quad (1 \text{ punto})$$

- d) No entra atrasado porque no hay cola.