

Curso : Probabilidad y Estadística
Sigla : EAA1510
Profesores : María Ignacia Vicuña (Sec 1), Cristian Vásquez (Sec 2), Ricardo Olea (Sec 3)
Rafael Águila (Sec 4-5-6), Alonso Molina (Sec 7)

Pauta Control 1

Problema 1 [2.0 Ptos]

Para rendir este control, los 600 estudiantes de las siete secciones del curso, se deben distribuir aleatoriamente en 20 salas virtuales del mismo tamaño. Para simplificar, suponga que no hay límite de capacidad máxima de personas en zoom, por lo cual todos los estudiantes están conectados en un mismo link de zoom. ¿Cuál es la probabilidad que los 5 estudiantes, que son amigos desde siempre, queden en la misma sala virtual?
Nota: Puede dejar su resultado expresado lo más simplificado posible, sin obtener el valor final.

Solución:

Sea A el evento en que los 5 amigos quedan en la misma sala virtual.
Como los alumnos se distribuyen al azar, dicha probabilidad corresponde a un espacio equiprobable, por lo tanto:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} \text{ [0.2 Ptos.]}$$

donde el conteo de casos debemos utilizar agrupamiento multinomial, esto es

$$\#A = \binom{595}{25, 30, \dots, 30} \cdot 20 = \frac{20 \cdot 595!}{25! \cdot (30!)^{19}} \text{ [0.7 Ptos.]}$$

$$\#S = \binom{600}{30, 30, \dots, 30} = \frac{600!}{(30!)^{20}} \text{ [0.7 Ptos.]}$$

Por lo tanto,

$$P(A) = \frac{\frac{20 \cdot 595!}{25! (30!)^{19}}}{\frac{600!}{(30!)^{20}}} = \frac{29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26}{599 \cdot 598 \cdot 597 \cdot 596} \text{ [0.4 Ptos.]}$$

Errores de arrastre:

1. Si el alumno no consideró el permutar los 5 amigos en las 20 salas (multiplicar por 20) en $\#A$, asignar [0.3 Ptos] de [0.7 Ptos].
2. Si el alumno utilizó ordenamiento multinomial para el conteo de $\#A$ pero tiene un pequeño error numérico y tiene correcto el planteamiento o cálculo de $\#S$, asignar [0.3 Ptos] de [0.4 Ptos] al resultado final de $P(A)$.
3. Si el alumno utilizó ordenamiento multinomial para el conteo de $\#S$ pero tiene un pequeño error numérico y tiene correcto el planteamiento o cálculo de $\#A$, asignar [0.3 Ptos] de [0.4 Ptos] al resultado final de $P(A)$.

Problema 2 [4.0 Ptos]

Históricamente, se sabe que cada estudiante de este curso de probabilidad y estadística, tiene una de las siguientes tres fuentes como estrategia principal en su estudio previo a las evaluaciones.

El 20 % de los estudiantes se prepara en base a los videos grabados del curso. (VI)

El 30 % se prepara en base a las pautas históricas. (PH)

El resto se prepara asistiendo a las clases virtuales. (CV)

Quienes se basan en los videos, saben que la probabilidad de tener el tiempo suficiente para repetir en varias oportunidades el mismo video, ocurre en un 80 % de las veces, en tal caso, estos estudiantes aprueban el curso en un 90 % de las veces, sin embargo, si no tienen el tiempo suficiente, entonces reprueban el curso en un 100 % de las veces.

Quienes se basan en las pautas históricas, deben tener tiempo suficiente para grabarse de memoria las distintas pautas, esto ocurre en un 60 % de las veces, en tal caso, estos estudiantes aprueban el curso en un 70 % de las veces, pero si no tienen el tiempo suficiente, reprueban el 90 % de las veces.

Por último, para quienes asisten a las clases virtuales, deben participar activamente en la clase, esto ocurre en un 40 % de las veces, en tal caso aprueba el curso en un 100 % de las veces, pero si no participa entonces solo aprueba el curso en un 75 % de las veces.

Sabiendo que un alumno Aprobó el curso ¿Cuál es la probabilidad de que haya seguido la estrategia principal de asistir a las Clases Virtuales?

Nota: Un estudiante no puede combinar estrategias para preparar las evaluaciones, sólo escoge una de ellas para usarla todo el semestre.

Solución:

Se definen los eventos:

VI: Estrategia basada en los Videos

PH: Estrategia basada en Pautas Históricas

CV: Estrategia basada en Clases Virtuales

TV: Alumno tiene tiempo suficiente para repetir varias veces el mismo video

TP: Alumno tiene Tiempo suficiente para grabarse de memoria las distintas pautas históricas

PA: Alumno participa en clases

A : Alumno aprueba el curso

$$\begin{aligned}P(VI) &= 0.2 & P(PH) &= 0.3 & P(CV) &= 0.5 & P(TV|VI) &= 0.8 & P(A|TV \cap VI) &= 0.9 \\P(\bar{A}|\bar{TV} \cap VI) &= 1 & P(TP|PH) &= 0.6 & P(A|TP \cap PH) &= 0.7 & P(\bar{A}|\bar{TP} \cap PH) &= 0.9 \\P(PA|CV) &= 0.4 & P(A|CV \cap PA) &= 1 & P(A|CV \cap \bar{PA}) &= 0.75\end{aligned}$$

[0.6 Ptos.] (Cada probabilidad correcta asigna 0.05 Ptos)

Piden calcular $P(CV|A)$. [0.1 Ptos] Por definición de probabilidad condicional, se tiene que

$$P(CV|A) = \frac{P(CV \cap A)}{P(A)} \quad [0.2 \text{ Ptos}]$$

donde $P(A)$ se calcula por probabilidades totales:

$$\begin{aligned}P(A) &= P(A|VI \cap TV)P(TV|VI)P(VI) + P(A|VI \cap \bar{TV})P(\bar{TV}|VI)P(VI) + \\&\quad P(A|PH \cap TP)P(TP|PH)P(PH) + P(A|PH \cap \bar{TP})P(\bar{TP}|PH)P(PH) + \\&\quad P(A|CV \cap PA)P(PA|CV)P(CV) + P(A|CV \cap \bar{PA})P(\bar{PA}|CV)P(CV) \\&= 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.2 + 0 + 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.3 + 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.3 + 1 \cdot 0.4 \cdot 0.5 + 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.5 \\&= 0.707 \quad [1.5 \text{ Ptos}]\end{aligned}$$

Además,

$$P(CV \cap A) = P(CV \cap A \cap PA) + P(CV \cap A \cap \bar{PA}) = 1 \cdot 0.4 \cdot 0.5 + 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.5 = 0.425 \quad [1.0 \text{ Ptos}]$$

Por lo tanto,

$$P(CV | A) = \frac{0.425}{0.707} = 0.6011315 \text{ [0.6 Ptos]}$$

Errores de arrastre:

1. Si el alumno escribió mal la(s) probabilidad(es) del evento(s) que estaban en el enunciado, o tiene un pequeño error numérico y usó ese valor para el cálculo de $P(A)$, usando correctamente el teorema de probabilidad totales ya sea explícitamente con la fórmula o con el árbol, asignar [1.0 Ptos] de [1.5 Ptos] por error de arrastre.
2. Si el alumno escribió mal la(s) probabilidad(es) del evento(s) que estaban en el enunciado, o tiene un pequeño error numérico y usó ese valor para el cálculo de $P(A \cap CV)$ asignar [0.3 Ptos] de [1.0 Ptos.] por error de arrastre.