PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
TAV 2020

MAT1630 - Control 5

NOMBRE:...

Considere el campo vectorial

$$F(x,y) = \left(\frac{y}{(x-1)^2+y^2}, \frac{1-x}{(x-1)^2+y^2}\right)$$

1. Calcular
$$\int_{C_1} F \cdot dr$$
donde C_1 es la curva $r(t) = (\cos t + 1, \sin t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$

Solución:
C_1 es
$$r(t) = (\cos t + 1, \sin t)$$
con $0 \leq t \leq 2\pi$. Luego $r'(t) = (-\sin t, \cos t)$ y $F(r(t)) = (\operatorname{sen} t, -\cos t)$

Se tiene entonces que
$$\int_{C_1} F \cdot dr = \int_0^{2\pi} F(r(t)) \cdot r'(t)dt = \int_0^{2\pi} -1dt = -2\pi.$$

2. Calcular
$$\int_{C_2} F \cdot dr$$
donde $C_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 16x^2 + y^2 = 4\}$ recorrida en forma positiva.
Solución:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{(x-1)^2 - y^2}{[(x-1)^2+y^2]^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{(x-1)^2 - y^2}{[(x-1)^2 + y^2]^2}$$

Como $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial P}{\partial y}$ y C_2 es una curva cerrada contenida en una regíon simplemente conexa, se concluye que F es conservativo en esa región y por lo tanto $\displaystyle\int_{C_2} F \cdot dr = 0$.