

**Curso : Probabilidad y Estadística**  
**Sigla : EAS200A**  
**Pauta : Control 5**  
**Profesores : Rafael Águila (Sec 01), Victor Correa (Sec 02),  
 Osvaldo Ferreiro (Sec 03) y Ricardo Olea (Sec 04)**

Una panadería fabrica diariamente tortas merengue-lúcuma a un costo de \$3.000. Si una torta no se vende durante el día, por protocolo de calidad debe ser eliminada como basura. Revisando datos históricos, se observa que la demanda esperada en un día de este tipo de torta es cinco.

- (a) [2.0 Ptos.] Proponga un modelo de probabilidad adecuado para la demanda diaria de tortas merengue-lúcuma. (Justifique)
- (b) [4.0 Ptos.] Si el precio de venta de una torta es de \$10.000 y la panadería solo fabrica siete tortas merengue-lúcuma, ¿cuál es la utilidad esperada por este concepto?

**Respuesta:**

- (a) Bajo el supuesto que los clientes piden tortas merengue-lúcuma de manera independiente y con una tasa constante [1.0 Ptos.], entonces el modelo de probabilidad adecuado para el número  $X$  de tortas demandadas diariamente sería un modelo Poisson( $\nu$ ), con  $\nu$  igual a cinco. [1.0 Ptos.]
- (b) Definamos como  $Y$  al número de tortas merengue-lúcuma que se venden en un día. Como la panadería fabrica solo siete tortas de este tipo, el soporte (o recorrido) de  $Y$  es  $\Theta_Y = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$ . [0.5 Ptos.]

La función de probabilidad de esta variable aleatoria está dada por

$$p_Y(y) = \begin{cases} p_X(x), & y = 0, 1, \dots, 6 \\ 1 - \sum_{x=0}^6 p_X(x), & y = 7 \end{cases} \quad [1.0 \text{ Ptos.}]$$

con  $p_X(x) = \frac{\nu^x e^{-\nu}}{x!}$  y  $\nu = 5$ . [0.5 Ptos.]

Reemplazando tenemos que

$y$	0	1	2	3	4	5	6	7	[0.5 Ptos.]
$p_Y(y)$	0.006738	0.03369	0.084224	0.140374	0.175467	0.175467	0.146223	0.237817	

Definamos como  $U$  a la utilidad, es decir

$$U = (10000 - 3000) \cdot Y - (7 - Y) \cdot 3000 = 10000Y - 21000 \quad [1.0 \text{ Ptos.}]$$

Se pide

$$\begin{aligned} E(U) &= 10000 \cdot E(Y) - 21000, \quad \text{por linealidad del operador esperanza} \quad [0.2 \text{ Ptos.}] \\ &= 10000 \cdot \sum_{y=0}^7 y p_Y(y) - 21000 \quad [0.1 \text{ Ptos.}] \\ &= 10000 \cdot 4.744519 - 21000 \quad [0.1 \text{ Ptos.}] \\ &= 26445.19 \quad [0.1 \text{ Ptos.}] \end{aligned}$$

Por lo tanto la utilidad esperada es de \$26445.19 pesos.

+ 1 Punto Base