

Curso : Probabilidad y Estadística
Sigla : EAS200a
Profesores : Rafael Águila (Sec 01) y Ricardo Olea (Sec 02)

Pauta Control 5

Sea X una variable aleatoria con distribución uniforme discreta, cuyo soporte (recorrido) está dado por $\Theta_X = \{-1, 0, 1\}$. Si $Y = X^2$:

- Obtenga la función de probabilidad conjunta del vector (X, Y) .
- Obtenga la función de probabilidad marginal de Y .
- Obtenga $\text{Cov}(X, Y)$.
- Determine si X e Y son variables aleatorias independientes.

Solución

(a)-(b) Tenemos que el recorrido de Y es: $\{-1, 0, 1\}$ con $p_X(-1) = p_X(0) = p_X(1) = \frac{1}{3}$ mientras que el re-corrido de Y es: $\{0, 1\}$

La función de probabilidad conjunta y marginales se pueden observar en la siguiente tabla

X Y	0	1	$p_X(x)$
-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$p_Y(y)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

Conjunta de X e Y [1,5 puntos]

Marginal de Y [1,5 puntos]

(c) $\text{Cov}(X, Y) = E(X * Y) - E(X) * E(Y) = 0$ [0,5 puntos]

Ya que:

$$E(X * Y) = -1 * 0 * 0 + (-1) * (1) * \frac{1}{3} + 0 * 0 * \frac{1}{3} + 0 * 1 * 0 + 1 * 0 * \frac{1}{3} + 1 * 1 * \frac{1}{3} = 0$$

[0,5 puntos]

$$E(X) = -1 * \frac{1}{3} + 0 * \frac{1}{3} + 1 * \frac{1}{3} = 0$$

[0,5 puntos]

(d) X e Y NO son variables aleatorias independientes ya que por ejemplo:

$$p_X(-1) * p_Y(0) = \frac{1}{3} * \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \neq 0$$

[1,5 puntos]

+ 1 Punto Base