Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA A

Nombre: ____

Sección:_______

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 7 de Abril de 2017

1. Demuestre utilizando la definición de límite que:

$$\lim_{x\to 2}(x^2-4x+5) = 1$$

Solución

$\lim_{x\to 2}(x^2-4x+5) = 1 \Leftrightarrow \forall\epsilon > 0\,\exists\delta > 0\,\forall x \in Dom(f)(|x-2| < \delta \Rightarrow |(x^2-4x+5)-1| < \epsilon$

Luego sea $\delta = \sqrt{\epsilon}$ entonces si $|x-2| < \delta$ entonces

$$(|x-2|)^2 < (\sqrt{\epsilon})^2 = \epsilon$$

2. Hallar las asíntotas horizontales y verticales de la curva:

$$f(x) = \frac{1-x^4}{x^2-x^4}$$

Solución

Para determinar las asíntotas horizontales debemos calcular

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

Como las potencias son todas pares, si existe el límite, va el mismo para $\pm\infty$ Por lo tanto

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-x^4}{x^2-x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{\dfrac{1}{x^4}-1}{\dfrac{1}{x^2}-1} = 1$$

Por lo tanto la recta $y = 1$ es la única asíntota horizontal.

Para encontrar las asíntotas verticales, debemos encontrar números reales a tales que $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$.

Si $a \neq -1$ y $a \neq 1$ entonces

$$\lim_{x\to a} \frac{1-x^4}{x^2-x^4} = \frac{(1-a^2)(1+a^2)}{a^2(1-a^2)}$$

$$= \frac{1}{a^2} + 1$$

Este resultado tiende a ∞ sólo si $a = 0$

Por lo tanto la única asíntota vertical es $x = 0$.

3. Dada la función real:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & , \text{ si } x < 1 \\ x^2 - 2x + 2 & , \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

Entonces el valor de $f'(1)$ es:

a) 0

b) -1

c) 1

d) No existe **Respuesta correcta**

e) Ninguna de las anteriores.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA B

Nombre: ______________________________________

Sección:_______

Tiempo : 50 minutos

Fecha :7 de Abril de 2017

1. Demuestre utilizando la definición de límite que:

$$\lim_{x\to 1}(x^2-2x+1) = 0$$

Solución

$\lim_{x\to 1}(x^2-2x+1) = 1 \Leftrightarrow \forall\epsilon > 0\, \exists\delta > 0\, \forall x \in Dom(f)(|x-1| < \delta \Rightarrow |(x^2-2x+1)-0| = |(x-1)^2| < \epsilon$

Luego sea $\delta = \sqrt{\epsilon}$ entonces si $|x-1| < \delta$ entonces

$$(|(x-1)^2|) < (\sqrt{\epsilon})^2 = \epsilon$$

2. Hallar las asíntotas horizontales y verticales de la curva:

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^2}$$

Solución

Para determinar las asíntotas horizontales debemos calcular

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

Como las potencias son todas pares, si existe el límite, va el mismo para $\pm\infty$ Por lo tanto

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \dfrac{1}{x^4}}{1 - \dfrac{1}{x^2}} = 1$$

Por lo tanto la recta $y = 1$ es la única asíntota horizontal.

Para encontrar las asíntotas verticales, debemos encontrar números reales a tales que $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ y $a \neq 1$ y $a \neq -1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \to a} \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^2} &= \frac{(a^2 - 1)(a^2 + 1)}{a^2(a^2 - 1)} \\ &= 1 + \frac{1}{a^2} \end{aligned}$$

Este resultado tiende a ∞ sólo si $a = 0$

Por lo tanto la única asíntota vertical es $x = 0$.

3. Dada la función real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ si } x \leq 1 \\[2ex] \dfrac{x}{3} + \dfrac{2}{3} & , \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

Entonces el valor de $f'(1)$ es:

a) 0
b) -1
c) 2
d) No existe **RESPUESTA CORRECTA**
e) Ninguna de las anteriores.