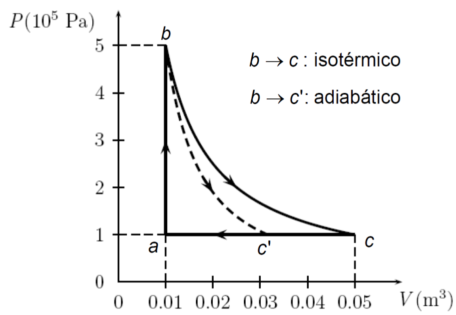
FIS1523 ⋆ Termodinámica
✓ **Ayudante:** *Sebastián Urrutia Quiroga*
✓ **Correo:** sgurruti@uc.cl
✓ **Página Web:** www.sgurruti.cl/termo

Ayudantía ⋆ Eficiencia Térmica

1. Considere el ciclo termodinámico que realiza una cierta cantidad de moles de aire, descrito en el gráfico P vs V que muestra la figura. Adicionalmente a los tramos a presión y volumen constante, el ciclo puede completarse con la línea curva continua, que corresponde a un proceso isotérmico, o la segmentada, que corresponde a un proceso adiabático. Asuma que el aire se puede modelar como un gas ideal diatómico.



   a) Encuentre el trabajo hecho por el gas en ambos casos (línea continua y línea segmentada)

   b) Determine la eficiencia del ciclo para ambos casos

Solución:

a) El trabajo realizado por el gas en todo un ciclo corresponde a la suma del trabajo realizado en cada etapa:

- $a \to b$: proceso isocórico, por lo que

$$W_{ab} = 0\,\mathrm{J}$$

- $b \to c$: proceso isotérmico, por lo que

$$W_{bc} = \int_{V_b}^{V_c} P\ dV = \int_{V_b}^{V_c} \frac{nRT_{iso}}{V}\ dV = nRT_{iso} \ln\left(\frac{V_b}{V_c}\right) = P_cV_c \ln\left(\frac{V_b}{V_c}\right) = 8047.19\,\mathrm{J}$$

  donde $T_{iso} = T_b = T_c$ y $P_cV_c = P_bV_b = nRT_{iso}$, pues el aire puede ser modelado como gas ideal.

- $b \to c'$: proceso adiabático, por lo que $PV^\gamma = K$, con K una constante. Así,

$$W_{bc'} = \int_{V_b}^{V_{c'}} P\, dV = K \int_{V_b}^{V_{c'}} \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{K}{1-\gamma} V^{1-\gamma}\bigg|_{V_b}^{V_{c'}}$$

Necesitamos hallar los valores de K y $V_{c'}$. Reemplazando en el punto b,

$$K = P_b {V_b}^\gamma = (5 \times 10^5)(0.01)^{1.4} = 792.446596$$

Por otra parte,

$$K = P_{c'} {V_{c'}}^\gamma \quad \Longrightarrow \quad V_{c'} = \left(\frac{K}{P_{c'}}\right)^{1/\gamma} = 0.03156925177\,\mathrm{m}^3$$

Reemplazando,

$$W_{bc'} = 4607.69\,\mathrm{J}$$

Notar que si hubiésemos considerado la Primera Ley de la Termodinámico, como el proceso es adiabático,

$$W_{bc'} = -\Delta U_{bc'} = -nc_v(T_{c'} - T_b) = \frac{5}{2}(nRT_b - nRT_{c'}) = \frac{5}{2}(P_b V_b - P_{c'} V_{c'}) = 4607.69\,\mathrm{J}$$

y nos habríamos ahorrado la integral.

- $c \to a$: proceso isobárico, por lo que

$$W_{ca} = P_{iso}(V_a - V_c) = -4000\,\mathrm{J}$$

donde $P_{iso} = P_{c'} = P_c = P_a$

- $c' \to a$: proceso isobárico, por lo que

$$W_{c'a} = P_{iso}(V_a - V_{c'}) = -2156.93\,\mathrm{J}$$

Finalmente,

$$W_{abca} = 4047.19\,\mathrm{J} \qquad \wedge \qquad W_{abc'a} = 2450.76\,\mathrm{J}$$

b) Para determinar la eficiencia del ciclo, requerimos el calor que entra, pues:

$$\eta_{ciclo} = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}}$$

De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W \quad \Longrightarrow \quad Q = \Delta U + W$$

- $a \to b$: el proceso es isocórico, por lo que $W_{ab} = 0\,\mathrm{J}$. Además,

$$\Delta U_{ab} = nc_v(T_b - T_a) = \frac{5}{2}(nRT_b - nRT_a) = \frac{5}{2}(P_b V_b - P_a V_a) = 10000\,\mathrm{J}$$

Por tanto,

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} + W_{ab} = 10000\,\mathrm{J} > 0$$

- $b \rightarrow c$: el proceso es isotérmico, por lo que $\Delta U_{bc} = 0\,\text{J}$. Además,

$$\Delta U_{bc} = nc_v(T_c - T_a) = 0\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} + W_{bc} = 8047.19\,\text{J} > 0$$

- $b \rightarrow c'$: el proceso es adiabático, por lo que

$$Q_{bc'} = 0\,\text{J}$$

- $c \rightarrow a$:

$$\Delta U_{ca} = nc_v(T_a - T_c) = \frac{5}{2}(nRT_a - nRT_c) = \frac{5}{2}(P_aV_a - P_cV_c) = -10000\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} + W_{ca} = -14000\,\text{J} < 0$$

- $c' \rightarrow a$: proceso isobárico, por lo que

$$\Delta U_{c'a} = nc_v(T_a - T_{c'}) = \frac{5}{2}(nRT_a - nRT_{c'}) = \frac{5}{2}(P_aV_a - P_{c'}V_{c'}) = -5392.31\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{c'a} = \Delta U_{c'a} + W_{c'a} = -7549.24\,\text{J} < 0$$

El calor que entra corresponde a la suma de todos los términos positivos antes calculados. Con ello,

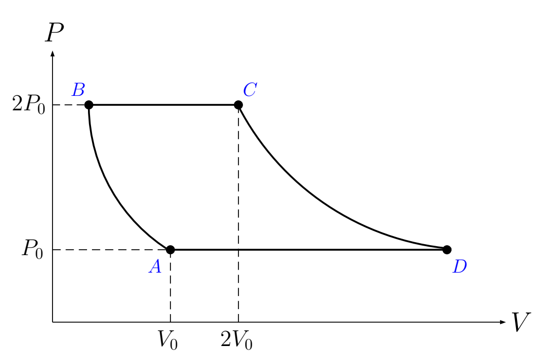
$$Q_{in}{}^{abca} = 18047.19\,\text{J} \qquad \wedge \qquad Q_{in}{}^{abc'a} = 10000\,\text{J}$$

Finalmente,

$$\eta_{abca} = 0.2242559645 \qquad \wedge \qquad \eta_{abc'a} = 0.245076$$

■

2. El ciclo termodinámico representado por el diagrama $P - V$ de la figura lo realiza un mol de un gas ideal diatómico en el sentido $ABCDA$. El tramo $A \rightarrow B$ es isotérmico, el tramo $B \rightarrow C$ es isobárico, el tramo $C \rightarrow D$ es adiabático, y el tramo $D \rightarrow A$ es isobárico. Los valores de P_0 y V_0 en el diagrama se suponen conocidos.



a) Encuentre los valores de presión, volumen y temperatura en los puntos A, B, C y D del diagrama

b) Determinar el flujo de calor en cada tramo el ciclo

c) Determine la eficiencia termodinámica del ciclo, así como la eficiencia termodinámica del ciclo de Carnot equivalente

d) Encuentre el trabajo realizado por el gas en el ciclo

Solución:

a) La ecuación de estado de los gases ideales, reemplazando $n = 1$, queda de la siguiente forma:

$$PV = RT$$

En el punto A se cumple que $P_A = P_0$ y $V_A = V_0$, por lo que:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{R} = \frac{P_0 V_0}{R}$$

El tramo $A \to B$ es isotérmico, por lo que $T_B = T_A$ antes calculada. Además, del diagrama, $P_B = 2P_0$. Así,

$$V_B = \frac{RT_B}{P_B} = \frac{R}{2P_0}\left(\frac{P_0 V_0}{R}\right) = \frac{V_0}{2}$$

El tramo $B \to C$ es isobárico, por lo que $P_C = P_B = 2P_0$. Del diagrama, $V_C = 2V_0$. Con ello,

$$T_C = \frac{P_C V_C}{R} = \frac{4P_0 V_0}{R}$$

El tramo $C \to D$ es adiabático, por lo que la presión y el volumen satisfacen la relación

$$PV^\gamma = K \text{ (cte)}$$

Evaluando en el punto C para obtener el valor de la constante,

$$PV^\gamma = (2P_0)(2V_0)^\gamma = 2^{\gamma+1} P_0 {V_0}^\gamma$$

Como $P_D = P_0$,

$$V_D = 2^{(\gamma+1)/\gamma} V_0 = 2^{12/7} V_0$$

ya que $\gamma = 7/5$ para un gas ideal diatómico. Finalmente,

$$T_D = \frac{P_D V_D}{R} = 2^{12/7} \frac{P_0 V_0}{R}$$

Resumiendo,

Estado	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{V}$
(A)	$\dfrac{P_0V_0}{R}$	P_0	V_0
(B)	$\dfrac{P_0V_0}{R}$	$2P_0$	$\dfrac{V_0}{2}$
(C)	$\dfrac{4P_0V_0}{R}$	$2P_0$	$2V_0$
(D)	$2^{12/7}\dfrac{P_0V_0}{R}$	P_0	$2^{12/7}V_0$

b) De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W$$

El tramo $A \to B$ es isotérmico a temperatura $T_A = T_B$, por lo que la variación de energía interna en dicho tramo es $\Delta U_{AB} = 0$. Así,

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} P\ dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{RT_A}{V}\ dV = P_0V_0 \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{dV}{V} = -P_0V_0\ln(2) < 0$$

lo que indica que el gas cede calor en este tramo. El tramo $B \to C$ es isobárico, por lo cual:

$$Q_{BC} = c_P(T_C - T_B) = \frac{7R}{2}\left(\frac{4P_0V_0}{2} - \frac{P_0V_0}{R}\right) = \frac{21}{2}P_0V_0 > 0$$

lo que indica que el gas absorbe calor en este tramo. El tramo $C \to D$ es adiabático, por lo que

$$Q_{CD} = 0$$

Finalmente, el tramo $D \to A$ es isobárico. Con ello,

$$Q_{DA} = c_P(T_A - T_D) = \frac{7R}{2}\left(\frac{P_0V_0}{R} - 2^{12/7}\frac{P_0V_0}{R}\right) = \frac{7}{2}\left(1 - 2^{12/7}\right)P_0V_0 < 0$$

c) La eficiencia termodinámica está dada por:

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}}$$

Como en un ciclo completo la variación de energía interna es nula, se cumple que:

$$W_{ciclo} = Q_{ciclo} = Q_{in} - |Q_{out}|$$

Entonces, reemplazando en la expresión de la eficiencia,

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - |Q_{out}|}{Q_{in}} = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}}$$

En este caso:

$$Q_{in} = Q_{BC} = \frac{21}{2} P_0 V_0$$

y

$$|Q_{out}| = |Q_{AB} + Q_{DA}| = P_0 V_0 \left[\ln(2) + \frac{7}{2}\left(2^{12/7} - 1\right) \right]$$

Reemplazando,

$$\eta = 1 - \frac{\ln(2) + 7/2\left(2^{12/7} - 1\right)}{21/2} = 1 - \frac{2\ln(2) + 7\left(2^{12/7} - 1\right)}{21} \approx 0.174$$

d) La eficiencia del ciclo de Carnot equivalente está dada por la expresión

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

donde T_{min} y T_{max} son las temperaturas extremas de operación del ciclo. En este caso, notemos que:

$$T_{min} = T_A = \frac{P_0 V_0}{R} \qquad \wedge \qquad T_{max} = T_C = \frac{4 P_0 V_0}{R}$$

con lo que

$$\eta_C = 1 - \frac{1}{4} = 0.75 > \eta$$

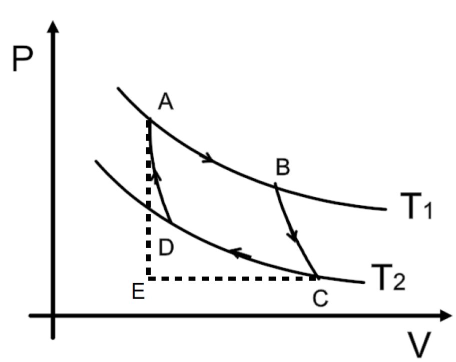
como era esperado.

e) El trabajo realizado se puede obtener a partir de la definición de eficiencia:

$$W_{ciclo} = \eta\, Q_{in} = \left[1 - \frac{2\ln(2) + 7\left(2^{12/7} - 1\right)}{21} \right] \left(\frac{21}{2}\right) P_0 V_0$$

■

3. Una máquina de Carnot, que sigue el ciclo $ABCDA$ en dicho sentido, funciona con 0.136 kg de aire como sustancia de trabajo. Al principio de la expansión isotérmica, las variables termodinámicas de presión, volumen y temperatura toman los valores 2.1 MPa, $9.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ y 516.5 K respectivamente. Asuma que el aire se comporta como un gas ideal, donde la temperatura del reservorio frío es 323.15 K y el calor total absorbido por la máquina de Carnot vale 32 kJ.



Considere que $\mathcal{R}_{aire} = 0.287\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$, $\gamma = 1.4$, $c_V = 0.718\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$ y $c_P = 1.005\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$.

a) Calcule la eficiencia del ciclo

b) Determine el valor de las variables termodinámicas de presión, volumen y temperatura en todos los estados del ciclo

c) Considerando ahora el ciclo $ABCEA$ (líneas punteadas), calcule el calor neto del ciclo

d) Calcule la eficiencia del ciclo $ABCEA$

Solución:

a) Notemos que:

$$T_{max} = 516.5\,\mathrm{K} \qquad \wedge \qquad T_{min} = 323.15\,\mathrm{K}$$

Luego,

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{323.15}{516.5} = 0.3743465634$$

b) La etapa $A \to B$ es isotérmico, i.e. $T_A = T_B = T_{max}$. Por esta razón, $\Delta U_{AB} = 0$ y con ello $Q_{AB} = W_{AB}$. Así,

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} P\;dV = nRT_{max}\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V} = nRT_{max}\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

pues $V_B > V_A$. Además, el número de moles de aire es igual al cociente entre la masa m y la masa molar M_{aire} del aire. Reemplazando,

$$nR = \left(\frac{m}{M_{aire}}\right)R = m\left(\frac{R}{M_{aire}}\right) = m\mathcal{R}$$

Con ello,

$$Q_{AB} = m\mathcal{R}T_{max}\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

Las etapas $B \to C$ y $D \to A$ son adiabáticas, por lo que:

$$Q_{BC} = Q_{DA} = 0$$

Análogamente para la etapa $C \to D$ (que es isotérmica a temperatura $T_C = T_D = T_{min}$),

$$Q_{CD} = m\mathcal{R}T_{min}\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) < 0$$

pues $V_C > V_D$. Entonces, es posible hacer la siguiente identificación:

$$Q_{in} = Q_{AB} = m\mathcal{R}T_{max}\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \qquad \wedge \qquad Q_{out} = Q_{CD} = m\mathcal{R}T_{min}\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

Del enunciado, sabemos que:

$$P_A = 2.1\,\mathrm{MPa}\ , \quad V_A = 9.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\ , \quad T_A = T_B = T_{max} = 516.5\,\mathrm{K}$$

Reemplazando los valores de $Q_{in} = Q_{AB} = 32\,\mathrm{kJ}$ y las variables termodinámicas en el punto A,

$$32\,\mathrm{kJ} = (0.136\,\mathrm{kg})(0.287\,\mathrm{kJ/kg\cdot K})(516.5\,\mathrm{K})\ln\left(\frac{V_B}{9.6\times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}\right) \quad \Longrightarrow \quad V_B = 0.047\,\mathrm{m}^3$$

Como el tramo $A \to B$ es isotérmico,

$$P_B V_B = P_A V_A \quad \Longrightarrow \quad P_B = \frac{P_A V_A}{V_B} = 428.936\,\mathrm{kPa}$$

El tramo $B \to C$ es adiabático, por lo que:

$$T_B {V_B}^{\gamma-1} = T_C {V_C}^{\gamma-1}$$

Como $T_C = T_D = T_{min} = 323.15\,\mathrm{K}$, podemos despejar el valor de V_C usando la ecuación anterior. Con ello,

$$V_C = 0.1518\,\mathrm{m}^3$$

Ahora bien,

$$P_C = \frac{m\mathcal{R}T_C}{V_C} = 83.091\,\mathrm{kPa}$$

El tramo $D \to A$ es adiabático, por lo que:

$$T_D {V_D}^{\gamma-1} = T_A {V_A}^{\gamma-1} \quad \Longrightarrow \quad V_D = 0.031\,\mathrm{m}^3$$

y además:

$$P_D = \frac{m\mathcal{R}T_D}{V_D} = 406.877\,\mathrm{kPa}$$

Resumiendo,

Estado	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{V}$
(A)	$516.5\,\mathrm{K}$	$2.1\,\mathrm{MPa}$	$9.6\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3$
(B)	$516.5\,\mathrm{K}$	$428.936\,\mathrm{kPa}$	$0.047\,\mathrm{m}^3$
(C)	$323.15\,\mathrm{K}$	$83.091\,\mathrm{kPa}$	$0.1518\,\mathrm{m}^3$
(D)	$323.15\,\mathrm{K}$	$406.877\,\mathrm{kPa}$	$0.031\,\mathrm{m}^3$

c) En este caso, eliminamos el punto D y agregamos el punto E (ver diagrama), el cual satisface que:

$$P_E = P_C = 0.1518\,\mathrm{m}^3 \qquad \wedge \qquad V_E = V_A = 9.6\times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

y, además,

$$T_E = \frac{P_E V_E}{m\mathcal{R}} = 20.436\,\mathrm{K}$$

Procedemos a calcular el calor:

- Del apartado anterior, sabemos que $Q_{AB} = 32\,\mathrm{kJ}$ y $Q_{BC} = 0\,\mathrm{kJ}$
- El tramo $C \to E$ es isobárico, por lo que

$$Q_{CE} = mc_P(T_E - T_C) = -41.375\,\mathrm{kJ}$$

- El tramo $E \to A$ es isocórico, por lo que $W_{EA} = 0\,\mathrm{kJ}$. Así, por la Primera Ley de la Termodinámica,

$$Q_{EA} = \Delta U_{EA} = mc_V(T_A - T_E) = 48.44\,\mathrm{kJ}$$

Así,

$$Q_{neto} = 39.065\,\mathrm{kJ}$$

d) En este caso,

$$Q_{in} = 32\,\mathrm{kJ} + 48.44\,\mathrm{kJ} = 80.44\,\mathrm{kJ} \qquad \wedge \qquad Q_{out} = -41.375\,\mathrm{kJ}$$

De la definición de eficiencia,

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} = 0.4856414719$$

¿Y es mayor a la eficiencia del ciclo de Carnot? **No**, porque al agregar el punto E hemos determinado una nueva temperatura mínima igual a T_E. Entonces, la eficiencia del ciclo de Carnot que opera entre las mismas temperaturas extremas es:

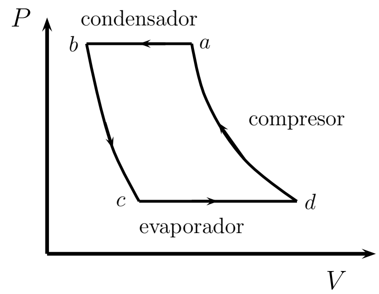
$$\eta_C{}^{(equiv)} = 1 - \frac{20.436}{516.5} = 0.9604336883 > \eta$$

como era de esperarse.

■

4. Un refrigerador opera con el ciclo de la figura. Los procesos de compresión $d \to a$ y expansión $b \to c$ son adiabáticos. La temperatura, presión y volumen del refrigerante en cada estado son:

Estado	T [° C]	P [kPa]	V [m^3]	U [kJ]	% líquido
a	80	2305	0.0682	1969	0
b	80	2305	0.00946	1171	100
c	5	363	0.2202	1005	54
d	5	363	0.4513	1657	5



a) ¿Cuánto calor pasa en cada ciclo del interior del refrigerador al refrigerante cuando éste está en el evaporador?

b) ¿Cuánto calor pasa en cada ciclo del refrigerante al aire exterior cuando éste está en el condensador?

c) ¿Cuánto trabajo hace en cada ciclo el motor del compresor?

d) ¿Cuál es el coeficiente de funcionamiento del refrigerador?

Solución:

a) De acuerdo a la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W \quad \Longrightarrow \quad Q = \Delta U + W$$

En este caso,

$$\begin{aligned} \Delta U_{evap} &= \Delta U_{cd} \\ &= U_d - U_c \\ &= 1657\,\mathrm{kJ} - 1005\,\mathrm{kJ} \\ &= 652\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{evap} &= W_{cd} \\ &= P_{evap}(V_d - V_c) \\ &= (363\,\mathrm{kPa})(0.4513\,\mathrm{m}^3 - 0.2202\,\mathrm{m}^3) \\ &= 83.8893\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$Q_{evap} = \Delta U_{evap} + W_{evap} = 735.8893\,\mathrm{kJ}$$

b) De manera análoga,

$$\begin{aligned}\Delta U_{cond} &= \Delta U_{ab}\\ &= U_b - U_a\\ &= 1171\,\mathrm{kJ} - 1969\,\mathrm{kJ}\\ &= -798\,\mathrm{kJ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_{cond} &= W_{ab}\\ &= P_{cond}(V_b - V_a)\\ &= (2305\,\mathrm{kPa})(0.00946\,\mathrm{m}^3 - 0.0682\,\mathrm{m}^3)\\ &= -135.3957\,\mathrm{kJ}\end{aligned}$$

Por tanto,

$$Q_{cond} = \Delta U_{cond} + W_{cond} = -933.3957\,\mathrm{kJ}$$

c) El calor neto que entra al ciclo viene dado por:

$$Q_{neto} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = Q_{ab} + Q_{cd} = Q_{evap} + Q_{cond} = -197.5064\,\mathrm{kJ}$$

donde el signo menos indica que el ciclo entrega más calor al exterior del que recibe del interior del refrigerador. En un ciclo cerrado, $\Delta U_{ciclo} = 0$, por lo que:

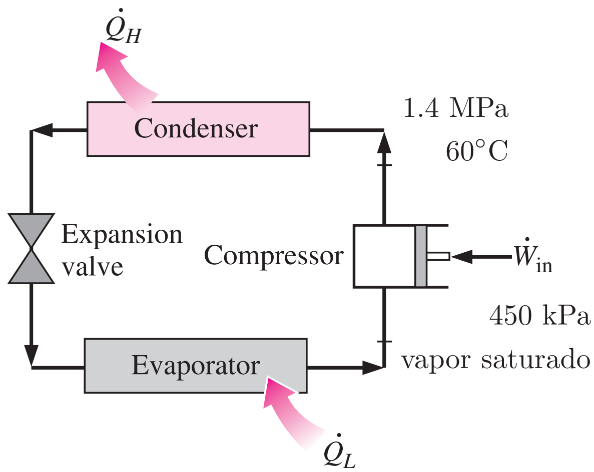
$$W_{comp} = -W_{ciclo} = -Q_{neto} = 197.5064\,\mathrm{kJ}$$

d) El Coeficiente de Funcionamiento se calcula como sigue:

$$\begin{aligned}CDF_{refrigerador} &= \frac{\text{calor extraído del reservorio frío}}{\text{trabajo realizado sobre el sistema}}\\ &= \frac{Q_{evap}}{W_{comp}}\\ &= 3.725901034\end{aligned}$$

■

5. Un aire acondicionado con refrigerante R-134a es usado para mantener una habitación a 25° C al liberar calor a los alrededores que se encuentran a 36° C. La habitación gana calor a través de las ventanas y paredes a una tasa de 200 kJ/min, mientras que el calor generado por aparatos electrónicos es de 800 W. El refrigerante entra a un compresor a 450 kPa como vapor saturado a una tasa de 100 L/min y sale a 1400 kPa y 60° C.



Determine:

a) El coeficiente de funcionamiento real (CDF)

b) El máximo coeficiente de funcionamiento posible (CDF_{max})

c) La mínima tasa de flujo de volumen que se requiere en el compresor para las mismas condiciones a la salida y entrada de éste

Solución:

a) El aire acondicionado debe retirar la misma cantidad de calor que entra en la habitación a fin de mantener la temperatura constante. Este consiste en el calor que ingresa por paredes y ventanas, así como también el generado por los aparatos electrónicos:

$$\dot{Q}_L = \frac{200\,\text{kJ}}{60\,\text{s}} + 0.8\,\text{kW} = 4.133333333\,\text{kW}$$

Por lo tanto, el coeficiente de funcionamiento real del aire acondicionado es:

$$CDF = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}}$$

$\dot{W}_{in}$ se puede obtener mediante balance de energía en el compresor:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ \cdot W_{in} + \dot{m}h_{in} &= \dot{m}h_{out} \end{aligned}$$

A partir de la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*,

$$\left.\begin{aligned} P_{in} &= 450\,\text{kPa} \\ x_{in} &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} v_{in} &= v_{g@450\,\text{kPa}} = 0.045677\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_{in} &= h_{g@450\,\text{kPa}} = 257.58\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

mientras que, de la *Tabla de Refrigerante R-134a Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{aligned} P_{out} &= 1.4\,\text{MPa} \\ T_{out} &= 60^\circ\,\text{C} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} v_{out} &= 0.015005\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_{out} &= 285.47\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Luego,

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_{in}}{v_{in}} = \frac{\dfrac{0.1\,\mathrm{m}^3}{60\,\mathrm{s}}}{0.045677\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}} = 0.03648809394\,\mathrm{kg/s}$$

y con ello:

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_{out} - h_{in}) = 1.01765294\,\mathrm{kW}$$

Finalmente,

$$CDF = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} = 4.061633559$$

b) El coeficiente de funcionamiento máximo se alcanza para el caso reversible, y se puede calcular a partir de las temperaturas extremas de los reservorios:

$$CDF_{max} = \frac{1}{\dfrac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1}{\dfrac{273+36}{273+25} - 1} = 27.09090909$$

c) Para calcular la mínima tasa de flujo volumétrico requerido, calculamos la mínima potencia que se requiere ingresar al compresor:

$$\dot{W}_{in,min} = \frac{\dot{Q}_L}{CDF_{max}} = 0.1525727069\,\mathrm{kJ}$$

Por lo tanto, la mínima tasa de flujo de masa requerida es:

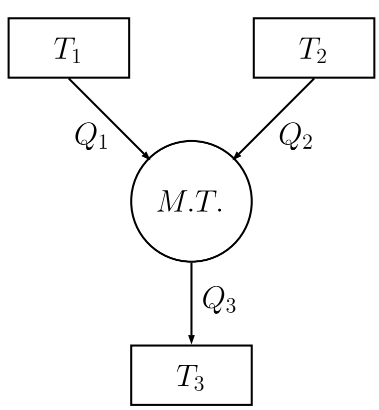
$$\begin{aligned} \dot{m}_{min} &= \frac{\dot{W}_{in,min}}{h_{out} - h_{in}} \\ &= 0.005470516561\,\mathrm{kg/s} \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\dot{V}_{in,min} = \dot{m}_{min} v_{in} = 0.000249876785\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} = 14.9926071\,\mathrm{L/min}$$

■

6. Considere la máquina térmica que se muestra en la figura. Los reservorios T_1 y T_2 entregan calor $|Q_1|$ y $|Q_2|$ a la máquina térmica, respectivamente. La máquina térmica, a su vez, entrega calor $|Q_3|$ al reservorio T_3, donde $T_3 < T_2 < T_1$. Además, la cantidad de calor $Q_2 = \alpha Q_1$ donde $\alpha > 0$.



Considere además la llamada *Desigualdad de Clausius* aplicada a esta máquina térmica, que establece que para todo proceso cíclico

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

cumpliéndose la desigualdad estricta si el proceso es irreversible, y la igualdad si es reversible.

a) Usando la desigualdad de Clausius, demuestre que la eficiencia térmica η es siempre menor que

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{1+\alpha}\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

b) Asumiendo que el proceso es reversible, evalúe los casos límites $\alpha \to 0$ y $\alpha \to \infty$. ¿A qué ciclos corresponden estos casos si se considera un gas ideal?

Solución:

a) De la definición de eficiencia térmica,

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_1| + |Q_2|} = 1 - \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)\frac{|Q_3|}{|Q_1|}$$

De la desigualdad de Clausius,

$$0 \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{\alpha Q_1}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3}$$

Se sabe que $Q_1 > 0$ pues es calor que se entrega al sistema. Luego, dividiendo por Q_1, se encuentra que:

$$0 \geq \frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2} + \frac{Q_3}{Q_1 T_3} \quad \Longrightarrow \quad -\frac{Q_3}{Q_1} \geq \frac{T_3}{T_1} + \frac{\alpha T_3}{T_2}$$

Dado que $Q_3 < 0$ se tiene que:

$$-\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{|Q_3|}{|Q_1|} \quad \Longrightarrow \quad \frac{|Q_3|}{|Q_1|} \geq T_3\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

Finalmente, reemplazando en la ecuación para la eficiencia térmica,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{1+\alpha}\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

La máxima eficiencia está dada por la igualdad, que se consigue cuando el proceso es reversible.

b) Para $\alpha \to 0$,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{T_1}$$

Si el proceso es reversible, vale la igualdad y corresponde a la eficiencia de un ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_3. Para $\alpha \to \infty$,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{T_2}$$

Si el proceso es reversible, vale la igualdad y corresponde a la eficiencia de un ciclo de Carnot entre las temperaturas T_2 y T_3.

■