EAE1210
Introducción a la Macroeconomía
Capítulo 4: Modelo Básico con Intercambio
Parte 1

Verónica Mies

Instituto de Economía
Pontificia Universidad Católica de Chile

Segundo semestre 2022

Objetivos del capítulo

Hasta ahora:

- Entendimos cómo se determina el consumo, el trabajo y el ingreso en una economía simple (de un período).
- En los próximos dos capítulos estudiaremos más a fondo la relación entre consumo, trabajo y bienestar en una economía cerrada, pero con intercambio. **Partiremos estudiando C.**

Objetivos del capítulo

Hasta ahora:

- Entendimos cómo se determina el consumo, el trabajo y el ingreso en una economía simple (de un período).
- En los próximos dos capítulos estudiaremos más a fondo la relación entre consumo, trabajo y bienestar en una economía cerrada, pero con intercambio. **Partiremos estudiando C.**
- Extenderemos el modelo básico en dos dimensiones: i) más individuos (generar mercados) y ii) agregar más periodos de tiempo.
- ¿Qué mercado? El mercado financiero: permitiendo ahorro/deuda

Objetivos del capítulo: Estudiar el consumo en profundidad

Pregunta clave:
Dado que el individuo vive muchos períodos (unos buenos/otros malos): ¿Cómo será la trayectoria de consumo durante la vida?; ¿Cómo mejorar su bienestar?: El rol de los mercados financieros.

Objetivos del capítulo: Estudiar el consumo en profundidad

Pregunta clave:
Dado que el individuo vive muchos períodos (unos buenos/otros malos): ¿Cómo será la trayectoria de consumo durante la vida?; ¿Cómo mejorar su bienestar?: El rol de los mercados financieros.

Los objetivos de este capítulo son:

- Entender cambio de un problema de un período $\rightarrow$ a varios períodos.
- Entender qué sucede si aumentan los individuos y se generan mercados (efectos sobre el equilibrio).
- Entender las decisiones de consumo hoy y en el tiempo.
- Estudiar rol del mercado financiero y su importancia para el bienestar.

Objetivos del capítulo

Estudiar decisiones de consumo (y ahorro/deuda) en el tiempo: Dos partes

- Parte 1:
  - Con ingreso dado: individuos no trabajan; reciben un ingreso dado (dotación).
  - Dos períodos.
- Parte 2:
  - Con ingreso proveniente del trabajo (hay que trabajar para tener ingreso).
  - Muchos períodos.

Modelo: Decisiones de consumo/ahorro con ingreso dado

Parte 1a. El modelo y la presentación del óptimo
Parte 1b: Óptimo y shocks

Parte 1a. El Modelo

Este modelo extiende elementos vistos anteriormente:

- Muchos individuos (N) con preferencias que dependen solo de C.

Parte 1a. El Modelo

Este modelo extiende elementos vistos anteriormente:

- Muchos individuos (N) con preferencias que dependen solo de C.
- En esta primera parte, la función de utilidad no depende del trabajo.
- Supondremos que los individuos no trabajan. Ellos reciben un ingreso Y_i exógeno (es un dato) que llamaremos "dotación del período i".

Parte 1a. El Modelo

Este modelo extiende elementos vistos anteriormente:

- Muchos individuos (N) con preferencias que dependen solo de C.
- En esta primera parte, la función de utilidad no depende del trabajo.
- Supondremos que los individuos no trabajan. Ellos reciben un ingreso Y_i exógeno (es un dato) que llamaremos "dotación del período i".
- Los individuos viven muchos períodos (T). Para simplificar el análisis, supondremos primero que T=2.

Parte 1a. El Modelo

Este modelo extiende elementos vistos anteriormente:

- Muchos individuos (N) con preferencias que dependen solo de C.
- En esta primera parte, la función de utilidad no depende del trabajo.
- Supondremos que los individuos no trabajan. Ellos reciben un ingreso Y_i exógeno (es un dato) que llamaremos "dotación del período i".
- Los individuos viven muchos períodos (T). Para simplificar el análisis, supondremos primero que T=2.
- Los bienes sigen siendo perecibles, pero ahora hay posibilidad de ahorro/deuda a través del mercado financiero.

Mercado Financiero

El mercado financiero es el lugar donde se transan activos financieros (instrumentos de ahorro o deuda que llamaremos bonos).

- Los individuos transarán en este mercado a la tasa de interés real r y tomarán esta tasa como dada (no la afectan).
- La tasa de interés indica cuánto el mercado está dispuesto a pagar/aceptar por ahorro/deuda (i.e. trasladar consumo intertemporalmente).

Así, se añade al modelo simple anteriormente visto, varios agentes más, los que pueden intercambiar entre ellos instrumentos de ahorro y deuda.

Este capítulo se basa en el **capítulo 5 del libro Guía BGF** hasta la página 100. Excluir sección Dinero y Restricción Presupuestaria.

El problema económico y restricciones presupuestarias

El problema del individuo será maximizar su utilidad $U(C_1, C_2)$.

El problema económico y restricciones presupuestarias

El problema del individuo será maximizar su utilidad $U(C_1, C_2)$.

- Los individuos tendrán (en general) un grado de impaciencia, esto significa que valoran más el consumo presente que el consumo futuro.
- Esta impaciencia estará denotado por "el factor de descuento" β (entre 0 y 1),
- Un ejemplo:

$$U(C_1, C_2) = log(C_1) + \beta log(C_2) \tag{1}$$
$$U(C_1, C_2) = log(C_1) + 0,9 log(C_2) \tag{2}$$

El problema económico y restricciones presupuestarias

El problema del individuo será maximizar su utilidad $U(C_1, C_2)$ sujeto a sus restricciones, pero ¿cuáles son las relevantes?

$$Max \;\; U(C_1, C_2) \text{ sujeto a:} \tag{3}$$

- Sin acceso al crédito (sin ahorro/deuda):

$$Y_1 = C_1 \quad t = 1 \tag{4}$$
$$Y_2 = C_2 \quad t = 2 \tag{5}$$

El problema económico y restricciones presupuestarias

El problema del individuo será maximizar su utilidad $U(C_1, C_2)$ sujeto a sus restricciones, pero ¿cuáles son las relevantes?

$$Max \ U(C_1, C_2) \text{ sujeto a:} \tag{3}$$

- Sin acceso al crédito (sin ahorro/deuda):

$$Y_1 = C_1 \quad t = 1 \tag{4}$$

$$Y_2 = C_2 \quad t = 2 \tag{5}$$

La restricción período a período es consumir la dotación (Y_1, Y_2).

La restricción presupuestaria sin acceso al crédito

- Los períodos no se conectan!

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= C_1 \qquad\qquad t = 1 \\
Y_2 &= C_2 \qquad\qquad t = 2
\end{aligned}
$$

El problema económico y restricciones presupuestarias

$$Max \;\; U(C_1, C_2) \text{ sujeto a:} \tag{6}$$

- Con acceso al crédito:

$$Y_1 = C_1 + b_1 \qquad t = 1 \tag{7}$$

$$Y_2 + b_1(1 + r) = C_2 \qquad t = 2 \tag{8}$$

Donde $b > 0$ stock de activos (ahorro) ; $b < 0$ stock de deuda

El problema económico y restricciones presupuestarias

- Con acceso al crédito:

$$Y_1 = C_1 + b_1 \qquad t = 1 \tag{9}$$

$$Y_2 + b_1(1 + r) = C_2 \qquad t = 2 \tag{10}$$

La restricción presupuestaria intertemporal (**RPI**) y valor presente y valor futuro

- Conceptualmente: con acceso al crédito, se puede llevar ingresos (y consumo) desde el presente al futuro y desde el futuro al presente.
- Dos conceptos relevantes: valor presente y valor futuro.
- Supongamos vivimos 2 períodos: $t = 1$ (presente) y $t = 2$ (futuro).

Valor futuro, VF

¿Cuánto valen mis ingresos en t=2 (valor futuro)?;
¿Cómo los llevo y cuánto valen en t=2?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 1{,}000$ en $t = 1$; $Y_2 = 0$ en $t = 2$.

Valor futuro, VF

¿Cuánto valen mis ingresos en t=2 (valor futuro)?;
¿Cómo los llevo y cuánto valen en t=2?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 1{,}000$ en $t = 1$; $Y_2 = 0$ en $t = 2$.
- Si la tasa de interés r es 10 %, entonces en VF ($t = 2$) ese ingreso genera $Y_1 * (1 + r) = 1{,}000 * (1 + 0{,}1) = 1{,}100$.

Valor futuro, VF

¿Cuánto valen mis ingresos en t=2 (valor futuro)?;
¿Cómo los llevo y cuánto valen en t=2?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 1{,}000$ en $t = 1$; $Y_2 = 0$ en $t = 2$.
- Si la tasa de interés r es 10 %, entonces en VF ($t = 2$) ese ingreso genera $Y_1 * (1 + r) = 1{,}000 * (1 + 0{,}1) = 1{,}100$.

- Si tengo ingresos en ambos períodos: e.g. $Y_1 = 1{,}000$ e $Y_2 = 1{,}000$...
- ... entonces los ingresos totales en VF ($t = 2$) son:

$$Y_1 * (1 + r) + Y_2 = 1{,}000 * 1,1 + 1{,}000 = 2{,}100. \tag{11}$$

Stock de riqueza W en valor futuro ($t = 2$)$=$ W_2:
$W_2 = Y_1 * (1 + r) + Y_2$

Valor presente, VP

¿Cuánto valen mis ingresos en t=1 (valor presente)?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 0$ en $t = 1$; $Y_2 = 1,000$ en $t = 2$.

Valor presente, VP

¿Cuánto valen mis ingresos en t=1 (valor presente)?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 0$ en $t = 1$; $Y_2 = 1,000$ en $t = 2$.
- Si la tasa de interés r es 10 %, entonces, ¿cuánto es lo máximo que puedo pedir prestado al banco en t=1, si como máximo puedo devolver 1,000 en t=2?

Valor presente, VP

¿Cuánto valen mis ingresos en t=1 (valor presente)?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 0$ en $t = 1$; $Y_2 = 1,000$ en $t = 2$.
- Si la tasa de interés r es 10 %, entonces, ¿cuánto es lo máximo que puedo pedir prestado al banco en t=1, si como máximo puedo devolver 1,000 en t=2?
- En $t = 1$, cómo máximo puedo pedir prestado 1,000$/1,1 \approx$ 909. Razón: con ese préstamo pagaré 909 $* 1,1 \approx$ 1,000 en t=2 (justo Y_2).
- Así, en VP, un ingreso de Y_2 en t=2, "equivale" a $Y_2/(1 + r)$ en t=1.

Valor presente, VP

¿Cuánto valen mis ingresos en t=1 (valor presente)?

- Supongamos ingresos de: $Y_1 = 0$ en $t = 1$; $Y_2 = 1,000$ en $t = 2$.
- Si la tasa de interés r es 10 %, entonces, ¿cuánto es lo máximo que puedo pedir prestado al banco en t=1, si como máximo puedo devolver 1,000 en t=2?
- En $t = 1$, cómo máximo puedo pedir prestado $1{,}000/1,1 \approx 909$. Razón: con ese préstamo pagaré $909 * 1,1 \approx 1{,}000$ en t=2 (justo Y_2).
- Así, en VP, un ingreso de Y_2 en t=2, "equivale" a $Y_2/(1+r)$ en t=1.
- Si tengo ingresos en ambos períodos: e.g. $Y_1 = 1{,}000$ e $Y_2 = 1{,}000$, entonces los ingresos totales en VP $(t = 1)$ son:

$$Y_1 + Y_2/(1+r) = 1{,}000 + 1{,}000/1,1 \approx 1{,}909 \tag{12}$$

$W_1 = Y_1 + Y_2/(1+r)$: stock de riqueza W en valor presente $(t = 1)$.

Volvamos al problema económico

$$Max \;\; U(C_1, C_2) \text{ sujeto a:} \tag{13}$$

sujeto a:

$$Y_1 = C_1 + b_1 \qquad\qquad t = 1 \tag{14}$$

$$Y_2 + b_1(1 + r) = C_2 \qquad\qquad t = 2 \tag{15}$$

La restricción presupuestaria intertemporal (**RPI**)

Despejando b_1 de la ecuación (14); reemplazando luego en (15) y reordenando términos, obtendremos una única restricción presupuestaria: la **Restricción presupuestaria intertemporal** que señala que: .

- En valor presente:

$$Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r} \tag{16}$$

$$W_1 \equiv Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \tag{17}$$

- Donde W_1 corresponde a la riqueza en valor presente.

La restricción presupuestaria intertemporal (**RPI**)

- En valor futuro:

$$Y_1 * (1 + r) + Y_2 = C_1 * (1 + r) + C_2 \tag{18}$$
$$W_2 \equiv Y_1 * (1 + r) + Y_2 \tag{19}$$

- Donde W_2 corresponde a la riqueza en valor futuro.

Muestre cómo llega a (16) o (18).
Pista: Despeje b_1 y reemplace...

La restricción presupuestaria intertemporal

La restricción presupuestaria intertemporal

¿A qué corresponden las intersecciones con los ejes?

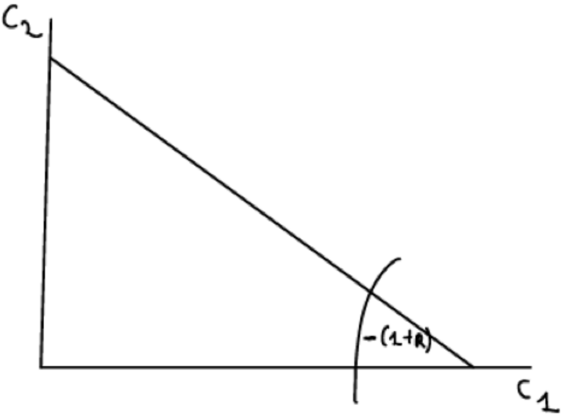


Figura 1: La restricción presupuestaria intertemporal

La restricción presupuestaria intertemporal

- Muestra todas las combinaciones consumo actual y futuro $[c_1, c_2]$ que son factibles para el individuo dado el patrón de sus dotaciones
- La razón de cambio en el tiempo está dada por la pendiente de la recta: - (1+r), ese es el costo de oportunidad.
- A medida que nos movemos a través de esta función se da que

$$\frac{\Delta c_2}{\Delta c_1} = -(1+r) \tag{20}$$

¿Por qué?

Las preferencias entre C_1 y C_2

- $U(c_1, c_2)$: creciente en ambos argumentos y utilidades marginales decrecientes en ambos argumentos

Figura 2: La curva de indiferencia entre C_1 y C_2 y su pendiente

Las preferencias entre C_1 y C_2

- La pendiente de la curva de indiferencia muestra la razón a la cual un individuo está dispuesto a sacrificar una unidad de C_1 por una unidad de C_2 manteniendo U constante. La pendiente es la **Tasa Marginal de Sustitución del Consumo** TMS_{C_1,C_2} y corresponde a:

$$\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1} = TMS_{C_1,C_2} \tag{21}$$

Nota: $TMS_{C_1,C_2} = -\frac{UmgC_1}{UmgC_2}$, sin embargo, nosotros les daremos directamente la TMS_{C_1,C_2}, pero puede ser útil para resolver pruebas anteriores.

Pendiente CI: Tasa Marginal de Sustitución C_1 y C_2 .

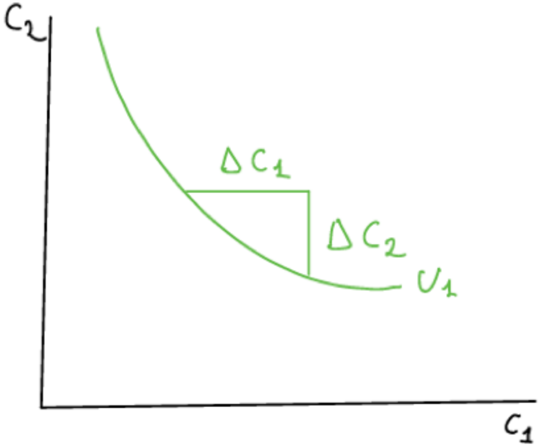


Figura 3: Curva de indiferencia entre C_1 y C_2 y pendiente TMSC.

Las curvas de indiferencias (**CI**)

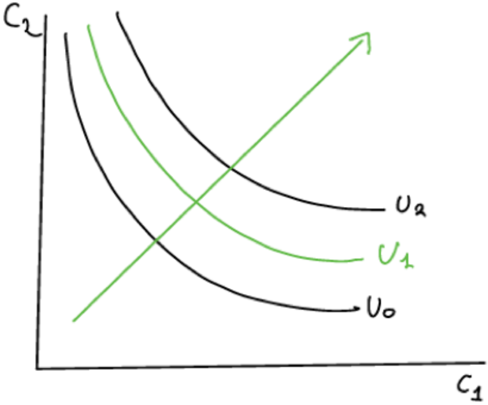


Figura 4: El mapa de curvas de indiferencias

Óptimo

Problema económico

$$\max_{C_1, C_2} U(C_1, C_2) \quad \text{sujeto a} \tag{22}$$

$$W_1 = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)} \tag{23}$$

Óptimo

- Dadas las preferencias del individuo y su riqueza, el óptimo se encuentra en la tangencia entre la CI y la RPI.

$$TMS_{C_1, C_2} = -(1+r) \tag{24}$$

$$|TMS_{C_1, C_2}| = (1+r) \tag{25}$$

Óptimo

Figura 5: Óptimo

Óptimo: Distintos casos

¿Cuál será el flujo de ahorro/deuda en cada período?

- Caso ahorrador
- Caso deudor

- ¿Mejora el bienestar con mercado financiero?

Ahorrador

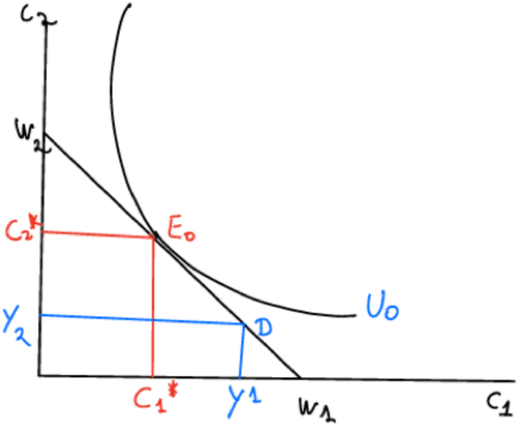
Figura 6: El caso de un ahorrador

Ahorrador

Figura 6: El caso de un ahorrador

¿Mejora el bienestar? Muestre gráficamente

Figura 7: El caso de un ahorrador



Deudor

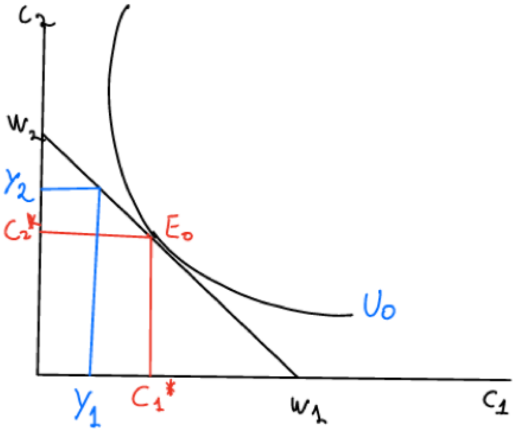
Figura 8: El caso de un deudor

Deudor

Figura 8: El caso de un deudor

¿Mejora el bienestar? Muestre graficamente

Figura 9: El caso de un deudor



¿Qué aprendimos hasta acá?

- Los agentes no deciden solo de acuerdo a lo que les pasa "hoy", sino lo que les sucede en toda su vida (ambos períodos).
- El acceso al mercado financiero permite mejorar el bienestar.
- Individuos sin acceso a este mercado solo pueden consumir dotación.
- Individuos con acceso al mismo pueden acceder a una canasta de consumo presente y futura más valorada.
- Esta ganancias es para ahorradores y deudores y proviene del cambio posible en C_1 y C_2, pero no de un cambio en su ingreso/dotación (es el mismo con/sin acceso al crédito).

Ejemplo 1: Para ejercitar

Un agente tiene la función de utilidad $U(C_1, C_2) = ln(C_1) + \beta ln(C_2)$, donde β representa el factor de descuento asociado a la impaciencia. Adicionalmente el agente cuenta con ingresos Y_t para cada período t y descuenta sus flujos intertemporalmente a la tasa r. Resuelva en los siguientes casos el consumo de cada período. La $TMS_{C_1,C_2} = -\frac{C_2}{\beta C_1}$.

- $r = 15\,\%$, $\beta = 0,9$, $Y_1 = Y_2 = 100$.
- $r = 15\,\%$, $\beta = 0,9$, $Y_1 = 0$, $Y_2 = 215$.
- $r = 15\,\%$, $\beta = 0,9$, $Y_1 = 186,96$, $Y_2 = 0$.

Explique.

Pregunta bonus:

- ¿Qué pasa si $r = 10\,\%$, $\beta = 0,909091$, $Y_1 = 0$, $Y_2 = 215$.
- Explique la intuición detrás del resultado de C_1 y C_2.

Resolución: Aprendiendo a contestar

La $TMS_{C_1,C_2} = -\frac{C_2}{\beta C_1}$ y $r = 15\,\%$, $\beta = 0,9$, $Y_1 = Y_2 = 100$.

- Primero, obtener el stock de riqueza.

$$W_1 \equiv Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \rightarrow 100 + 100/(1{,}15) = 186{,}96$$

- Segundo, plantear condición de óptimo:

$$|TMS_{C_1,C_2}| = (1+r) \rightarrow \frac{C_2}{\beta C_1} = (1+r)$$

- Despejando C_2

$$C_2 = (1+r)\beta C_1 = (1{,}15 * 0{,}9)C_1 = 1{,}035C_1$$

- Tercero, reemplazar C_2 o C_1 en la RPI. En este caso, C_2.

$$W_1 = C_1 + \frac{C_2}{1+r} = C_1 + \frac{1{,}035C_1}{1{,}15} = 1{,}9C_1$$

$$186{,}96 = 1{,}9C_1$$

Variables optimizadas

De la ecuación anterior, podemos despejar el consumo C_1

$$\begin{aligned} 186{,}96 &= 1{,}9C_1 \\ C_1 &= 186{,}96/1{,}9 = 98{,}4 \end{aligned}$$

Con el valor de C_1, podemos obtener C_2

$$C_2 = 1{,}035C_1 = 101{,}84$$

¿Y el ahorro?

$$\begin{aligned} b_1 &= Y_1 - C_1 \\ b_1 &= 100 - 98{,}4 = 1{,}6 \end{aligned}$$

Calcule pare el resto de los ejercicios y explique los resultados