Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203
Guía 7

Problemas mínimos

1. Calcule usando cofactores: $\begin{vmatrix} 5 & -7 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & -4 \\ -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & -6 \end{vmatrix}$

2. Calcule $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 5 & 1 \\ -3 & 10 & -6 & 8 \end{vmatrix}$ usando operaciones elementales.

3. Sean A y B matrices de 3×3, con $\det A = 4$ y $\det B = -3$. Determine:

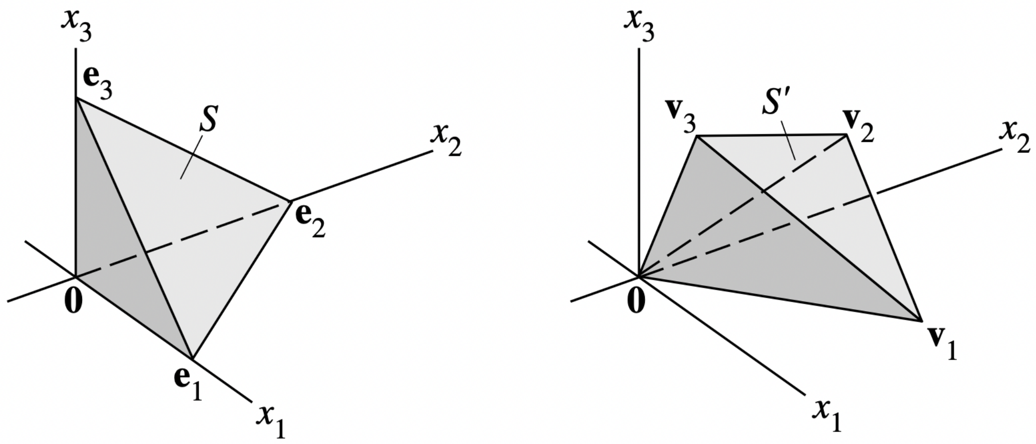
   (a) $\det AB$
   (b) $\det 5A$
   (c) $\det B^T$
   (d) $\det A^{-1}$
   (e) $\det A^3$

4. Use la Regla de Cramer para determinar el valor de x_3 que satisfaga el sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 7 \\ -3x_1 + x_3 &= -8 \\ x_2 + 2x_3 &= -3 \end{aligned}$$

5. Determine la matriz adjunta de $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ y a partir de eso calcule A^{-1}.

6. Sea S el tetraedro en $\mathbb{R}^3$ con vértices en los vectores $\mathbf{0}, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ y $\mathbf{e}_3$, y sea S' el tetraedro con vértices en los vectores $\mathbf{0}, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$. Véase la figura.



(a) Describa una transformación lineal que mapee a S sobre S'.

(b) Encuentre una fórmula para el volumen del tetraedro S' considerando el hecho de que $\{\text{volumen de } S\} = (1/3)\{\text{ área de la base }\} \cdot \{\text{ altura }\}$

Problemas adicionales

7. Dado que $\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = -6$ calcule el determinante de cada una de las siguientes matrices:

(a) $\begin{pmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} -3a & d & g-4d \\ -3b & e & h-4e \\ -3c & f & i-4f \end{pmatrix}$

8. Use determinantes para calcular el valor de α que hace que el siguiente sistema tenga solución única:

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ \alpha & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Soluciones

- Problema 1: pág. 169, Lay.
- Problema 2: pág 177, Lay.
- Problema 3: pág. A31, Sección 3.2, Ejercicio 39, Lay.
- Problema 4: pág. A31, Sección 3.3, Ejercicio 5, Lay. (ver tercera coordenada)
- Problema 5: pág. A32, Sección 3.3 Ejercicio 11, Lay.