PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física
FIS1523 — Termodinámica
Segundo Semestre 2020
Profesores: Andres Meza y Rodrigo Soto

Nombre: ____

RUT: ____ N lista: _________

Examen

Entrega 10 de diciembre 21:59 hrs en CANVAS

Reglas generales:

1. Escriba su nombre y RUT de manera clara y legible en cada hoja.
2. Una vez finalizada la prueba, suba un archivo pdf para cada problema a CANVAS con las soluciones.
3. Puede usar las tablas termodinámicas del libro guía.
4. La interrogación es individual, no debe consultar a terceros.
5. Puede usar sus apuntes de clases, pero no otras fuentes.
6. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Problema 1 [25 puntos]

Considere un ciclo que consiste de cuatro procesos termodinámicos: compresión isotérmica ab, calentamiento isocórico bc, expansión isotérmica cd y enfriamiento isocórico. Para esta operación se utilizan 0,350 moles de un gas monoatómico ideal y los estados a, b, c y d se muestran en la tabla de la derecha. Obtenga:

Estado	p	V	T
	atm	litros	K
a	1,00	7,18	250
b	2,50	2,87	250
c	4,00	2,87	400
d	1,60	7,18	400

(a) (**10 puntos**) El trabajo que realiza el gas en cada proceso y el trabajo total en un ciclo.

(b) (**5 puntos**) La variación de energía interna en cada proceso.

(c) (**5 puntos**) El calor intercambiado en el proceso a alta temperatura y el calor intercambiado en el proceso a baja temperatura.

(d) (**5 puntos**) La eficiencia de una máquina térmica funcionando con este ciclo.

Solución

(a) **(10 pts.)** El trabajo que realiza el gas en cada proceso y el trabajo total en un ciclo.

I **Proceso** ab: proceso *isotérmico*

$$pV = nRT \quad \Longrightarrow \quad p = \frac{nRT}{V} \quad \Longrightarrow \quad W_{ab} = \int_a^b p dV = nRT_a \int_a^b \frac{dV}{V},$$

que conduce a

$$\boxed{W_{ab} = nRT_a \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right) = 0{,}350\,\text{mol} \times 8{,}314\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \times 250\,\text{K} \times \ln\left(\frac{2{,}871}{7{,}181}\right) = -667\,\text{J}.} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

II **Proceso** bc: proceso *isocórico*

$$dV = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{W_{bc} = \int_b^c p dV = 0{,}0 \text{ J}.} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

III **Proceso** cd: proceso *isotérmico*, repetimos lo realizado para el proceso ab

$$\boxed{W_{cd} = nRT_c \ln\left(\frac{V_d}{V_c}\right) = 0{,}350 \times 8{,}314 \times 400 \times \ln\left(\frac{7{,}18}{2{,}87}\right) = 1\,067\,\text{J} = 1{,}07 \text{ kJ}.} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

IV **Proceso** da: proceso *isocórico* $\boxed{W_{da} = 0{,}0 \text{ J}}$ **(2 puntos)**.

El trabajo total es la suma de los trabajos

$$\boxed{W_{\text{total}} = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da} = -667 + 1\,067 = 400 \text{ J}.} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

(b) **(5 pts.)** La variación de energía interna en cada proceso, se obtiene utilizando la capacidad calorífica molar a volumen constante $\bar{c}_V$.

I **Proceso** ab: proceso *isotérmico*

$$\boxed{\Delta U_{ab} = \bar{c}_V n \Delta T = 0{,}0 \text{ J.}} \quad \textbf{(1 punto)}$$

II **Proceso** bc: proceso *isocórico*

$$\boxed{\Delta U_{bc} = \bar{c}_V n \Delta T = \frac{3}{2} Rn(T_c - T_b) = \frac{3}{2} \times 8{,}314 \times 0{,}350 \times (400 - 250) = 655 \text{ J.}} \quad \textbf{(1.5 puntos)}$$

III **Proceso** cd: proceso *isotérmico*, $\boxed{\Delta U_{cd} = 0{,}0 \text{ J}}$ **(1 punto)**.

IV **Proceso** da: proceso *isocórico*

$$\boxed{\Delta U_{da} = \bar{c}_V n \Delta T = \frac{3}{2} Rn(T_a - T_d) = \frac{3}{2} \times 8{,}314 \times 0{,}350 \times (250 - 400) = -655 \text{ J.}} \quad \textbf{(1.5 puntos)}$$

(c) **(5 pts.)** El calor intercambiado en el proceso a alta temperatura y el calor intercambiado en el proceso a baja temperatura, se obtienen aplicando la primera Ley de la Termodinámica.

I **Proceso** ab: proceso a baja temperatura

$$\Delta U_{ab} = Q_{\text{baja}} - W_{ab} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_{\text{baja}} = \Delta U_{ab} + W_{ab} = 0{,}0 + (-667) = -667 \text{ J.}} \quad \textbf{(2.5 puntos)}$$

II **Proceso** cd: proceso a alta temperatura

$$\Delta U_{cd} = Q_{\text{alta}} - W_{cd} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_{\text{alta}} = \Delta U_{cd} + W_{cd} = 0 + 1\,067 = 1{,}07 \text{ kJ.}} \quad \textbf{(2.5 puntos)}$$

(d) **(5 pts.)** La eficiencia de una máquina térmica funcionando con este ciclo se obtiene a partir de la definición

$$\boxed{\eta = \frac{W_{\text{total}}}{Q_{\text{alta}}} = \frac{400 \text{ J}}{1\,067 \text{ J}} = 0{,}375 = 37{,}5\,\%.} \quad \textbf{(5 puntos)}$$

Problema 2 [25 puntos]

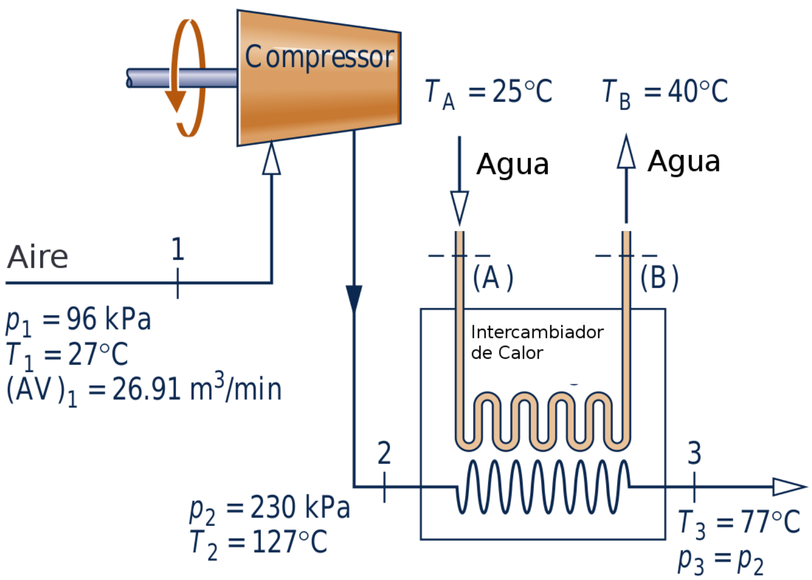
Aire fluye a través de un compresor y un intercambiador de calor como se muestra en la figura. Además, fluye agua a través de una tubería independiente agua por el intercambiador de calor. Considere el sistema en flujo estacionario y el aire como un gas ideal. Desprecie además las energías cinética y potencial. Determine:

(a) (**5 puntos**) El flujo másico del agua en kg/s.

(b) (**5 puntos**) La potencia consumida por el compresor en kW.

(c) (**5 puntos**) La tasa de producción de entropía en el compresor en kW/K.

(d) (**10 puntos**) La tasa de producción de entropía en el intercambiador de calor en kW/K.



Solución

(a) (**5 puntos**) El flujo másico del agua se puede calcular directamente del caudal de entrada:

$$\dot{m} = \rho(A \cdot \text{v}) = \frac{A \cdot \text{v}}{v} = \frac{P(A \cdot \text{v})}{RT} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

donde usamos que $\rho = 1/v$ y la ecuación de estado del gas ideal $Pv = RT$. De la tabla A-2 se obtiene el $R_{\text{aire}} = 0{,}2870$ kJ/kg·K entonces tenemos que:

$$\dot{m_{\text{aire}}} = \frac{P_1(A \cdot \text{v})_1}{R_{\text{aire}} T_1} = \frac{P_1(A \cdot \text{v})_1}{R_{\text{aire}} T_1} = \frac{96\text{kPa} \cdot 26{,}91\text{m}^3/60\text{s}}{0{,}2870 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \cdot 300\text{K}} = 0,5\frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \textbf{(3 puntos)}$$

(b) (**5 puntos**) Para la potencia consumida por el compresor usamos la ec. de conservación de energía para sistemas abiertos, donde usamos como volumen de control el compresor. Tenemos que:

$$h_s - h_e + \frac{\text{v}_s^2 - \text{v}_e^2}{2} + g\left(z_s - z_e\right) = q - w$$
$$\implies \dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}_{\text{aire}}(h_2 - h_1) \quad \textbf{(2 puntos)}$$

donde despreciamos los cambios de energía cinética y potencial. Además asumiendo que no hay pérdida de calor en el compresor tenemos que:

$$\dot{W}_{\text{compresor}} = \dot{m}_{\text{aire}}(h_1 - h_2)$$

Usando la tabla A-17 para encontrar los valores de h_1 y h_2 tenemos:

$$\dot{W}_{\text{compresor}} = \dot{m}_{\text{aire}}(h_1 - h_2) = 0,5\text{kg/s}(300{,}19 \text{ kJ/kg} - 400{,}98 \text{ kJ/kg}) = -50{,}4 \text{ kW} \quad \textbf{(3 puntos)}$$

Donde el signo negativo señala que la potencia es "consumida" por el compresor.

(c) (**5 puntos**) Para encontrar la tasa de producción de entropía simplemente usamos que:

$$\dot{s}_{\text{compresor}} = \dot{m}_{\text{aire}}(s_2 - s_1) \quad \textbf{(2 puntos)}$$

Para resolver esto, se puede hacer de dos maneras:

I) De la tabla A-17 tenemos que:

$$\begin{aligned}\dot{s}_{\text{compresor}} &= \dot{m}_{\text{aire}}(s_2 - s_1)\\ &= 0,5\text{kg/s}\left(s_2^o - s_1^o - R\ln\frac{P_2}{P_1}\right)\\ &= 0,5\text{kg/s}\left(1{,}99194 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} - 1{,}70203 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} - 0{,}287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}\ln\left[\frac{96 \text{ kPa}}{230 \text{ kPa}}\right]\right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\implies \dot{s}_{\text{compresor}} = 0{,}0196 \text{ kW/K}} \quad \textbf{(3 puntos)}$$

II) Una segunda opción es hacerlo diractamente con la ec. del gas ideal, suponiendo que c_P se mantiene constante durante el proceso y es igual al promedio de c_P a 300 K y c_P a 400 K. Usando la tabla A-2 tenemos $c_P = (1{,}005 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} + 1{,}013 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K})/2 = 1{,}009 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

$$\begin{aligned}\dot{s}_{\text{compresor}} &= \dot{m}_{\text{aire}}(s_2 - s_1)\\ &= 0,5\text{kg/s}\left(c_P\ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{P_2}{P_1}\right)\\ &= 0,5\text{kg/s}\left(1{,}009 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}\ln\left[\frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}}\right] - 0{,}287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}\ln\left[\frac{96 \text{ kPa}}{230 \text{ kPa}}\right]\right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\implies \dot{s}_{\text{compresor}} = 0{,}0198 \text{ kW/K}} \quad \textbf{(3 puntos)}$$

(d) (**10 puntos**) Para encontrar la tasa de producción de entropía en el intercambiador de calor, usamos como volumen de control el intercambiador. Escribiendo la conservación de energía tenemos:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}_{\text{aire}}(h_3 - h_2) + \dot{m}_{\text{agua}}(h_B - h_A) \quad \textbf{(2 puntos)}$$

En el intercambiador $Q = W = 0$, por lo tanto tenemos que:

$$\implies \boxed{\dot{m}_{\text{agua}} = -\dot{m}_{\text{aire}}\frac{(h_3 - h_2)}{(h_B - h_A)}} \quad \textbf{(1 punto)}$$

De la tabla A-4 obtenemos los valores de la entalpía para el agua ($h = h_f$) y de la tabla A-17 para el aire:

$$\dot{m}_{\text{agua}} = -\dot{m}_{\text{aire}}\frac{(h_3 - h_2)}{(h_B - h_A)} = -0,5\text{kg/s}\frac{(350{,}49 \text{ kJ/kg} - 400{,}98 \text{ kJ/kg})}{(167{,}53 \text{ kJ/kg} - 104{,}83 \text{ kJ/kg})} = 0{,}403\frac{kg}{s}$$

$$\implies \boxed{\dot{m}_{\text{agua}} = 0{,}403\frac{\text{kg}}{\text{s}}} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

Para encontrar la tasa de producción de entropía tentemos

$$\dot{s}_{\mathrm{IC}} = \dot{m}_{\mathrm{aire}}(s_3 - s_2) + \dot{m}_{\mathrm{agua}}(s_B - s_A) \quad \textcolor{red}{\textbf{(2 puntos)}}$$

De las tablas A-17 y A-4 tenemos que:

$$\begin{aligned}
\dot{s}_{\mathrm{IC}} &= 0,5 \text{ kg/s} \left(s_3^o - s_2^o - R\cancelto{0}{\ln\frac{P_3}{P_2}} \right) + 0,403 \text{ kg/s} \left(s_B^f - s_A^f \right) \\
&= 0,5 \text{ kg/s} \left(1{,}85708 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} - 1{,}99194 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}\right) + 0,403 \text{ kg/s} \left(0{,}5724 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} - 0{,}3672 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}\right)
\end{aligned}$$

$$\boxed{\Longrightarrow \ \dot{s}_{\mathrm{IC}} = 0{,}0153 \text{ kW/K}} \quad \textcolor{red}{\textbf{(3 puntos)}}$$

Problema 3 [25 puntos]

Vapor entra a la primera turbina de un sistema de dos etapas con una presión de 40 bar a 500°C con un flujo volumétrico de 90 m^3/min. El vapor sale de la turbina a 20 bar y 400°C. El vapor es recalentado a presión constante hasta 500°C antes de entrar a la segunda turbina. El vapor sale de esta segunda turbina como vapor saturado a 0.6 bar. Suponiendo que la operación es en estado estacionario e ignoramos la transferencia de calor y los cambios de energía potencial y cinética en las turbinas, determine:

(a) (**5 puntos**) El flujo de masa del vapor en kg/h.

(b) (**10 puntos**) La potencia total producida en esta turbina de dos etapas, en kW.

(c) (**10 puntos**) La tasa de transferencia de calor al vapor desde el recalentador, en kW.

Solución

(a) El flujo de masa en la entrada 1 está dado por (Tabla A-6)

$$\dot{m}_1 = \frac{Q_1}{\nu_1} = \frac{90\ \text{m}^3/\text{min}}{0{,}08644\ \text{m}^3/\text{kg}}\frac{60\ \text{min}}{1\ \text{h}} = 6{,}247 \times 10^4\ \text{kg/h} \quad \textbf{(5 puntos)}$$

(b) Tomando como volumen de control el sistema formado por las dos turbinas y el calentador se tiene que la siguiente ecuación de balance de energía

$$0 = \cancel{\dot{Q}} - \dot{W} + \dot{m}(h_1 - h_2) + \dot{m}(h_3 - h_4) \quad \textbf{(2 puntos)}$$

entonces

$$\dot{W} = \dot{m}(h_1 - h_2) + \dot{m}(h_3 - h_4)$$

donde $h_1 = 3446{,}0$ kJ/kg, $h_2 = 33248{,}4$ kJ/kg y $h_3 = 3468{,}3$ kJ/kg (Tabla A-6) **(2 puntos)**.

Para h_4 interpolamos a partir de los siguientes valores (Tabla A-6)

$$h_a = 2645{,}2\ \text{kJ/kg} \qquad P_a = 0{,}05\ \text{Mpa}$$
$$h_b = 2675{,}0\ \text{kJ/kg} \qquad P_b = 0{,}1\ \text{Mpa} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

entonces

$$h_4 = h_a + \left(\frac{h_b - h_a}{P_b - P_a}\right)(P - P_a) = 2651{,}16\ \text{kJ/kg} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

Por lo tanto

$$\dot{W} = \dot{m}\left[(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)\right] = 17{,}35\ \text{kg/s}\left[1014{,}74\ \text{kJ/kg}\right] = 17605{,}74\ \text{kW} \quad \textbf{(2 puntos)}$$

(c) Finalmente, usando el balance de energía para el calentador se tiene

$$0 = \dot{Q} - \cancel{\dot{W}} + \dot{m}(h_2 - h_3) \quad \textbf{(5 puntos)}$$

entonces

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_3 - h_2) = 3815{,}27\ \text{kW} \quad \textbf{(5 puntos)}$$