Instituto de Economía
Pontificia Universidad Católica de Chile

EAE 210B Segundo semestre 2023

Prueba 1

Profesores: Rodrigo Fuentes (sección 1), Tibor Heumann (sección 3), Stephen Blackburn (sección 4), Bernardita Vial (sección 5)

1 Pregunta 1 (25 puntos)

(a) (5 puntos) En un mundo de dos bienes, la elección de una solución de esquina (consumo de uno solo de ellos) será siempre subóptima. ¿Es esta aseveración verdadera? Demuestre que es cierto o entregue un contraejemplo.

(b) (5 puntos) Si las preferencias de un individuo cumplen monotonicidad (consumir más es estrictamente preferido a consumir menos), la utilidad marginal del ingreso es positiva. ¿Es esta aseveración verdadera? Demuestre que es cierto o entregue un contraejemplo.

(c) (6 puntos) Se viene el 18 y sube el precio de la carne. A Jaime le gustan tanto los asados que compra mucho más carne que el consumidor promedio (es decir, más que el consumidor representado en la canasta del IPC). Si a Jaime le reajustan su ingreso m en base a un índice de precios como el IPC, explique por qué no necesariamente va a estar mejor que si le reajustaran en base a su variación compensatoria.

(d) (4 puntos) Si aumenta el precio de un bien cuya demanda es elástica, entonces el gasto del consumidor en ese bien aumentará. Comente, justificando su respuesta.

(e) (5 puntos) Un individuo tiene preferencias por x_1 y x_2 que se pueden describir con la función de utilidad $U(x_1, x_2) = \min\{\alpha x_1, \beta x_2\}$, con α y β parámetros positivos. ¿Es posible que alguno de estos bienes sea inferior? Justifique su respuesta. (Nota: no es necesario que calcule las demandas, basta con explicar usando un gráfico).

Respuesta.

(a) (5 puntos) Falso, la solución óptima puede ser solución de esquina. Por ejemplo, con sustitutos perfectos ($U(X,Y) = X + Y$ y $p_X \neq p_Y$) o preferencia cuasi-lineal ($U(X,Y) = X + lnY$ si el precio de X es mayor que m es óptimo consumir 0 del bien X).

(b) (5 puntos) Un mayor ingreso expande el área de posibilidades de consumo y por lo tanto, si más es preferido a menos, la utilidad aumenta. Luego la utilidad marginal del ingreso debe ser positiva. Alternativamente, pueden argumentar que si más es preferido a menos el consumidor siempre gasta todo su ingreso, por lo que $\lambda > 0$ (que corresponde a la utilidad marginal del ingreso) es positiva.

(c) (6 puntos) Si el reajuste se hace en base a una canasta que contiene menos carne que la que Jaime consume, es posible que con el reajuste no alcance ni siquiera su utilidad original (antes del aumento en precio de la carne). Si le reajustan en base a su variación compensatoria, alcanza su utilidad original, por lo que es posible que esté mejor en este caso.

(d) (4 puntos) Falso; si la demanda es elástica a precio, entonces la disminución porcentual en la cantidad consumida será mayor que el aumento porcentual en el precio, por lo que el gasto total disminuirá. (opcional: lo pueden mostrar con $\frac{\partial Gasto}{\partial p_x} = x \cdot (1 + \eta_{xx})$).

(e) (5 puntos) No es posible, ya que en este tipo de función la utilidad solo aumenta si aumenta la cantidad consumida de ambos bienes; se puede ilustrar graficando algunas curvas de indiferencia para α y β dados.

■

2 Pregunta 2 (30 puntos)

La preferencia por bienes (1 y 2) de un individuo es representada por la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = {x_1}^{1/2} + {x_2}^{1/2}.$$

El individuo enfrenta precios p_1 y p_2 por los bienes y cuenta con ingreso m.

(a) (8 puntos) Obtenga la demanda marshalliana por los bienes 1 y 2 y verifique que la elasticidad ingreso de ambas demandas es unitaria: $\eta^M_{km} = 1$ para $k \in \{1, 2\}$.

(b) (4 puntos) Usando su respuesta anterior, explique intutivamente por qué debe ser cierto que la fracción del ingreso que se gasta en cada bien, $\alpha_k = \frac{x_k p_k}{m}$, no depende del nivel de ingreso.

(c) (4 puntos) ¿Qué debería ocurrir con el consumo del bien 1 si cambian p_1, p_2 y m simultáneamente en la misma proporción? Suponga que los precios son tales que la elasticidad precio propia de la demanda marshalliana por el bien 1 es $\eta^M_{11} = -1.5$, ¿cómo debe ser entonces la elasticidad cruzada de esta demanda, η^M_{12}?

(d) (5 puntos) Si además de saber que $\eta^M_{11} = -1.5$, usted sabe que la fracción del ingreso que se gasta en ambos bienes es la misma: $\alpha_1 = \alpha_2$. ¿Qué puede decir entonces acerca de la elasticidad precio propia y cruzada de la demanda hicksiana, η^H_{11} y η^H_{12}?

(e) (5 puntos) Suponga ahora que el precio del bien 1 aumenta en un 10%. Usando las elasticidades calculadas estime el cambio porcentual en la cantidad demandada del bien 1 (efecto total en la demanda marshalliana), descomponiendo esta magnitud en el efecto sustitución y el efecto ingreso.

(f) (4 puntos) Suponga ahora que el individuo no tuviera un ingreso m fijo, sino una dotación total de bienes $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Si inicialmente la cantidad consumida del bien 1 fuera exactamente igual a su dotación de ese bien (esto es, $x_1^* = \overline{x}_1$), ¿esperaría usted que la magnitud del efecto total fuera mayor o menor que lo calculado en (e)? Explique la intuición económica de su respuesta.

Respuesta.

(a) A partir de las CPO del problema de maximización obtenemos que $TMS_{12} = \sqrt{x_2/x_1} = p_1/p_2$, por lo que $x_2 = x_1(p_1/p_2)^2$ y reemplazando en RP y despejando obtenemos

$$x_1^* = \frac{mp_2}{p_1(p_1+p_2)}; \quad x_2^* = \frac{mp_1}{p_2(p_1+p_2)}$$

La elasticidad ingreso de ambas demandas es unitaria: $\eta_{1m}^M = \frac{\partial x_k^*}{\partial m}\frac{m}{x_k^*} = \frac{\partial \ln x_k^*}{\partial \ln m} = 1$.

(b) Cualquier cambio en el ingreso tiene como consecuencia un cambio en la misma proporción en la cantidad consumida. Luego, el gasto en el bien cambia también en la misma proporción que el ingreso, por lo que la fracción no cambia.

(c) No debería cambiar la cantidad demandada, porque la restricción presupuestaria no se vería afectada (deben responder con intuición económica; no basta que digan que no cambia, o que digan solamente que la demanda es homogénea de grado cero). Esto implica que los efectos parciales se compensan, por lo que deber ser cierto que $\eta_{11}^M + \eta_{12}^M + \eta_{1m}^M = 0$. Así, si $\eta_{11}^M = -1.5$ y $\eta_{1m}^M = 1$, debe ser cierto que $\eta_{12}^M = 0.5$.

(d) Usando Slutsky obtenemos $-1.5 = \eta_{11}^M = \eta_{11}^H - \alpha_1\eta_{1m}^M = \eta_{11}^H - 0.5$. Luego, $\eta_{11}^H = -1$. Ya sea usando Slutsky con las elasticidades cruzadas u homogeneidad de grado cero, llegamos a $\eta_{12}^H = 1$.

(e) Usando $\eta_{11}^M = -1.5$ sabemos que el cambio porcental en x_1 (efecto total aproximado) es $-1,5 * 10\% = -15\%$. Usando $\eta_{11}^H = -1$ sabemos que esta caída de 15% se descompone en una caída de 10% por efecto sustitución, y de 5% por efecto ingreso.

(f) Si el individuo no es vendedor ni comprador neto, no hay efecto ingreso asociado al cambio en precios. Luego, la magnitud del cambio es menor (aproximadamente 10%, el efecto sustitución).

■

3 Pregunta 3 (30 puntos)

Considere un individuo con función de utilidad $U(X, Y) = X \cdot Y^3$. Los bienes tienen precios p_X y p_Y y el individuo tiene un ingreso m.

(a) (4 puntos) Encuentre las demandas marshallianas del individuo y la función de utilidad indirecta. Puede asumir sin demostrar que se cumple la condición de segundo orden.

(b) (5 puntos) A partir de los resultados de (a), encuentre la función de gasto mínimo, y encuentre las demandas hicksianas. Nota: si quiere responder resolviendo el problema de minimización, recibirá puntaje parcial.

Asuma que inicialmente el precio del bien X es $p_X = 1$ y luego este aumenta a $p'_X = 2$. El precio del bien Y se mantiene constante en $p_Y = 3$.

(c) (6 puntos) Encuentre el cambio en la cantidad consumida del bien X. Descomponga el cambio en efecto ingreso y efecto sustitución.

(d) (3 puntos) Encuentre la variación compensatoria asociada a este cambio.

(e) (3 puntos) Explique si la magnitud de la variación compensatoria es mayor o menor a la magnitud del cambio en el excedente del consumidor. No es necesario calcular, pero debe justificar claramente su respuesta. Notar que se pide comparar las magnitudes (el valor absoluto) de estas cantidades.

Suponga ahora que hay un límite a la cantidad de bien X que puede consumir el individuo: la cantidad consumida no puede superar $\overline{X}$.

(f) (3 puntos) Identifique para qué valores de m y $\overline{X}$ la existencia de este límite hace que la respuesta a la pregunta (c) ahora sea diferente. Explique.

(g) (6 puntos) Suponga que $m/8 \geq \overline{X}$. Responda nuevamente las preguntas (d) y (e), explicando a qué se debe la diferencia.

Respuesta.

(a) Las demandas Marshallianas están dadas por:

$$X^M = \frac{m}{4p_X};$$

$$Y^M = \frac{3m}{4p_Y}$$

La función de utilidad indirecta es:

$$V = \frac{3^3 m^4}{4^4 p_X p_Y^3}$$

(b) Para resolver utilizamos dualidad. Inviertiendo la función de utilidad indirecta:

$$E = \left(\frac{u 4^4 p_X p_Y^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

Utilizando el lemma de Shepard:

$$X^H = \frac{1}{4}\left(\frac{u 4^4 p_Y^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}} p_X^{\frac{-3}{4}};$$

$$Y^H = \frac{3}{4}\left(\frac{u 4^4 p_X}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}} p_Y^{\frac{-1}{4}};$$

Alternativamente pueden reemplazar m por $E(p_X, p_Y, u)$ en la marshalliana, y se obtiene la hicksiana (obteniendo puntaje completo).

(c) El cambio total es:

$$\Delta X = \frac{m}{4 \cdot 2} - \frac{m}{4}$$

El efecto ingreso es:

$$EI = \frac{m}{4 \cdot 2} - \frac{1}{4}\left(\frac{u4^4 3^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}} 2^{\frac{-3}{4}}$$

El efecto sustitución es:

$$ES = \frac{1}{4}\left(\frac{u4^4 3^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}} 2^{\frac{-3}{4}} - \frac{m}{4}$$

Donde

$$u = \frac{3^3 m^4}{4^4 3^3}$$

(d) La variación compensatoria es:

$$VC = m - \left(\frac{u2 \cdot 4^4 3^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Donde

$$u = \frac{3^3 m^4}{4^4 3^3}$$

(e) La variación compensatoria y el excedente del consumidor serán negativos ya que el aumento de precio reduce el bienestar del consumidor. Ya que es un bien normal, la variación compensatoria es menor que el excedente del consumidor. Por lo tanto, la variación compensatoria es mayor en magnitud que el excedente del consumidor porque es un bien normal.

(f) La respuesta va a cambiar cuando la restricción es activa. Si $\bar{X} \leq m/8$ entonces la restricción será activa antes y después del cambio de precios. Si $m/8 \leq \bar{X} \leq m/4$ entonces la restricción será activa solo antes del cambio de precios. Basta con que la restricción sea activa en algún momento para que cambie la respuesta, por lo que si $X \leq m/4$ la respuesta en c) va a cambiar

(g) Si $\bar{X} \leq m/8$ entonces el consumo será $\bar{X}$ en ambos casos. La variación compensatoria será $\bar{X} \cdot \Delta p_X = \bar{X}$. Como el efecto ingreso es 0 en este rango, obtenemos que esto es lo mismo que el cambio en el excedente del consumidor.

■

Formulario (caso de dos bienes)

Identidad de Roy	(1)	$x_i^M = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_i}}{\frac{\partial V}{\partial m}}$
Lema de Shephard	(2)	$x_i^H = \frac{\partial E}{\partial p_i}$
Agregación de Engel	(3)	$\alpha_1 \eta_{1m}^M + \alpha_2 \eta_{2m}^M = 1$
Descomposición de Slutsky	(4)	$\eta_{ij}^M = \eta_{ij}^H - \alpha_j \eta_{im}^M$
Simetría de Hicks	(5)	$\alpha_1 \eta_{12}^H - \alpha_2 \eta_{21}^H = 0$
Homogeneidad de grado 0	(6)	$\eta_{ii}^M + \eta_{ij}^M + \eta_{im}^M = 0$
	(7)	$\eta_{ii}^H + \eta_{ij}^H = 0$