PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
INSTITUTO DE ECONOMÍA

Guía de Ejercicios Examen
EAE120A – Introducción a La Macroeconomía

5. MERCADO LABORAL

Ejercicio 5.1

a. En una economía hay dos individuos, A y B; quienes tienen la misma función de producción, pero A tiene una mayor disposición a trabajar. Si cada individuo está aislado en una isla ¿Quién trabajará más? ¿Quién tendrá mayor productividad marginal? Muestre como puede aumentar la producción total sin que aumente el trabajo total, mediante el intercambio de servicios de trabajo por bienes entre las dos islas, decir, abriendo un mercado de trabajo.

El individuo que tenga una mayor preferencia por el trabajo, o implícitamente, una menor preferencia relativa por el ocio tenderá a elegir más horas de trabajo respecto a otro individuo. Por lo tanto, a igual salario, ofrecerá más trabajo A que B. O dicho de otra forma, es que la oferta de trabajo de A está más a la derecha que la oferta de trabajo que B.

Por otro lado, al tener ambos individuos la misma función de producción, la demanda por trabajo es la misma para A y B. Cabe señalar que la demanda por trabajo refleja la productividad marginal decreciente al trabajo: a mayor sea el número de horas trabajadas, menor será la productividad marginal.

Uniendo ambos antecedentes, observamos que el individuo A elegirá trabajar un mayor número de horas que el individuo B. Esto implica que, dada la demanda por trabajo o productividad marginal decreciente del trabajo, el individuo B tendrá una mayor productividad marginal.

Para aumentar la producción total, el individuo que tiene una mayor productividad marginal aumente su trabajo, es decir el individuo B, podría aumentar sus horas de trabajo. Luego el sujeto B podría ofrecer sus servicios laborales al sujeto A. Como B tiene una mayor productividad marginal que A, cada hora de trabajo adicional que trabaja B produce más producto que cada hora adicional que deja de trabajar A. Luego el individuo A podría entregarle parte de la producción a B para que trabaje para él/ella (individuo A). De esta manera, se aumentaría la producción total, igualando las productividades marginales de A y B (obviamente, el trabajador A si observase que B llegase a venderle mucho trabajo y terminase con una menor productividad marginal que él, no compraría los servicios de B, sino que aumentaría las horas de trabajo), llegando a un punto más eficiente que la situación original.

Ejercicio 5.2

El desarrollo tecnológico desde la revolución del Internet en el siglo XX ha significado un avance potente en la eficiencia y rapidez que tienen las personas para realizar labores básicas, como comunicarse a larga distancia. Esto permite que los individuos sean cada vez mejores en sus labores.

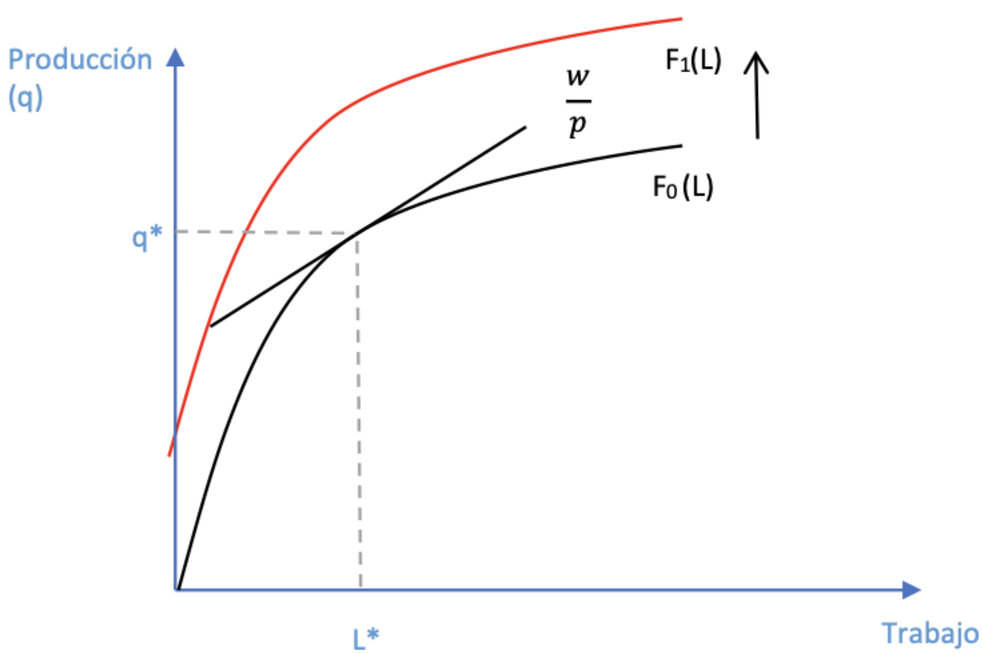
Este tipo de shock puede ser interpretado como permanente, puesto que la tecnología va mejorando cada vez más, mientras que es positivo y afecta a la productividad marginal del trabajo (proporcional).

a) ¿Qué pasa con el nivel de producción agregada y la productividad marginal para un nivel de esfuerzo dado?

El producto aumenta para todos los niveles de esfuerzos.

Por otro lado, la productividad marginal del trabajo aumenta para cada nivel de trabajo: el desplazamiento proporcional hace que lo que aumenta el producto tras agregar un trabajador extra sea mayor para cada nivel dado.

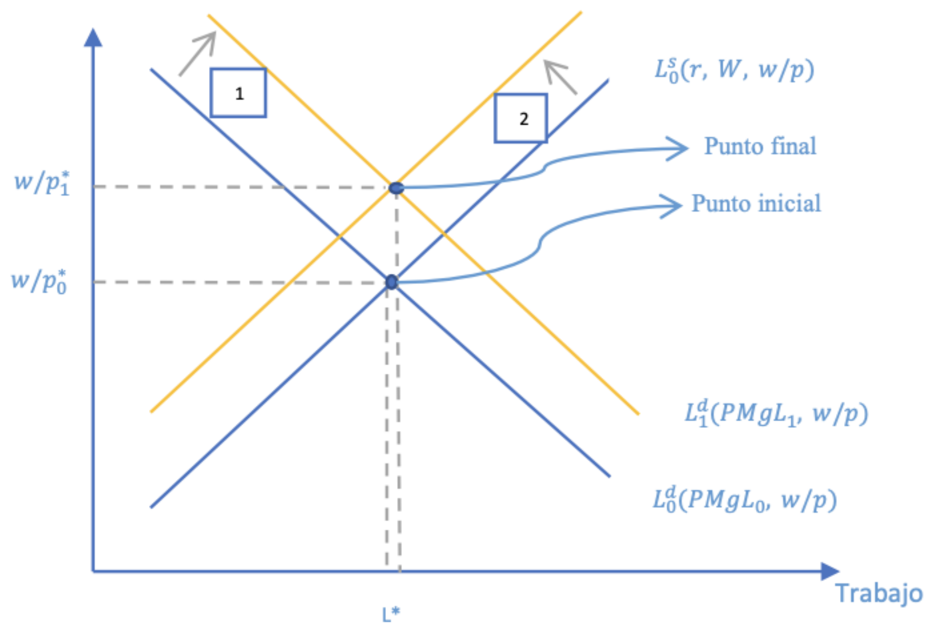
Ejemplo: si la productividad marginal se duplica, pasando de ser 1 a 2, se tiene que antes del cambio al contratar a un trabajador adicional y pasar de 10 a 11 trabajadores, el producto aumentaba pasando de 20 a 21 unidades, respectivamente. Con el cambio de la función de producción, al contratar a un trabajador adicional y pasar de 10 a 11 trabajadores, el producto aumentaba pasando de 40 a 42 unidades, respectivamente.



b) ¿Qué sucede con la cantidad total de trabajo en la economía y el producto?

Mercado laboral:
En primer lugar, la demanda por trabajo se desplaza hacia la derecha porque aumenta la productividad marginal del trabajo: para cada nivel de salario, las empresas están dispuestas a contratar más trabajadores.
En segundo lugar, el aumento del producto (traslado de la función de producción hacia arriba) hace que cada trabajador sea más rico, por tanto, la oferta de trabajo se traslada hacia la izquierda (efecto ingreso).

El efecto sobre el trabajo es ambiguo (en el gráfico se muestra un aumento del trabajo), y los salarios reales suben.



<u>Mercado bienes</u>

Suponemos una economía sin inversión y gobierno.

La oferta agregada se traslada hacia la derecha, por el traslado hacia arriba de la función de producción. Sin embargo, el traslado hacia la izquierda de la oferta de trabajo hace disminuir la oferta agregada. Pero en el neto, la oferta agregada aumenta.

Por otro lado, el efecto riqueza positivo hace aumentar el consumo y, por tanto, se traslada la demanda agregada hacia la derecha. Como el cambio en el ingreso es permanente, el consumo aumenta en los mismo que el producto. Es decir, la oferta agregada se traslada en la misma magnitud que la demanda agregada. Por ello, la tasa de interés no cambia y el producto aumenta.

Ejercicio 5.3

Suponga una economía agrícola que utiliza intensamente mano de obra para producir y que tiene la siguiente función de producción:

$$F(L) = 1160L - \frac{1}{4}L^2$$
$$PmgL = 1160 - \frac{1}{2}L$$

Donde L es el número de horas trabajadas. La oferta de trabajo, por su parte, está determinada por la siguiente relación:

$$L^s = 310 + 4\frac{w}{p} - S + 500r$$

donde S es el stock de riqueza de la economía y es igual a 120, w es el salario por hora que perciben los trabajadores, p es el precio del bien que vende la firma. La tasa de interés (r) es 10%.

a) Plantee el problema de maximización de la firma y derive la demanda por trabajo de la firma. Muestre gráficamente cómo se obtiene la condición de optimalidad que permite definir la demanda por trabajo y discuta la intuición económica de esta demanda.

La firma desea maximizar los beneficios que tiene en cada período. La variable de decisión es la cantidad de trabajo que contrata. Se asume que el precio p del bien que vende la firma se determina en un mercado competitivo, por lo que la firma es una tomadora de precios. Luego, el problema de maximización que enfrenta la firma es:

$$\max_{\{L\}} \pi \equiv \max_{\{L\}} p * q - w * L$$

$$s.a: \quad q \leq F(L)$$

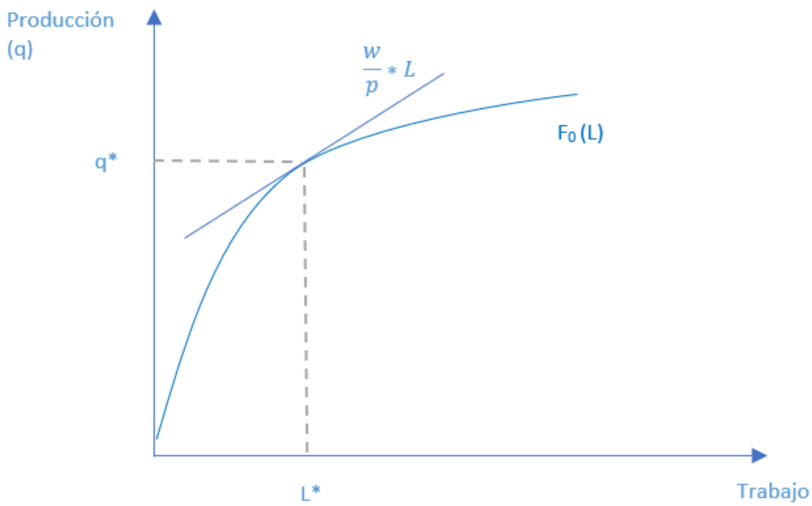
Reemplazando la función *q=F(L)* en la ecuación de utilidades, obtenemos las condiciones de primer orden:

$$[L]: p * F'(L) - w = 0 \rightarrow F'(L) = \frac{w}{p}$$

Intuitivamente, se tiene que la expresión de la izquierda $[p * F'(L)]$ representa la productividad marginal del trabajador multiplicado por el precio del bien, que corresponde al beneficio marginal que tiene la empresa por cada individuo adicional que contrata. Por otro lado, la parte de la derecha $[w]$ representa el costo marginal para la empresa de contratar un trabajador.

Entonces, el nivel de trabajo que demanda la firma está determinado por aquel nivel de trabajo que iguala los beneficios marginales con los costos marginales de la firma, esto es, se debe elegir tal nivel de trabajo que se iguala la productividad marginal (depende de L) del trabajo con el salario real que percibe el trabajador (constante). Luego, la demanda por trabajo es la siguiente:

$$[\text{Demanda}]: F'(L^d) = \frac{w}{p} \rightarrow 1160 - \frac{1}{2}L^d = \frac{w}{p} \rightarrow L^d = 2320 - \frac{2w}{p}$$



Nota: Se observa que la pendiente de la recta es *w/p* y que la pendiente de la función de producción es $F'(L)$.

b) Encuentre el equilibrio en el mercado laboral. Piense en L como en horas de trabajo, por lo que puede obtener decimales en su equilibrio.

Para obtener el equilibrio en el mercado laboral, se tiene que encontrar la cantidad de horas y el salario que permitan que la demanda laboral (función que está determinada por la firma) se iguale a la oferta laboral (determinada por los trabajadores).

$$\begin{cases} [\text{Oferta}]: L^s = 310 + 4\frac{w}{p} - S + 500r \\ [\text{Demanda}]: L^d = 2320 - \frac{2w}{p} \end{cases} \rightarrow 2320 - \frac{2w}{p} = 310 + 4\frac{w}{p} - S + 500r$$

Despejando el salario real del trabajador:

$$\frac{w^*}{p} = \frac{1040}{3} = 346{,}67$$

Una vez obtenido el salario real del trabajador, lo podemos sustituir en la demanda por trabajo u oferta de trabajo, y se obtiene el número de horas trabajadas de equilibrio:

$$L^* = 2320 - 2 * \frac{1040}{3} = \frac{4880}{3} = 1626{,}67$$

c) Explique cómo a través de las relaciones del mercado laboral y de la función de producción se puede derivar la curva de oferta agregada e indique por qué la curva de oferta agregada tiene pendiente positiva en el plano tasa de interés-producto. Finalmente, muestre si el mercado laboral de esta economía cumple con generar una curva de oferta de este tipo. Para ello, indique cuánto será la cantidad ofrecida de producto a una tasa de interés del 10% y a una del 20%. Justifique sus resultados.

La función de producción indica que la oferta de producto depende de la cantidad de trabajo que contrate la firma. La cantidad de trabajo contratada se obtiene del equilibrio del mercado laboral, es decir, de la cantidad de equilibrio resultante de la intersección entre la demanda de trabajo y la oferta de trabajo.
Por otro lado, el equilibrio del mercado laboral depende de tasa de interés ya que la oferta de trabajo depende de la tasa de interés. En particular, si aumenta la tasa de interés, por efecto sustitución intertemporal, el ocio se hace más caro en el período actual respecto del futuro, lo que induce a los trabajadores a trabajar más, y la oferta de trabajo se traslada hacia la derecha. En el nuevo equilibrio, aumenta el empleo, lo que lleva a un aumento del producto ofrecido. Lo contrario sucede si la tasa de interés baja.
Luego, si la tasa de interés cambia, cambia el equilibrio en el mercado laboral, esto es, cambia la cantidad contratada y ofrecida de trabajo en el equilibrio. Por tanto, cambia la cantidad ofrecida de producto.

Sabemos que en equilibrio:

$$Oferta \equiv Demanda \rightarrow 2320 - \frac{2w}{p} = 310 + 4\frac{w}{p} - S + 500r$$
$$\rightarrow \frac{w}{p} = 335 - \frac{500}{6}r \rightarrow \frac{w}{p} = \begin{cases} 346{,}66 & \text{si r} = 10\% \\ 338{,}33 & \text{si r} = 20\% \end{cases}$$

Luego, la cantidad de trabajado de equilibrio en cada caso será:

$$L^* = \begin{cases} 1626{,}68 & \text{si r} = 10\% \\ 1643{,}34 & \text{si r} = 20\% \end{cases}$$

Por lo tanto, el producto asociado a esta cantidad de horas trabajadas es:

$$F^*(L^*) = 1160L - \frac{1}{4}L^2 = \begin{cases} 1.225.426{,}84 & \text{si r} = 10\% \\ 1.231.132{,}81 & \text{si r} = 20\% \end{cases}$$

Observamos, que mientras mayor sea la tasa de interés, mayor es el producto ofertado, es decir, existe una relación positiva entre tasa de interés y producto ofrecido.

Ejercicio 5.4

La Unión Europea se caracteriza por ser **un mercado único para el mercado del trabajo y el mercado de bienes**. Por otra parte, el 31 de octubre vence el plazo para que el Reino Unido acuerde un plan de salida de esta unión (lo que se conoce como Brexit).
Por simplicidad, suponga lo siguiente:

- En Europa solo se produce con trabajo.
- El tamaño del Reino Unido dentro de Europa es 1/10, tanto en número de trabajadores como en número de empresas. Además, en el Reino Unido, la mitad de las empresas y de los trabajadores no son británicos (sino que de otro país de Europa).
- En el resto de Europa no hay empresas ni trabajadores británicos.
- La productividad marginal de toda empresa en la Unión Europea (incluido el Reino Unido) está dado por: $PmgL = 8\sqrt{L}$.

- Las preferencias de todos los individuos en Europa son las mismas. La oferta de trabajo de cada individuo europeo está dada por: $L_s = 3\left(\frac{w}{p}\right)$.

a) Grafique y explique <u>cómo</u> se obtiene el equilibrio en el mercado laboral de Europa en la situación actual (sin Brexit). Denote el salario real y el empleo de equilibrio de Europa como **$(w/p)^E$ y L^E**. Muestre también (en dos gráficos distintos) la demanda por trabajo y el empleo de equilibrio en el Reino Unido y en "Europa sin el Reino Unido". En estos gráficos denote el salario y el empleo en términos de las variables de Europa, esto es, denótelos en función de **$(w/p)^E$ y L^E.**

El equilibrio en el mercado laboral se obtiene sumando todas las demandas por trabajo en todos los países europeos y todas las ofertas de trabajos individuales en Europa. Como resultado, se obtiene un único salario real de equilibrio $(w/p)^E$ y un empleo total, L^E.
Tanto las empresas de Europa (sin Reino Unido), como las del Reino Unido, enfrentan el salario real como dado. El salario real de equilibrio $(w/p)^E$ es igual para todos. En cuanto el trabajo, en Reino Unido se contrata $L^E/10$ y en Europa sin Reino Unido es $9L^E/10$.

Puede ser que los alumnos lo hayan resuelto de forma numérica.
N= número de individuos que ofrecen trabajo en Europa.
M=número de empresas en Europa.
Demanda laboral de cada empresa Europa: $8\sqrt{L} = \frac{w}{p} \rightarrow \left(\frac{w}{p}\right)^2 * \frac{1}{64} = L$.
Demanda laboral agregada Europa: $L^D = \left(\frac{w}{p}\right)^2 * \frac{M}{64}$.

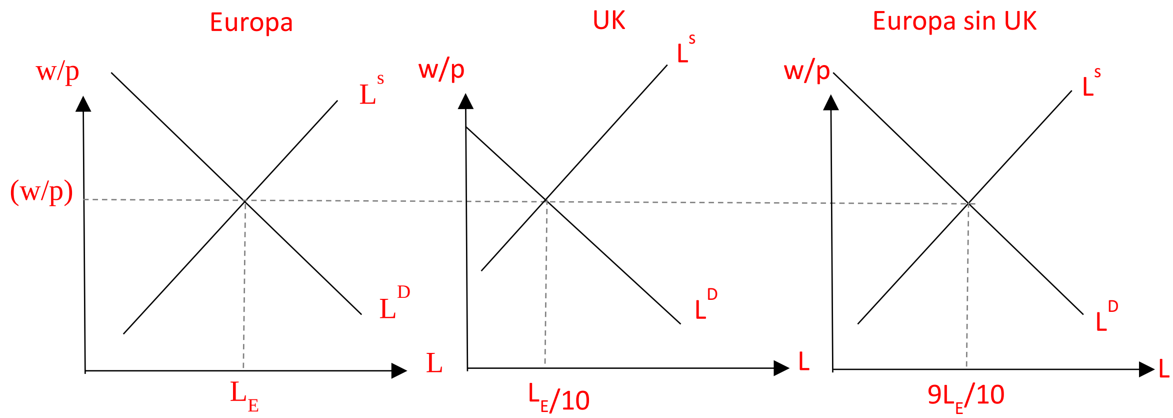
Oferta laboral agregada Europa: $L^S = 3N\left(\frac{w}{p}\right)$.

Equilibrio: $3N\left(\frac{w}{p}\right) = \left(\frac{w}{p}\right)^2 * \frac{M}{64} \rightarrow \left(\frac{w}{p}\right)^E = \frac{192N}{M}; L^E = \frac{576N^2}{M}$.

El salario real de equilibrio $(w/p)^E$ es igual para todos:

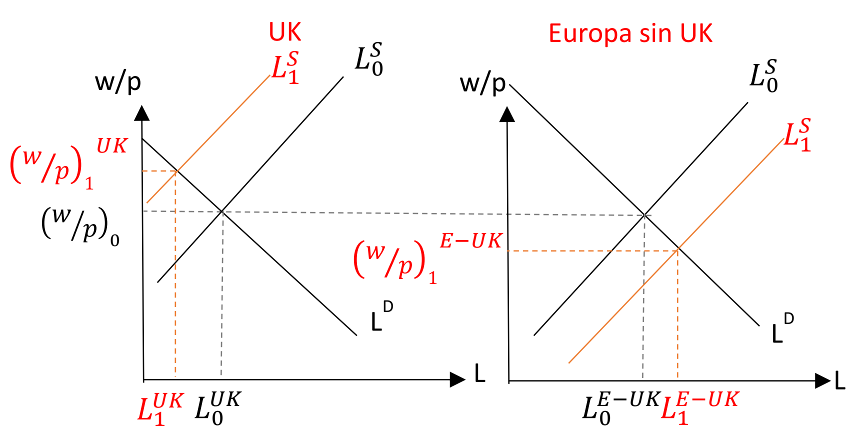
$$L^{UK} = \frac{L^E}{10} = \frac{57{,}6N^2}{M}$$

$$L^{E-UK} = \frac{9L^E}{10} = \frac{518{,}4N^2}{M}$$



b) Suponga que el Reino Unido decide salir de Europa el 31 de octubre con las siguientes cláusulas. En el corto plazo, todos los trabajadores no británicos deben salir del Reino Unido. Sin embargo, las empresas no británicas tendrán un período de 5 años (largo plazo) para salir de la isla. Ninguna empresa decide salir antes de estos 5 años.
Grafique **y explique** tanto para Europa como para el Reino Unido lo que sucederá con el empleo y salarios reales en el corto plazo respecto de la situación encontrada en a). Indique solo cualitativamente.

En el corto plazo, la demanda por trabajo tanto en el Reino Unido como en el resto de Europa no variarán ya que las empresas no tendrán que volver a su lugar de origen en el corto plazo. Por otro lado, la oferta de trabajo en Reino Unido disminuirá a la mitad y, por otra parte, la oferta laboral de Europa aumentará en 1/20. Por lo tanto, considerando la situación de a), el Reino Unido tiene la misma demanda por trabajo agregada, pero una menor oferta, lo que significa que el salario de equilibrio del Reino Unido aumentará y el empleo disminuirá. En el resto de Europa, ocurrirá justo lo contrario, el salario real disminuirá producto de la mayor oferta de trabajo y el empleo aumentará.



c) ¿Qué sucederá en el largo plazo? Refiérase a este nuevo equilibrio en relación con lo encontrado en a) **y explique.**

En el largo plazo, las empresas no británicas deberán salir de Europa. Lo clave del ejercicio es notar que la productividad marginal de todas las empresas es la misma al igual que la oferta de trabajo individual. Por lo tanto, dado que empresas y trabajadores se reducen en la misma proporción en el Reino Unido y aumentan en la misma proporción en el resto de Europa, el salario de equilibrio del Reino Unido como el del resto de Europa volverá a ser $(w/p)^E$ y el L (Reino Unido) será $L^E/20$ y el del resto de Europa $19L^E/20$.

6. INVERSIÓN Y CICLOS

Ejercicio 6.1

La función de producción de una economía completa puede representarse mediante la siguiente ecuación: $Y_t = AL_t^{2/3}K_{t-1}^{1/3}$.

Donde Y corresponde al producto, A es un parámetro que refleja el nivel de tecnología, L al trabajo y K al capital. K_0 corresponde al capital inicial y el stock de capital se deprecia anualmente al factor δ.

$$Hint: PmgL = \frac{2}{3}A\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3} \quad PmgK = \frac{1}{3}A\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3}$$

a) Determine el nivel óptimo de K para t=1, la demanda bruta por inversión si inicialmente A=12. El trabajo está constante y fijo en L= 40. Déjelo expresado en los parámetros (variables) que estime necesarios.

El nivel óptimo se obtiene igualando PmgK = R + δ. Partimos con A=12, y L=40

$PmgK = (1/3)AL^{2/3}K^{-2/3} = R + \delta$

$(1/3)12*40^{2/3}K^{-2/3} = R + \delta$

$K^{-2/3} = (R+ \delta) / 4*11,70$

$K = [(R+ \delta) / 46,80]^{-3/2}$

$K^* = 320 / (R+ \delta)^{3/2}$

La demanda bruta por inversión corresponde entonces a:

$I^b = K^* - K_0 (1- \delta) = 320 / (R+ \delta)^{3/2} - K_0 (1- \delta)$

b) Si A hubiese sido 24 (A=24) en vez de A=12. ¿Cuál hubiese sido la demanda bruta por inversión? Determine nuevamente el equilibrio para t=1 y explique las diferencias con lo que encontrado en a).

Mejora el parámetro tecnológico, la función de producción se desplaza hacia arriba aumentando PmgK, por lo tanto, aumenta la demanda bruta por inversión.

$PmgK = (1/3)AL^{2/3}K^{-2/3} = R + \delta$

$(1/3)*24*40^{2/3}K^{-2/3} = R + \delta$

$K^{-2/3} = (R+ \delta) / 8*11,70$

$K = [(R+ \delta) / 93,60]^{-3/2}$

$K^*= 905{,}55 / (R+ \delta)^{3/2}$

$I^b= K^* - K_0 (1- \delta) = 905{,}55 / (R+ \delta)^{3/2} - K_0 (1- \delta)$

Asuma ahora que el consumo agregado se comporta de acuerdo con la siguiente ecuación:
$\boldsymbol{C^d = 1.000 - 1.000r}$.

La oferta agregada de bienes se puede representar como:
$\boldsymbol{Y^s = 64{,}795r}$; donde r corresponde a la tasa de interés real de la economía.

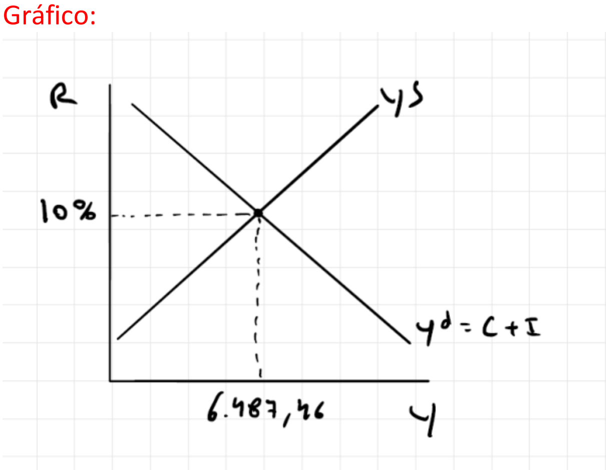
c) Determine **la demanda agregada de la economía** y describa cómo se encuentra el equilibrio del mercado de bienes en t=1. Grafique. Luego, **muestre** que la tasa de interés que logra dicho equilibrio es $r = 10{,}0121\%$ y calcule el capital deseado de la economía en t=1. Asuma que el capital inicial es $K_0 = 10.526$, que la depreciación es $\delta = 5\%$ y que A=24.

La demanda agregada es: $Y^d=C^d+I^b$
$Y^d= 1.000-1.000r + 905{,}55 / (r+5\%)^{3/2} – 10.526 \times (1-5\%)$.

Para resolver en forma simple, se reemplaza el valor de r=10% en la oferta agregada y demanda agregada, y el resultado de Y es el mismo:
Ys = 6.487
$Yd = -1.000r + 905{,}55 / (R+5\%)^{3/2} -9.000 = 905{,}55 / (15\%)^{3/2} – 9.100 = 6.487$
R=10% entonces es la que vacía el mercado de bienes.

Con estos parámetros, $K^*= 905{,}55 / (15\%)^{3/2} = 15.569$.

Gráfico:



Ejercicio 6.2
Isla de Pascua es una economía cerrada a los flujos internacionales. Sin embargo, los habitantes dentro de ella pueden intercambiar entre sí (ahorro y deuda). En esta economía existen varias empresas distintas que toman decisiones en base a sus factores de producción. Actualmente no existe gobierno en la isla.
Las empresas A y B tienen funciones de producción de la siguiente forma:

$$F_t^A = 500 * L_t - 0{,}1 * L_t^2 + 5 * K_{t-1}^{0,5}$$
$$F_t^B = 250 * L_t - 0{,}5 * L_t^2 + 10 * K_{t-1}^{0,5}$$

$$PmgL^A = 500 - 0{,}2L \quad PmgK^A = {}^{2,5}/_{K^{0,5}}$$
$$PmgL^B = 250 - L \quad PmgK^B = {}^{5}/_{K^{0,5}}$$

En el mercado hay 12 empresas del tipo A y 8 del tipo B. Adicionalmente, las empresas del tipo A tienen un capital inicial de 25, mientras que las empresas B tienen un capital inicial de 100. Las empresas no deprecian su capital.
Por otro lado, la oferta laboral la conforman 30 personas idénticas, cada una de las cuales ofrece su trabajo de la forma:

$$L_t^S = 800 + 2 * \left(\frac{w}{p}\right)_t$$

Finalmente, el consumo por persona en la economía está representado por

$$C_t = \frac{1000}{r_t^2} + 300$$

a) Encuentre el equilibrio en el mercado del trabajo. En otras palabras, encuentre el trabajo L y el salario real (w/p) de equilibrio. Grafique.

Para encontrar el equilibrio hay que agregar oferta de trabajo y demanda de trabajo.
En el caso de la oferta de trabajo, se despeja L^s y se mutiplica por 30.
En el caso de la demanda de trabajo, primero se obtiene la demanda de trabajo para cada tipo de empresa aplicando la condición de equilibrio PMgL=(w/P). Se despeja L^d en cada caso y se multiplica por el número de empresas en cada caso. Luego se suma el total de demanda de trabajo de las empresas tipo A con el total de las empresas tipo B.

$$L^* = 27.750 \quad \frac{w^*}{p} = 62{,}5$$

b) Defina la inversión agregada en función de la tasa de interés r.

En este caso, a partir de la condición de optimalidad del capital, PMGK=r+depreciación, se obtiene la inversión para cada empresa y se suman al igual que se hizo con la demanda de trabajo.

$$I = \frac{275}{r^2} - 1100$$

c) Encuentre la tasa de interés r que vacía el mercado. A partir de ese valor, determine la inversión agregada, consumo y producto. Grafique.

En este punto hay que fijarse la ecuación de consumo es para cada persona, por lo que para obtener el consumo agregado hay que multiplicarla por 30.
El consumo agregado se suma a la inversión agregada y se iguala a la oferta agregada (que es la suma de todas las empresas A más todas las empresas B).

$$Y^S = 7.618.287{,}5 \quad r^* = 6{,}307\%$$

Ejercicio 6.3

Imagine una economía cerrada cuyo único insumo productivo es el capital y el proceso productivo se rige por la función $Y_t = A * \ln K_{t-1}$. El stock inicial de capital es $K_0 = 350$, la tasa de interés $r = 7\%$ y la tasa de depreciación $\delta = 2\%$.

$$Hint: PmgK = \frac{A}{K}$$

a) Encuentre la función de capital óptima para esta economía.

Usar condición de optimalidad de capital optimo, PMGK=r + depreciación.

b) Si $A = 36$, calcule el producto, la inversión neta y bruta en t=1 y el capital óptimo.

$Y = 210{,}89$, $K_1^* = 400$, $I_n = 50$, $I_b = 57$

c) Suponga que para el siguiente período hay una mejora tecnológica que aumenta drásticamente la calidad del capital productivo, por lo que $A = 42$ y $\delta = 1\%$. Calcule el producto, la inversión neta, bruta y capital óptimo en t=2.

$Y = 251{,}64$, $K_2^* = 525$, $I_n = 125$, $I_b = 129$

d) Imagine que el siguiente período el país se abre al mercado internacional, lo que trae mejoras tecnológicas y varía las condiciones financieras. Considere $A = 48$, $\delta = 0$ y $r = 12\%$ para calcular producto, capital, inversión neta y bruta en t=3.

$Y = 300{,}64$, $K_3^* = 400$, $I_n = 0$, $I_b = 0$.

Pregunta 6.4

En una versión sencilla del modelo de consumo inter-temporal en dos períodos, los niveles de producto hoy y mañana de una familia son iguales a: $Y_1 = 1.000$ y $Y_2 = 3.000$, mientras que sus preferencias de consumo intertemporal se pueden representar por:

$$U(C_1, C_2) = {C_1}^2 \cdot C_2$$

La tasa de interés relevante en la economía es de un 10% (para prestar y endeudarse).

La $TMS = -{}^{2C_2}/_{C_1}$

La familia tiene la oportunidad de realizar un interesante proyecto, que requiere una inversión inicial de 2.000, depreciación de 10% y una $PMgK = 40\%$.

Considere que si la familia decide invertir tiene que dedicar parte de sus ingresos a la inversión inicial y en periodo siguiente obtiene el monto invertido neto de depreciación más lo que renta el proyecto. Asuma que el proyecto no tiene riesgo.

a) ¿Debe realizar el proyecto la familia? Determine el valor presente de sus ingresos en cada alternativa.

El valor presente de los ingresos es 4.090,91 cuando se realiza el proyecto, y sólo 3.727,27 si no lo hace.

b) ¿Cuánto consume la familia en cada período? Compare la situación con y sin proyecto de Inversión. ¿Mejora su bienestar si se realiza el proyecto?

Si no realiza el proyecto: C1= 2.484,85; C2= 1.366,67.

Si realiza el proyecto: C1=2.727,27; C2= 1.500.

Mejora su bienestar si realiza el proyecto, porque puede aumentar el consumo en ambos períodos, alcanzando una mejor curva de indiferencia.

Pregunta 6.5

La economía chilena actualmente se puede describir actualmente bajo la siguiente función de producción:

$$F(L,K) = AK_{t-1}^{\alpha}L_t^{1-\alpha}$$

Donde L representa al trabajo empleado, K representa el capital empleado y α es un parámetro que representa la participación del factor capital en la producción. A es un parámetro tecnológico que por simplicidad se mantiene constante. Existen 100 empresas en la economía. En todo momento hay perfecto acceso al mercado de capitales que permite pedir deuda o ahorrar a la tasa de interés r. Adicionalmente, se sabe que cada empresa contrata a 100 trabajadores y que este número no cambiará en el tiempo, y que el stock de capital inicial de la empresa K_0 = 2000 disponible para producir en el año 2017. Por otro lado, el parámetro tecnológico es A = 3, la tasa de depreciación es δ = 0 y α = 0,5. El consumo agregado de la economía es equivalente a $C^A = {}^{500}/_{r^2}$.

$Hint: PmgK = A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}$

a) Encuentre la tasa de interés (r) que vacía el mercado, el consumo agregado, la inversión individual, la inversión agregada y el producto de la economía.

$$r = 26{,}23\%$$

$$C^A = 7.264{,}436 \quad I_t^A = 127.028 \;\; Y = 134.164$$

b) Explique conceptualmente por qué la oferta agregada no depende de la tasa de interés. Grafique.

La Y^s no depende de la tasa de interés debido a que la cantidad física de trabajo es fija.

c) La recuperación económica esperada para la economía el año 2018 se puede traducir en un mayor valor del parámetro tecnológico, puntualmente A = 5 (para ese año). ¿Cómo cambia este efecto a la productividad marginal del capital? Explique intuitivamente los efectos sobre la oferta agregada, la demanda agregada, el consumo, el PIB y la tasa de interés en 2017.

En el caso de la oferta agregada es importante notar que el producto no cambia debido a que todas sus variables están fijas (recordar que A cambia para el periodo siguiente, que el trabajo está fijo y que el capital inicial está dado).

Lo que sí cambia es la productividad marginal del capital en el año siguiente, por lo que la inversión aumenta en 2017. Por otro lado, el consumo en este ejercicio solo depende de la tasa de interés, por tanto, no hay efecto riqueza sobre el consumo. Luego, el aumento de la inversión hace que la demanda agregada e traslada hacia la derecha, lo que hace aumentar la tasa de interés.
Al aumentar la tasa de interés baja el consumo y la inversión.
Por otro lado, el ahorro depende positivamente de la tasa de interés: la oferta agregada no depende de la tasa de interés y el consumo depende negativamente de la tasa de interés.
Como el ahorro depende positivamente de la tasa de interés, el aumento de la tasa de interés en equilibrio hace subir el ahorro e inversión de equilibrio. De lo que se desprende que la baja de inversión por el alza de tasas de interés no compensa el aumento que se produce por el aumento de la PMgK.

7. GOBIERNO

Ejercicio 7.1
Suponga una economía en donde los individuos viven sólo por dos períodos. La función de utilidad de los individuos de esta economía viene dada por:

$$U(C_1, C_2) = log(C_1) + \beta log(C_2)$$
$$TMS = -\frac{C_2}{\beta C_1}$$

Donde naturalmente C_i corresponde al monto de consumo en el periodo i, y β es un factor de descuento igual a $\frac{1}{1+\rho}$. Los individuos trabajan en cada período recibiendo un salario Y_i en cada período i. Cada individuo puede prestar y pedir prestado a la tasa de interés de mercado r, que es igual a la tasa de descuento ($r = \rho$). En esta economía existe un Gobierno que recauda impuestos y que gasta $G_1 = G_2 = G$ en cada uno de los períodos y esto es sabido por los individuos.

a) Suponga que el Gobierno recauda los impuestos de tal manera de mantener un presupuesto equilibrado, es decir, $G_i = T_i$. Calcule el consumo y el ahorro del individuo en el primer y segundo período a la tasa de mercado.

La maximización de la función de utilidad sujeto a la restricción presupuestaria intertemporal (RPI) ocurre cuando TMS=(1+r). De lo anterior, reemplazando los valores de r y β, se obtiene que C1=C2. Se reemplaza C1=C2 en la RPI y con G=T: se deja expresado los valores de C1, C2, S1 y S2 en función de r, Y y G.

Ejercicio 7.2
Considere una economía simple, compuesta por dos individuos y un gobierno. Los individuos viven 2 períodos y en cada período reciben una dotación del bien de consumo: y_1 e y_2, respectivamente. Sabemos que los individuos no deben trabajar para obtener dichas dotaciones, y que sus preferencias pueden representarse a partir de la siguiente función de utilidad:

$$U(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \beta \ln(c_2) , \qquad |TMS| = \frac{c_2}{\beta c_1}$$

donde c_1 representa el consumo en el período 1, c_2 el consumo en el período 2, y $0 < \beta < 1$ es un parámetro que refleja que los individuos son impacientes y valoran más el consumo presente que el consumo futuro. Además, sabemos que los individuos pueden ahorrar y/o endeudarse a la tasa de interés real r, y que deben pagar impuestos de suma alzada. Cada individuo paga impuestos τ_1 en el período 1 y τ_2 en el período 2, respectivamente.

Por su parte, el gobierno decide una trayectoria gasto igual a G_1 y G_2, que financia a partir de los impuestos totales T_1 y T_2 que recauda en cada período. En particular, sabemos que:

$T_1 = (2\tau_1)$ y que $T_2 = (2\tau_2)$.

a. Suponga inicialmente que no hay gobierno (es decir, que $G_1 = G_2 = T_1 = T_2 = 0$) y considere el caso del **individuo A**. (i) Plantee formalmente el problema de optimización y (ii) encuentre el rango de valores de la tasa de interés real r para los cuales este individuo desearía ahorrar, endeudarse o consumir su dotación en cada período, sabiendo que $y_1 = 100$, $y_2 = 150$ y $\beta = 0.9$.

Alternativa 1:

$$\max_{c_1, c_2, b_1} U(c_1, c_2) \ \ sujeto\ a:$$

$$y_1 = c_1 + b_1,$$

$$y_2 + b_1 \times (1 + r) = c_2.$$

Alternativa 2:

$$\max_{c_1, c_2} U(c_1, c_2) \ \ sujeto\ a:$$

$$y_1 + \frac{y_2}{(1 + r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)}$$

Óptimo $|TMS| = (1 + r) \quad \rightarrow \quad c_2 = (1 + r) \times \beta \times c_1$

Para que el individuo decida consumir su dotación en cada período (es decir, para que $c_1^* = y_1$ y $c_2^* = y_2$), tiene que cumplirse que (reemplazando en la condición de óptimo):

$$y_2 = (1 + r) \times \beta \times y_1$$
$$\rightarrow r = \frac{y_2}{(\beta \times y_1)} - 1$$

Entonces, reemplazando para $y_1 = 100$, $y_2 = 150$ y $\beta = 0.9$, tenemos que:

- Si $r = 2/3 \cong 66.7\%$, entonces $c_1^* = y_1$ y $c_2^* = y_2$.
- Si $r > 2/3 \cong 66.7\%$, entonces $c_1^* < y_1$ y $c_2^* > y_2$.
- Si $r < 2/3 \cong 66.7\%$, entonces $c_1^* > y_1$ y $c_2^* < y_2$.

b. Sabiendo que el individuo B recibe un perfil de dotaciones igual a $y_1 = 140$ e $y_2 = 90$, y suponiendo que $\beta = 0.9$, encuentre la tasa de interés real r^* que equilibra el mercado de bienes, y luego resuelva para el consumo óptimo de cada individuo en cada período. Grafique sus resultados en **dos gráficos**; uno por cada individuo. Ayuda: recuerde que en equilibrio debe cumplirse la restricción presupuestaria agregada.

Dado que el problema es idéntico, sabemos que para el individuo B:

$$|TMS| = (1+r) \quad \rightarrow \quad c_{2,B} = (1+r) \times \beta \times c_{1,B}$$

Reemplazando en la RPI individual:

$$y_{1,B} + \frac{y_{2,B}}{(1+r)} = c_{1,B} + \frac{c_{2,B}}{(1+r)} = c_{1,B} + \beta \times c_{1,B} = (1+\beta) \times c_{1,B}$$

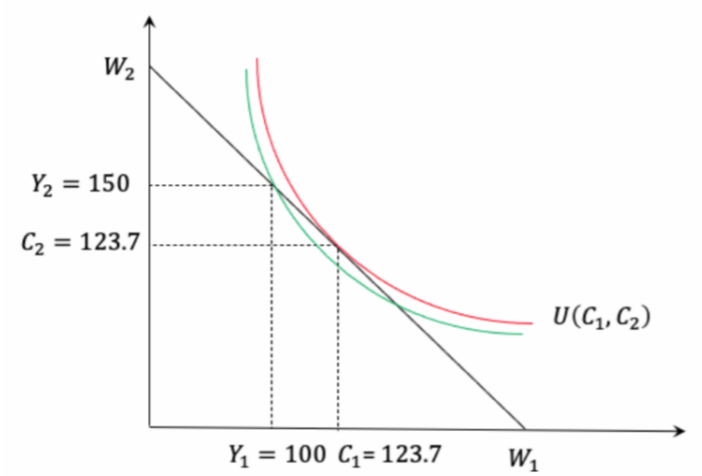
$$\rightarrow c_{1,B}^* = \frac{(1+r) \times y_{1,B} + y_{2,B}}{(1+r) \times (1+\beta)}$$
$$\rightarrow c_{2,B}^* = \frac{\beta}{(1+\beta)} \times \left[(1+r) \times y_{1,B} + y_{2,B}\right]$$

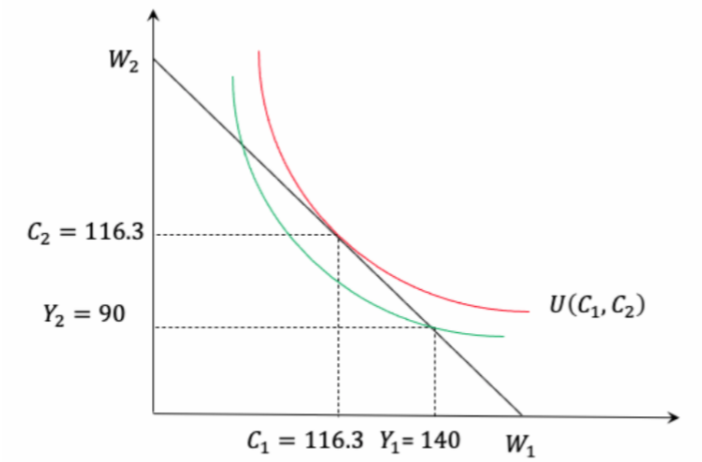
Entonces, la RPI agregada viene dada por:

$$y_{1,A} + \frac{y_{2,A}}{(1+r)} + y_{1,B} + \frac{y_{2,B}}{(1+r)} = (1+\beta) \times c_{1,A} + (1+\beta) \times c_{1,B}$$
$$\left[y_{1,A} + y_{1,B}\right] + \left[\frac{y_{2,A}}{(1+r)} + \frac{y_{2,B}}{(1+r)}\right] = (1+\beta) \times \left[c_{1,A} + c_{1,B}\right]$$
$$\rightarrow Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = (1+\beta) \times C_1$$

En equilibrio, $Y_1 = C_1$. Por lo tanto:

$$\rightarrow r^* = \frac{Y_2}{(\beta \times Y_1)} - 1 = 1/9 \cong 11.1\%$$
$$\rightarrow c_{1,A}^* = \frac{(1+r) \times y_{1,A} + y_{2,A}}{(1+r) \times (1+\beta)} \cong 123.7 = c_{2,A}^*$$
$$\rightarrow c_{1,B}^* = \frac{(1+r) \times y_{1,B} + y_{2,B}}{(1+r) \times (1+\beta)} \cong 116.3 = c_{2,B}^*$$





c. Considere ahora la situación con gobierno. En particular, suponga que el gobierno decide niveles de gasto iguales a $G_1 = 15$ y $G_2 = 20$, y que en cada período mantiene un balance fiscal equilibrado tal que $T_1 = G_1$ y $T_2 = G_2$. Encuentre el nivel de tasa de interés real <u>que equilibra el mercado de bienes</u>, y luego resuelva para el consumo óptimo de cada individuo en cada período. Explique la intuición económica detrás del cambio en sus resultados respecto de la parte b).

Ahora tenemos que:

Alternativa 1:

$$\max_{c_1, c_2, b_1} U(c_1, c_2) \ sujeto\ a:$$
$$(y_1 - \tau_1) = c_1 + b_1,$$
$$(y_2 - \tau_2) + b_1 \times (1 + r) = c_2.$$

Alternativa :

$$\max_{c_1, c_2} U(c_1, c_2) \ sujeto\ a:$$
$$(y_1 - \tau_1) + \frac{(y_2 - \tau_2)}{(1 + r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)}$$

Óptimo: $|TMS| = (1+r) \quad \rightarrow \quad c_2 = (1+r) \times \beta \times c_1$

La RPI agregada viene dada por:

$$(y_{1,A} - \tau_1) + \frac{(y_{2,A} - \tau_2)}{(1+r)} + (y_{1,B} - \tau_1) + \frac{(y_{2,B} - \tau_2)}{(1+r)} = (1+\beta) \times [c_{1,A} + c_{1,B}]$$
$$(Y_1 - T_1) + \frac{(Y_2 - T_2)}{(1+r)} = (1+\beta) \times C_1$$
$$\rightarrow (Y_1 - G_1) + \frac{(Y_2 - G_2)}{(1+r)} = (1+\beta) \times C_1$$

Nota: no es necesario derivar esta restricción a partir de la agregación de las RPI individuales; pueden simplemente partir de esta ecuación.

En equilibrio, $Y_1 = C_1 + G_1$. Por lo tanto:

$$\rightarrow r^* = \frac{(Y_2 - G_2)}{\beta \times (Y_1 - G_1)} - 1 \cong 8.6\%$$
$$\rightarrow c_{1,A}^* = \frac{(1+r) \times (y_{1,A} - \tau_1) + (y_{2,A} - \tau_2)}{(1+r) \times (1+\beta)} \cong 116.5 \quad , \qquad c_{2,A}^* \cong 113.9$$

$$\rightarrow c_{1,B}^* = \frac{(1+r) \times (y_{1,B} - \tau_1) + (y_{2,B} - \tau_2)}{(1+r) \times (1+\beta)} \cong 108.5 \quad , \qquad c_{2,B}^* \cong 106.1$$

El gasto de gobierno debe financiarse con impuestos, por lo que se produce un <u>efecto riqueza negativo</u> que lleva a que ambos individuos quieran consumir menos en cada período. Dado que el ingreso es fijo, el <u>ahorro privado aumenta</u> (el ahorro fiscal es cero porque el gobierno financia todos sus gastos mediante impuestos), por lo que la tasa de interés baja para equilibrar el mercado de bienes. Dicho de otra forma, a la tasa de interés inicial se produce un <u>exceso de oferta de bienes</u>, por lo que <u>la tasa de interés baja</u> para equilibrar el mercado de bienes.
La disminución en la tasa de interés implica que los individuos van a querer aumentar el consumo presente (<u>efecto sustitución intertemporal</u>, baja c_2 y aumenta c_1). Sin embargo, prevalece el efecto riqueza en el periodo 1, ya que el efecto total implica una disminución del consumo en periodo 1. En el periodo dos, efecto riqueza y sustitución se refuerzan por lo que el consumo disminuye.

Ejercicio 7.3

Considere el caso de un individuo que vive 2 períodos, y que en cada período recibe una dotación del bien de consumo: y_1 e y_2, respectivamente. Note que este individuo <u>no debe trabajar</u> para obtener dichas dotaciones.

Sabemos que sus preferencias están representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \beta \ln(c_2) \ , \qquad |TMS| = \frac{c_2}{\beta c_1}$$

donde c_1 representa el consumo en el período 1, c_2 el consumo en el período 2, y $0 < \beta < 1$ es un parámetro que refleja que el individuo es impaciente y valora más el consumo presente que el consumo futuro. Además, sabemos que el individuo puede ahorrar y/o endeudarse a la tasa de interés real r.

Por otra parte, existe un gobierno que cobra impuestos de suma alzada (T_1 y T_2, respectivamente) para financiar una trayectoria de gasto igual a G_1 y G_2, tal que:

$$G_i = T_i \ , \qquad para\ todo\ i$$

a. Partiendo de una situación inicial sin gobierno (es decir, $G_1 = G_2 = T_1 = T_2 = 0$), plantee formalmente el problema de optimización del individuo, y luego resuelva para c_1 y c_2 suponiendo que $y_1 = 110$, $y_2 = 205$, $\beta = 0.9$ y $r = 1/9$.

$$\max_{c_1,c_2,b_1} U(c_1,c_2)\ sujeto\ a:$$

$$y_1 = c_1 + b_1,$$

$$y_2 + b_1 \times (1+r) = c_2.$$

O, alternativamente:

$$\max_{c_1,c_2} U(c_1,c_2)\ sujeto\ a:$$

$$W = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1+r)}$$

Óptimo: $|TMS| = (1+r) \quad \rightarrow \quad c_2 = (1+r) \times \beta \times c_1$

Reemplazando en la RPI individual:

$$y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1+r)} = c_1 + \beta \times c_1 = (1+\beta) \times c_1$$

$$\rightarrow c_1^* = \frac{(1+r) \times y_1 + y_2}{(1+r) \times (1+\beta)} = 155$$

$$\rightarrow c_2^* = \frac{\beta}{(1+\beta)} \times [(1+r) \times y_1 + y_2] = 155$$

b. Considere ahora la situación con un gobierno que decide gastar $G_1 = G_2 = 15$, y que para financiar dicho gasto cobra impuestos iguales a $T_1 = T_2 = 15$. Resuelva para los niveles de consumo óptimo del individuo, y luego compárelos con los obtenidos en la letra a). ¿Cómo se explica este resultado en términos económicos? Apóyese en un gráfico que incluya la restricción presupuestaria intertemporal para el caso con y sin gobierno, el punto correspondiente a las dotaciones (netas de los impuestos) y el óptimo en cada caso.

(Esto no es necesario; únicamente se pide el resultado, la interpretación y el gráfico)
Ahora tenemos que:

$$\max_{c_1,c_2,b_1} U(c_1,c_2)\ sujeto\ a:$$
$$(y_1 - T_1) = c_1 + b_1,$$
$$(y_2 - T_2) + b_1 \times (1+r) = c_2.$$

O, alternativamente:

$$\max_{c_1,c_2} U(c_1,c_2)\ sujeto\ a:$$

$$W = (y_1 - T_1) + \frac{(y_2 - T_2)}{(1 + r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)}$$

<u>Óptimo</u>: $|TMS| = (1 + r) \quad \rightarrow \quad c_2 = (1 + r) \times \beta \times c_1$

Reemplazando en la RPI individual:

$$(y_1 - T_1) + \frac{(y_2 - T_2)}{(1 + r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)} = c_1 + \beta \times c_1 = (1 + \beta) \times c_1$$

$$\rightarrow c_1^* = \frac{(1 + r) \times (y_1 - T_1) + (y_2 - T_2)}{(1 + r) \times (1 + \beta)} = 140$$

$$\rightarrow c_2^* = \frac{\beta}{(1 + \beta)} \times [(1 + r) \times (y_1 - T_1) + (y_2 - T_2)] = 140$$

El gasto de gobierno debe financiarse con impuestos, por lo que se produce un <u>efecto riqueza negativo</u> que implica que el individuo consume menos en ambos períodos.

<u>Gráfico</u>: