

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Информатика
Лабораторная работа № 6

Выполнил студент
Лукьянчук Ярослав Евгеньевич
Группа № Р3123
Преподаватель: Болдырева Елена Александровна

г. Санкт-Петербург
2022

можно получить

$$-\frac{\Delta N}{\Delta r} = N \frac{mg}{kT}. \quad (1)$$

Из выражений (3) и (4) найдем окончательно

$$-\frac{\Delta n}{n \Delta r} \approx \alpha N \frac{mg}{kT}$$

Подставляя сюда значения нужных величин для обеих планет, получим следующую таблицу (здесь $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг - масса протона):

	m/m_p	T, K	$R, м$	$g, м/с^2$	$1/R, см^{-1}$	$\frac{[\Delta n]}{n \Delta r}, м^{-1}$
Земля	29	300	9,8	$6,4 \cdot 10^6$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Венера	44	800	8,5	$6,2 \cdot 10^6$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$1,1 \cdot 10^{-8}$

Из последнего столбца следует, что кривизна луча на уровне Земли меньше, чем кривизна поверхности планеты, в то время как в атмосфере Венеры луч «кривее» ее поверхности. Это явление и называют свэрхрефракцией.

Напомним, что при вычислениях использовалось значение концентрации молекул у поверхности планеты. Поднимаясь все выше – в горы или на аэростате, – можно найти такую точку О над поверхностью Венеры, что луч, выпущенный горизонтально, возвратится к нам, обогнув планету. И осуществится мечта: мы увидим-таки свой затылок далеко впереди. Если, конечно, пренебречь поглощением света в атмосфере.

Рефракция имеет место и в атмосфере Солнца (фотосфере). Кажется бы, какое нам дело до той рефракции? А вот и есть дело. Ученые как-то решили понаблюдать, как свет звезды, заходящей за диск Солнца, отклоняется в поле тяготения. Ведь каждый фотон обладает массой $h\nu/c^2$ (h – постоянная Планка, ν – частота); следовательно, пролетая у поверхности гравитирующего тела, он должен испытывать отклонение в сторону его центра.

Оценим прежде всего порядок величины этого угла отклонения θ . Очевидно, что наибольшая сила, действующая на фотон, будет на самом краю солнечного диска:

$$F_{max} = -G \left(\frac{h\nu}{c^2} \right) \frac{M_{\odot}}{R_{\odot}^2}$$

где G – гравитационная постоянная, \odot – астрономический знак Солнца. Очевидно также, что наиболее существенное отклонение фотон будет испытывать не вдалеке, а где-то в пределах расстояний, сравнимых с размерами самого Солнца, и за время $\Delta t \sim 2R_{\odot}/c$. Таким образом, радиальное изменение импульса фотона равно

$$\Delta P_r = F_{max} \Delta t.$$

Значит, искомый угол (а он заведомо мал) будет порядка (см. рисунок 6)

$$\theta \sim \frac{\Delta P_r}{P} = \frac{F_{max} \Delta t}{h\nu/c} \sim -G \frac{2M_{\odot}}{c^2 R_{\odot}}$$

Интересно, что он одинаков для фотонов любой частоты. Подставляя численные значения ($M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $R_{\odot} = 0,7 \cdot 10^9$ м), найдем

$$|\theta| \sim \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 6,67 \cdot 10^{11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2}{(3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 \cdot 0,7 \cdot 10^9 \text{ м}} = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ рад} = 0,87''$$

(меньше одной угловой секунды).

Значение, предсказываемое общей теорией относительности (ОТО), вдвое больше: $\theta_{OTO} = 1,7''$ (это объясняется искривлением пространства около гравитирующего тела – что не учитывает ньютоновская теория тяготения).

Конечно, измерение этого угла принципиально важно для проверки теории. Но дело в том, что неоднородность атмосферы Солнца может как-то маскировать исследуемый эффект. Рассмотрим поэтому и рефракцию электромагнитной волны в плазме фотосферы.

Ясно, что электрическое поле электромагнитной волны \vec{E} стремится сместить положительные заряды вдоль своего направления, отрицательные заряды (электроны) – в противоположном направлении. Но первые гораздо массивнее вторых (даже самый легкий из ионов – протон – почти в 2000 раз «тяжелее» электрона), так что смещением ионов можно пренебречь. Сила же, действующая на электрон, равна $-eE(t)$. Пусть электрическое поле в волне колеблется с частотой ω , так что в рассматриваемой точке его можно записать, например, в виде

$$E(t) = E_m \sin \omega t,$$

где E_m – амплитуда. Это поле стремится много раз в секунду ($\nu = \omega/(2\pi)$) «таскать» электроны вверх-вниз. Но каждый из них обладает массой m_e , которая есть мера инертности, т.е. нежелания смещаться из положения равновесия. Если в единице объема находится N_e электронов, их массовая плотность равна $m_e N_e$. Понятно, что все перечисленные факторы как-то должны войти в окончательное выражение для скорости распространения волны в плазме c_n . Оставляя в стороне строгий вывод (в него входят еще рассуждения о различии фазовой и групповой скоростей волны), приведем окончательный результат:

$$c_n = c \sqrt{1 - \frac{\omega_*^2}{\omega^2}}$$

где в выражение для ω_* (плазменной частоты) вошли перечисленные выше параметры:

$$\omega_*^2 = \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m_e} \quad (2)$$

И значит, электромагнитная волна, проходя у края диска Солнца, должна отклоняться от «прямой линии». Таким образом, искомый эффект, действительно, может быть замаскирован атмосферной рефракцией.

Но можно подобрать такие частоты ω , на которых рефракция была бы несущественной. В самом деле, плазменная частота зависит от концентрации электронов (5), а последняя – от высоты над поверхностью Солнца. Следовательно, можно найти относительное приращение $\frac{\Delta n}{\Delta r}$ (продифференцировав (6) при фиксированном значении ω или графически) и потребовать, чтобы эта величина была много меньше, чем кривизна $1/R_{\odot}$, – точно так же, как это было сделано для Земли и Венеры. А отсюда и можно найти допустимые значения ω . Но эту работу предоставим сделать перед сном самому Читателю.