



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
<75.12> ANÁLISIS NUMÉRICO

DATOS DEL TRABAJO PRÁCTICO

2	2016	Modelación numérica del sistema hidráulico
	AÑO	de llenado y vaciado del tercer juego
	2	de esclusas del canal de Panamá
TP NRO	CUAT	TEMA

INTEGRANTES DEL GRUPO

6	Merlo Leiva Nahuel	92115
	APELLIDO Y NOMBRE	PADRÓN
GRUPO	APELLIDO Y NOMBRE	PADRÓN

DATOS DE LA ENTREGA

CT06.TXT	74-91073	30112016	30112016
ARCHIVO	NRO CONTROL	FECHA VENC	FECHA ENTR

CORRECCIONES

FECHA	NOTA	OBSERVACIONES
DOCENTE	FIRMA	

## Introducción

---

Las ecuaciones diferenciales relacionan funciones matemáticas con sus propias derivadas. Se presentan en numerosas aplicaciones de ingeniería, en el modelado de fenómenos físicos, y en otras áreas de estudio como la matemática o la economía.

En ciertos casos, cuando requiere hallar la solución de una ecuación diferencial, es posible obtener analíticamente una solución exacta. Sin embargo, cuando la resolución analítica es inviable, la solución se aproxima mediante métodos numéricos.

Actualmente existen diversos métodos numéricos que pueden ser ejecutados por computadora, haciendo uso del elevado poder de cálculo que estas poseen. No obstante, al momento de hallar una solución apropiada, deben considerarse los errores de truncamiento y de redondeo introducidos.

## Objetivos

---

- Desarrollar un modelo numérico tridimensional de una parte del sistema hidráulico de llenado y vaciado del tercer juego de esclusas del canal de Panamá.
- Realizar un ajuste del modelo mediante la comparación de los resultados producidos contra las mediciones obtenidas en las pruebas iniciales de la obra.
- Comparar la eficiencia de distintos métodos de resolución numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales respecto del paso de avance utilizado.

## Resumen

---

En primer lugar, se desarrollarán los algoritmos para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales planteado a partir de los métodos Runge Kutta  $O(2)$  y Runge Kutta  $O(4)$ .

Luego, mediante sucesivas simulaciones se estimará el paso de avance necesario para acotar el error de truncamiento al valor requerido. Con el paso de avance establecido, se realizará una simulación de llenado de las esclusas para determinar el tiempo de estabilización de las oscilaciones en el nivel de agua.

Utilizando el paso de avance establecido, se realizará una calibración del modelo comparando las mediciones obtenidas en pruebas de llenado y vaciado de las esclusas contra los resultados de la simulación de las pruebas. Para cada prueba simulada se presentará el hidrograma correspondiente.

Finalmente, se llevará a cabo un análisis de los resultados obtenidos y de su relación con las bases teóricas correspondientes.

## Determinación del paso de avance

Dada una ecuación diferencial del tipo:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t)$$

Planteando la resolución mediante un método numérico explícito con paso simple  $k$ :

$$y(t^n) \approx u^n$$

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{u^{n+1} - u^n}{k} = f(u^n, t^n)$$

El error de truncamiento local debido a la discretización realizada está dado por:

$$\varepsilon^{n+1} = \frac{y(t^{n+1}) - y(t^n)}{k} - f(y(t^n), t^n)$$

Luego, es posible estimar el error considerando la aproximación:

$$\varepsilon^{n+1} \cong \frac{u^{n+1} - u^n}{k} - u^n$$

Partiendo de un paso inicial  $k = 1 \text{ m}$ , y reduciéndolo en  $0,001 \text{ m}$  en cada simulación hasta acotar el error de truncamiento, se obtuvieron los siguientes resultados:

	Runge Kutta O(2)	Runge Kutta O(4)
Paso de cálculo (s)	0,367	0,486
Altura máxima de llenado (m)	10,413	10,397
Tiempo de estabilización (s)	12305	12026

Los valores presentados en esta tabla se encuentran redondeados simétricamente.

## Calibración del modelo

La comparación de las mediciones de las pruebas contra los resultados de las simulaciones se realizó mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \text{máx}(|m(t^n) - s(t^n)|)$$

Dónde:

$m(t^n)$ : medición de la altura de llenado en tiempo  $t^n$

$s(t^n)$ : simulación de la altura de llenado en tiempo  $t^n$

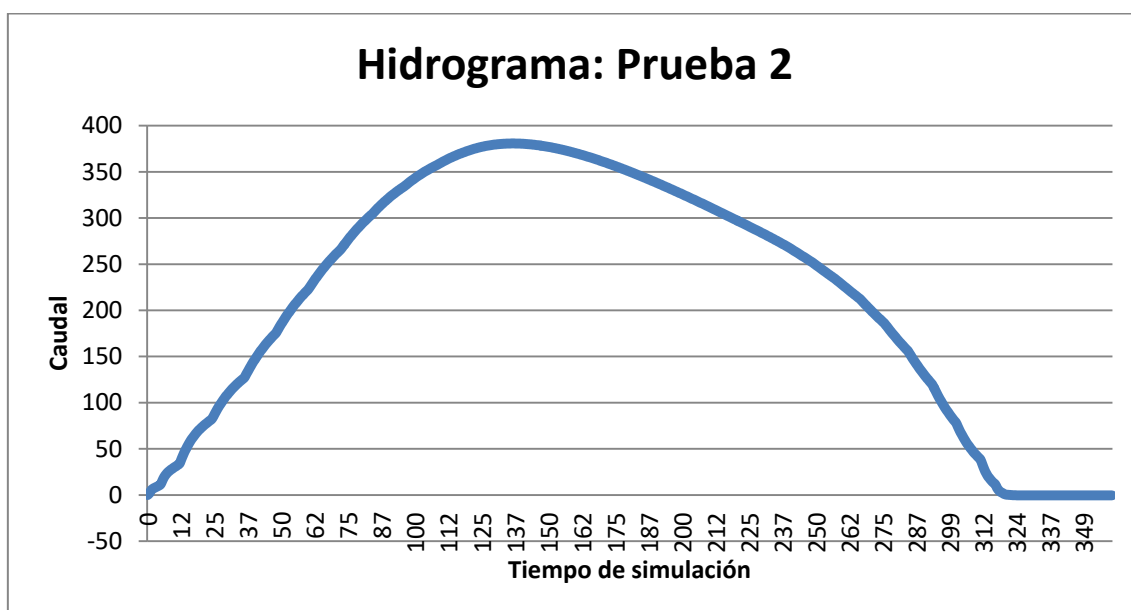
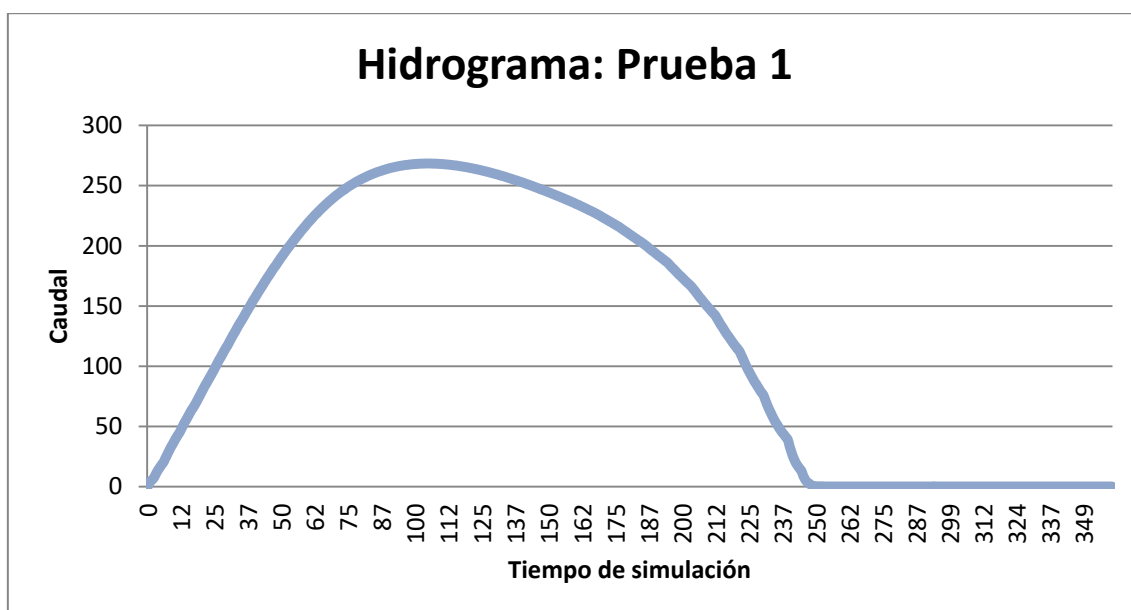
Partiendo de un coeficiente de pérdida de energía inicial  $k_e = 0$ , e incrementándolo en  $0,001$  en cada simulación hasta hallar el mejor ajuste, se obtuvieron los siguientes resultados:

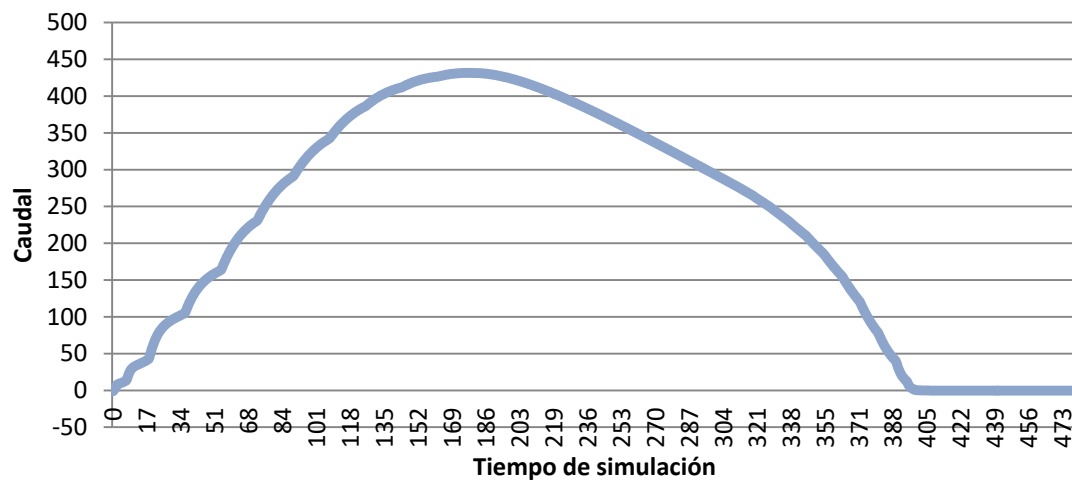
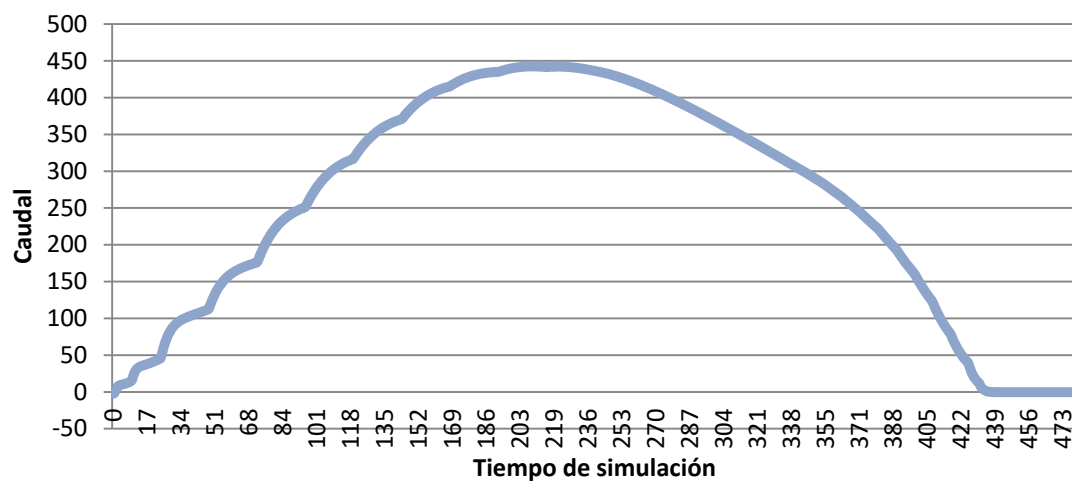
Modelación numérica del sistema hidráulico de llenado y vaciado del tercer juego de esclusas del canal de Panamá

	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Prueba 4
Factor de fricción $f$	0,02	0,02	0,02	0,02
Coeficiente de pérdida de energía $k_e$	1,501	0,958	1,116	0,858
Caudal máximo ( $m^3/s$ )	268,364	380,737	431,563	442,433
Velocidad media máxima ( $m/s$ )	4,974	7,057	7,999	8,201

Los valores presentados en esta tabla se encuentran redondeados simétricamente.

A continuación se presentan los hidrogramas correspondientes a cada simulación realizada con el  $k_e$  de mejor ajuste:



**Hidrograma: Prueba 3****Hidrograma: Prueba 4**

## Conclusiones

---

La primera simulación de llenado se realizó con los métodos numéricos Runge Kutta  $O(2)$  y Runge Kutta  $O(4)$ . Ya que para ambos algoritmos se impuso la misma condición sobre el error de truncamiento, era esperable que el paso de avance requerido por el primer método sea menor al del segundo por ser menor su orden.

Por otro lado, el modelo no sólo predijo correctamente las oscilaciones en el nivel de agua durante el llenado sino también la disminución de su amplitud al aumentar el tiempo de simulación, lo que permitió determinar el tiempo de estabilización bajo el criterio establecido.

Al realizar el ajuste del modelo mediante la comparación de los resultados de la simulación contra las mediciones reales, se obtuvo para cada prueba un coeficiente de pérdida de energía. Sin embargo, no se esperaba que este coeficiente tuviera una variación tan notable para cada prueba simulada, por ser considerado una constante propia del problema.

Por último, comparando los hidrogramas realizados para cada prueba se pudo observar que al aumentar el tiempo de apertura se produjo un aumento en las oscilaciones del caudal de agua durante el llenado. Además como era de esperarse al iniciar el cierre de la compuerta el caudal de agua disminuye hasta anularse en el momento en que la compuerta se encuentra totalmente cerrada.

## Anexo: Código fuente y salida

---

Tanto el código fuente como los archivos de salida y el original de este informe se encuentran disponibles públicamente en <https://github.com/nmerloleiva/canal>.