

---

# Statisticko testiranje

---

*Student:*

Neven MICULINIĆ

*Mentor:*

Prof. dr. sc. Bojana  
DALBELO-BAŠIĆ  
Dr. sc. Goran GLAVAŠ

May 2015

# Contents

<b>Contents</b>	<b>i</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Hipoteza</b>	<b>2</b>
2.1 Null hipoteza . . . . .	2
2.2 Altrenativna hipoteza . . . . .	3
2.3 Primjeri . . . . .	3
<b>3 Odluke Odluke</b>	<b>4</b>
<b>Bibliography</b>	<b>6</b>

# Chapter 1

## Uvod

Ovaj seminar se bavi statistickim testovima, tj. provjeravanjem ili pobijanjem hipoteza. Pocetna premisa je jednostavna, imamo neku hipotezu koju zelimo provjeriti. Ona moze biti svakojaka:

- na FERu je 99% muskaraca
- dnevno 1000 studenata FFZG idu u Cassandru
- Varianca bodova na SISu je 15

Kao sto vidimo u primjerima one testiraju vjerojatnost za neki paramater u populaciji  $\Theta$ . On moze biti svakojak kao sto vidimo u primjerima: postotak pripadnika jedne subpopulacije u populaciji, broj, varijanca neke statistike i mnoge druge oblike.

Na temelju uzorka iz populacije donosimo zakljucke. Buduci da sami uzorci podlijezu sansi (npr. nas uzorak FERovaca sastoji se od 20 zena no prezentira li to sliku populacije?) zelimo znati koliko su sigurne nase pretpostavke.

# Chapter 2

## Hipoteza

Sto sve moze biti hipoteza. U uvodu smo vidjeli neke primjere, dok cu se ovdje baviti s dvaja pojma:

- Null hipoteza (*eng. Null hypothesis*)  $H_0$
- Alternativna hipoteza (*eng. Alternative hypothesis*)  $H_a$

### 2.1 Null hipoteza

Null hipoteza je naša osnova pretpostavka o parametru populacije. Ona kao takva podliježe statistici uzorka te populaciju. Zasto uzorka? Evo jedan primjer. Zelimo provjeriti hipotezu iz uvoda *na FERu je 99% muskaraca*. Nerealno je i skupo ici od svakog pojedinca na fakultetu, provjeriti s kojeg je on faksa te zapravo analizirati svakog pripadnika populacije.

Time se bavi deskriptivna statistika, dok statisticka testiranja ulaze u inferencijsku statistiku.

Zato radimo uzorak od  $n$  primjeraka iz populacije i na temelju njih zakljucujemo za cijelu populaciju. Naravno zanima nas kolika je greska toga naseg suda.

## 2.2 Altrenativna hipoteza

No sto ako nasa hipoteza nije točna? Onda vrijedi altrenativna hipoteza. Evo dat cu primjer.

Neka je  $H_0$  : *Varianca bodova na SISu je 15.* tj.  $H_0 : \Theta = 15$ . Sto bi bila altrenativna hipoteza?

Logicno negacija  $H_0$  te je time  $H_a : \Theta \neq 15$ . Ovo je dvostrana altrenativna hipoteza jer parametar  $\Theta$  u altrenative moze biti i veci i manji od nulla.

Postoji jos jedana mogucnost altrenativne hipoteze, a to je jednostrana. Glasi ovako:  $H_a : \Theta > 15$  ili  $H_a : \Theta < 15$ . Kao sto vidimo ova altrenativna hipoteza gleda samo jednu stranu toga parametra te se zato zove jednostavna.

Kada rabimo koju? Ako iz uzorka dobijemo  $\hat{\Theta} = 16$  logicnije je uzeti jednos-tranu koja kaze  $H_a : \Theta > 15$

Najcesce uzimamo dvostranu altrenativnu hipotezu osim ukoliko nam nije bitno... la la.

Sada kada malo razmislim,  
nije mi bas najjasnije  
tacno kada koristimo  
jednostranu altrenativu, a  
kada dvostranu

## 2.3 Primjeri

Imamo tvornicu igracaka i bitno nam je da su igracke u projeku vece od 15 cm. Tj.  $\mu > 15cm$ . Proizvodni proces je nastiman tako da prosjek bude 16 cm s nepoznatom varijancom. Naravno, samo zato jer je proces tako nastima, to ne znaci da se on u stvarnosti tako i ponasa. Stoga je ovdje prirodno uzeti  $H_0 : \mu = 16cm$  te  $H_a : \mu < 16cm$  buduci da nam je dulje od 15 cm nego da je tocan prosjek.

## Chapter 3

# Odluke Odluke

E sada kada smo prezentirali hipoteze trebamo se za jednu odluciti te odrediti koliko smo sigurni u nasu pretpostavku. Imamo 4 moguca ishoda:

		Null hypothesis is	
		True	False
Presuda testa je:	Odbaci	Type I error False Positive Sansa je significance level $\alpha$	Tocno
	Prihvati (Fail to accept)	Tocno	Type II error $\beta$ False Negative

Kakav god test odabrali da potvrdimo ili odbacimo  $H_0$  on moze rezultirati u Type I ili Type II greskama. Evo jednog ilustrativnog primjera za Type I gresku.

Situacija je sljedeca. Vi ste cuvar nekoga sela i vasa je duznost oglasiti uzbunu ukoliko se vuk priblizava. Time je  $H_0$  vuka nema. E ukoliko vuka stvarno nema, a vi ste oglasili uzbunu vi ste nacinili Type I pogresku ilitiga False positive.

Slicnu scenarij mozete vidjeti i s testom za trudnocu. Ukoliko krecete od hipoteze  $H_0$  : *Nema trudnoce* te  $H_a$  : *trudnoca* te stvarno niste trudni, ali test pokazuje trudnocu to je jos jedan primjer Type I greske. Ona se oznacava s grckim slovom  $\alpha$  te se naziva nivo znacajnost testa (*eng. significance level*).

Pri samoj konstrukciji statistickog testa ukoliko je  $H_0$  točna možemo lijepo ustimati  $\alpha$  na prihvatljivu granicu te ga možemo lijepo ustimati jer često pretpostavljamo kako funkcija razdiobe izgleda.

No dobro, ovo je sve super, možemo nastimati test da nam je  $\alpha \approx 0$  no što time dobivamo? Tu u priču ulaze Type II greske koje imaju vjerojatnost  $\beta$ . Ona se događa kada je  $H_0$  netočno, no test neuspijeje pobiti  $H_0$  nego presudi točnosti null hipoteze.

Koristeći primjere iz prethodne sekcije, vaš test presudi da vuka nema dok on stvarno dolazi pred vaša vrata. Također vi ste trudni dok test za trudnoću to ne pokazuje dok nije prekasno. Faktor  $\beta$  je povezan s pojmom *snaga testa* (eng. *power*) koja iznosi  $1 - \beta$ . Ona je definirana kao vjerojatnost da će test odbiti  $H_0$  kada je ona lažna.

No taj faktor  $\beta$  je često nemoguće odrediti bez nekih pretpostavki. Npr. ((ovdje ubaciti neku normalnu distribuciju i koliko je beta ako je  $\mu + \delta$  te kako on ovisi. Malo matematike i formulu upisati))

Kod svakog statistickog testa dolazimo do balansacije snage i značajnosti istoga. Što je veća snaga testa to je veća značajnost i obratno. Idealni test bi imao snagu 1 te značajnost 0, no to u praksi nije moguće, te time treba pažljivo balansirati ta dva parametra tijekom izrade samoga testa.

Ovdje dodati jos par slika i lijepse pojasniti

Kod svih ovih testova koliko mi pretpostavljamo o funkciji razdiobe? Da li i u alternativi pretpostavljamo normalnu npr. samo s drugim parametrima ili kako?

Koliko se parametri slučajne varijable mijenjaju kod linearnih transformacija? Konkretno pdf,  $\mu$ ,  $\sigma$  i  $\sigma^2$ . Koliko sam skuzio isto linearno osim varijance koja se kvadratno mijenja

# Bibliography

- [1] N. F. Hubele D. C. Montgomery, G. C. Runger. *Engineering statistics*. London: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [2] V. A. Clark O. J. Dunn. *Applied statistics: analysis of variance and regression*. London: John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- [3] Željko Pauše. *Uvod u matematičku statistiku*. Školska knjiga, 1993.
- [4] Neven Elezović. *Diskretna vjerojatnost*. Element, Zagreb, 2007.
- [5] Neven Elezović. *Slučajne variable*. Element, Zagreb, 2007.
- [6] Neven Elezović. *Matematička statistika i stohastički procesi*. Element, Zagreb, 2007.