

Assignment 3 Solutions

CS132

Fall 2025

Basic Problems

$$1. \quad A\vec{r} = 4 \begin{bmatrix} -10 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -40 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -30 \\ -15 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -56 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. not possible $A \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$, $\vec{r} \in \mathbb{R}^2$ not equal

3.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -9 & 3 \\ 1 & -2 & 0 & -5 & 7 \\ -3 & 8 & -1 & 19 & -18 \\ -2 & 4 & 0 & 10 & -14 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ +3 \\ +9 \\ +6 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -9 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & -8 & -9 \\ 0 & -2 & 2 & -8 & -8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ +4 \\ +8 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -9 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} +5 \\ -5 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -5 \end{bmatrix} \begin{matrix} +3 \\ +0 \\ +0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 5 + 5x_4$$

$$x_2 = -1$$

$$x_3 = -5 + 4x_4$$

x_4 is free

$$4. \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Yes. 1 pivot per row

5.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 2 & 9 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 36 \end{bmatrix} \sim$$

$\begin{matrix} +1 & +2 & +0 & +4 \\ +1 & +2 & +0 & +4 \end{matrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 18 \end{bmatrix} \sim$$

$\begin{matrix} -1 & -2 & -13 \end{matrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

No. Only
3 pivots

6. No, at most 3 pivots, and 5 rows.

$$7. \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Yes, 1 pivot per column

8. Yes, at most 3 pivots, and 4 columns.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 & -1 \\ -7 & 7 & 15 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= -3x_3 \\ x_2 &= -3x_3 \\ x_3 &\text{ is free} \\ x_4 &= 0 \end{aligned}$$

$$(-3, -3, 1, 0)$$

$$-3\vec{v}_1 - 3\vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{0}$$

True / False

1. True

2. True

3. False

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

4. False

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

5. True

6. False

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

7. False,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

8. False.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

More Difficult Problems

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 9 & 4 & h \\ -3 & 3 & -6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & -6 \\ 9 & 4 & h \end{bmatrix} \begin{matrix} +3 & +3 & -6 \\ -9 & -9 & +18 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & (h+18) \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & (h+18) \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ +5 & -10 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & (h+18-10) \end{bmatrix}$$

$$h = -8$$

$$v_1 = -2\vec{v}_2$$

$$2. \quad \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$