LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ
(Graph Theory)

CHƯƠNG 2
BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ TRÊN MÁY TÍNH

1. Ma trận kề, ma trận trọng số
2. Danh sách cạnh
3. Danh sách kề

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.1. Ma trận kề

- Xét đơn đồ thị vô hướng G = (V,E), với tập đỉnh V={1, 2,. . . ,n}, tập cạnh E={e_1, e_2,. . .,e_m} . Ta gọi ma trận kề của đồ thị G là ma trận A={$a_{i,j}$: i,j=1, 2,. . . ,n}
  Với các phần tử được xác định theo qui tắc sau đây:

  $a_{i,j}$ = 1, nếu (i,j) $\in$ E và

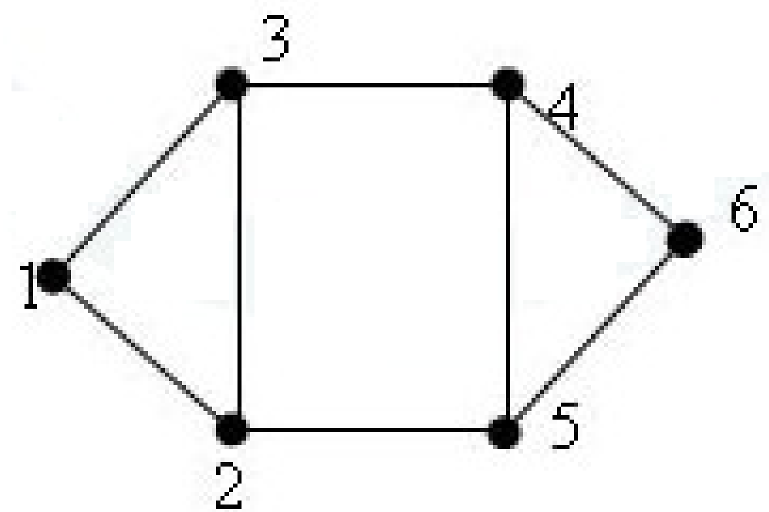
  $a_{i,j}$ = 0 , nếu (i,j) $\notin$ E, i, j=1, 2,. . .,n.

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.1. Ma trận kề

- **Thí dụ 1.** Ma trận trận kề của đồ thị vô hướng G cho trong hình là:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0
3	1	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0



Đồ thị G

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.1. Ma trận kề

- **Các tính chất của ma trận kề:**

1)Rõ ràng ma trận kề của đồ thị vô hướng là ma trận đối xứng, tức là a[i,j]=a[j,i], i,j=1,2,. . .,n.

2)Tổng các phần tử trên dòng i (cột j) của ma trận kề chính bằng bậc của đỉnh i (đỉnh j).

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

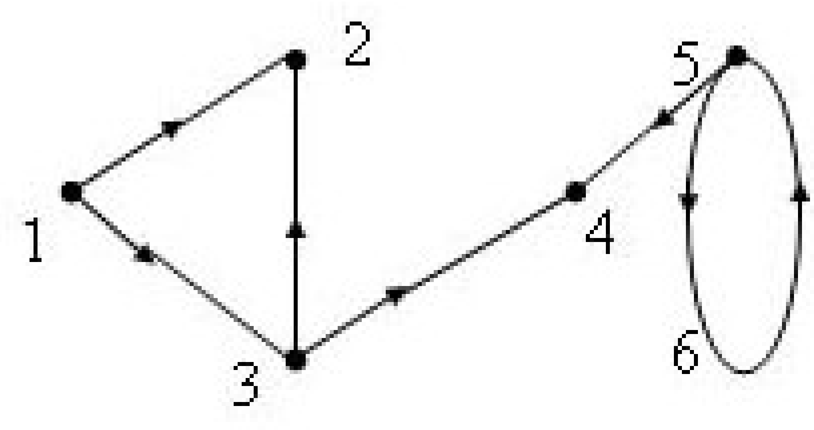
1.1. Ma trận kề

- **Ma trận kề của đồ thị có hướng**

  Được định nghĩa một cách hoàn toàn tương tự.

- **Thí dụ 2.** Đồ thị có hướng G1 cho trong hình có ma trận kề là ma trận sau:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	0	1	0



Đồ thị G1

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.2. Ma trận trọng số

- Trong rất nhiều vấn đề ứng dụng của lý thuyết đồ thị, mỗi cạnh e=(u,v) của đồ thị được gán với một con số c(e) (còn viết là c(u,v) - gọi là trọng số của cạnh e). Đồ thị trong trường hợp như vậy được gọi là đồ thị có trọng số. Trong trường hợp đồ thị có trọng số, thay vì mà trận kề, để biểu diễn đồ thị ta sử dụng ma trận trọng số

  C= {c[i,j], i,j=1, 2,. . .,n}

  với c[i,j] = c(i,j) nếu $(i,j) \in E$

  và c[i,j] = q nếu $(i,j) \notin E$

  trong đó số q, tuỳ từng trường hợp cụ thể, có thể được đặt bằng một trong các giá trị sau: 0, $+\infty$, $-\infty$.

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.3. Ma trận liên thuộc đỉnh – cạnh

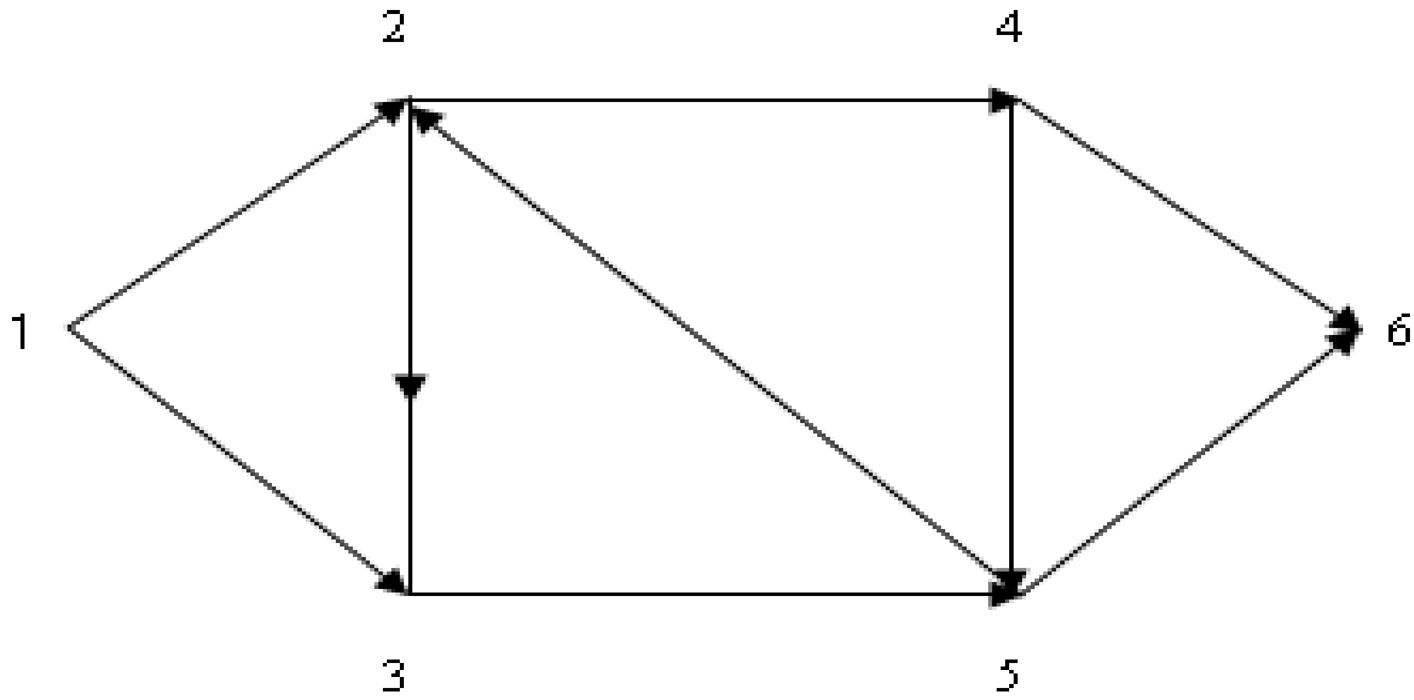
- Xét G = (V,E) là đơn đồ thị có hướng, giả sử V ={ 1, 2, ..., n }; E = { e_1, e_2, ..., e_m}. Ma trận liên thuộc đỉnh – cạnh có n dòng (1 dòng ứng với 1 đỉnh) và m cột (1 cột ứng với 1 cạnh). Trong đó

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ nếu đỉnh i là đỉnh đầu của cung } e_j \\ -1 \text{ nếu đỉnh i là đỉnh cuối của cung } e_j \\ 0 \text{ nếu đỉnh i không là đầu mút của cạnh } e_j \end{cases}$$

1. Ma trận kề, ma trận trọng số

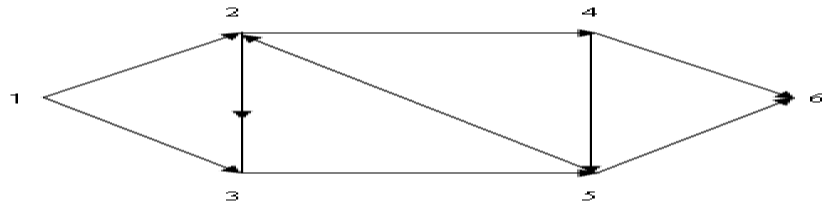
1.3. Ma trận liên thuộc đỉnh – cạnh

- **Ví dụ**: Xét đồ thị



1. Ma trận kề, ma trận trọng số

1.3. Ma trận liên thuộc đỉnh – cạnh



	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	(4,6)	(5,2)	(5,6)
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	1	1	0	0	0	-1	0
3	0	-1	-1	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	-1	0	1	1	0	0
5	0	0	0	0	-1	-1	0	1	1
6	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1

2. Danh sách cạnh (cung)

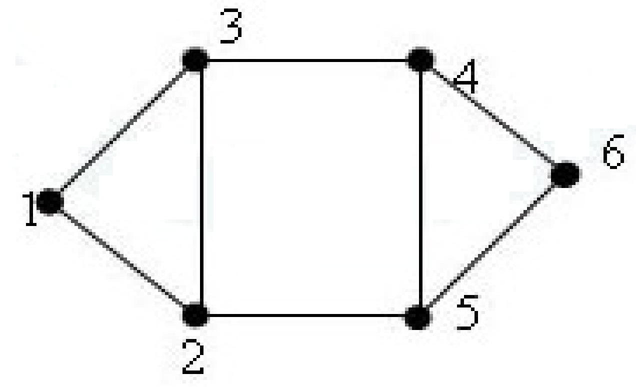
- Trong cách biểu diễn đồ thị bởi danh sách cạnh (cung) chúng ta sẽ lưu trữ danh sách tất cả các cạnh (cung) của đồ thị vô hướng (có hướng).
- Một cạnh (cung) e = (x,y) của đồ thị sẽ tương ứng với hai biến Dau[e], Cuoi[e]. Như vậy, để lưu trữ đồ thị ta cần sử dụng 2m đơn vị bộ nhớ (đối với đồ thị có số cạnh m thoả mãn bất dẳng thức: m < 6n người ta thường dùng cách biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách cạnh).
- Nhược điểm của cách biểu diễn này là để xác định những đỉnh nào của đồ thị là kề với một đỉnh cho trước chúng ta phải làm cỡ m phép so sánh (khi duyệt qua danh sách tất cả các cạnh của đồ thị).
- *Chú ý*: Trong trường hợp đồ thị có trọng số ta cần thêm m đơn vị bộ nhớ để lưu trữ trọng số của các cạnh.

2. Danh sách cạnh (cung)

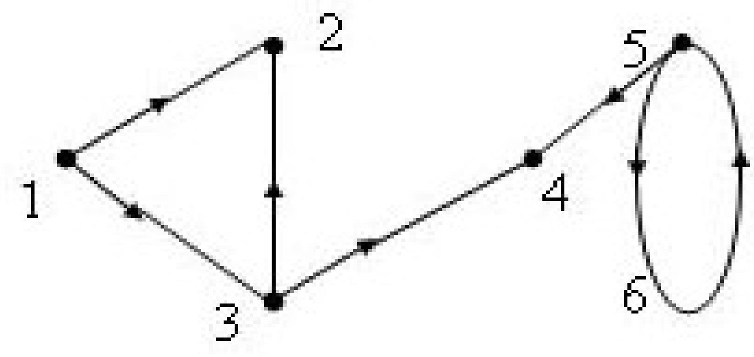
- **Thí dụ 3.** Danh sách cạnh (cung) của đồ thị G (G1) cho trong hình là:

Dau	Cuoi
1	2
1	3
2	3
2	5
3	4
4	5
4	6
5	6

Dau	Cuoi
1	2
1	3
3	2
3	4
5	4
5	6
6	5



Đồ thị G



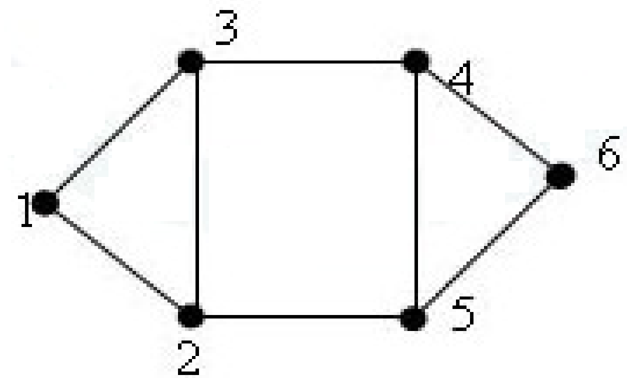
Đồ thị G1

3. Danh sách kề

- Trong cách biểu diễn này, với mỗi đỉnh v của đồ thị chúng ta lưu trữ danh sách các đỉnh kề với nó, mà ta sẽ ký hiệu là:

  $$ke(v)= \{ u \in V: (v,u) \in E\}$$

1	2	3	4	5	6
2	1	1	3	2	4
3	3	2	5	4	5
	5	4	6	6	



Đồ thị G