자료구조론

5장 순차 자료구조 방식

❑ 이 장에서 다룰 내용

- 선형 리스트
- 선형 리스트의 구현
- 다항식의 순차 자료구조 표현
- 행렬의 순차 자료구조 표현

❑ 선형 리스트

- 문제 해결을 위해서는 추상적으로 정의된 데이터와 연산을 구체적으로 구현해야 함
  - 연산의 구현은 데이터의 표현 방법에 따라 달라짐
  - 처리할 문제에 대해 데이터를 가장 효율적인 방법으로 표현하는 것이 중요
- 데이터를 구조화하는 가장 기본적인 방법은 데이터를 나열하는 것
  - 자료를 나열한 목록을 리스트(list)라고 한다.
  - 예) 동창의 이름을 나열 ➔ 동창 리스트

동창 리스트
김좌진
신채호
안중근
이봉창
한용운

선형 리스트

- 선형 리스트(Linear List)
  - 나열한 자료들 간에 앞뒤 관계가 1:1인 순서를 갖는 리스트
  - 순서 리스트(Ordered List)
  - 선형 리스트의 예

동창 선형 리스트	
1	김좌진
2	신채호
3	안중근
4	이봉창
5	한용운

❑ 선형 리스트

❖ 선형 리스트의 표현 형식

리스트이름 = (원소 1, 원소 2, …, 원소 n)

- 선형 리스트에서 원소를 나열한 순서는 원소들의 순서가 된다.
  - 예) 동창 선형 리스트

    동창 = (김좌진, 신채호, 안중근, 이봉창, 한용운)
- 공백 리스트 : 원소가 하나도 없는 리스트
  - 예) 친구 선형 리스트

    친구 = ( )

❖ 선형 리스트의 두 가지 구현 방식

- 순차(sequential) 자료구조 방식
- 연결(linked) 자료구조 방식 ➔ 6장에서 다룸

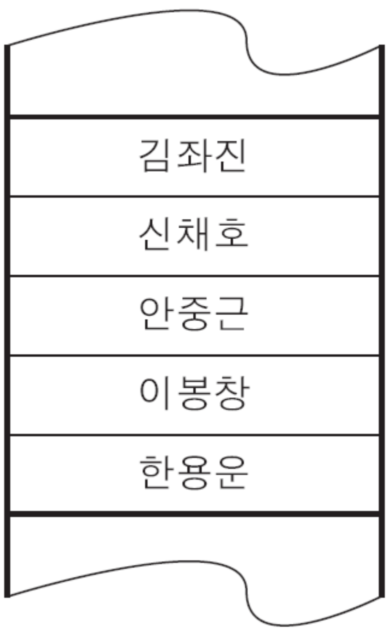
❑ 선형 리스트 – 순차 자료구조

❖ 순차 자료구조

- 원소들의 논리적 순서와 같은 순서로 메모리에 저장

  원소들의 논리적 순서 = 원소들이 저장된 물리적 순서

- 예) 동창 선형 리스트를 메모리에 순서대로 저장



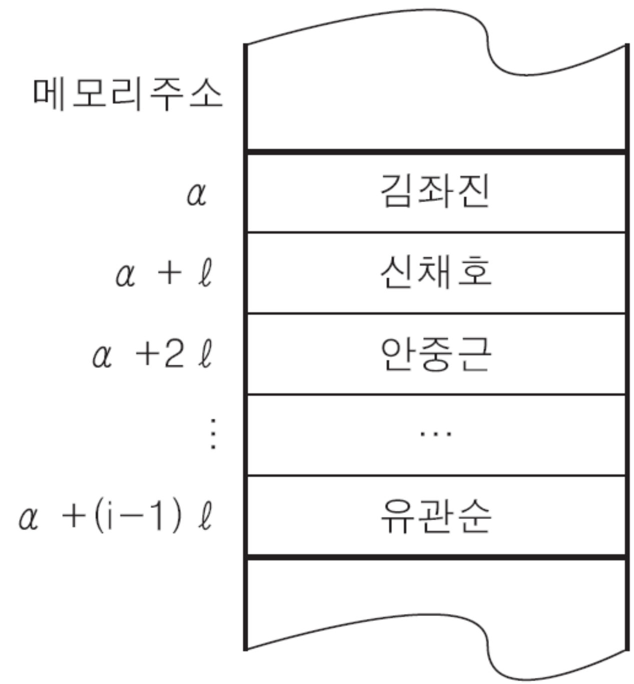
동창 = (김좌진, 신채호, 안중근, 이봉창, 한용운)

❑ 선형 리스트 – 순차 자료구조

❖ 순차 자료구조에서는 원소 위치를 간단한 주소 계산으로 알아낼 수 있다.

- 선형 리스트가 저장된 시작 주소 : α
- 각 원소의 크기 : ℓ
- 1번째 원소의 주소 = α
- 2번째 원소의 주소 = $\alpha + \ell$
- 3번째 원소의 주소 = $\alpha + 2 \times \ell$

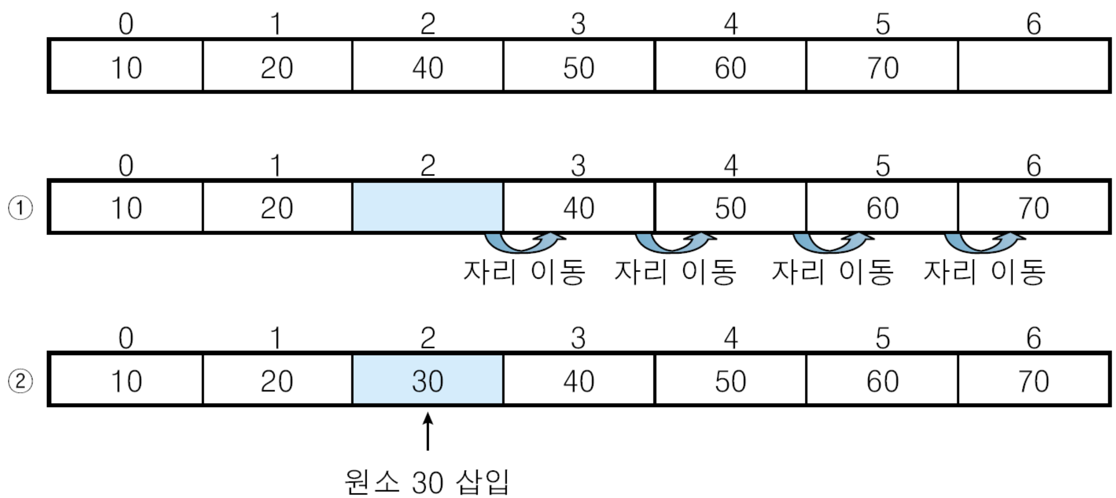
➔ i번째 원소의 주소 = $\alpha + (i-1) \times \ell$



❑ 선형 리스트 – 순차 자료구조

❖ 원소 삽입

- 선형 리스트 중간에 원소가 삽입되면, <u>그 이후의 원소들은 한자리씩 자리를 뒤로 이동</u>하여 물리적 순서를 논리적 순서와 일치시킨다.
  - ① 원소를 삽입할 빈 자리 만들기
  - ② 준비한 빈 자리에 원소 삽입하기



- 원소 수가 n일 때, 인덱스 k 위치에 삽입시, k부터 n−1까지의 자료를 이동해야 함. 따라서 이동횟수 = (n−1) – k + 1 = n−k
- 삽입 연산 수행 시간 = O(n)

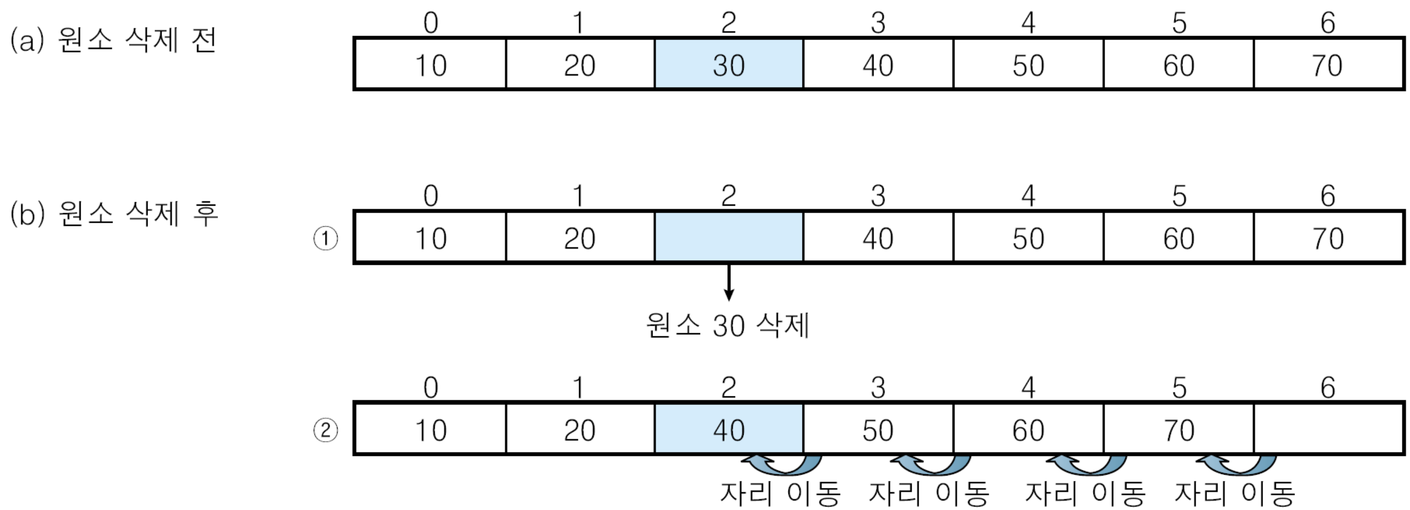
❑ 선형 리스트 – 순차 자료구조

❖ 원소 삭제

- 선형 리스트의 중간에서 원소가 삭제되면, 그 이후의 원소들을 한자리씩 앞으로 이동하여 물리적 순서를 논리적 순서와 일치시킨다.

  ① 원소 삭제하기

  ② 삭제한 빈 자리 채우기



- 원소 수가 n일 때, 인덱스 k 위치 삭제시, k+1부터 n−1까지의 자료를 이동해야 함. 따라서 이동횟수 = (n−1)−(k+1) + 1 = n−k−1
- 삭제 연산 수행 시간 = O(n)

❑ 선형 리스트의 구현

❖ 순차 자료구조

- 배열을 사용하여 선형 리스트를 구현해보자.
- 배열의 인덱스는 배열 원소의 순서
- 1차원 배열
  - 인덱스를 하나만 사용하여 원소의 순서를 구별할 수 있으면 1차원 배열을 사용하여 표현할 수 있다.
- 2차원 배열
  - 인덱스를 두 개 사용하여 원소의 순서를 구별할 수 있으면 2차원 배열을 사용하여 표현할 수 있다.
- 3차원 배열, …

❑ 선형 리스트의 구현

❖ 1차원 배열을 이용한 선형 리스트의 구현

- 예) 분기별 노트북 판매량

분기	1/4분기	2/4분기	3/4분기	4/4분기
판매량	157	209	251	312

- 1차원 배열을 이용한 구현

```
int[] sale = new int[4];
sale[0] = 157;
sale[1] = 209;
sale[2] = 251;
sale[3] = 312
```

```
int[] sale;
sale = new int[4];
```

또는

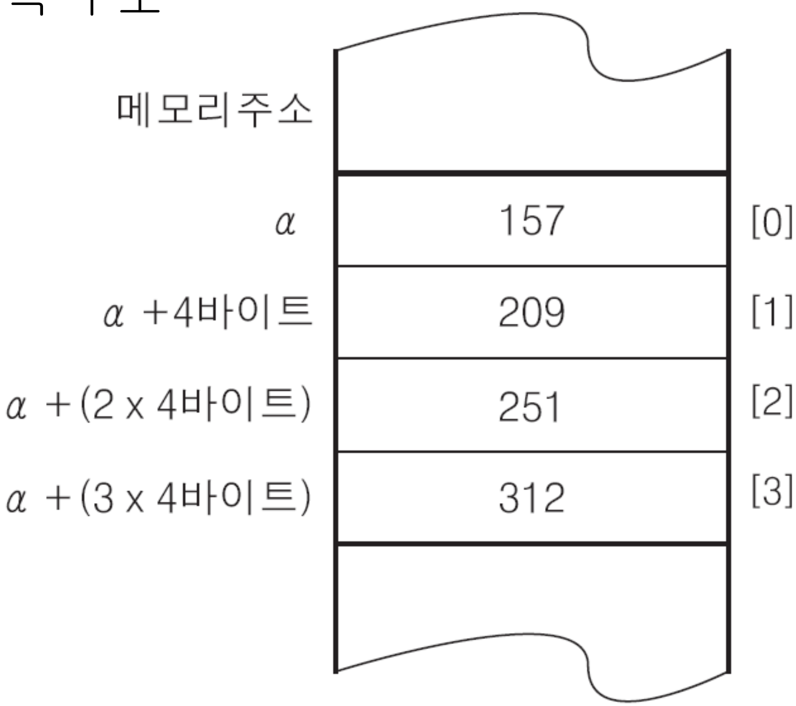
```
int[] sale = {157, 209, 251, 312};
int[] sale = new int[] {157, 209, 251, 312};
```

❑ 선형 리스트의 구현

➲ 논리적 구조

	[0]	[1]	[2]	[3]
sale	157	209	251	312

➲ 물리적 구조



❑ 선형 리스트의 구현

- 분기별 판매량 선형 리스트 프로그램

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        int[] sale = {157, 209, 251, 312};
        for(int i=0; i<4; i++)
            System.out.println(sale[i]);
    }
}
```

실행 결과 :

157
209
251
312

❑ 선형 리스트의 구현

❖ 2차원 배열을 이용한 선형 리스트의 구현

- 예) 2007~2008년 분기별 노트북 판매량

년 \ 분기	1/4분기	2/4분기	3/4분기	4/4분기
2007년	63	84	140	130
2008년	157	209	251	312

- 2차원 배열을 이용한 구현

```
int[][] sale = new int[2][4];
sale[0][0] = 63;
sale[0][1] = 84;
...
sale[1][3] = 312;
```

```
int[][] sale;
sale = new int[2][4];
```

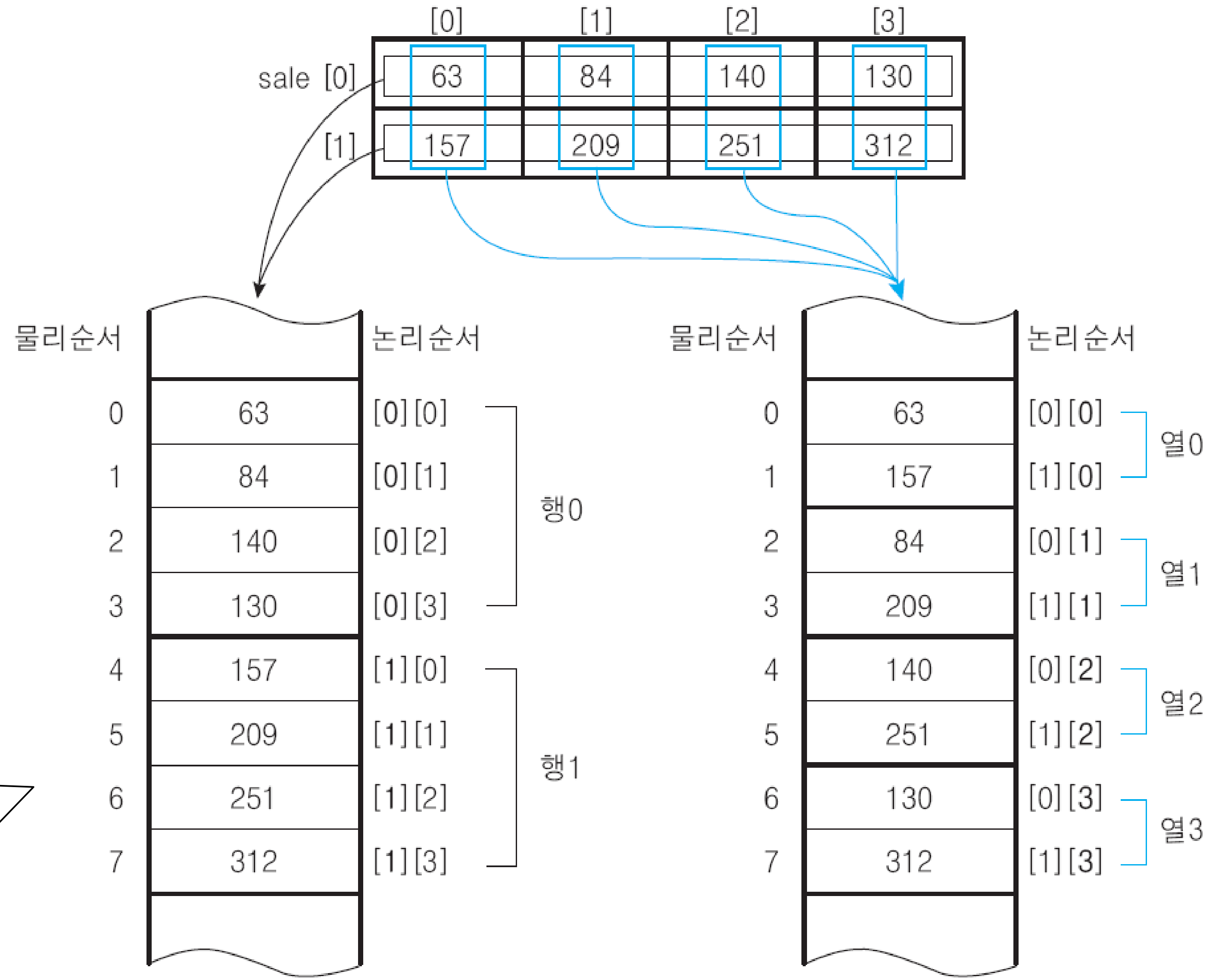
또는

```
int[][] sale = { {63, 84, 140, 130},
                 {157, 209, 251, 312} };
```

❑ 선형 리스트의 구현

- 논리적 구조

- 물리적 구조



(a) 행 우선 순서 방법

(b) 열 우선 순서 방법

2차원 배열이 1차원 메모리에 순차적으로 할당되었다고 가정하자.

❑ 선형 리스트의 구현

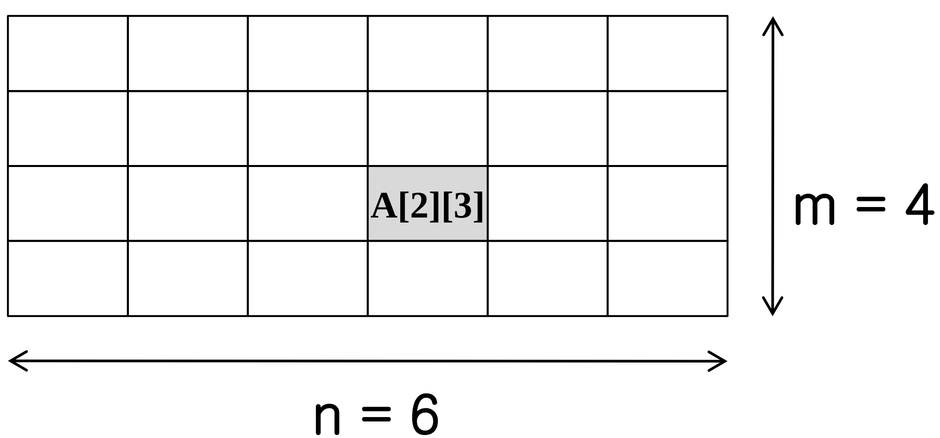
❖ 2차원 배열의 물리적 저장 방법

- 행의 개수가 m이고 열의 개수가 n인 2차원 배열 A의 시작주소가 α 이고 각 원소의 크기가 ℓ 일 때, **A[i][j]**의 위치는?
  - 행 우선 순서 방법(row-major order)

$$\alpha + (i \times n + j) \times \ell$$

  - 열 우선 순서 방법(column-major order)

$$\alpha + (j \times m + i) \times \ell$$



❑ 선형 리스트의 구현

- 2007, 2008년 분기별 판매량 선형 리스트 프로그램

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        int[][] sale = { {63, 84, 140, 130},
                         {157, 209, 251, 312} };
        for(int i=0; i<2; i++) {   // 연도
            for(int j=0; j<4; j++) {   // 분기
                System.out.print(sale[i][j] + " ");
            }
            System.out.println();
        }
    }
}
```

실행 결과 :
63 84 140 130
157 209 251 312

❑ 선형 리스트의 구현

❖ 3차원 배열을 이용한 선형 리스트의 구현

- 예) 2007~2008년, 1팀과 2팀의 분기별 노트북 판매량

1팀				
년 \ 분기	1/4분기	2/4분기	3/4분기	4/4분기
2007년	63	84	140	130
2008년	157	209	251	312

2팀				
년 \ 분기	1/4분기	2/4분기	3/4분기	4/4분기
2007년	59	80	130	135
2008년	149	187	239	310

❑ 선형 리스트의 구현

- 3차원 배열을 이용한 구현

```
int[][][] sale = new int[2][2][4];
sale[0][0][0] = 63;
sale[0][0][1] = 84;
...
```

또는

```
int[][][] sale = { {{63, 84, 140, 130}, {157, 209, 251, 312}},
                   {{59, 80, 130, 135}, {149, 187, 239, 310}} };
```

➲ 논리적 구조

❑ 선형 리스트의 구현

➲ 물리적 구조

물리 순서		논리 순서	
0	63	[0][0][0]	면0
1	84	[0][0][1]	
2	140	[0][0][2]	
3	130	[0][0][3]	
4	157	[0][1][0]	
5	209	[0][1][1]	
6	251	[0][1][2]	
7	312	[0][1][3]	
8	59	[1][0][0]	면1
9	80	[1][0][1]	
10	130	[1][0][2]	
11	135	[1][0][3]	
12	149	[1][1][0]	
13	187	[1][1][1]	
14	239	[1][1][2]	
15	310	[1][1][3]	

(a) 면 우선 순서 방법

물리 순서		논리 순서	
0	63	[0][0][0]	열0
1	59	[1][0][0]	
2	157	[0][1][0]	
3	149	[1][1][0]	
4	84	[0][0][1]	열1
5	80	[1][0][1]	
6	209	[0][1][1]	
7	187	[1][1][1]	
8	140	[0][0][2]	열2
9	130	[1][0][2]	
10	251	[0][1][2]	
11	239	[1][1][2]	
12	130	[0][0][3]	열3
13	135	[1][0][3]	
14	312	[0][1][3]	
15	310	[1][1][3]	

(b) 열 우선 순서 방법

3차원 배열이 1차원 메모리에 순차적으로 할당되었다고 가정하자.

❑ 선형 리스트의 구현

❖ 3차원 배열의 물리적 저장 방법

- 면의 개수가 n_i, 행의 개수가 n_j, 열의 개수가 n_k 인 3차원 배열 A의 시작주소가 α이고 각 원소의 크기가 ℓ 일 때, **A[i][j][k]**의 위치는?
  - 면 우선 순서 방법

$$\alpha + \{(i \times n_j \times n_k) + (j \times n_k) + k\} \times \ell$$

  - 열 우선 순서 방법

$$\alpha + \{(k \times n_j \times n_i) + (j \times n_i) + i\} \times \ell$$

❑ 선형 리스트의 구현

- 1, 2팀의 2007, 2008년 분기별 판매량 선형 리스트 프로그램

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        int[][][] sale = { { {63, 84, 140, 130}, {157, 209, 251, 312} },
                           { {59, 80, 130, 135}, {149, 187, 239, 310} } };

        for(int i=0; i<2; i++) {  // 팀
            for(int j=0; j<2; j++) {  // 연도
                for(int k=0; k<4; k++) {  // 분기
                    System.out.println(sale[i][j][k]);
                }
            }
        }
    }
}
```

다항식의 순차 자료구조 구현

- 다항식(polynomial)
  - aX^e 형식의 항들의 합으로 구성된 식
    - a : 계수(coefficient)
    - X : 변수(variable)
    - e : 지수(exponent)
  - 예) $P(X) = 4X^3 + X^2 - 2.6X + 7$
  - 지수에 따라 내림차순으로 항을 나열
  - 다항식의 차수 = 가장 큰 지수값
  - 다항식 항의 최대 개수 = (차수 + 1)개

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

ADT Polynomial
데이터 : 지수(ei)-계수(ai)의 순서쌍 <ei, ai>의 집합으로 표현된 다항식
$p(X) = a0X^{e0} + a1X^{e1} + \dots + aiX^{ei} + \dots + anX^{en}$ (ei는 음이 아닌 정수)

연산 : p,p1,p2 ∈ Polynomial;   a ∈ Coefficient;   e ∈ Exponent;
// p,p1,p2는 다항식이고, a는 계수, e는 지수를 나타낸다.

zeroP( ) ::= **return** polynomial p(X)=0;
// 공백 다항식(p(x)=0)을 만드는 연산

isZeroP(p) ::= **if** (p) **then false**
else return true;
// 다항식 p가 0(공백 다항식)인지 아닌지 검사하여 0이면 true를 반환하는 연산

coef(p,e) ::= **if** (<e,a> ∈ p) **then return** a
else return 0;
// 다항식 p에서 지수가 e인 항의 계수 a를 구하는 연산. 지수가 e인 항이 없으면 0 반환

다항식의 순차 자료구조 구현

```
    maxExp(p) ::= return max(p.Exponent);
    // 다항식 p에서 최대 지수를 구하는 연산

    addTerm(p,a,e) ::= if (e ∈ p.Exponent) then return error
                       else return p after inserting the term <e,a>;
    // 다항식 p에 지수가 e인 항이 없는 경우에 새로운 항 <e,a>를 추가하는 연산

    delTerm(p,e) ::= if (e ∈ p.Exponent) then return p after removing the term <e,a>
                     else return error;
    // 다항식 p에서 지수가 e인 항 <e,a>를 삭제하는 연산

    multTerm(p,a,e) ::= return (p * aX^e);
    // 다항식 p의 모든 항에 aX^e항을 곱하는 연산

    addPoly(p1,p2) ::= return (p1 + p2);
    // 두 다항식 p1과 p2의 합을 구하는 연산

    multPoly(p1,p2) ::= return (p1 * p2);
    // 두 다항식 p1과 p2의 곱을 구하는 연산
End Polynomial
```

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

❖ 다항식의 표현

- 각 항의 <지수, 계수> 쌍에 대한 선형 리스트
  - 예) $A(x) = 4x^3+3x^2+2$

    $p = (<3,4>, <2,3>, <0,2>)$

❖ 1차원 배열을 이용한 다항식 표현

- 차수가 n인 다항식을 (n+1)개의 원소를 가지는 1차원 배열로 표현
- 배열 인덱스 i 위치에 지수 i인 항의 계수 저장
- 예) $A(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2$

	[3]	[2]	[1]	[0]
A	4	3	0	2

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

❖ 희소 다항식에 대한 1차원 배열 저장

- 예) $B(x) = 3x^{1000} + x + 4$

	[1000]	[999]	[998]	[997]	…	[3]	[2]	[1]	[0]
B	3	0	0	0	…	0	0	1	4

  - 1001개의 배열 원소 중 3개만 사용하므로 메모리 낭비

❖ 2차원 배열을 이용한 다항식 표현

- 다항식의 각 항에 대한 <지수, 계수> 쌍을 2차원 배열에 저장
  - 예) $B(x) = 3x^{1000} + x + 4$ 의 2차원 배열 표현

	[0]	[1]	
[0]	1000	3	☞ $3x^{1000}$
[1]	1	1	☞ x
[2]	0	4	☞ 4

- 연산 구현은 복잡하지만,
- 희소 다항식의 경우, 1차원 배열 구현보다 메모리 필요량 감소

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

```
addPoly(A, B) // 다항식의 덧셈 알고리즘: A와 B를 더하여 결과 다항식 C를 반환
    C ← zeroP();
    while (not isZeroP(A) and not isZeroP(B)) do {
        case {
        maxExp(A) < maxExp(B) :
            C ← addTerm(C, coef(B, maxExp(B)), maxExp(B));
            B ← delTerm(B, maxExp(B));
        maxExp(A) = maxExp(B) :
            sum ← coef(A, maxExp(A)) + coef(B, maxExp(B));
            if (sum≠0) then C ← addTerm(C, sum, maxExp(A));
            A ← delTerm(A, maxExp(A));
            B ← delTerm(B, maxExp(B));
        maxExp(A) > maxExp(B) :
            C ← addTerm(C, coef(A, maxExp(A)), maxExp(A));
            A ← delTerm(A, maxExp(A));
        }
    }
    if (not isZeroP(A)) then A의 나머지 항들을 C에 복사
    else if (not isZeroP(B)) then B의 나머지 항들을 C에 복사
    return C;
End addPoly()
```

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

- 다항식의 덧셈 프로그램

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        double[] coefArrayA = {0, 5, 3, 9};
        double[] coefArrayB = {1.8, 2.5, -3, 1, 8};

        Polynomial a = new Polynomial(3, coefArrayA);
        Polynomial b = new Polynomial(4, coefArrayB);
        Polynomial c = a.addPoly(b);

        System.out.println("A(x)=" + a);
        System.out.println("B(x)=" + b);
        System.out.println("C(x)=" + c);
    }
}
```

❑ 다항식의 순차 자료구조 구현

```java
public class Polynomial {
  // 1차원 배열을 이용한 다항식의 표현

    private int degree;
    private double[] coef;

    public Polynomial(int degree,
                      double[] coef) {
        this.degree = degree;
        this.coef = coef;
    }

    public Polynomial(int degree) {
        this.degree = degree;
        coef = new double[degree+1];
        for(int i=0; i<=degree; i++)
            coef[i] = 0;
    }

    public int getDegree() {
        return degree;
    }

    public double getCoef(int expo) {
        return coef[expo];
    }

    public void setCoef(int expo, double coefValue) {
        coef[expo] = coefValue;
    }

    public Polynomial addPoly(Polynomial b) {
        ...
        Polynomial c ;
        ...
        return c;
    }

    @Override
    public String toString() {
        ...
    }

    public void addTerm(int expo, double coefValue) {
        ...
    }

    public void delTerm(int expo) {
        ...
    }
}
```

❑ 다항식의 순차 자료구조 표현

- 다항식의 덧셈 실행 결과 $C(x) = A(x) + B(x)$
  - $A(x) = 9x^3 + 3x^2 + 5x$
  - $B(x) = 8x^4 + x^3 - 3x^2 + 2.5x + 1.8$
  - $C(x) = 8x^4 + 10x^3 + 7.5x + 1.8$

❑ 행렬의 순차 자료구조 표현

- 행렬(matrix)
  - m x n 행렬
    - m : 행의 개수
    - n : 열의 개수
    - 원소의 개수 : (m x n) 개

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

  - 정방 행렬(square matrix) : 행과 열의 개수가 같은 행렬

행렬의 순차 자료구조 표현

전치 행렬

- 행렬의 행과 열을 서로 교환하여 구성한 행렬
- 행렬 A의 모든 원소의 위치 (i, j)를 (j, i)와 교환
- m×n 행렬 A의 전치행렬은 n×m 행렬 A'

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix} \qquad A' = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

- 예)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{전치행렬 변환}} A' = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{vmatrix}$$

❑ 행렬의 순차 자료구조 표현

❖ 2차원 배열로 행렬을 표현하는 방법

- m×n행렬을 m행 n열의 2차원 배열로 표현
- 예)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} \quad \Rightarrow$$

A[3][4]

	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	1	2	3	4
[1]	5	6	7	8
[2]	9	10	11	12

(a)3×4 행렬 A와 배열 A[3][4]

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \Rightarrow$$

B[8][7]

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[0]	0	0	2	0	0	0	12
[1]	0	0	0	0	7	0	0
[2]	23	0	0	0	0	0	0
[3]	0	0	0	31	0	0	0
[4]	0	14	0	0	0	25	0
[5]	0	0	0	0	0	0	6
[6]	52	0	0	0	0	0	0
[7]	0	0	0	0	11	0	0

(b) 8 x 7 행렬 B와 배열 B[8][7] --- B는 희소 행렬 : 배열의 원소 56개 중에
실제 사용하는 것은 0이 아닌 원소를 저장하는 10개 뿐임

❑ 행렬의 순차 자료구조 표현

- 희소 행렬(sparse matrix)에 대한 2차원 배열 표현
  - 크기가 m x n인 2차원 배열에 저장하는 경우 메모리 낭비
  - 0이 아닌 원소만 **<행번호, 열번호, 원소>**쌍으로 배열에 저장하면 필요한 메모리를 줄일 수 있다.
  - 행렬의 **<전체 행의 개수, 전체 열의 개수, 0이 아닌 원소의 개수>** 정보를 0번 행에 저장

B[8][7]

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[0]	0	0	2	0	0	0	12
[1]	0	0	0	0	7	0	0
[2]	23	0	0	0	0	0	0
[3]	0	0	0	31	0	0	0
[4]	0	14	0	0	0	25	0
[5]	0	0	0	0	0	0	6
[6]	52	0	0	0	0	0	0
[7]	0	0	0	0	11	0	0

<0, 2, 2>
<0, 6, 12>
<1, 4, 7>
<2, 0, 23>
<3, 3, 31>
<4, 1, 14>
<4, 5, 25>
<5, 6, 6>
<6, 0, 52>
<7, 4, 11>

⇨

	[0]	[1]	[2]
[0]	8	7	10
[1]	0	2	2
[2]	0	6	12
[3]	1	4	7
[4]	2	0	23
[5]	3	3	31
[6]	4	1	14
[7]	4	5	25
[8]	5	6	6
[9]	6	0	52
[10]	7	4	11

❑ 행렬의 순차 자료구조 표현

```
transposeSM(a[])   // 희소행렬의 전치 연산 알고리즘
    m ← a[0,0];      // 희소행렬 a의 행 수
    n ← a[0,1];      // 희소행렬 a의 열 수
    v ← a[0,2];      // 희소행렬 a에서 0이 아닌 원소 수
    b[0,0] ← n;      // 전치행렬 b의 행 수 지정
    b[0,1] ← m;      // 전치행렬 b의 열 수 지정
    b[0,2] ← v;      // 전치행렬 b의 0이 아닌 원소 수 지정
    if (v > 0) then {      // 0이 아닌 원소가 있는 경우에만 전치 연산 수행
        p ← 1;
        for (i←0; i < n; i←i+1) do {      // 희소행렬 a의 열별로 전치 반복 수행
            for (j←1; j <= v; j←j+1) do {    // 0이 아닌 원소 수에 대해서만 반복 수행
                if (a[j,1]=i) then {  // 현재의 열에 속하는 원소가 있으면 b[]에 삽입
                    b[p,0] ← a[j,1];
                    b[p,1] ← a[j,0];
                    b[p,2] ← a[j,2];
                    p ← p+1;
                }
            }
        }
    }
    return b[];
End transposeSM()
```

❑ 행렬의 순차 자료구조 표현

```
transposeSM(a[])
    m ← a[0,0];
    n ← a[0,1];
    v ← a[0,2];
    b[0,0] ← n;
    b[0,1] ← m;
    b[0,2] ← v;
    if (v > 0) then {
        p ← 1;
        for (i←0; i < n; i←i+1) do {
            for (j←1; j <= v; j←j+1) do{
                if (a[j,1]=i) then {
                    b[p,0] ← a[j,1];
                    b[p,1] ← a[j,0];
                    b[p,2] ← a[j,2];
                    p ← p+1;
                }
            }
        }
    }
    return b[];
End transposeSM()
```

i j

a

0	8	7	10
1	0	2	2
2	0	6	12
3	1	4	7
4	2	0	23
5	3	3	31
6	4	1	14
7	4	5	25
8	5	6	6
9	6	0	52
10	7	4	11

b

0			
p ⇨ 1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			