3. 양적 자료의 그래프

양적 자료인 경우에 다음과 같은 그래프를 그려 분석한다.

- 줄기와 잎 그림 히스토그램 -
- 상대도수 도수분포다각형

3.1 줄기와 잎 그림

☞ 생각열기	요사이 미세먼지가 자주 발생해 우리 생활에 불편을 주고 있다. 과연 한 달중 며칠이나 미세먼지가 심하게 발생하는지 살펴보기 위해 서울의 미세먼지 농도를 조사한 자료가 다음과 같다.
	(자료 3.1) 2021년 2월 서울의 일평균 초미세먼지농도 (μg/ m^3 (환경부 대기환경정보 http://www.airkorea.or.kr 참조)
	39 18 20 22 16 44 59 18 16 23
	53 76 77 76 37 15 13 17 24 42
	46 30 18 25 34 24 11 14
탐구	1) 미세먼지농도 자료수가 28개나 있는데 전반적인 자료의 분포를 어떻게 쉽게 표현할 수 있을까? 2) 우리나라는 미세먼지 농도가 36(씨/8/ m^3)을 넘으면 '나쁨'으로 으로 평가하는데 2월 중 며칠이나 있을까?

- 위의 예에서 미세먼지농도를 39, 18, 20, … 과 같이 측정하였는데 이와 같이 자료를 수량으로 나타낸 것을 변량이라 한다.
- (자료 3.1)과 같이 숫자로 된 자료는 십진법을 사용하기 때문에 각각의 십 자릿수에 해당하는 자료를 모아 다음과 같은 표로 정리할 수 있다. 즉, 첫 번째 자료 39는 십 자릿수가 '3'이므로 이 자료를 세 번째 행에 적고, 그 다음 18은 십 자릿수가 '1'이므로 첫 번째 행에 적는다. 같은 방법으로 모든 자료를 정리하면 [표 3.1]과 같다.

[표 3.1] 미세먼지농도를 십의 자릿수에 대해 정리한 자료

십의 자릿수	자료
1	18 16 18 16 15 `13 17 18 11 14
2	20 22 23 24 25 24
3	39 37 30 34
4	44 42 46
5	59 53
6	
7	76 77 76

[표 3.1]에서 각각의 행(십 자릿수)은 '10μg/m³ 이상 20μg/m³ 미만', '20이상 ~ 30미만', ... '70이상 ~ 80미만'과 같은 구간을 의미한다. 이 표에서 각각의 행에 나타난 자료의 일 자릿수만을 오름차순으로 정렬한 [표 3.2]를 **줄기와 잎 그림** 이라 부른다. 줄기와 잎 그림에서는 십 자릿수를 나무의 '줄기', 일 자릿수를 '잎'으로 부른다.

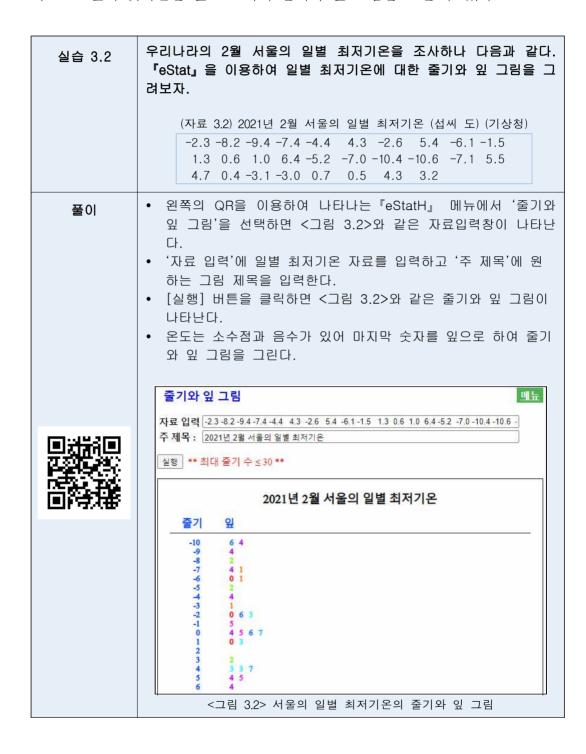
줄기	잎
(십 자릿수)	(일 자릿수)
1	1 3 4 5 6 6 7 8 8 8
2	0 2 3 4 4 5
3	0 4 7 9
4	2 4 6
5	3 9
6	
7	6 6 7

[표 3.2] 미세먼지농도의 일 자릿수를 오름차 순으로 정리한 줄기와 잎 그림

- [표 3.2]와 같은 줄기와 잎 그림을 관찰하면 미세먼지 농도가 '10μg/m³ 이상 20μg/m³ 미만'인 날이 제일 많고, 그 다음은 '20μg/m³ 이상 30μg/m³ 미만'임을 쉽게 알 수 있다. 그리고 자료가 오름차순으로 정렬이 되어있어 미세먼지농도가 '나쁨'인 36μg/m³ 이상인 날을 쉽게 세어 볼 수 있는데 28일중에서 미세먼지농도가 '나쁨'인 수준이 10일이나 되어 심각한 공해 문제임을 잘 살펴볼수 있다.
- 자료가 많을 경우 이와 같이 수작업으로 줄기와 잎 그림을 그리는 것은 시간도 많이 걸리고 쉽지 않다. 『eStat』소프트웨어를 이용하여 줄기와 잎 그림을 그려보자.



• 자료가 세 자릿수 이상이거나 소수점이 있는 자료는 마지막 자릿수를 잎으로 하고 그 앞의 숫자들을 잎으로 하여 줄기와 잎 그림을 그릴 수 있다.



과제 3.1

다음은 2016년 현재 서울의 25개 행정구별 자전거 전용 도로 길이에 대한 자료이다. 「eStat」을 이용하여 줄기와 잎 그림 등을 그려 분석하라.



 (자료 3.3) 2019년 서울의 자전거 도로 (단위 km) (서울통계정보시스템)

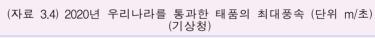
 24 15 23 20 30 24 7 8 7 12 28 27 19 35 41

 42 11 8 37 13 20 29 53 93 42

과제 3.2

다음은 2020년 우리나라를 통과한 태풍의 최대 풍속에 대한 자료 이다.

- 1) 『eStat』을 이용하여 줄기와 잎 그림 등을 그려라.
- 2) 태풍의 최대 풍속이 54m/초 이상이면 초강력 태풍으로 분류한 다. 몇 개의 초강력 태풍이 통과하였는지 조사하라.



40 22 21 29 19 22 24 45 49 55 24 27 29 35 19 24 35 40 56 24 21 43 18



3.2 히스토그램 - 도수분포표

한 중학교 2학년 학생들의 몸무게를 조사한 자료가 (자료 3.5)와 같다. (자료 3.5) 한 중학교 2학년 학생들의 몸무게 (kg) 63 65 67 68 61 60 72 55 64 76 68 63 70 61 54 63 66 53 58 70 62 62 57 58 59 53 58 58 62 61 타구 1) 자료수가 30개나 되는데 학생들 몸무게의 분포를 어떻게 쉽게 그래프로 표현할 수 있을까? 2) 학생들 몸무게가 70kg이상 75kg미만인 학생의 수가 얼마나 될까?

- 위와 같은 몸무게 자료의 전반적인 분포를 보기위해서는 앞에서 살펴본 줄기와 잎 그림을 생각할 수 있다. 하지만 십 자리수가 5, 6, 7만 있기 때문에 줄기와 잎그림으로는 세밀한 분포를 살펴보기가 어렵다. 그리고 몸무게 70kg이상 75kg 미만인 학생의 수를 쉽게 알아볼 수 없다. 조사한 자료에서 전반적인 분포나 특정한 정보를 알기위해서는 자료를 적절히 정리할 필요가 있다.
- [표 3.3]은 몸무게 자료를 50kg에서 시작하여 5kg 간격으로 구간을 정하고 각

구간에 해당하는 학생들 몸무게를 조사하여 정리한 것이다. 이러한 자료 정리에는 줄기와 및 그림이 유용하다.

	-,		<u> </u>
몸무기	게 (kg)	자료	자료수
아 50	마 ~ 55	53 53 54	3
55	~ 60	55 57 58 58 58 58 59	7
60	~ 65	60 61 61 61 62 62 62 63 63 63 64	11
65	~ 70	65 66 67 68 68	5
70	~ 75	70 70 72	3
75	~ 80	76	1

[표 3.3] 한 중학교 2학년 학생들 몸무게를 각 구간별로 정리한 자료

- [표 3.3]과 같이 정리된 표를 이용하면 전반적인 자료의 분포가 '60kg이상 ~ 65kg 미만'인 학생이 제일 많고 그 다음이 '55kg이상 ~ 60kg미만' 임을 쉽게 알 수 있다. 그리고 '70kg이상 ~ 75kg미만'인 학생의 수가 3명임을 바로 알 수 있다.
- [표 3.3]과 같이 몸무게라는 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 계급, 구간의 너비를 계급의 크기, 각 계급에 속하는 변량의 개수를 도수라 부르고 이를 정 리한 표를 도수분포표라고 한다. [표 3.4]는 학생들 몸무게의 도수분포표이다.

품무게의 도				工.	十 元 王 丑
	계:	급 ((kg)		도수(개)
	아 50	~	- 映 55		3
	55	~	60		7
(60	~	65		11
(65	~	70		5
	70	~	75		3
	75	~	80		1
		합기	11		30

[표 3.4] 한 중학교 2학년 학생들 몸무게의 도수분포표

• 각 계급을 대표하는 값으로서 각 계급의 양 끝값의 중간값을 그 계급의 계급 값이라 한다.

계급값 =
$$\frac{$$
계급의 양 끝없의 합
$$2$$

예를 들어 [표 3.4]의 도수분포표에서 '50kg이상 ~ 55kg 미만'인 계급의 계급값 은 다음과 같다.

계급 '50kg이상 ~ 55kg 미만'의 계급값 =
$$\frac{50~+~55}{2}$$
 = $52.5 (kg)$

• 도수분포표에서 각 계급의 도수를 비교하면 전반적인 자료의 분포를 관찰할 수

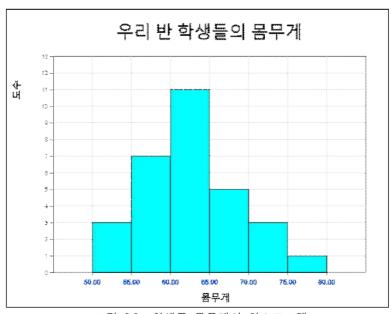
있다. 하지만 각 계급의 도수가 전체 도수에서 차지하는 비율을 계산하면 더좋을 수 있다. 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율을 그 계급의 **상대도수**라고 한다.

• [표 3.5]는 도수분포표에 계급값과 상대도수를 표시한 도수분포표의 변형이다.

ر عد ر	[표 0.0] 게임없게 증대보니가 무기한 국용을 입니까게 보니한모표				
계급	kg)	계급값	도수(개)	상대도수	
아 50	。 ~ 55	52.5	3	0.10	
55	~ 60	57.5	7	0.23	
60	~ 65	62.5	11	0.37	
65	~ 70	67.5	5	0.17	
70	~ 75	72.5	3	0.10	
75	~ 80	77.5	1	0.03	
Ē	합계		30	1.00	

[표 3.5] 계급값과 상대도수가 추가된 학생들 몸무게의 도수분포표

- 도수분포표는 다음 순서에 따라 그래프로 나타낼 수 있는데 이를 **히스토그램** 이라고 한다. <그림 3.3>은 학생들 몸무게에 대한 히스토그램이다.
 - ① 가로축에 각 계급의 끝값을 적는다.
 - ② 세로축에 도수를 적는다.
 - ③ 각 계급에서 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 그린다.



<그림 3.3> 학생들 몸무게의 히스토그램

• 도수분포표의 계급은 분석자가 정하는 계급의 크기에 따라 여러 가지로 만들수 있다. (자료 3.5)의 학생들 몸무게 자료를 계급의 크기를 10kg으로 하여 만든 도수분포표는 다음 표와 같다. 이 도수분포표는 10자리수를 이용하여 그린줄기와 잎 그림의 도수분포표이기도 하다.

[표 3.6] 계급구간을 10kg으로 하여 만든 학생들 몸무게의 도수분포표

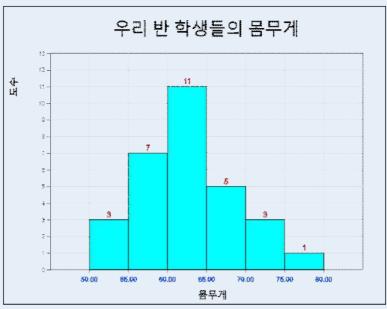
도수(개)	계급 (kg)				
10	마 60	쌍 ∼	50		
16	70	~	60		
4	80	~	70		
30		합계			

• 자료가 많을 경우 위와 같이 수작업으로 도수분포표와 히스토그램을 그리는 것은 시간도 많이 걸리고 쉽지 않다. 『eStat』소프트웨어를 이용하여 도수분포 표와 히스토그램을 그려보자.



실습 3.3 풀이 (계속)

• 히스토그램 밑에 선택 사항에서 '평균'과 '도수'를 체크하면 <그림 3.5>와 같이 히스토그램 막대위에 도수가 표시된다.



<그림 3.5> 도수가 표시된 히스토그램

• 히스토그램 밑의 선택 사항에서 '도수분포표' 버튼을 클릭하면 <그림 3.6>과 같이 히스토그램의 도수분포표가 표시된다.

히스토그램 도수분포표			
계급구간	계급값	도수	상대도수
50.00 ≤ ~ < 55.00	52.50	3	0.10
55.00 ≤ ~ < 60.00	57.50	7	0.23
60.00 ≤ ~ < 65.00	62.50	11	0.37
65.00 ≤ ~ < 70.00	67.50	5	0.17
70.00 ≤ ~ < 75.00	72,50	3	0.10
75.00 ≤ ~ < 80.00	77.50	1	0.03
합계		30	1.00
계급값 평균	62.67		

<그림 3.6> 히스토그램에 대한 도수분포표

• 도수분포표의 계급 구간의 결정은 분석자가 자료의 최솟값과 최댓값을 살펴보고 결정한다.

실습 3.4

「eStat」을 이용하여 우리나라의 2월 서울의 일별 최저기온([실 습 3.2])을 조사한 (자료 3.2)에 대하여 히스토그램을 그려보자.

(자료 3.2) 2021년 2월 서울의 일별 최저기온 (섭씨 도) (기상청)

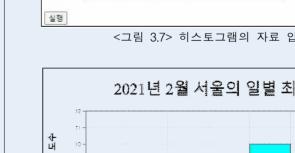
-2.3 -8.2 -9.4 -7.4 -4.4 4.3 -2.6 5.4 -6.1 -1.5 1.3 0.6 1.0 6.4 -5.2 -7.0 -10.4 -10.6 -7.1 5.5 4.7 0.4 -3.1 -3.0 0.7 0.5 4.3 3.2

풀이

- 왼쪽의 QR을 이용하여 나타나는 『eStatH』 메뉴에서 '히스토 그램 - 도수분포표'를 선택하면 <그림 3.7>과 같은 자료 입력 창이 나타난다.
- '자료 입력'에 일별 최저기온 자료를 입력하면 (전자책에서 자 료를 복사하여 붙여넣기를 해도 됨) 즉시 <그림 3.7>과 같이 입력된 자료수 28과 최솟값이 -10.6도이고 최댓값이 6.4도임을 보여준다. 이 정보를 이용하여 구간시작과 구간너비를 정할 수 있다. 여기서는 구간시작을 -15, 구간너비를 5도로 정하였다.
- 원하는 제목을 입력하고 [실행] 버튼을 클릭하면 <그림 3.8>과 같은 히스토그램이 나타난다.



<그림 3.7> 히스토그램의 자료 입력창





<그림 3.8> 서울의 최저기온에 대한 히스토그램



실습 3.4 풀이 (계속)

히스토그램 도수분포표			
계급구간	계급값	도수	상대도수
-15.00 ≤ ~ < -10.00	-12.50	2	0.07
-10.00 ≤ ~ < -5.00	-7.50	7	0.25
-5.00 ≤ ~ < 0.00	-2.50	6	0.21
0.00 ≤ ~ < 5.00	2.50	10	0.36
5.00 ≤~<10.00	7.50	3	0.11
합계		28	1.00
계급값 평균	-1.61		

<그림 3.9> 히스토그램에 대한 도수분포표

과제 3.3



다음은 2016년 현재 서울의 25개 행정구별 자전거 전용 도로 길이에 대한 자료이다 ([과제 3.1]). 『eStat』을 이용하여 히스토그램과 도수분포표를 작성하고 분석하라.

(자료 3.3) 2019년 서울의 자전거 도로 (단위 km) (서울통계정보시스템) 24 15 23 20 30 24 7 8 7 12 28 27 19 35 41 42 11 8 37 13 20 29 53 93 42

과제 3.4



다음은 2020년 우리나라를 통과한 태풍의 최대 풍속에 대한 자료이다 ([과제 3.2]). 『eStat』을 이용하여 히스토그램과 도수분포 표를 작성하고 분석하라.

(자료 3.4) 2020년 우리나라를 통과한 태품의 최대풍속 (단위 m/초) (기상청) 40 22 21 29 19 22 24 45 49 55 24 27 29 35 19 24 35 40 56 24 21 43 18

3.3 도수분포다각형 - 상대도수 비교

☞ 생각열기	한 중학교의 같다.	2학년과 3학년 학	생들의 몸무게를	조사한 도수분포	표가 다음과	
		[표 3.6] 2학년과 3	3학년 학생들 몸무거		1	
		계급 (kg)	도수 2학년	(개) 3학년		
		% 만 50 ~ 55	3	2		
		55 ~ 60	7	6		
		60 ~ 65	11	12		
		65 ~ 70	5	13		
		70 ~ 75	3	6		
		75 ~ 80	1	3		
		합계	30	40		
탐구	1) 2학년 학생수는 30명이고 3학년 학생수는 40명인데 어떻게 2학년과 3학년 몸무게의 분포를 비교할 수 있을까? 2) 3학년 학생들 몸무게가 상대적으로 큰 구간은 어디일까?					

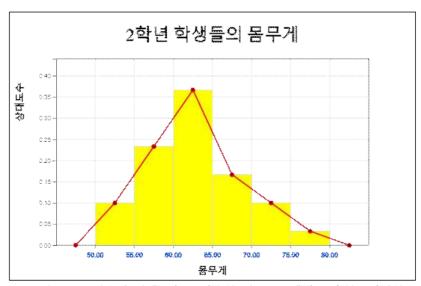
• 위의 도수분포표에서 2학년과 3학년 학생의 도수를 직접 비교하는 것은 2학년 학생수가 30명이고 3학년 학생수가 40명이라 적절하지 않다. 이런 경우 [표 3.7]과 같이 각 학년별 계급의 상대도수를 구하면 비교할 수 있다.

[표 3.7] 2학년과 3학년 학생들 몸무게의 도수분포표

계급 (kg)	도수(개)		상대도수	
ЛЫ (Ng)	2학년	3학년	2학년	3학년
항 만 50 ~ 55	3	2	0.097	0.050
55 ~ 60	7	6	0.226	0.100
60 ~ 65	11	12	0.355	0.300
65 ~ 70	5	13	0.194	0.325
70 ~ 75	3	6	0.097	0.150
75 ~ 80	1	3	0.032	0.075
합계	30	40	1.000	1.000

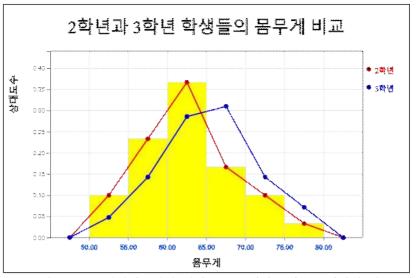
• 이 표를 보면 계급 '65이상 ~ 70미만', '70이상 ~ 75미만', '75이상 ~ 80미만'의 경우 3학년 학생의 상대도수가 2학년보다 높음을 알 수 있다.

- 히스토그램을 이용하여 각 계급의 도수에 대하여 꺽은선 모양을 그린 그래프를 도수분포다각형이라 부른다. 도수분포다각형을 그리는 방법은 다음과 같다.
 - ① 히스토그램의 각 직사각형의 윗변의 중앙에 점을 찍는다.
 - ② 히스토그램의 양 끝 구간을 도수가 0인 계급이 하나씩 있는 것으로 생각하여 그 가운데 점을 찍는다.
 - ③ 위에서 찍은 점을 선분으로 연결한다.
- 히스토그램은 계급의 도수를 이용하여 그리는 것이 일반적이나 상대도수를 이용하여 그릴 수 있다. 단지 도수대신 상대도수를 이용하는 것이라 그리는 방법은 같다. 도수분포다각형도 도수 또는 상대도수를 이용하여 그릴 수 있은데 [표 3.7]과 같이 2학년과 3학년 두 그룹에 대한 도수분포를 비교할 때는 각 그룹의 자료수가 다를 수 있어 상대도수를 이용한 도수분포다각형을 그려 비교한다.
- <그림 3.10>은 [표 3.7]에서 2학년 학생들 몸무게의 계급별 상대도수를 이용한 히스토그램과 도수분포다각형이다.



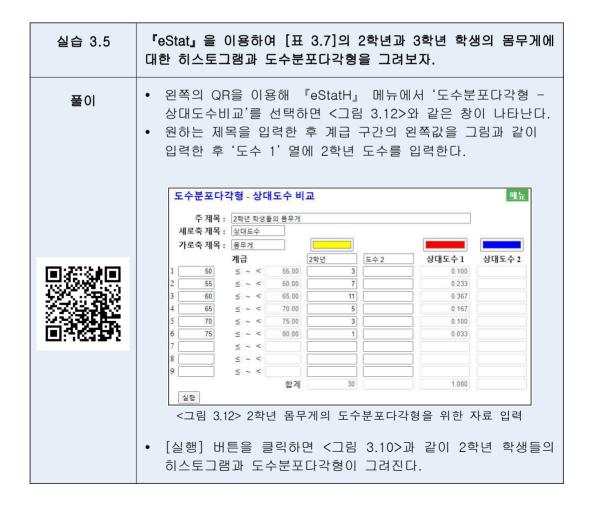
<그림 3.10> 계급의 상대도수를 이용한 히스토그램과 도수분포다각형

• <그림 3.11>은 2학년과 3학년 학생들의 계급별 상대도수를 이용하여 도수분포 다각형으로 비교한 것이다.



<그림 3.11> 2학년과 3학년 학생들 몸무게의 도수분포다각형 비교

• 자료가 많을 경우 위와 같이 수작업으로 도수분포표와 히스토그램을 그리는 것은 시간도 많이 걸리고 쉽지 않다. 『eStat』소프트웨어를 이용하여 도수분포표와 히스토그램을 그려보자.



실습 3.5 풀이 (계속)

• 이어서 다음과 같이 3학년 학생들의 몸무게 도수를 추가로 입력하고, 제목을 바꾼 후 [실행] 버튼을 클릭하면 <그림 3.11>과 같은 2학년과 3학년 학생들의 몸무게에 대한 도수분포다각형이 그려진다.



<그림 3.13> 2학년과 3학년 도수분포다각형을 위한 자료 입력

실습 3.6

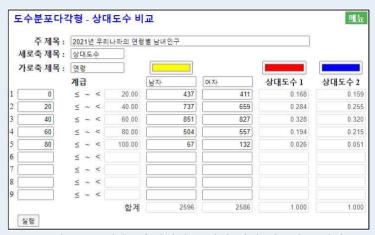
2021년 우리나라의 연령대별 남녀인구가 다음 표와 같다. 「eStat」을 이용하여 남녀별 도수분포다각형을 그려 비교하라.

[표 3.8] 2021년 우리나라의 연령별 남녀인구 도수분포표 (통계청)(단위: 만명

계급	도수	(개)
게ㅂ	남자	여자
아당 마 0 ~ 20	437	411
20 ~ 40	737	659
40 ~ 60	851	827
60 ~ 80	504	557
80 ~ 100	67	132
합계	2596	2586

실습 3.6 풀이

- 왼쪽의 QR을 이용해 『eStatH』 메뉴에서 '도수분포다각형 -상대도수비교'를 선택하면 <그림 3.14>와 같은 창이 나타난다.
- 원하는 제목을 입력한 후 계급 구간의 왼쪽값을 그림과 같이 입 력한 후 '도수 1'열에 남자, '도수 2'열에 인구를 입력한다.



<그림 3.14> 상대도수다각형을 위한 남녀 인구자료 입력



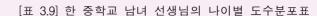
[실행] 버튼을 클릭하면 <그림 3.15>와 같이 남녀별 도수분포다 각형이 그려진다. 남자의 인구가 60세까지는 여자보다 많다가 60세 이상은 여자의 인구가 더 많음을 쉽게 알 수 있다.



<그림 3.15> 우리나라 인구의 남녀별 상대도수다각형

과제 3.5

다음 표는 한 중학교 남녀 선생님의 나이를 조사한 것이다. 「eStat」을 이용하여 도수분포다각형을 그려 비교하라.



回線線回	

[m 0.0] C 8 m H H C 8 H H M M T T E T E				
계급		도수(개)		
게ㅂ		남자	여자	
20 ~ 30	만	3	2	
30 ~ 40)	4	6	
40 ~ 50)	4	4	
50 ~ 60)	2	3	
60 ~ 70)	0	2	
합계		13	17	

과제 3.6

다음 표는 A 중학교와 B 중학교의 학력고사 성적을 비교한 것이다. 『eStat』을 이용하여 도수분포다각형을 그려 비교하라.

[표 3.10] 두 중학교 학력고사 성적의 도수분포표



계급	도수(개)			
게ㅂ	A 중학	B 중학		
- 양 - 만 50 ~ 60	2	2		
60 ~ 70	5	8		
70 ~ 80	20	25		
80 ~ 90	23	10		
90 ~ 100	10	5		
합계	60	50		