MODEL REGRESI DENGAN PEUBAH LAG

Pertemuan ke-7
Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Konsep Dasar Regresi dengan Peubah Lag

2. Autoregressive Distributed Lag (ARDL) models

3. Koyck Lag

MODEL REGRESI

- Static Regression

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t,1} + \cdots + \beta_k X_{t,k} + u_t$$

- Regression with distributed lag

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t,1} + \beta_2 X_{t-1,1} + \beta_3 X_{t-2,1} + \beta_4 X_{t,2} + u_t$$

- Dynamic regression/ autoregressive model

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 X_{t,1} + \beta_4 X_{t,2} + u_t$$

MODEL AUTOREGRESSIVE

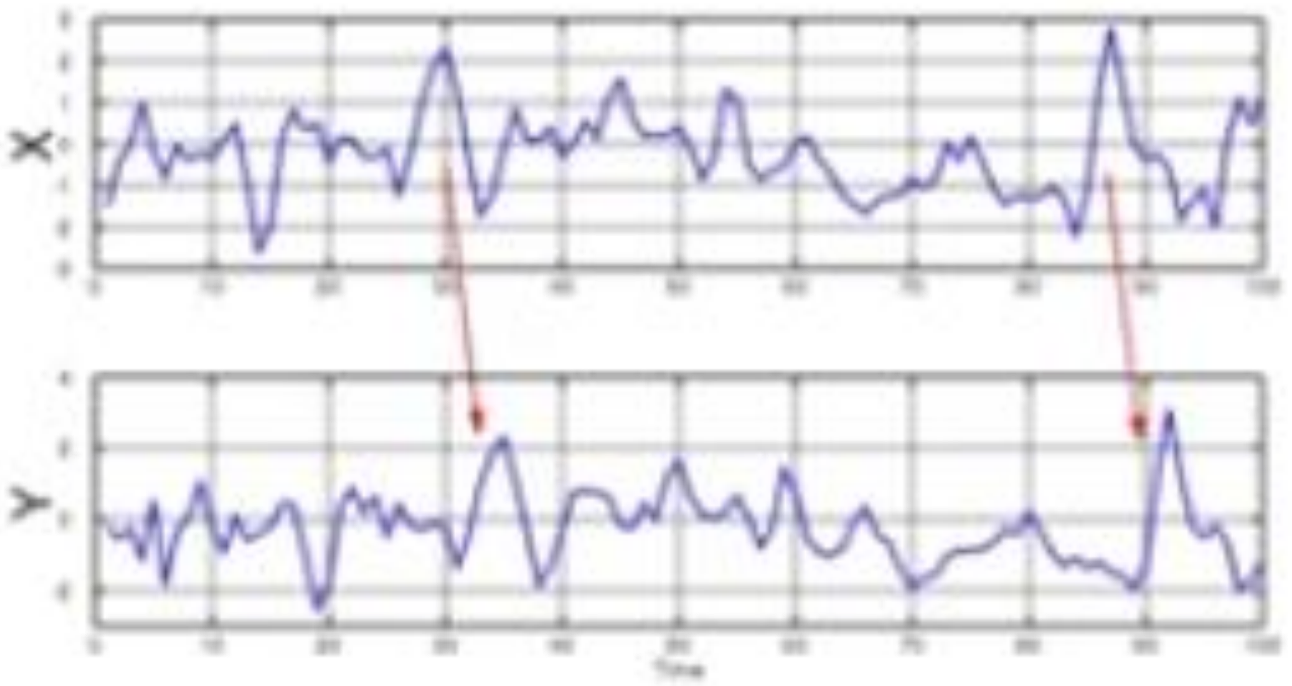
Apabila peubah dependen dipengaruhi oleh peubah independen pada waktu sekarang, serta dipengaruhii juga oleh peubah dependen itu sendiri pada satu waktu yang lalu maka model tersebut disebut autoregressive (Gujarati, 2004)

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t$$

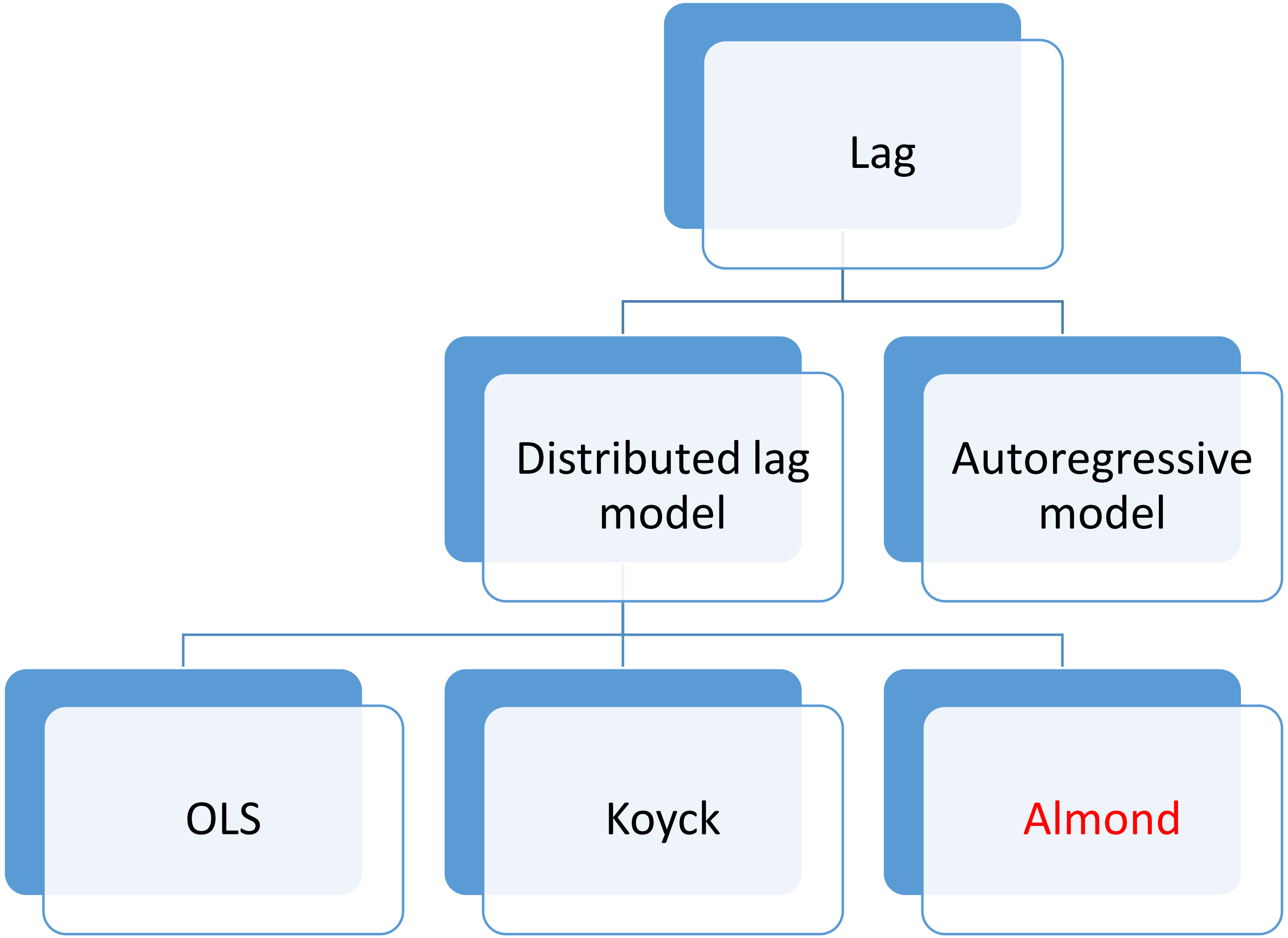
LAG

Waktu yang diperlukan bagi peubah bebas X dalam mempengaruhi peubah tak bebas Y disebut lag.

Contoh: Butuh waktu untuk membangun jalan raya, efek dari investasi public ini pada pertumbuhan GNP akan muncul dengan lag dan efek ini mungkin akan bertahan selama beberapa tahun.



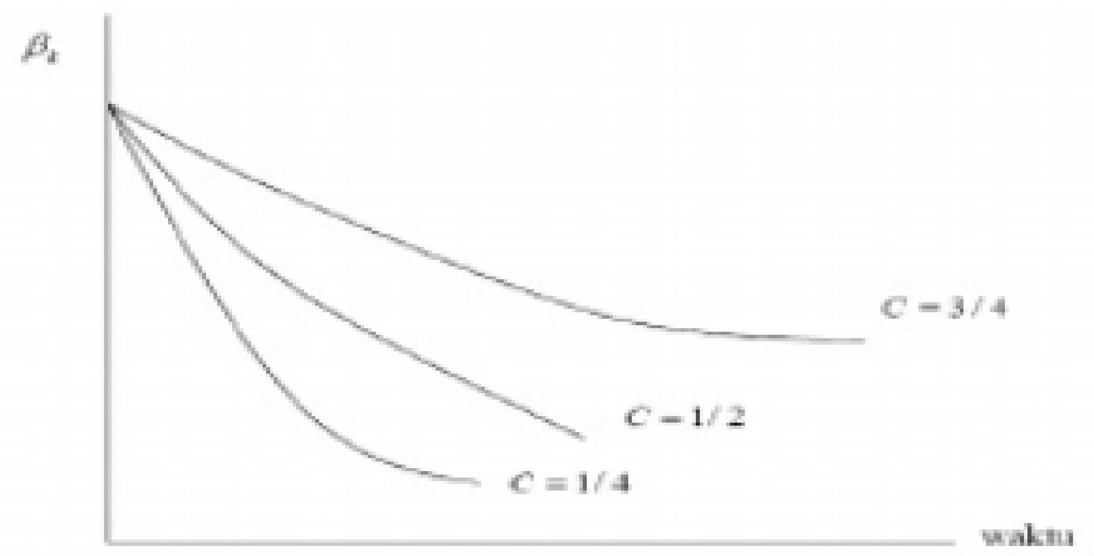
MIND MAP


Lag
Distributed lag model
Autoregressive model
OLS
Koyck
Almond

PENDEKATAN KOYCK UNTUK DITRIBUTED LAG MODEL

- Metode Koyck didasarkan asumsi bahwa semakin jauh jarak lag peubah independen dari periode sekarang maka semakin kecil pengaruh peubah lag terhadap peubah dependen
- Koyck mengusulkan suatu metode untuk menduga model dinamis distributed lag dengan mengasumsikan bahwa semua koefisien β mempunyai tanda sama.
- Model Koyck merupakan jenis paling umum dari model *infinite distributed lag* dan juga dikenal sebagai *geometric lag*

MODEL KOYCK



Koyck menganggap bahwa koefisien menurun secara geometris sebagai berikut:

$$\beta_k = \beta_0 C^k, k = 0, 1, \ldots$$

Dengan:

C: rata-rata tingkat penurunan dari distribusi lag dengan nilai $0 < C < 1$

$1 - C$: kecepatan peyesuaian

MODEL KOYCK

$$\hat{\beta}_0 = \beta_0$$
$$\hat{\beta}_1 = \beta_0 C$$
$$\hat{\beta}_2 = \beta_0 C^2$$
$$\hat{\beta}_k = \beta_0 C^k$$

$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0\, C\, X_{t-1} + \beta_0 C^2 X_{t-2} + \ldots + \varepsilon_t$ (1.1)

$Y_{t-1} = \alpha + \beta_0 X_{t-1} + \beta_0\, C\, X_{t-2} + \beta_0 C^2 X_{t-3} + \ldots + \varepsilon_{t-1}$ (1.2)

$CY_{t-1} = \alpha C + \beta_0 CXt_{-1} + \beta_0\, C^2\, X_{t-2} + \beta_0 C^3 X_{t-3} + \ldots + \varepsilon_{t-1}$ (1.3)

Jika persamaan (1.1) - (1.3) maka didapat

$Y_t - CY_{t-1} = \alpha(1-C) + \beta_0 X_t + (\varepsilon_t - C\varepsilon_{t-1})$

$Y_t = \alpha(1-C) + \beta_0 X_t + CY_{t-1} + V_t$ (1.4)

Model (1.4) merupakan **model Koyck.**

MODEL KOYCK

Ilustrasi

Penelitian dilakukan untuk mengetahui hubungan antara pembelian perlengkapan dan hasil penjualan suatu perusahaan selama 20 tahun.

Berdasarkan data pembelian perlengkapan dan hasil penjualan dalam tabel akan ditunjukkan persamaan dinamis distribusi lag dengan menggunakan metode Koyck

t	Yt	Xt
1	52.9	30.3
2	53.8	30.9
3	54.9	30.9
4	58.2	33.4
5	60	35.1
6	63.4	37.3
7	68.2	41
8	78	44.9
9	84.7	46.5
10	90.6	50.3
11	98.2	53.5
12	101.7	52.8
13	102.7	55.9
14	108.3	63
15	124.7	73
16	157.9	84.8
17	158.2	86.6
18	170.2	98.9
19	180	110.8
20	198	124.7

MODEL KOYCK

t	Yt	Y(t-1)	Xt
1	52.9		30.3
2	53.8	52.9	30.9
3	54.9	53.8	30.9
4	58.2	54.9	33.4
5	60	58.2	35.1
6	63.4	60	37.3
7	68.2	63.4	41
8	78	68.2	44.9
9	84.7	78	46.5
10	90.6	84.7	50.3
11	98.2	90.6	53.5
12	101.7	98.2	52.8
13	102.7	101.7	55.9
14	108.3	102.7	63
15	124.7	108.3	73
16	157.9	124.7	84.8
17	158.2	157.9	86.6
18	170.2	158.2	98.9
19	180	170.2	110.8
20	198	180	124.7

Regresikan Yt dengan Y(t-1) dan Xt, sehingga diperoleh persamaan regresi sebagai berikut:

$Y_t = 2.727 + 0.941\ X_t + 0.468\ Y_{t-1}$

Model dugaan dapat dituliskandalam bentuk persamaan dinamis distribusi *lag* dugaan dengan cara sebagai berikut.Berdasarkan persamaan di atas diketahui :

$\hat{C} = 0.468$

$\hat{\alpha}(1 - \hat{C}) = 2.727$ -> $\hat{\alpha} = 5.1275$

$\hat{\beta}_0 = \beta_0 = 0.941$

$\hat{\beta}_1 = \beta_0\, C = 0.4403$

$\hat{\beta}_2 = \beta_0 C^2 = 0.206$

Jadi model lag dugaannya adalah

$$\hat{Y} = 5.1275 + 0.941\ X_{t-1} + \ 0.4403\ X_{t-1} + \ 0.206\ X_{t-2} + \cdots$$

Bisa diamati bahwa pengaruh dari *lag Y* menurun secara geometris dilihat dari persamaan $Y_t = 2.727 + 0.941\ X_t + 0.468\ Y_{t-1}$. Diketahui bahwa nilai koefisien dari Y_{t-1} bernilai positif yaitu sebesar 0.468. Nilai 0.4682 berarti bahwa apabila penjualan naik sebesar 1% makapengeluaran perlengkapan akan naik sebesar 0.468%.

MODEL KOYCK

```
install.packages("dLagM")
library("dLagM")
data<-read.delim("clipboard")
model.koyck=koyckDlm(x=data$Xt, y=data$Yt)
```

To deal with infinite DLMs, we can use the Koyck transformation. When we apply Koyck transformation, we get the following:

$$Y_t - \phi Y_{t-1} = \alpha(1-\phi) + \beta X_t + (\epsilon_t - \phi\epsilon_{t-1}).$$

When we solve this equation for Y_t, we obtain Koyck DLM as follows:

$$Y_t = \delta_1 + \delta_2 Y_{t-1} + \delta_3 X_t + \nu_t,$$

where $\delta_1 = \alpha(1-\phi), \delta_2 = \phi, \delta_3 = \beta$ and the random error after the transformation is $\nu_t = (\epsilon_t - \phi\epsilon_{t-1})$ (Judge and Griffiths, 2000).

```
> model.koyck
$model

Call:
"Y ~ (Intercept) + Y.1 + X.t"

Coefficients:
(Intercept)          Y.1          X.t
     2.0804       0.5726       0.7826


$geometric.coefficients
                          alpha      beta       phi
Geometric coefficients:  4.867444 0.7826327 0.5725805
```

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

- Ilustrasi
  - Different specifications of consumption function dari buku

    Econometric Analysis by William H. Greene (2003)

  - **Data:** Quarterly US macroeconomic data tahun1950(1) – 2000(4) yang disediakan oleh USMacroG, a "ts" time series. Terdiri dari disposable income dpi dan consumption (billion USD).

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

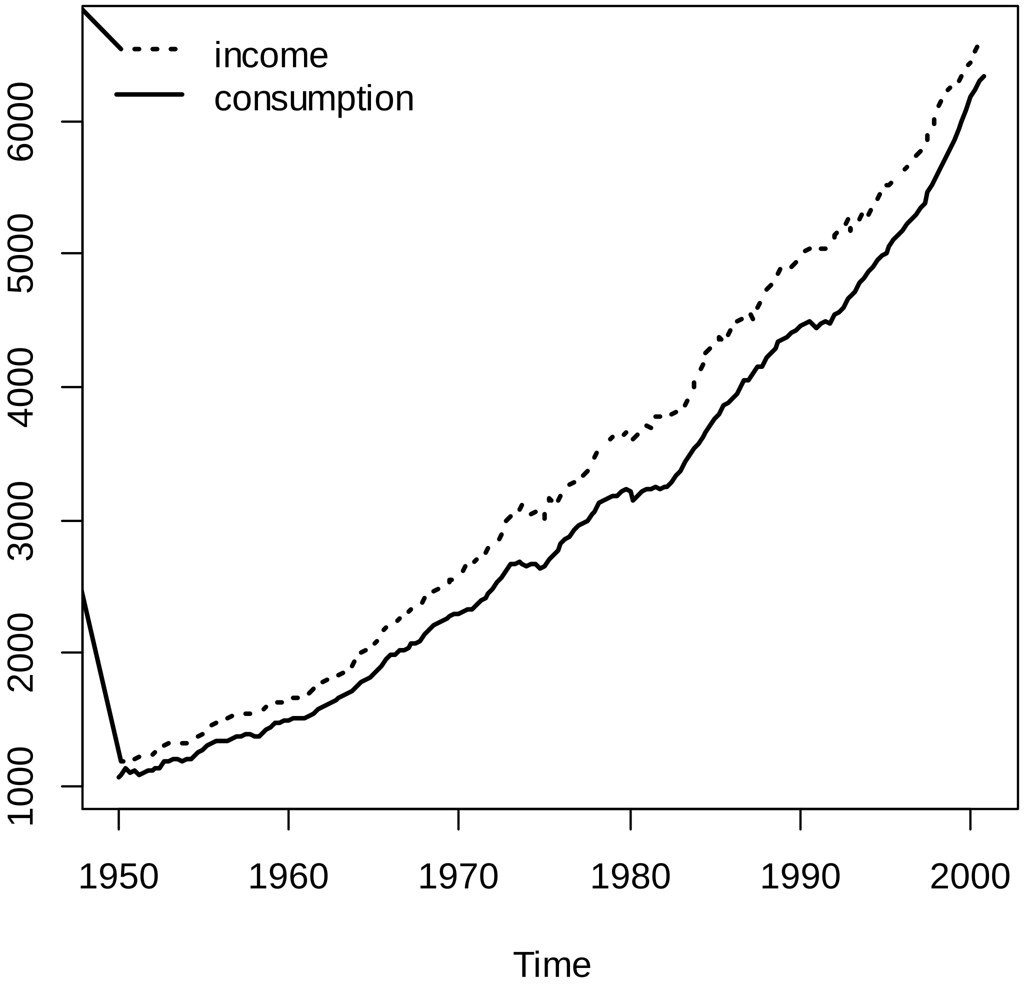
Models: Greene (2003) considers

$$\begin{aligned} \texttt{consumption}_i &= \beta_1 + \beta_2\,\texttt{dpi}_i + \beta_3\,\texttt{dpi}_{i-1} + \varepsilon_i \\ \texttt{consumption}_i &= \beta_1 + \beta_2\,\texttt{dpi}_i + \beta_3\,\texttt{consumption}_{i-1} + \varepsilon_i. \end{aligned}$$

Interpretation:

- Distributed lag model: consumption responds to changes in income only over two periods.
- Autoregressive distributed lag: effects of income changes persist.

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG




```
data("USMacroG",package="AER")

plot(USMacroG[,c("dpi","consumption")],lty=c(3,1),lwd=2,plot
.type="single",ylab="")

legend("topleft",
legend=c("income","consumption"),lwd=2,lty=c(3,1),bty="n")
```

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

```
library("dynlm")

cons_lm1<-dynlm(consumption~dpi+L(dpi),data=USMacroG)

cons_lm2<-dynlm(consumption~dpi+L(consumption),data=USMacroG)

summary(cons_lm1)

summary(cons_lm2)

deviance(cons_lm1)

deviance(cons_lm2)
```

```
> summary(cons_lm1)

Time series regression with "ts" data:
Start = 1950(2), End = 2000(4)

Call:
dynlm(formula = consumption ~ dpi + L(dpi), data = USMacroG)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-190.02  -56.68    1.58   49.91  323.94 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -81.07959   14.50814  -5.589 7.43e-08 ***
dpi           0.89117    0.20625   4.321 2.45e-05 ***
L(dpi)        0.03091    0.20754   0.149    0.882    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 87.58 on 200 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9964,    Adjusted R-squared:  0.9964 
F-statistic: 2.785e+04 on 2 and 200 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
> summary(cons_lm2)

Time series regression with "ts" data:
Start = 1950(2), End = 2000(4)

Call:
dynlm(formula = consumption ~ dpi + L(consumption), data = USMacroG)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-101.303   -9.674    1.141   12.691   45.322 

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)     0.535216   3.845170   0.139    0.889    
dpi            -0.004064   0.016626  -0.244    0.807    
L(consumption)  1.013111   0.018161  55.785   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 21.52 on 200 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9998,    Adjusted R-squared:  0.9998 
F-statistic: 4.627e+05 on 2 and 200 DF,  p-value: < 2.2e-16

> deviance(cons_lm1)
[1] 1534001
> deviance(cons_lm2)
[1] 92644.15
```

$$\text{consumption}_i = \beta_1 + \beta_2\,\text{dpi}_i + \beta_3\,\text{dpi}_{i-1} + \varepsilon_i$$

$$\boxed{\text{consumption}_i = \beta_1 + \beta_2\,\text{dpi}_i + \beta_3\,\text{consumption}_{i-1} + \varepsilon_i}$$