Презентация по третьей лабораторной. Предмет - Математическое моделирование.

Попов Олег Павлович[1]

2021, 23 Февраля – 27 Февраля

[1]RUDN University, Moscow, Russian Federation

Модель ведения боевых действий

Введение

Продолжаем рассматривать различные математические модели тесно связанные с реальной жизнью. В этот раз посмотрим на модель ведения боевых действий. Если бы это была очередная задачка из учебника по математике, то на вопрос из разряда “Кто победит?” ответом было бы “Тот, у кого больше людей”. Но когда дело доходит до реальных рассчетов, принято рассматривать еще и влияние дополнительных факторов, таких как продуманность стратегий, например. В этом случае при расчете предполагаемых исходов войны пригодится модель ведения боевых действий.

Теория

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей.

Рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Теория

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Теория

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и У в течение одного дня.

Теория

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

Теория

В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Теория

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случаем, имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Итог

При решении задачи, связанной с моделью Ланчестера, необходимо построить два графика $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$, которые относятся к армиям X и Y соответственно. Если график пересекает границу $y = 0$, то, следовательно, численность данной армии равна нулю, и победа достается другой армии.

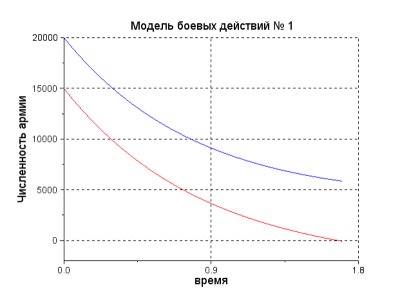

Figure 1: Пример графика

Спасибо за внимание