Problem 4

a) $T(n) = \sum\limits_{i=2}^{n} \frac{1}{i^2} = \Theta(\log(\log n))$

b) $T(n) = \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\Theta(1) + O\left(\sum\limits_{k=0}^{i^3} \Theta(1) \right) \right)$

$= \sum\limits_{i=1}^{n} \Theta(1) + \sum\limits_{j=1}^{\sqrt{n}} \Theta(i^3)$

$= \Theta(n) + \Theta(\sqrt{n}^4) = \Theta(n) + \Theta(n^2) = \Theta(n^2)$

c) $T(n) = \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{k=1}^{n} \sum\limits_{m=1}^{n} \frac{1}{i} = \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{k=0}^{n} \Theta(\log n) = \sum\limits_{i=1}^{n} \Theta(n \cdot \log n)$

$= \Theta(n^2 \cdot \log n)$

d) $T(n) = \sum\limits_{i=0}^{n-1} \left(\Theta(1) + O\left(\sum\limits_{j=0}^{\sqrt{n}} \Theta(n) \right) \right)$

$= \Theta(n) + \Theta(n \cdot \sqrt{n}) = \Theta(n^{3/2})$