# Магнитометр

Каспаров Николай, Б01-304 September 21, 2024

#### Цель работы:

- Определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли;
- Установить количественное соотношение между единицами электрического тока в системах СИ и СГС.

**В работе используются:** В работе используются: магнитометр, осветитель со шкалой, источник питания, вольтметр, электромагнитный переключатель, конденсатор, намагниченный стержень, прибор для определения периода крутильных колебаний, секундомер, рулетка, штангенциркуль.

### 1 Экспериментальная установка

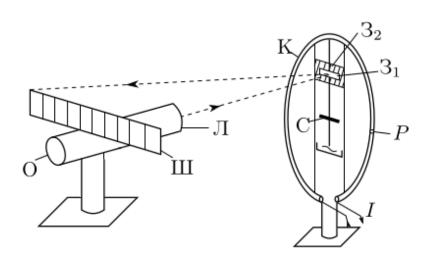


Рисунок 1: Схема магнитометра

Магнитометр (рис. 1) состоит из нескольких последовательно соединённых круговых витков K, расположенных вертикально. В центре кольца K радиусом R на тонкой неупругой вертикальной нити подвешена короткая магнитная стрелка C.

В отсутствие других магнитных полей стрелка располагается по направлению горизонтальной составляющей земного магнитного поля  $B_0$ .

Прибор настраивают с помощью световых зайчиков, отражённых от двух зеркал:  $3_1$ , прикреплённого к стрелке (подвижный зайчик), и  $3_2$ , расположенного в плоскости кольца K и жёстко связанного с ним (неподвижный зайчик). Оба зеркала освещаются одним и тем же осветителем О. Вращением кольца вокруг вертикальной оси можно совместить оба зайчика. При этом плоскость витков совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

При появлении дополнительного горизонтального магнитного поля  $B_{\perp}$ , стрелка C установится по равнодействующей обоих полей  $B_{\Sigma}$  (рис. 2). В нашей установке дополнительное поле может быть создано либо малым ферромагнитным стержнем, расположенным на кольце на его горизонтальном диаметре  $(B_1)$ , либо током, проходящим по кольцу  $(B_2)$ . В обоих случаях дополнительное поле можно считать однородным, так как размеры стрелки много меньше радиуса кольца.

Поле намагниченного стержня вдали от него может быть приближённо вычислено как поле точечного диполя:

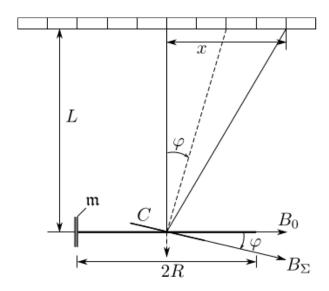


Рисунок 2: Схема измерения угла отклонения магнитной стрелки

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( 3 \frac{(\vec{m} \cdot \vec{r}) \ \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right),$$

где  $\vec{m}$  - магнитный момент стержня,

 $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведённый из центра диполя в точку наблюдения.

На оси, перпендикулярной стержню, имеем:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{R^3},\tag{1}$$

где R - радиус кольца.

Магнитное поле в центре кольца с током I по закону Био — Савара — Лапласа равно:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R} N,\tag{2}$$

где N - число витков в кольце, I [A] - сила тока.

Измерив угол отклонения стрелки  $\varphi$ , можно связать поля  $B_0$  и  $B_{\perp}$  ( $B_1$  или  $B_2$ ):

$$B_{\perp} = B_0 \cdot \operatorname{tg} \varphi \tag{3}$$

#### 1.1 Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для определения горизонтальной составляющей земного магнитного поля  $B_0$  тонкий короткий намагниченный стержень устанавливается в отверстие на горизонтальном диаметре кольца (рис. 1). Измерив тангенс угла отклонения стрелки

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{x_1}{2L},\tag{4}$$

можно с помощью уравнений (1), (3) и (4) рассчитать поле  $B_0$ , если исключить величину  $\mathbf{m}$  — магнитный момент стержня.

Для исключения магнитного момента предлагается измерить период крутильных колебаний стержня в поле Земли. Подвешенный горизонтально за середину на тонкой длинной нити стержень в положении равновесия установится по полю Земли. Если ось стержня отклонить в горизонтальной плоскости от направления  $B_0$  на малый угол  $\alpha$ , то под действием возвращающего механического момента

$$M_{\text{mex}} = |\vec{m} \times \vec{B}| = mB_0 \sin \alpha \approx mB_0 \alpha$$

стержень с моментом инерции J в соответствии с уравнением

$$J\ddot{\alpha} + mB_0\alpha = 0$$

будет совершать крутильные колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mB_0}}. (5)$$

Момент инерции цилиндрического стержня относительно оси вращения

$$J = m\left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4}\right) = \frac{ml^2}{12} \left[1 + 3\left(\frac{r}{l}\right)^2\right]$$
 (6)

Таким образом, из (1), (3), (4) и (5) следует:

$$B_0 = \frac{2\pi}{RT} \sqrt{\frac{\mu_0 JL}{2\pi R x_1}} \qquad [\text{ед. CИ}]$$
 (7)

#### 1.2 Определение электродинамической постоянной

Пропуская некоторый ток через витки магнитометра, измерим тангенс угла отклонения стрелки ( $\operatorname{tg} \varphi_2 = x_2/2L$ ) и по формулам (2) и (3) рассчитаем силу тока:

$$I = \frac{2B_0 R}{\mu_0 N} \operatorname{tg} \varphi_2 = A \operatorname{tg} \varphi_2 \qquad [\text{ед. CM}], \tag{8}$$

где A - постоянная прибора и места.

Тот же ток можно измерить абсолютным образом по прошедшему в единицу времени заряду, что соответствует определению эталона тока в гауссовой системе (СГС). Если разрядить конденсатор известной ёмкости C, заряженный до напряжения U, через витки, то через них протечёт заряд q = CU (рис. 3). Если  $\nu$  раз в секунду последовательно заряжать конденсатор от источника и разряжать через витки, то через них за секунду протечёт заряд  $CU\nu$ . Средний ток, прошедший через витки, равен при этом

$$I = CU\nu$$
 [абс. ед] (9)

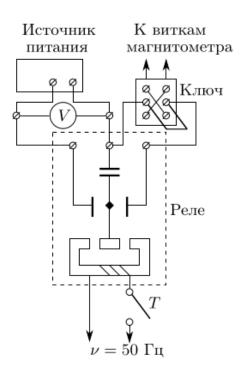


Рисунок 3: Схема питания катушки магнитометра

Таким образом, абсолютное измерение тока сводится к нахождению величин C и U, которые тоже могут быть определены абсолютным образом. По отношению численных значений одного и того же тока, выраженных в единицах СИ и СГС, можно определить значение электродинамической постоянной:

$$c = \frac{1}{10} \frac{I_{\text{CTC}}}{I_{\text{CW}}} \left[ \text{M/c} \right] \tag{10}$$

### 2 Ход работы

### 2.1 Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Намагниченный стержень вызвал отклонение зайчика  $x_1=(95\pm 1)$  мм,  $x_2=(-94\pm 1)$  мм

Параметры установки:

$$L = (0.84 \pm 0.05)$$
 м

$$R = (0.25 \pm 0.01)$$
 м

Параметры намагниченного стержня:

$$m = (2.84 \pm 0.01)$$
 гр

$$l = (24.3 \pm 0.1) \text{ mm}$$

$$d = (4.6 \pm 0.1) \text{ mm}$$

Посчитаем момент инерции магнита по формуле (6):

$$J = \frac{ml^2}{12} \left[ 1 + 3 \left( \frac{r}{l} \right)^2 \right] = (1.44 \pm 0.04) \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Определим период колебания магнита в горизонтальной плоскости:

$$T = (1.79 \pm 0.09) c$$

Горизонтальное магнитное поле Земли по формуле (7);

$$B_0 = \frac{2\pi}{RT} \sqrt{\frac{\mu_0 JL}{2\pi R\overline{x}}} = (1.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-5}$$

#### 2.2 Определение электродинамической постоянной

Параметры установки:

$$N = 34$$

$$\nu = 50 \; \Gamma_{\rm H}$$

$$U = (0.336 \pm 0.001)$$
 ед. СГС

$$C = (9.0 \pm 0.1) \cdot 10^5 \text{ cm}$$

Смещение зайчика:

$$x_1 = (7.5 \pm 0.1) \text{ cm}$$

$$x_2 = (-8.0 \pm 0.1) \text{ cm}$$

Сила тока в системе СИ, формула (8):

$$I = \frac{2B_0R}{\mu_0 N} \operatorname{tg} \varphi_2 = (5.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-3} \text{ [A]},$$

Сила тока в системе СГС, формула (9):

$$I = CU\nu = (1.51 \pm 1) \cdot 10^7$$
 ед. СГС.

Отсюда, значение электродинамической постоянной равно:

$$c = rac{1}{10} rac{I_{
m C\Gamma C}}{I_{
m CW}} = (2.9 \pm 0.4) \cdot 10^8 \; {
m m/c}$$

## 3 Вывод

Во время выполнения данной работы, удалось рассчить величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

$$B_0 = (1.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-5}$$

А также вычислить электродинамическую постоянную c:

$$c = (2.9 \pm 0.4) \cdot 10^8 \text{ m/c}$$

Наименее точным измерением оказалось определение периода магнита.