

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

**Отчёт о выполнении лабораторной работы 3.3.4.  
«Эффект Холла в полупроводниках»**

Работу выполнил:  
Студент группы Б01-304  
Каспаров Николай

Долгопрудный, 2024

# 1 Введение

## 1.1 Цели работы

- исследовать эффект Холла в полупроводниках,
- определить концентрацию носителей заряда и их подвижность;
- определить знак носителей;

## 1.2 Используемые приборы

Электромагнит с регулируемым источником питания, вольтметр, амперметр, миллиамперметр, милливольтметр, источник питания (1,5 В), образцы легированного германия;

## 2 Теоретическая часть

### 2.0.1 Эффект Холла

Во внешнем магнитном поле  $B$  на заряды действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

Эта сила вызывает движение носителей, направление которого в общем случае не совпадает с полем  $\mathbf{E}$ . В проводнике возникает поперечное электрическое поле. Такое явление называется **эффектом Холла**.

### 2.0.2 Тензор проводимости в магнитном поле

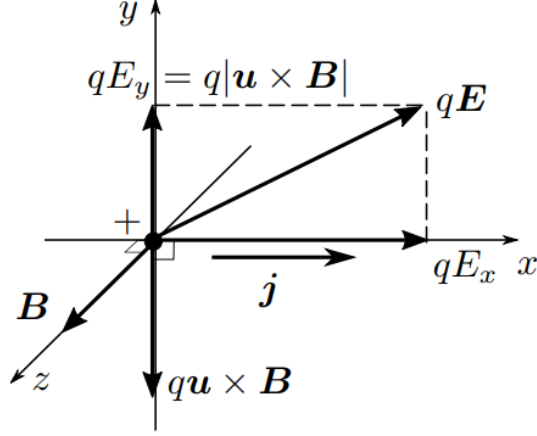
Связь между электрическим полем  $\mathbf{E}$  и плотностью тока  $\mathbf{j}$  при эффекте Холла не может быть описана скалярным коэффициентом проводимости  $\sigma$ . Закон Ома записывается в виде:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E} \quad (2)$$

где  $\hat{\sigma}$  — это тензор проводимости, который в выбранной системе координат представляется в виде матрицы:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для случая одного типа носителей (например, электронов) и плоской геометрии:



$$E_y = u_x B_z = \frac{j_x B_z}{nq} \quad (4)$$

Плотность тока вдоль оси  $x$  описывается формулой:

$$j_x = qnu_x = qn\mu E_x = \sigma_0 E_x \quad (5)$$

где  $\sigma_0 = nq\mu$  — удельная проводимость среды в отсутствие магнитного поля  $B$ .

Обобщённый закон Ома при наличии внешнего магнитного поля:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma_0} - \frac{1}{nq}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (6)$$

В компонентной форме для случая одного типа носителей (вдоль оси  $z$ ):

$$E_x = \frac{j_x}{\sigma_0} - \frac{j_y B}{nq}, \quad E_y = \frac{j_y}{\sigma_0} + \frac{j_x B}{nq}, \quad E_z = \frac{j_z}{\sigma_0} \quad (7)$$

Тензор удельного сопротивления  $\hat{\rho}$ , обратный тензору проводимости, принимает вид:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & -\mu B & 0 \\ \mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Тензор проводимости:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2} \begin{pmatrix} 1 & \mu B & 0 \\ -\mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

### 2.0.3 Мостик Холла

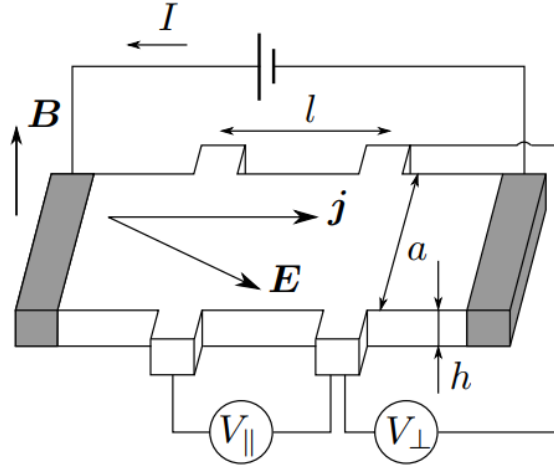


Рис. 1: Мостик Холла

В схеме мостика Холла ток течёт вдоль оси  $x$  по плоской пластинке, помещённой в магнитное поле, направленное перпендикулярно пластинке. Возникает поперечное электрическое поле, создающее напряжение Холла:

$$U_{\perp} = E_y a = \frac{j_x B a}{nq} = \frac{B}{nqh} I = R_H \cdot \frac{B}{h} \cdot I \quad (10)$$

где  $R_H = \frac{1}{nq}$  — постоянная Холла.

Продольное напряжение:

$$U_{\parallel} = E_x l = \frac{j_x l}{\sigma_0} = I R_0 \quad (11)$$

где  $R_0 = \frac{l}{\sigma_0 a h}$  — омическое сопротивление образца.

## 2.1 Экспериментальная установка

Электрическая схема установки для измерения ЭДС Холла представлена на рис. 2. В зазоре электромагнита (рис. 2а) создаётся постоянное магнитное поле, величина которого регулируется источником питания, а ток измеряется амперметром  $A_1$ . Направление тока в обмотках можно изменить, переключив разъём  $K_1$ .

Градуировка электромагнита проводится с помощью милливеберметра или миллитесламетра.

Прямоугольный образец из легированного германия (рис. 2б) подключается к источнику питания ( $\approx 1.5$  В). При замыкании ключа  $K_2$  по образцу течёт ток, величина которого регулируется реостатом  $R_2$  и измеряется миллиамперметром  $A_2$ . Разность потенциалов  $U_{34}$  между контактами 3 и 4 измеряется вольтметром  $V$ .

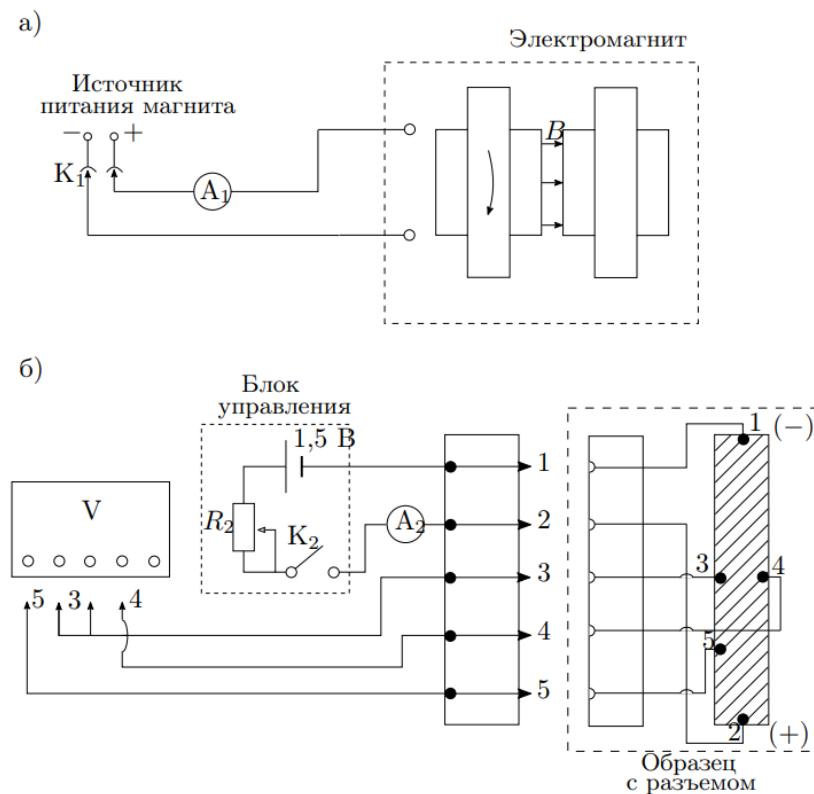


Рис. 2: Схема установки для исследования эффекта Холла: (а) электромагнит; (б) держатель с образцом.

Контакты 3 и 4 могут не лежать на одной эквипотенциали из-за неточности подпайки. Чтобы исключить влияние омического падения напряжения, меняется направление магнитного поля. ЭДС Холла  $U_{\perp}$  определяется как:

$$U_{\perp} = U_{34} - U_0 \quad (12)$$

Измерив ток  $I$  и напряжение  $U_{35}$  между контактами 3 и 5 в отсутствие магнитного поля, проводимость материала рассчитывается по формуле:

$$\rho_0 = \frac{U_{35}ah}{Il} \quad (13)$$

где  $l$  — расстояние между контактами 3 и 5,  $a$  — ширина образца,  $h$  — его толщина.

## 3 Ход работы

### 3.1 Калибровочный график зависимости

Используя милливеберметр, будем изменять значение  $I_M$  на генераторе. Таким образом, найдём зависимость значения  $B$  от  $I_M$ .

Таблица 1: Калибровка электромагнита

$B$ , мТ	$I$ , мА	$\sigma_B$ , мТ
18.0	0	0.9
127	0.12	6
249	0.24	12
359	0.36	18
470	0.49	20
590	0.61	30
690	0.73	30
880	0.96	40
1090	1.21	50

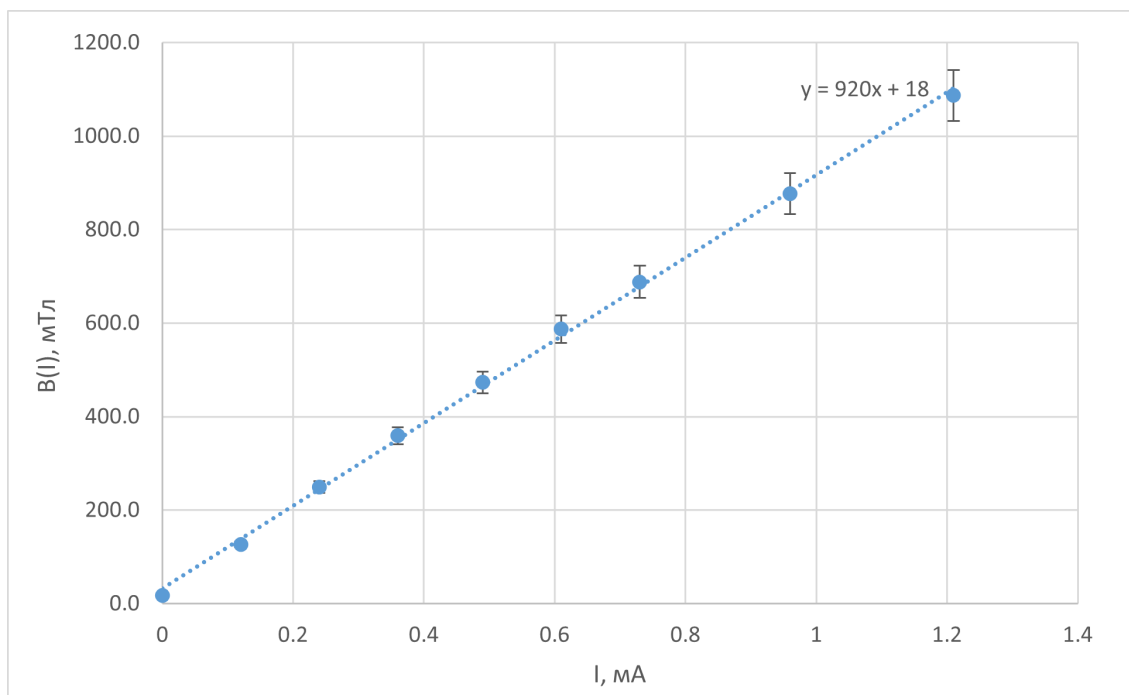


Рис. 3: Калибровочная прямая для электромагнита

Методом Хи-квадрат найдем коэффициенты полученной прямой:



$$B(I) = 920 \cdot I + 18.0 \text{ (мТл)}$$

- $a = (920 \pm 9) \text{ мТл/мА}, \quad \varepsilon = 1.0 \%$
- $b = (18.0 \pm 0.5) \text{ мТл}, \quad \varepsilon = 2.7 \%$

### 3.2 Зависимость $k(B)$

Проведём измерение ЭДС Холла. Снимем зависимость напряжения  $U_{34}$  от тока через обмотки магнита (с учётом  $U_0$  при  $I_M = 0$ ). Выполним серию экспериментов для различных токов через образец  $I$  (от 0.3 до 1 мА). Построим на одном графике семейство прямых с  $k$ :

$$k = \frac{dU_{34}}{dB}$$

Для построения графика будем пользоваться таблицей, связывающей ток в электромагните с магнитной индукцией в нем:

Таблица 2: Зависимость индукции магнитного поля от тока в электромагните

I, мА	B, мТл	$\sigma_B$ , мТл	$\varepsilon$
0	18	9	8.0%
0.1	110		8.4%
0.2	202		4.6%
0.3	294		3.1%
0.4	386		2.4%
0.5	478		1.9%
0.6	570		1.6%
0.7	662		1.4%
0.8	754		1.2%
0.9	846		1.1%
1	938		1.0%
1.1	1030		0.9%
1.2	1122		0.8%

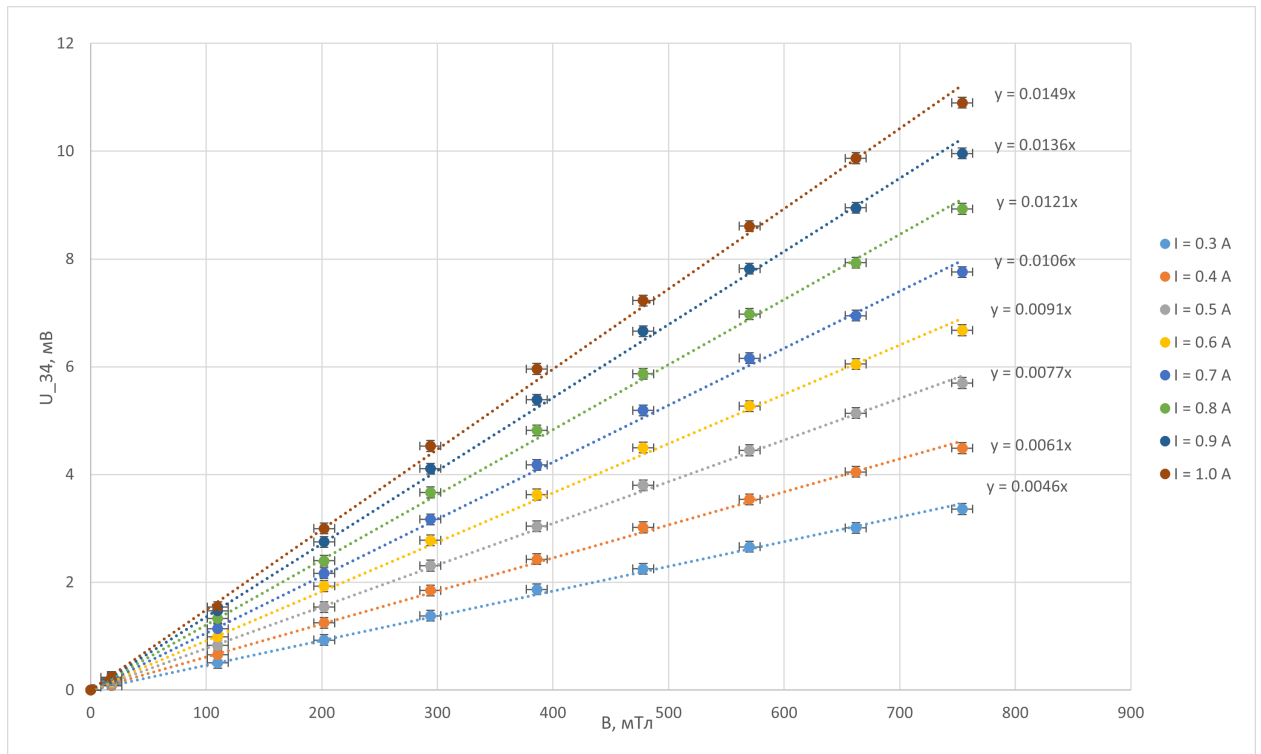


Рис. 4: Зависимость ЭДС Холла  $U$  от магнитного поля  $B$  при различных значениях тока через образец

### 3.3 Постоянная Холла

Построим график зависимости  $K(I)$  по данным из таблицы:

Таблица 3: Производная  $dU/dB = K$  при разных значениях тока в образце

$I$ , мА	$K$ , мкВ/мТл	$\sigma_K$ , мкВ/мТл	$\varepsilon$
0.3	4.59	0.04	1%
0.4	6.13	0.05	1%
0.5	7.74	0.05	1%
0.6	9.15	0.07	1%
0.7	10.58	0.08	1%
0.8	12.08	0.08	1%
0.9	13.57	0.10	1%
1	14.89	0.11	1%

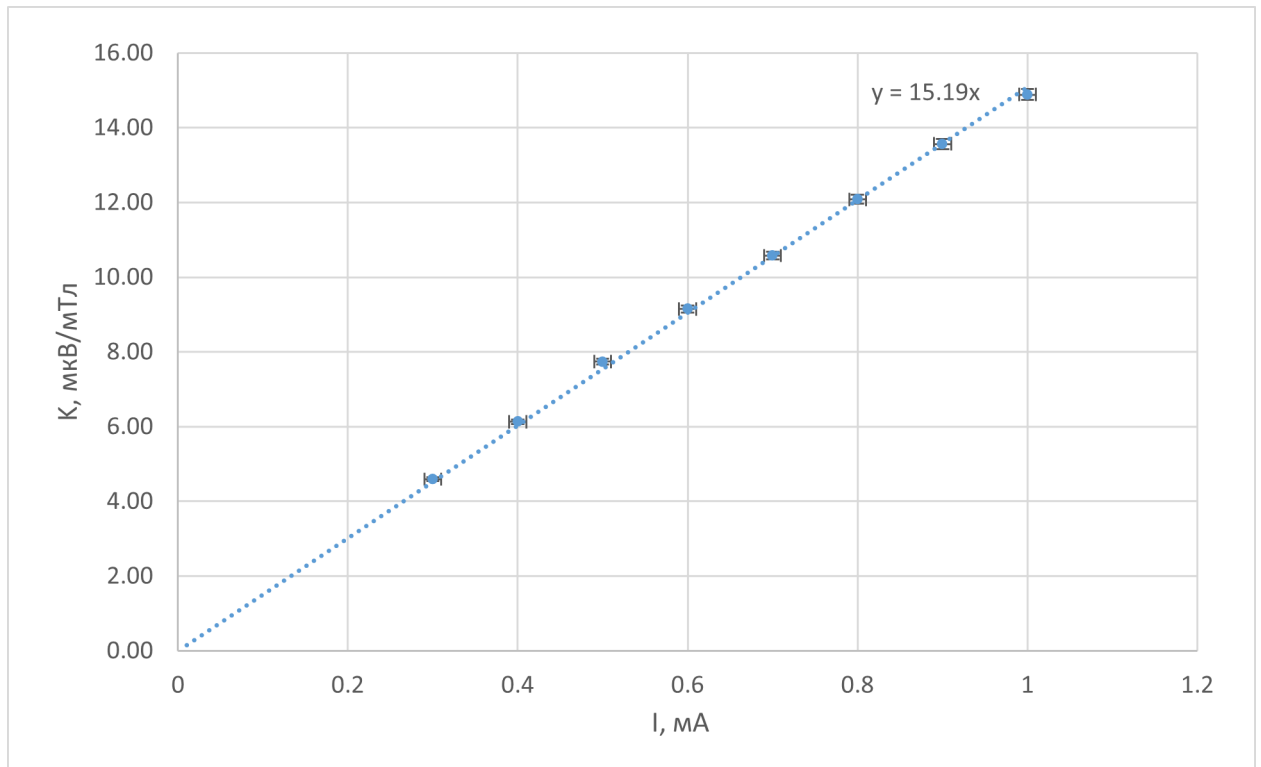


Рис. 5: График зависимости  $K = dU/dB$  от тока через образец

Из него найдем коэффициент наклона, равный  $dK/dI$ :

$$\frac{dK}{dI} = \frac{R_x}{a} = (15.19 \pm 0.07) \frac{\text{В}}{\text{Тл} \cdot \text{А}} \quad (0.4\%)$$

Далее вычислим постоянную Холла:

$$R_x = (3.038 \pm 0.014) \cdot 10^{-2} \frac{\text{М}^3}{\text{Кл}} \quad (0.4\%)$$

### 3.4 Остальные расчеты

Вычислим концентрацию носителей заряда следующим образом:

$$n = \frac{1}{R_x \cdot e} = (2.06 \pm 0.01) \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{М}^3} \quad (0.2\%)$$

Параметры установки:  $h = 2$  мм,  $a = 8$  мм,  $l = 15$  мм.

$$U_{35} = 81.1 \text{ мВ}$$

Вычислим удельное сопротивление материала образца по формуле (13):

$$\sigma_0 = \frac{Il}{U_{35}ah} = (1.16 \pm 0.01) \cdot 10^{-5} \frac{1}{\Omega \cdot \text{м}} (1\%)$$

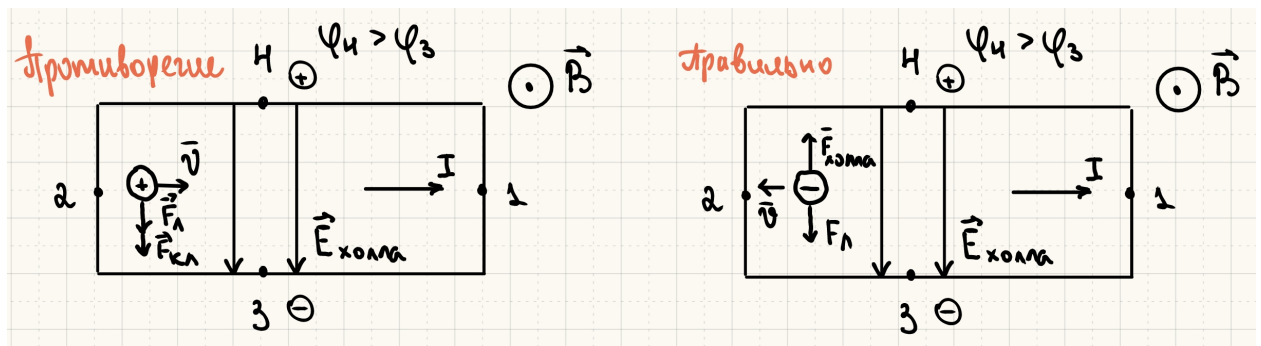
$$\rho_0 = \frac{1}{\sigma_0} = (86.5 \pm 0.09) \cdot 10^3 \Omega \cdot \text{м} (1\%)$$

Вычислим подвижность носителей заряда:

$$\mu = \frac{\sigma_0}{qn} = (4.00 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} (1\%)$$

### 3.5 Определение знака носителей заряда

Из рисунка следует, что знак носителей заряда отрицательный. Если бы знак был положительным, то при исходных условиях мы бы пришли к явному противоречию.



## 4 Вывод

В ходе данной лабораторной работы было подтверждено существование эффекта Холла в полупроводниках. Было получено значение константы Холла:  $(3.038 \pm 0.014) \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}$  и некоторых других параметров среды (подвижность, концентрация носителей заряда). Был экспериментально определен знак носителей заряда: отрицательный. Результаты вычислений удельного сопротивления и подвижности носителей зарядов не сходятся с табличными, что, вероятно, объясняется ошибкой при измерении разности потенциалов между точками 3 и 5. В свою очередь, графики описывают верные зависимости, возможно, произошла ошибка при фиксировании единиц измерения величин (например, вместо мкВ измерялись мВ), из-за чего последние из результатов отличаются от теоретических. Тем не менее концентрация носителей зарядов получилась схожей с той, что есть на самом деле.