

Определение C_p/C_v методом адиабатического расширения газа

Каспаров Николай, Б01-304

November 29, 2024

Цель работы: Определить отношение C_p/C_v для воздуха по измерению давления в стеклянном сосуде.

В работе используются: Стальной сосуд, U-образный жидкостный манометр, резиновая груша.

1 Теоретическое введение

Адиабатический процесс – процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой.

Формула Майера гласит, что:

$$C_p - C_v = R \quad (1)$$

Отношение этих теплоемкостей часто используется и называется показателем адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2)$$

Известно, что на каждую степень свободы, приходится энергия, равная $kT/2$, где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана. Значит:

$$U = \frac{i}{2} k N_A T = \frac{i}{2} R T \quad C_v = \frac{i}{2} R \quad (3)$$

Тогда, из формулы (2) получим:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} \quad (4)$$

В частности, для воздуха $\gamma_v = \frac{7}{5} = 1.4$.

В адиабатном процессе $\delta Q = 0$, тогда $dU = C_v dT$, получим $C_v dT + P dV = 0$. Используя соотношение $PV = RT$, получим:

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0$$

Интегрируя, получим:

$$PV^\gamma = const \quad (5)$$

Экспериментальная установка

В начале опыта мы, используя резиновую грушу, повышаем давление в стеклянном сосуде до $P_1 > P_0$, через время температура сравняется с комнатной T_1 . Затем, откроем кран K , соединяющий сосуд с атмосферой, на малое Δt . Через время Δt_p давление сравняется с атмосферным, а через Δt_T температура сравняется с атмосферным. Очевидно, что:

$$\Delta t_p \ll \Delta t \ll \Delta t_T \quad (6)$$

Из уравнение адиабаты (5) получим:

$$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma, \text{ где} \quad (7)$$

"1" - начальное состояние, "2" - момент выравнивания давления с атмосферным

Затем, газ снова сравнивает температуру с комнатной, $T_3 = T_1$. В этом процессе также повышается и давление газа до P_3 .

По закону Гей-Люссака получим:

$$\frac{P_0}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_3}{T_1} \quad (8)$$

Из уравнения (7), исключая температуры уравнением (8) получим:

$$\left(\frac{P_3}{P_0}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\gamma-1}$$

Выразим γ :

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)} \quad (9)$$

Давления P_1 и P_2 отличаются от атмосферного на величину гидростатического давления столба воды, который мы измеряем:

$$P_1 = P_0 + \rho gh_1 \quad P_3 = P_0 + \rho gh_2 \quad (10)$$

Из уравнений (9) и (10), разложением логарифмов в ряд, получим:

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \rho gh_1/P_0)}{\ln(1 + \rho gh_1/P_0) - \ln(1 + \rho gh_2/P_0)} \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (11)$$

2 Измерения