

# Безынерционные линейные цепи

Каспаров Николай, Б01-304

September 20, 2024

## Цель работы:

- Изучение делителей напряжений: получить выходное напряжение 2В при входном 10В;
- Изучение параллельных сумматоров и их Н-параметров;
- Изучение Х-параметров для преобразования "Звезда - Треугольник";
- Изучение А-параметров для лестничной структуры.

## В работе используются:

- Макетная плата;
- Различные резисторы и провода;
- Генератор сигналов и осциллограф;

## 1 Делитель напряжения

### 1.1 Постоянный ток

Нам нужно получить  $E_{\text{вых}} = 2В$  при входном напряжении  $E_{\text{вх}} = 10В$ .

Используя правила Кирхгофа, легко получить:

$$\frac{E_{\text{вх}} - E_{\text{вых}}}{R_1} = \frac{E_{\text{вых}}}{R_2} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{E_{\text{вых}}}{E_{\text{вх}} - E_{\text{вых}}} = \frac{4}{5} \quad (1)$$

Выберем  $R_2 = 5.6 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 1.4 \text{ Ом}$ , тогда при входном напряжении  $10В$  мы действительно получаем  $2В$  на выходе. Теперь рассчитаем эквивалентную схему, используя пробный резистор.

$$U_{\text{xx}} = (2.04 \pm 0.01)В$$

Подключим пробный резистор  $R_{\text{пр}} = (2.92 \pm 0.01) \text{ Ом}$ , напряжение на концах равно  $U = (1.47 \pm 0.01)В$ . Тогда из соотношения найдем  $R^*$ :

$$\frac{R_{\text{пр}}}{R^* + R_{\text{пр}}} = \frac{U}{E} \rightarrow R^* = R_{\text{пр}} \frac{E - U}{U} = (1.13 \pm 0.02) \text{ Ом} \quad (2)$$

Значение с хорошей точностью совпало с теоретическим:

$$R_{\text{ref}}^* = \frac{U_{\text{xx}}}{I_{\text{кз}}} = 1.12В \quad (3)$$

### 1.2 Переменный ток

Теперь подключим на вход делителя синусоидальное напряжение. Подключив пробный резистор, оценим коэффициент передачи  $K = \frac{u}{e}$ .

$$K = \frac{u}{e} = (0.21 \pm 0.1) \quad (4)$$

Значение совпало в пределах погрешности

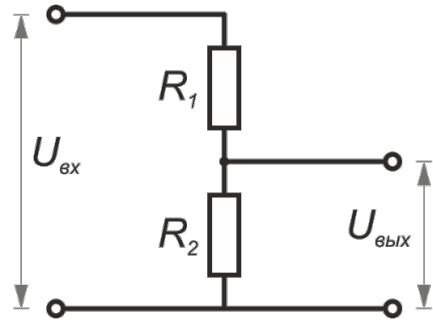


Рисунок 1: Делитель напряжения

## 2 Параллельный сумматор

Выход  $U$  параллельного сумматора является взвешенной суммой напряжений  $E_1$  и  $E_2$ .

$$U = \alpha E_1 + \beta E_2 \quad (5)$$

Приравняем  $E_2$  к нулю, тогда легко найти  $\alpha$ , аналогично и с  $\beta$

$$\alpha = \frac{R \parallel R_2}{R_1 + R \parallel R_2} \quad \beta = \frac{R \parallel R_1}{R_2 + R \parallel R_1} \quad (6)$$

Заменим  $E_1, R_1$  и  $E_2, R_2$  эквивалентными схемами с источниками тока. Теперь очевидно, что:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{R_2}{R_1} \longrightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{1 + \frac{R_1 \parallel R_2}{R}} \quad (7)$$

Сопротивление эквивалентного источника, соответственно,

$$R^* = R_1 \parallel R \parallel R_2 \quad (8)$$

Теперь выберем резисторы  $R, R_1$  и  $R_2$  так, чтобы  $\alpha = 0.4, \beta = 0.2$ .

- $R_1 = 3.0 \text{ кОм}$
- $R_2 = 1.5 \text{ кОм}$
- $R = 1.5 \text{ кОм}$

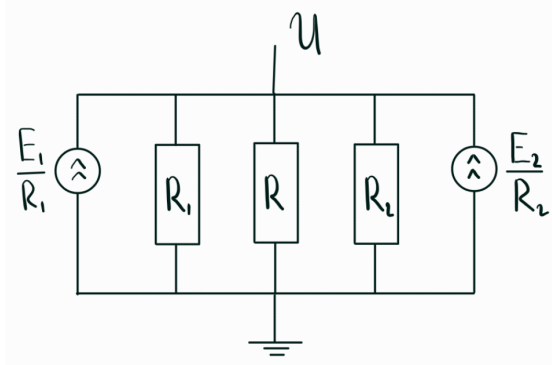


Рисунок 3: Эквивалентная замена сумматора

## 3 Н - параметры

Проверим формулы для Н-параметров Т-образной схемы, аналогичной параллельному сумматору с тремя различными резисторами

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 \parallel R_2 & \frac{R_3}{R_3 + R_2} \\ -\frac{R_3}{R_3 + R_2} & \frac{1}{R_3 + R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Сперва занулим  $U_2$ , тогда 1)  $U_1 = h_{11} * I_1 \longrightarrow h_{11} = R_1 + R_3 \parallel R_2$

$$2) I_2 = h_{21} * I_1 \longrightarrow h_{21} = -\frac{R_3}{R_3 + R_2}$$

Теперь занулим  $I_1$ , тогда 1)  $U_1 = h_{12} * U_2 \longrightarrow h_{12} = \frac{R_3}{R_3 + R_2}$

$$2) I_2 = h_{22} * U_2 \longrightarrow h_{22} = \frac{1}{R_3 + R_2}$$

Измерения в Миско-Сар также подтверждают вычисленные значения.

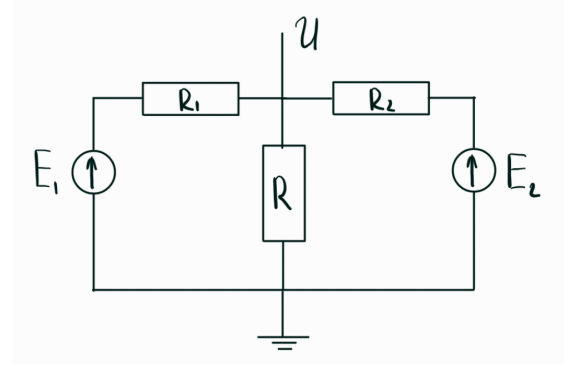


Рисунок 2: Параллельный сумматор

Теперь экспериментально докажем, что  $\alpha = 0.4, \beta = 0.2$ . Сперва соберем схему на макетной плате, закоротим  $E_2$ ,  $U = (3.98 \pm 1)B$ , а значит  $\alpha = (0.39 \pm 0.01)$  - совпало в пределах погрешности. Аналогично,  $\beta = (0.19 \pm 0.01)$ .

Сравним также внутреннее сопротивление сумматора  $R^*$ . Аналогично, пробным зарядом получим

$$R^* = (0.57 \pm 0.02) \text{ Ом} \quad (9)$$

Получилось близко к реальному значению  $R_{\text{ref}} = R_1 \parallel R \parallel R_2 = 0.6 \text{ Ом}$

## 4 Звезда и треугольник

Для той же схемы определим X-параметры.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Сперва занулим  $I_2$ , тогда 1)  $U_1 = X_{11} * I_1 \longrightarrow X_{11} = R_1 + R_3$   
 2)  $U_2 = X_{21} * I_1 \longrightarrow X_{21} = R_3$

Теперь занулим  $I_1$ , тогда 1)  $U_1 = X_{12} * I_2 \longrightarrow X_{12} = R_3$   
 2)  $U_2 = X_{22} * I_2 \longrightarrow X_{22} = R_2 + R_3$

Теперь используем преобразование "Звезда - Треугольник".

Измерения в Мiсто-Сар показывают, что от преобразований значения четырехполюсника не меняются, также они показывают верность полученных X-параметров

## 5 Лестничная структура

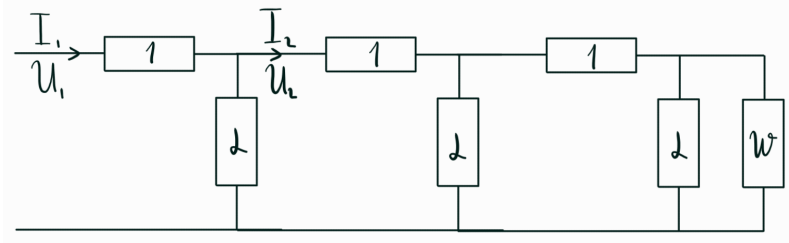


Рисунок 4: Лестничная структура

Из условия  $w = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I_1}$  получим:

$$A_{11} + \frac{A_{12}}{w} = A_{21}w + A_{22} = \gamma \longrightarrow w = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha}}{2} \quad (10)$$

Исследуя лестничные схемы в Мiсто-Сар, легко заметить, что напряжение и сила тока в каждом следующем узле умножается на  $\gamma$ . Это легко выводится:

$$U_2 = A_{11}U_1 + A_{12}I_1 = (A_{11} + \frac{A_{12}}{w})U_1 = \gamma U_1 \quad (11)$$

$$I_2 = A_{21}U_1 + A_{22}I_1 = (A_{21} + \frac{A_{12}}{w})I_1 = \gamma I_1 \quad (12)$$

## 5.1 ЦАП

Используя данную структуру, можно с легкостью сделать ЦАП.

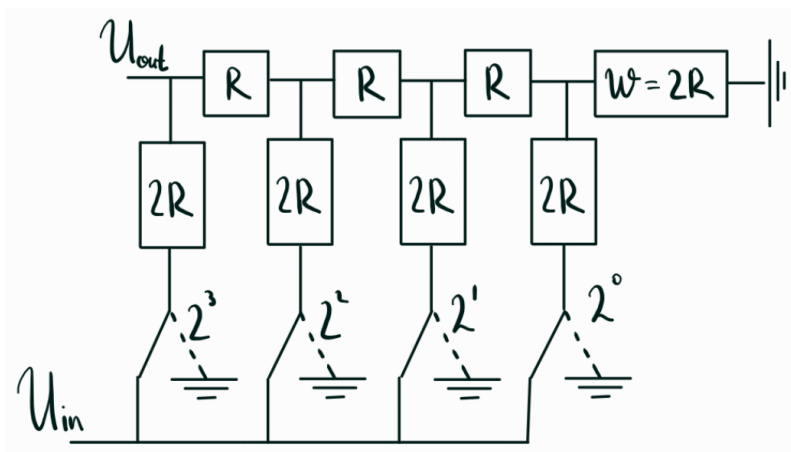


Рисунок 5: Лестничная структура

Выходное напряжение считается по формуле:

$$U_{\text{out}} = U_{\text{in}} \frac{\text{value}}{2^N}, \quad (13)$$

где value - значение, полученное складыванием степеней двойки  
 $N$  - количество резисторов с номиналом  $2R$