

SVEUČILIŠTE JURJA DOBRILE U PULI  
FAKULTET INFORMATIKE

Neven Nižić

**”Optimizacija raspodjele projektnih aktivnosti primjenom genetskih  
algoritama i Monte Carlo simulacije”**

DIPLOMSKI RAD

Pula, rujan, 2025. godine

SVEUČILIŠTE JURJA DOBRILE U PULI  
FAKULTET INFORMATIKE

Neven Nižić

**”Optimizacija raspodjele projektnih aktivnosti primjenom genetskih  
algoritama i Monte Carlo simulacije”**

DIPLOMSKI RAD

**JMBAG: 0303118917, izvanredni student  
Studijski smjer: Informatika**

**Kolegij: Modeliranje i simulacije  
Znanstveno područje : Društvene znanosti  
Znanstveno polje : Informacijske i komunikacijske znanosti  
Znanstvena grana : Informacijski sustavi i informatologija**

**Mentor: doc.dr.sc. Darko Etinger**

Pula, rujan, 2025. godine

## Sažetak

Upravljanje projektima često uključuje složene odluke vezane uz raspodjelu aktivnosti i resursa, osobito u uvjetima nesigurnosti i vremenskih ograničenja. Tradicionalne metode kao što su PERT i CPM često ne uspijevaju obuhvatiti stohastičku prirodu stvarnih projekata. U ovom radu razvijen je i evaluiran hibridni optimizacijski pristup temeljen na genetskim algoritmima (GA) i Monte Carlo (MC) simulaciji. Kroz dvo-fazni eksperimentalni dizajn, provedena je sustavna usporedba tri modela: nasumične pretrage, jedno-kriterijskog GA usmjerenog isključivo na povrat na investiciju (ROI), te više-kriterijskog GA+MC modela (NSGA-II) koji istovremeno optimizira ROI i rizik trajanja projekta. Rezultati dobiveni na sintetičkim podacima različite složenosti i restriktivnosti pokazuju da, iako jedno-kriterijski GA najučinkovitije maksimizira profit, hibridni GA+MC model uspješno generira Paretov front rješenja koja nude optimalan kompromis između profitabilnosti i trajanja. Nadalje, istraživanje je otkrilo ključan nalaz: pod ekstremno restriktivnim budžetom, robusnost jednostavnijeg, jedno-kriterijskog GA nadmašuje onu složenijeg, više-kriterijskog modela. Rad zaključuje da ne postoji univerzalno superioran model, već da optimalan izbor ovisi o strateškim prioritetima – maksimizaciji profita naspram uravnoteženog upravljanja rizikom.

**Ključne riječi:** projektno upravljanje, genetski algoritam, Monte Carlo simulacija, više-kriterijska optimizacija, upravljanje rizikom, Paretov front, NSGA-II

## Abstract

Project management often involves complex decisions regarding the allocation of activities and resources, especially under conditions of uncertainty and constraints. Traditional methods such as PERT and CPM frequently fail to capture the stochastic nature of real-world projects. This thesis develops and evaluates a hybrid optimization approach based on genetic algorithms (GA) and Monte Carlo (MC) simulation. Through a two-phase experimental design, a systematic comparison of three models was conducted: random search, a single-objective GA focused solely on return on investment (ROI), and a multi-objective GA+MC model (NSGA-II) that simultaneously optimizes ROI and project duration risk. The results, obtained from synthetic data of varying complexity and restrictiveness, show that while the single-objective GA is most effective at maximizing profit, the hybrid GA+MC model successfully generates a Pareto front of solutions offering an optimal trade-off between profitability and duration. Furthermore, the research revealed a key finding: under extremely restrictive budget constraints, the robustness of the simpler, single-objective GA surpasses that of the more complex, multi-objective model. The thesis concludes that there is no universally superior model; rather, the optimal choice depends on strategic priorities—maximizing profit versus balanced risk management.

**Keywords:** project management, genetic algorithm, Monte Carlo simulation, multi-objective optimization, risk management, Pareto front, NSGA-II

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Uvodni dio . . . . .	1
1.2	Motivacija . . . . .	1
1.3	Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju . . . . .	1
1.4	Ciljevi i istraživačka pitanja . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Teorijska podloga</b>	<b>4</b>
2.1	Knapsack problem . . . . .	4
2.2	Genetski algoritmi . . . . .	4
2.3	Monte Carlo simulacija . . . . .	5
2.4	Modeliranje nesigurnosti trajanja: PERT i Trokutasta distribucija . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Model problema</b>	<b>7</b>
3.1	Formalna definicija problema . . . . .	7
3.2	Ograničenja modela . . . . .	7
3.3	Ciljevi optimizacije . . . . .	8
3.4	Konceptualni model . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Implementacija</b>	<b>10</b>
4.1	Korištene biblioteke . . . . .	10
4.2	Struktura sustava . . . . .	10
4.3	Modeliranje nesigurnosti: Monte Carlo simulacija . . . . .	13
4.4	Optimizacijski pristup: Genetski algoritam . . . . .	13
4.5	Vizualizacija . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Eksperimenti i analiza rezultata</b>	<b>16</b>
5.1	Postavke okruženja i testni podaci . . . . .	16
5.2	Eksperimentalni dizajn . . . . .	16
5.2.1	Istraživačke hipoteze . . . . .	17
5.3	Eksperiment 1: Analiza parametara i kalibracija genetskog algoritma . . . . .	17
5.4	Eksperiment 2: Usporedna analiza optimizacijskih modela . . . . .	18
5.4.1	Rezultati . . . . .	18
5.4.2	Diskusija rezultata . . . . .	19
5.5	Sinteza glavnih zaključaka eksperimenata . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>22</b>
6.1	Glavni nalazi i odgovori na istraživačka pitanja . . . . .	22
6.2	Doprinos rada . . . . .	22
6.3	Ograničenja rada . . . . .	23
6.4	Preporuke za budući rad . . . . .	23
6.5	Završna riječ . . . . .	23
	<b>Literatura</b>	<b>25</b>
	<b>Popis slika</b>	<b>27</b>



# 1 Uvod

## 1.1 Uvodni dio

Jedan od modela koji dobro opisuje izazove alokacije resursa je *problem ruksaka* (*Knapsack Problem*), gdje se ograničeni resursi moraju raspodijeliti na način koji maksimizira ukupnu korist [1]. U kontekstu projektnih aktivnosti, to znači odabrati skup zadataka koji će donijeti najveći povrat ulaganja (ROI) uz poštivanje vremenskih i resursnih ograničenja. Tradicionalne metode poput PERT-a (*Program Evaluation and Review Technique*) i CPM-a (*Critical Path Method*) [2, 3] pružaju okvir za planiranje i praćenje projekata, no često zanemaruju složene kombinacije zadataka i inherentnu neizvjesnost u procjenama trajanja i troškova.

Pregled literature pokazuje da se genski algoritmi (GA) uspješno primjenjuju na NP-teške optimizacijske probleme [4, 5], dok Monte Carlo simulacije (MC) omogućuju modeliranje i kvantifikaciju neizvjesnosti [6, 7]. Međutim, u literaturi postoji ograničen broj radova koji integriraju ove dvije metode u jedinstven hibridni pristup optimizaciji projektnih aktivnosti [8, 9]. Praznina se očituje u nedostatku sustavnog eksperimentalnog okvira za kalibraciju i usporednu analizu hibridnih GA-MC modela, čime bi se precizno kvantificiralo kako takva sinergija utječe na robusnost rješenja

## 1.2 Motivacija

Motivacija za ovaj rad proizlazi iz činjenice da se u stvarnim projektnim uvjetima planovi rijetko odvijaju točno onako kako su prvotno predviđeni [3]. Promjene u dostupnosti resursa, nepredviđeni rizici, promjene zahtjeva te pogrešne procjene trajanja zadataka česti su razlozi odstupanja od plana. Klasične metode planiranja projekata, iako korisne, često ne uzimaju u obzir dinamičke promjene i stohastičku prirodu projektnih parametara [10].

Upravo zbog toga potrebne su metode koje ne samo da optimiziraju raspodjelu resursa, već i uvažavaju nesigurnosti te omogućuju procjenu rizika povezanih s odabranim rješenjima. Genski algoritmi pružaju snažan alat za globalnu optimizaciju složenih problema pretrage [5], dok Monte Carlo simulacije omogućuju procjenu varijabilnosti i rizika rješenja [7]. Kombiniranjem ovih metoda moguće je razviti pristup koji generira kvalitetna rješenja, a pritom osigurava njihovu robusnost u uvjetima nesigurnosti [9].

## 1.3 Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju

Rizici u projektnom upravljanju obuhvaćaju sve događaje ili uvjete koji, ako se pojave, mogu negativno utjecati na ciljeve projekta [11]. Oni mogu biti tehničke, organizacijske, financijske ili tržišne prirode, a često su međusobno povezani [10]. Nesigurnosti proizlaze iz nepotpunih informacija, promjenjivih uvjeta i nemogućnosti preciznog predviđanja budućih događaja [12]. Upravljanje rizicima uključuje njihovu identifikaciju, procjenu i razvoj strategija odgovora [11].

Monte Carlo simulacije predstavljaju jedan od najučinkovitijih pristupa kvantitativnoj procjeni rizika [13]. Kroz generiranje velikog broja scenarija temeljenih

na slučajnim varijacijama ulaznih parametara, moguće je procijeniti distribuciju mogućih ishoda i vjerojatnosti ostvarenja ciljeva projekta [7].

## 1.4 Ciljevi i istraživačka pitanja

Ovaj diplomski rad ima za cilj razviti i evaluirati hibridni GA-MC model za optimizaciju raspodjele projektnih aktivnosti. Doprinos rada je trojak:

- **Teorijski doprinos:** povezivanje optimizacijskih tehnika s metodama procjene neizvjesnosti u kontekstu projektnih aktivnosti.
- **Metodološki doprinos:** razvoj integriranog modela koji povezuje evolucijsku optimizaciju i statističku simulaciju.
- **Praktični doprinos:** demonstracija primjenjivosti pristupa na sintetičkim projektnim podacima i analiza performansi modela.

Istraživačka pitanja na koja ovaj rad želi odgovoriti su:

1. U kojim uvjetima i prema kojim metrikama (npr. profitabilnost, rizik trajanja, stabilnost) hibridni GA-MC pristup postiže superiorne rezultate u odnosu na samostalnu primjenu GA ili MC modela?
2. U kojoj mjeri Monte Carlo simulacija može poboljšati robusnost rješenja dobivenih genskim algoritmom?
3. Kakav je utjecaj kombiniranog pristupa na stabilnost i pouzdanost optimizacije u uvjetima neizvjesnosti?

Ciljevi istraživanja su:

- Dizajnirati i implementirati integrirani GA-MC model.
- Evaluirati performanse modela na različitim scenarijima.
- Usporediti rezultate hibridnog pristupa s rezultatima pojedinačnih metoda.

Sinergija između genskih algoritama i Monte Carlo simulacija proizlazi iz njihove komplementarne prirode: GA učinkovito pretražuje veliki prostor mogućih rješenja i pronalazi visokokvalitetne kandidate [5], dok MC kvantificira rizik i procjenjuje varijabilnost tih rješenja kroz stohastičko modeliranje [7]. Kombinacija ovih metoda rezultira robusnim pristupom koji ne samo da optimizira projektne aktivnosti, već i uzima u obzir realne nesigurnosti u planiranju.

Struktura rada organizirana je na sljedeći način:

- **Poglavlje 2** daje pregled relevantne literature i teorijskih osnova problema.
- **Poglavlje 3** detaljno opisuje matematički i konceptualni model problema.
- **Poglavlje 4** prikazuje metodologiju i arhitekturu razvijenog softverskog sustava, uključujući implementaciju Monte Carlo simulacije i genetskog algoritma.

- **Poglavlje 5** opisuje dvo-fazni eksperimentalni dizajn, analizu dobivenih rezultata i diskusiju o performansama testiranih modela.
- **Poglavlje 6** sadrži zaključak rada, sažetak doprinosa, osvrt na ograničenja i preporuke za budući rad.



## 2 Teorijska podloga

Ovo poglavlje pruža pregled temeljnih teorijskih koncepata ključnih za razumijevanje predloženog modela optimizacije projektnih aktivnosti. Detaljno će se objasniti Problem ruksaka kao osnova za formulaciju problema raspodjele resursa, Genetski algoritmi kao optimizacijska metaheuristika, te Monte Carlo simulacija i metode procjene trajanja kao alati za modeliranje i analizu nesigurnosti u projektnom upravljanju.

### 2.1 Knapsack problem

Problem ruksaka (engl. Knapsack Problem) jedan je od najpoznatijih i najčešće proučavanih problema kombinatorne optimizacije, svrstan u klasu NP-teških problema [5]. U osnovnoj verziji, cilj je odabrati podskup objekata s pridruženom težinom i vrijednošću, s ciljem maksimiziranja ukupne vrijednosti odabranih objekata, pri čemu njihova ukupna težina ne smije prelaziti zadani kapacitet ruksaka. Formalno, za skup od  $n$  objekata, gdje svaki objekt  $i$  ima težinu  $w_i$  i vrijednost  $v_i$ , te uz zadani kapacitet ruksaka  $W$ , cilj je maksimizirati funkciju:

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i \quad \text{uz ograničenje} \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W, x_i \in \{0, 1\}$$

gdje je  $x_i = 1$  ako je objekt  $i$  odabran, a  $x_i = 0$  ako nije.

U kontekstu upravljanja projektima, ovaj se problem često pojavljuje u složenijim varijantama, poput višedimenzionalnog problema ruksaka (Multi-Dimensional Knapsack Problem – MDKP). U MDKP-u, projektne aktivnosti se mogu interpretirati kao objekti s određenom vrijednošću (npr. strateška važnost, povrat investicije – ROI), dok svaka aktivnost troši više vrsta resursa (npr. vrijeme, budžet, broj radnika), koji predstavljaju različite dimenzije "težine". Kapacitet ruksaka tada predstavlja ukupnu raspoloživost svakog od resursa. MDKP se stoga koristi kao snažan model za optimalnu raspodjelu ograničenih, višestrukih resursa među konkurentskim projektnim aktivnostima.

### 2.2 Genetski algoritmi

Genetski algoritmi (GA) su moćne metaheurističke optimizacijske metode inspirirane procesima prirodne selekcije i evolucije [5, 14]. Pripadaju široj klasi evolucijskih algoritama i iznimno su učinkoviti u rješavanju složenih optimizacijskih problema s velikim i nepreglednim prostorom rješenja, posebno onih NP-teških, za koje klasične metode nisu praktične [15, 16].

Osnovni princip GA leži u simulaciji evolucije populacije potencijalnih rješenja. Svako rješenje problema kodira se kao kromosom (u ovom radu, binarni niz), a populacija kromosoma se iterativno poboljšava kroz generacije primjenom genetskih operatora. Tijek genetskog algoritma uključuje:

1. **Inicijalizacija populacije:** Generira se početni skup nasumičnih kromosoma.

2. **Evaluacija funkcije cilja (fitness):** Svakom kromosomu dodjeljuje se vrijednost pogodnosti (fitnessa) koja odražava kvalitetu rješenja. U ovisnosti o cilju, funkcija pogodnosti može biti jedno-kriterijska (npr. maksimizacija ROI-a) ili više-kriterijska. U naprednijim modelima, kao što je hibridni model razvijen u ovom radu, fitness funkcija može uključivati i rezultate Monte Carlo simulacije kako bi se procijenila robusnost rješenja.
3. **Selekcija roditelja:** Kromosomi s višim fitnessom imaju veću vjerojatnost da budu odabrani kao roditelji za stvaranje sljedeće generacije.
4. **Križanje (crossover):** Dva odabrana roditelja kombiniraju se kako bi se stvorili novi potomci, prenoseći genetski materijal i istražujući nove dijelove prostora rješenja.
5. **Mutacija:** Slučajne, male promjene unose se u kromosome potomaka kako bi se održala genetska raznolikost populacije i izbjegla prerana konvergencija.
6. **Zamjena populacije:** Nova generacija potomaka zamjenjuje dio ili cijelu staru populaciju, i proces se ponavlja dok se ne ispuni kriterij zaustavljanja (npr. zadan broj generacija).

## 2.3 Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacija (MCS) je računska metoda koja koristi nasumično uzorkovanje za procjenu ponašanja složenog sustava ili procesa, posebno kada je analitičko rješenje teško ili nemoguće. Njena je primarna prednost sposobnost modeliranja nesigurnosti i rizika u sustavima s probabilističkim ulaznim varijablama [13]. U kontekstu projektnog upravljanja, MCS je vrijedan alat za procjenu vjerojatnih ishoda projekta, poput trajanja i troškova, uzimajući u obzir varijabilnost aktivnosti [17, 18].

Ključni elementi MCS uključuju:

- **Definiranje slučajnih varijabli:** Identificiraju se ulazne varijable čija je vrijednost neizvjesna (npr. trajanje aktivnosti).
- **Odabir distribucije vjerojatnosti:** Za svaku varijablu odabire se distribucija koja najbolje opisuje njeno ponašanje.
- **Generiranje nasumičnih uzoraka:** Velik broj uzoraka generira se iz odabranih distribucija.
- **Provođenje simulacije:** Za svaki skup uzoraka provodi se izračun modela (npr. zbrajanje trajanja aktivnosti).
- **Analiza rezultata:** Nakon velikog broja iteracija, prikupljeni podaci se analiziraju statistički kako bi se dobila distribucija mogućih ishoda.

## 2.4 Modeliranje nesigurnosti trajanja: PERT i Trokutasta distribucija

Metodologija PERT (Program Evaluation and Review Technique) uvela je praksu korištenja tri vremenske procjene za aktivnosti s neizvjesnim trajanjem [2]:

- $T_o$  – optimistična procjena trajanja (najkraće moguće trajanje).
- $T_m$  – najvjerojatnija procjena trajanja (očekivano trajanje).
- $T_p$  – pesimistična procjena trajanja (najduže moguće trajanje).

Dok tradicionalna PERT metoda koristi ove tri točke za izračun parametara Beta distribucije, u modernoj praksi upravljanja rizikom, a posebno u Monte Carlo simulacijama, često se koristi Trokutasta distribucija zbog svoje jednostavnosti i intuitivnosti [19].

Trokutasta distribucija je kontinuirana distribucija vjerojatnosti definirana s tri parametra: minimum ( $a$ ), maksimum ( $b$ ) i najvjerojatnija vrijednost ( $c$ ), što direktno odgovara procjenama  $T_o$ ,  $T_p$  i  $T_m$ . Njena je glavna prednost što ne zahtijeva opsežne povijesne podatke, već se može temeljiti na stručnom iskustvu, što je čini iznimno pogodnom za projektno planiranje. Slučajne vrijednosti generirane iz ove distribucije nalaze se unutar intervala  $[T_o, T_p]$ , s najvećom vjerojatnošću pojavljivanja oko vrijednosti  $T_m$ . Prosječna vrijednost (očekivano trajanje) za Trokutastu distribuciju računa se jednostavnom formulom:

$$E(T) = \frac{T_o + T_m + T_p}{3}$$

Upravo je Trokutasta distribucija, zbog navedenih prednosti, odabrana kao temelj za modeliranje nesigurnosti trajanja aktivnosti u Monte Carlo simulacijama provedenim u ovom radu.

### 3 Model problema

U ovom poglavlju formalno se definira problem optimizacije portfelja projektnih aktivnosti. Precizno se opisuju karakteristike aktivnosti, primijenjena ograničenja te jedno-kriterijski i više-kriterijski ciljevi optimizacije koji su korišteni u eksperimentalnoj evaluaciji.

#### 3.1 Formalna definicija problema

Problem se definira kao odabir optimalnog podskupa (portfelja) aktivnosti iz većeg, unaprijed definiranog skupa dostupnih aktivnosti, što je čest problem u projektnom menadžmentu [3, 10].

Neka je  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  skup od  $n$  dostupnih projektnih aktivnosti. Za svaku aktivnost  $a_i \in A$  definirani su sljedeći atributi:

- **Trošak ( $c_i$ ):** Količina budžeta potrebna za izvođenje aktivnosti.
- **Vrijednost ( $v_i$ ):** Povrat na investiciju (ROI) koji se ostvaruje uspješnim završetkom aktivnosti.
- **Nesigurnost trajanja ( $T_o, T_m, T_p$ ):** Trajanje aktivnosti nije deterministička vrijednost, već stohastička varijabla opisana s tri točke procjene: optimističnom, najvjerojatnijom i pesimističnom, koje služe kao parametri za Trokutastu distribuciju u Monte Carlo simulaciji.

Cilj je definirati binarni vektor odluke  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , gdje  $x_i \in \{0, 1\}$ . Ako je  $x_i = 1$ , aktivnost  $a_i$  je odabrana za uključivanje u portfelj; ako je  $x_i = 0$ , aktivnost se ne izvodi.

#### 3.2 Ograničenja modela

Iako realni projekti mogu imati višestruka ograničenja, u ovom modelu implementirano je ključno i najčešće ograničenje u upravljanju portfeljem:

- **Ograničenje budžeta ( $B_{max}$ ):** Ukupni zbroj troškova svih odabranih aktivnosti ne smije prelaziti raspoloživi budžet. Formalno ovo ograničenje odgovara klasičnoj formulaciji problema ruksaka (Knapsack Problem) [1]:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \leq B_{max}$$

Vrijedi napomenuti da ukupno trajanje portfelja nije tretirano kao strogo ograničenje, već kao izlazna metrika performansi i cilj za minimizaciju. Ovakav pristup je fleksibilniji i realističniji, jer menadžerima često nije cilj samo "uklopiti se" u zadani rok, već pronaći portfelj s najboljim mogućim očekivanim trajanjem za određenu razinu povrata na investiciju, što je u skladu s modernim praksama upravljanja projektnom nesigurnošću [12].

### 3.3 Ciljevi optimizacije

U skladu s eksperimentalnim dizajnom, definirana su dva različita optimizacijska cilja koja odgovaraju testiranim scenarijima:

- **Jedno-kriterijski cilj: Maksimizacija povrata na investiciju (ROI)**  
Ovaj cilj odgovara klasičnom GA (samo ROI) modelu. Ciljna funkcija je maksimizacija ukupnog zbroja ROI vrijednosti odabranih aktivnosti, uz poštivanje ograničenja budžeta. Ovakav tip optimizacijskog cilja čest je u primjeni genetskih algoritama na probleme alokacije resursa [5].

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

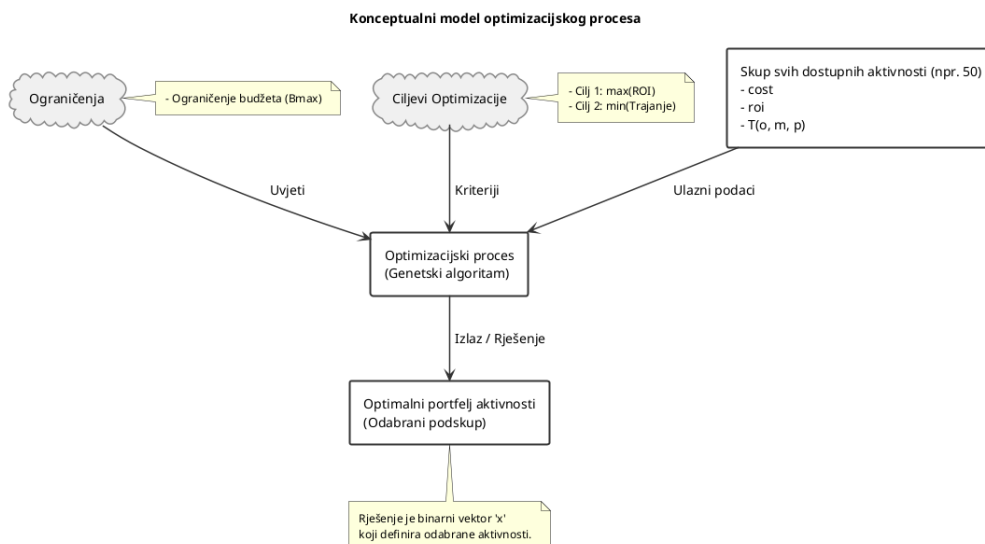
- **Više-kriterijski cilj: Maksimizacija ROI-a i minimizacija trajanja**  
Ovaj cilj odgovara naprednom hibridnom GA+MC (NSGA-II) modelu i predstavlja srž istraživanja. Ovdje se istovremeno optimiziraju dva suprotstavljena cilja, što zahtijeva primjenu specijaliziranih više-kriterijskih algoritama. U ovom radu korišten je NSGA-II algoritam, koji je jedan od najpoznatijih i najčešće korištenih u toj domeni [8]:

1. **Cilj 1 (Profitabilnost):** Maksimizirati ukupni ROI ( $\max \sum v_i x_i$ ).
2. **Cilj 2 (Rizik):** Minimizirati očekivano ukupno trajanje portfelja ( $\min E[T(x)]$ ), gdje je  $E[T(x)]$  prosječno trajanje dobiveno Monte Carlo simulacijom za odabrani portfelj  $x$ .

Ovakav više-kriterijski pristup ne traži jedno jedino "najbolje" rješenje, već skup optimalnih kompromisnih rješenja (Pareto front).

### 3.4 Konceptualni model

Konceptualni model problema, koji prikazuje proces odabira optimalnog portfelja iz skupa dostupnih aktivnosti pod utjecajem ograničenja i optimizacijskih ciljeva, prikazan je na Slici 1.



Slika 1: Konceptualni model problema optimizacije portfelja projektnih aktivnosti

Ovaj model problema omogućuje jasnu matematičku i vizualnu formalizaciju optimizacijskog zadatka. Precizna definicija ulaza, ograničenja i ciljeva ključna je za primjenu optimizacijskih metoda poput genetskih algoritama [14] u kombinaciji s Monte Carlo simulacijama [7], kako bi se dobila rješenja visoke kvalitete koja su istovremeno i robusna na prisutne nesigurnosti.

## 4 Implementacija

Razvijeni model optimizacije implementiran je u programskom jeziku **Python** (**verzija 3.x**), odabranom zbog čitljivosti, bogatog ekosustava biblioteka i široke primjene u znanstvenom računarstvu [20]. Python omogućuje brzu izradu prototipa, jednostavnu integraciju modula te učinkovitu obradu i vizualizaciju podataka.

### 4.1 Korištene biblioteke

Za izradu sustava korištene su sljedeće biblioteke (Tablica 1):

Tablica 1: Korištene biblioteke u implementaciji

Biblioteka	Namjena i citat
Python	Osnovni programski jezik za cjelokupnu implementaciju. [20]
DEAP	Okvir za razvoj i provedbu evolucijskih algoritama. [21]
NumPy	Numeričke operacije i statistička obrada nizova podataka. [22]
Pandas	Učitavanje, obrada i spremanje tabličnih podataka s rezultatima. [23]
Seaborn	Kreiranje naprednih statističkih vizualizacija (stupčasti, linijski i raspršeni grafikoni). [24]
Matplotlib	Osnovna biblioteka za crtanje na koju se oslanja Seaborn. [25]
Random	Standardna Python biblioteka korištena za generiranje slučajnih brojeva i uzorkovanje iz Trokutaste distribucije.

### 4.2 Struktura sustava

Sustav razvijen za potrebe ovog rada predstavlja cjeloviti eksperimentalni okvir dizajniran za analizu, kalibraciju i usporedbu optimizacijskih metodologija. Umjesto jednostavnog, monolitnog sustava, arhitektura je modularna i sastoji se od dva glavna analitička modula te jednog pomoćnog modula za obradu rezultata:

1. **Modul za analizu i kalibraciju genetskog algoritma**

Ovaj modul predstavlja temelj istraživanja i odgovara na pitanje: *“Kako optimalno konfigurirati genetski algoritam za rješavanje zadanog problema?”*. Njegova primarna svrha je provođenje detaljne ablacijske studije (Ablation Study) kako bi se ispitaio utjecaj svakog ključnog parametra na performanse algoritma.

**Funkcionalnosti:**

- Sustavno testiranje različitih konfiguracija genetskog algoritma (standardni GA, bez križanja, bez mutacije, s povećanim brojem generacija, s većom populacijom).
- Višestruko pokretanje ( $RUNS = 10$ ) svake konfiguracije radi osiguranja statističke značajnosti rezultata.
- Izračunavanje metrika performansi, uključujući prosječnu vrijednost (mean) i standardnu devijaciju (std) za ROI i procijenjeno trajanje.
- **Izlaz modula:** “Šampionska” konfiguracija – skup optimalnih parametara za genetski algoritam koji će se koristiti u daljnjoj analizi.

## 2. Modul za usporednu analizu optimizacijskih scenarija

Ovaj modul čini srž diplomskog rada i koristi “šampionsku” konfiguraciju, definiranu u prethodnom modulu, za provođenje konačne usporedbe triju različitih pristupa rješavanju problema.

### Funkcionalnosti:

- Implementacija i izvršavanje triju ključnih scenarija:
  - **Osnovni model (Random Search):** Slučajan odabir kao temeljna linija za usporedbu.
  - **Klasični genetski algoritam:** Optimizacija usmjerena isključivo na maksimizaciju ROI-a.
  - **Hibridni GA+MC model (NSGA-II):** Više-objektivna optimizacija koja istovremeno maksimizira ROI i minimizira rizik trajanja procijenjen Monte Carlo simulacijom.
- Statistički robusna usporedba temeljem višestrukih pokretanja ( $RUNS = 10$ ) svakog scenarija.
- **Ulaz modula:** Optimalni parametri genetskog algoritma dobiveni iz Modula 1.
- **Izlaz modula:** Konačna tablica s usporednim rezultatima performansi (ROI, trajanje) i stabilnosti (standardna devijacija) za svaki od triju scenarija.

## 3. Modul za obradu i vizualizaciju rezultata

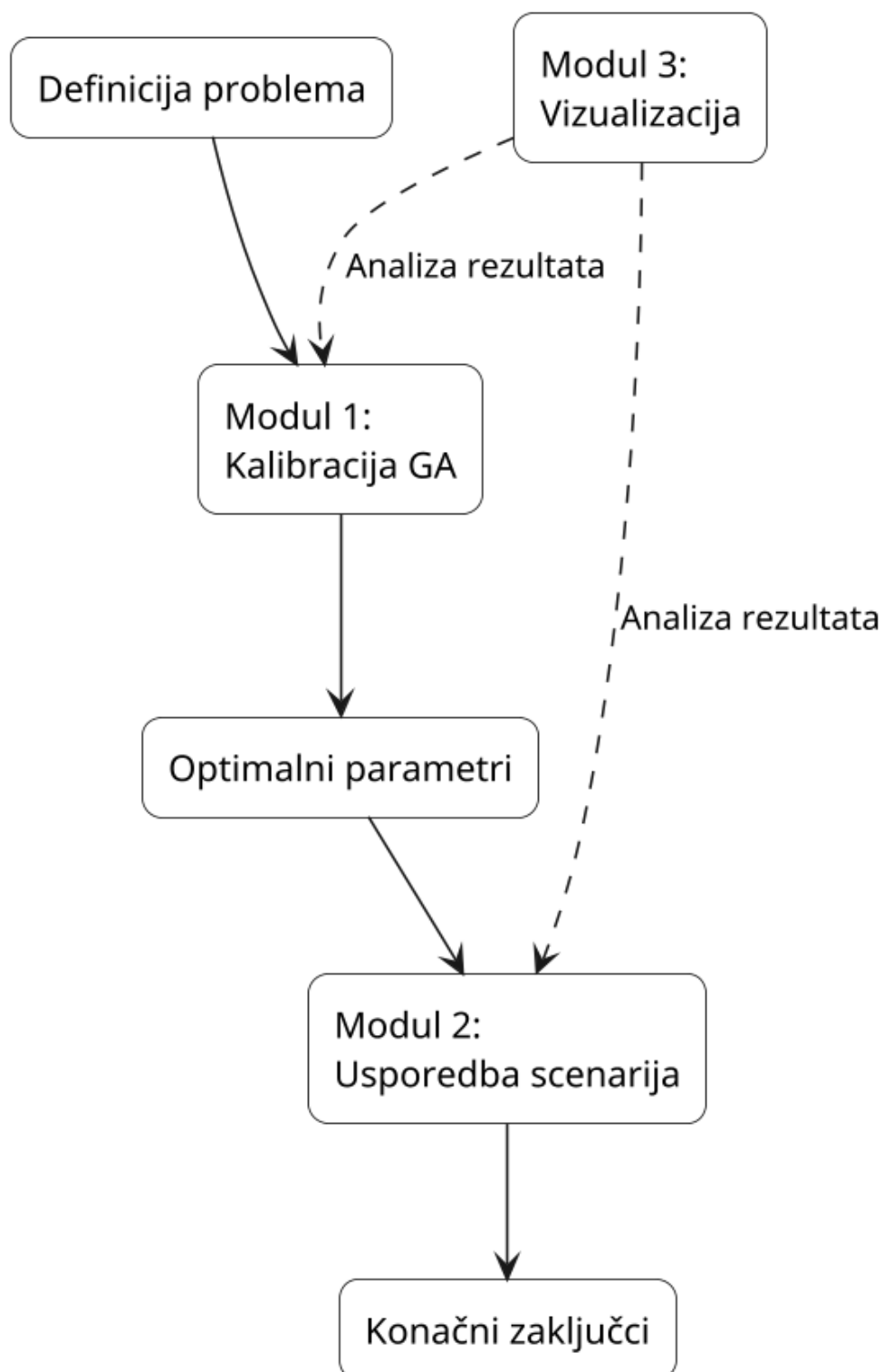
Ovaj modul nije sekvencijalni korak, već pomoćni alat koji služi za interpretaciju rezultata dobivenih iz prva dva modula.

### Funkcionalnosti:

- Generiranje preglednih tablica s rezultatima pomoću **pandas** biblioteke.
- Spremanje rezultata u CSV format za daljnju analizu i dokumentaciju.
- (Potencijalno) stvaranje grafičkih prikaza, kao što su stupčasti dijagrami za usporedbu prosječnih vrijednosti ili 2D raspršeni dijagrami (scatter plots) za prikaz Paretoovog fronta dobivenog iz NSGA-II algoritma.



## Vizualni prikaz toka istraživanja



Slika 2: Vizualni prikaz toka istraživanja

### 4.3 Modeliranje nesigurnosti: Monte Carlo simulacija

Za svaku projektnu aktivnost definirane su tri točke procjene trajanja:

$$a \text{ (optimistična)}, \quad m \text{ (najvjerojatnija)}, \quad b \text{ (pesimistična)}$$

Iako u teoriji postoje kompleksnije distribucije poput *Beta-PERT* distribucije, za potrebe ovog rada odabrana je **Trokutasta distribucija (Triangular distribution)** zbog svoje praktičnosti, računalne efikasnosti i intuitivnog temelja na tri poznate procjene.

**Generiranje trajanja aktivnosti.** U svakoj iteraciji Monte Carlo simulacije, trajanje svake aktivnosti generira se slučajnom vrijednošću unutar raspona  $[a, b]$  s najvećom vjerojatnošću u točki  $m$ . Trokutasta distribucija definirana je funkcijom gustoće vjerojatnosti:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, & a \leq x < m, \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, & m \leq x \leq b, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

**Procjena trajanja portfelja.** Ukupno trajanje projektnog portfelja u jednoj simulaciji dobiva se zbrojem trajanja svih aktivnosti odabranih u tom portfelju:

$$T_{\text{portfolio}} = \sum_{i \in S} t_i$$

gdje je  $S$  skup odabranih aktivnosti, a  $t_i$  generirano trajanje aktivnosti  $i$ .

**Agregiranje rezultata.** Monte Carlo simulacija ponavlja se velik broj puta (NUM\_SIMULATIONS), a konačna procjena trajanja portfelja dobiva se kao prosječna vrijednost svih simuliranih trajanja:

$$\bar{T}(S) = \frac{1}{\text{NUM\_SIMULATIONS}} \sum_{k=1}^{\text{NUM\_SIMULATIONS}} T_{\text{portfolio}}^{(k)}$$

gdje  $T_{\text{portfolio}}^{(k)}$  označava ukupno trajanje portfelja u  $k$ -toj simulaciji.

### 4.4 Optimizacijski pristup: Genetski algoritam

Implementacija genetskog algoritma provedena je pomoću programske biblioteke DEAP (Distributed Evolutionary Algorithms in Python) [21]. S obzirom na prirodu problema odabira podskupa aktivnosti, korištena je **binarna reprezentacija**.

**Reprezentacija jedinke.** Svaka jedinka (kromosom) u populaciji predstavlja jedno potencijalno rješenje – jedan portfelj projekata. Predstavljena je kao binarni niz duljine jednake ukupnom broju aktivnosti (NUM\_ACTIVITIES), gdje gen na poziciji  $i$  ima vrijednost:

$$g_i = \begin{cases} 1, & \text{ako je } i\text{-ta aktivnost odabrana,} \\ 0, & \text{ako nije odabrana.} \end{cases}$$

**Funkcija pogodnosti (Fitness Function).** Ovisno o eksperimentalnom scenariju, korištene su dvije vrste funkcije pogodnosti:

1. **Jedno-kriterijska optimizacija.** Za scenarij GA (samo ROI), cilj je bio isključivo maksimizacija ukupnog povrata na investiciju (ROI). Za rukovanje ograničenjem budžeta primijenjena je stroga kaznena metoda. Ako ukupni trošak odabranog portfelja  $S$  ne prelazi budžet, njegova pogodnost je jednaka ukupnom ROI-u. U suprotnom, pogodnost postaje negativna vrijednost proporcionalna iznosu prekoračenja:

$$\text{Fitness}(S) = \begin{cases} \sum_{i \in S} \text{ROI}_i, & \text{ako } \sum_{i \in S} \text{Trošak}_i \leq \text{Budžet} \\ -(\sum_{i \in S} \text{Trošak}_i - \text{Budžet}), & \text{ako } \sum_{i \in S} \text{Trošak}_i > \text{Budžet} \end{cases}$$

Ovakav pristup osigurava da svako valjano rješenje (koje ima pozitivan fitness) uvijek bude ocijenjeno kao bolje od bilo kojeg nevaljanog rješenja (koje ima negativan fitness).

2. **Više-kriterijska optimizacija.** Za hibridni scenarij **GA+MC** korišten je napredni algoritam NSGA-II, s ciljem istovremene optimizacije dva suprotstavljena kriterija:

- (a) maksimizirati ROI,
- (b) minimizirati prosječno trajanje projekta, procijenjeno Monte Carlo simulacijom.

Formalno:

$$\begin{cases} \max f_1(S) = \text{ROI}(S) \\ \min f_2(S) = \bar{T}(S) \end{cases}$$

gdje  $\bar{T}(S)$  označava prosječno trajanje portfelja  $S$ .

**Genetski operatori.** Za evoluciju populacije korišteni su sljedeći standardni operatori za binarnu reprezentaciju:

- **Selekcija:** Turnirska selekcija (`tools.selTournament`) za jedno-kriterijsku optimizaciju, te `tools.selNSGA2` za više-kriterijsku optimizaciju.
- **Križanje:** Križanje u dvije točke (`tools.cxTwoPoint`), koje razmjenjuje segmente između dva roditeljska kromosoma.
- **Mutacija:** Slučajna promjena bita (`tools.mutFlipBit`), koja s malom vjerojatnošću mijenja vrijednost pojedinog gena (iz 0 u 1 ili obrnuto), osiguravajući genetsku raznolikost i sprječavajući preranu konvergenciju.

## 4.5 Vizualizacija

Za analizu i prikaz rezultata dobivenih optimizacijom korištene su biblioteke **pandas** za tabličnu obradu podataka te **Seaborn** i **Matplotlib** [24, 25] za grafičku vizualizaciju. Kombinacija ovih alata omogućila je jasnu i preglednu prezentaciju rezultata dobivenih iz eksperimentalnih scenarija.

Ključni vizualni elementi korišteni u ovom radu uključuju:

- **Tablični prikazi:** Detaljne tablice s konačnim, statistički obrađenim rezultatima usporedbe različitih optimizacijskih scenarija, uključujući osnovne metrike poput prosječnog ROI-a, prosječnog trajanja te raspona vrijednosti.
- **Stupčasti dijagrami:** Koristili su se za vizualnu usporedbu prosječnih vrijednosti (*ROI* i trajanje) između različitih metodologija optimizacije, omogućujući brzu identifikaciju učinkovitijih pristupa.
- **Raspršeni dijagram (Scatter Plot):** Prikaz Paretovog fronta dobivenog NSGA-II algoritmom, koji jasno ilustrira kompromis (*trade-off*) između dvaju suprotstavljenih ciljeva: maksimizacije ROI-a i minimizacije trajanja. Time se omogućuje intuitivna procjena učinkovitosti rješenja.

Vizualizacija rezultata odigrala je ključnu ulogu u interpretaciji dobivenih podataka, posebno u scenarijima s više ciljeva, gdje tablični prikazi sami po sebi nisu dovoljni za uočavanje odnosa i kompromisa među varijablama.

## 5 Eksperimenti i analiza rezultata

U ovom poglavlju detaljno se opisuje eksperimentalni postav, provedba eksperimenata te analiza i interpretacija dobivenih rezultata. Cilj je bio empirijski validirati predloženi hibridni model i usporediti ga s drugim pristupima.

### 5.1 Postavke okruženja i testni podaci

Svi eksperimenti provedeni su u programskom okruženju Python (verzija 3.x) na standardnom osobnom računalu. Za potrebe istraživanja generiran je sintetički skup podataka koji oponaša realističan projektni portfelj. U ovisnosti o eksperimentalnoj seriji, broj jedinstvenih projektnih aktivnosti varirao je od 10 do 100. Za svaku aktivnost definirani su sljedeći parametri unutar zadanih raspona:

- **Trošak (cost):** Slučajna cjelobrojna vrijednost između 50 i 200.
- **ROI (roi):** Slučajna decimalna vrijednost između 1.0 i 3.0.
- **Procjene trajanja:**
  - Optimistično: između 5 i 10 dana.
  - Najvjerojatnije: između 10 i 20 dana.
  - Pesimistično: između 20 i 40 dana.

Ukupni raspoloživi budžet za portfelj (BUDGET) bio je skaliran u skladu sa složenošću problema.

### 5.2 Eksperimentalni dizajn

Kako bi se osigurala metodološka ispravnost i izbjegli proizvoljni zaključci, istraživanje je provedeno kroz dvo-fazni eksperimentalni proces:

- **Faza 1: Analiza i kalibracija genetskog algoritma.** U prvoj fazi provedena je detaljna ablacijska studija kako bi se utvrdilo koji parametri genetskog algoritma daju najkvalitetnija i najstabilnija rješenja za reprezentativni tip problema (50 aktivnosti). Cilj je bio pronaći “šampionsku” konfiguraciju GA.
- **Faza 2: Usporedna analiza optimizacijskih modela.** U drugoj fazi, “šampionska” konfiguracija GA, dobivena u prvoj fazi, korištena je kao osnova za provođenje konačne usporedbe triju različitih optimizacijskih scenarija i evaluaciju glavnih hipoteza rada na problemima različite skale i restriktivnosti.

### 5.2.1 Istraživačke hipoteze

Na temelju teorijske podloge i postavljenih istraživačkih pitanja iz Uvoda, definirane su sljedeće tri glavne hipoteze koje će se provjeriti kroz eksperimente:

**H1 (Hipoteza o Skalabilnosti):** Povećanjem složenosti problema (broja aktivnosti), performanse modela temeljenog na nasumičnoj pretrazi (Random Search) će se značajno smanjiti u usporedbi s modelima temeljenim na genetskim algoritmima.

**H2 (Hipoteza o Kompromisu):** Hibridni ‘GA+MC’ model će, za razliku od klasičnog ‘GA (samo ROI)’ modela, uspješno identificirati rješenja koja predstavljaju superioran kompromis između profitabilnosti (ROI) i rizika (trajanje projekta), posebno na problemima veće složenosti.

**H3 (Hipoteza o Utjecaju Ograničenja):** Restriktivnost problema, specifično kroz promjenu raspoloživog budžeta, značajno utječe na performanse i stabilnost optimizacijskih modela, pri čemu se očekuje da će ekstremna ograničenja predstavljati najveći izazov za najsloženije modele.

## 5.3 Eksperiment 1: Analiza parametara i kalibracija genetskog algoritma

**Cilj:** Empirijski provjeriti utjecaj osnovnih genetskih operatora i parametara na performanse algoritma te odabrati optimalnu konfiguraciju za daljnje testiranje.

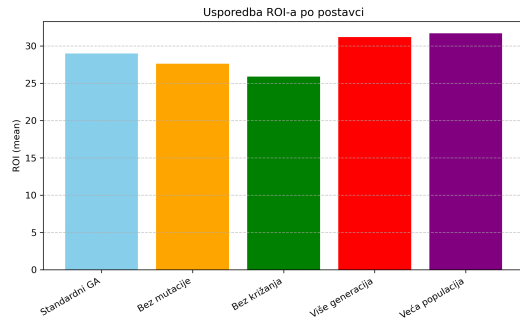
**Metodologija:** Provedena je ablacijska studija s pet različitih konfiguracija, gdje je svaka pokrenuta 10 puta ( $RUNS = 10$ ) radi statističke pouzdanosti. Testirane konfiguracije su bile: *Standardni GA*, *Bez mutacije*, *Bez križanja*, *Više generacija* i *Veća populacija*.

**Rezultati i diskusija:** Rezultati ablacijske studije prikazani su u Tablici 2 te grafički na Slici 3.

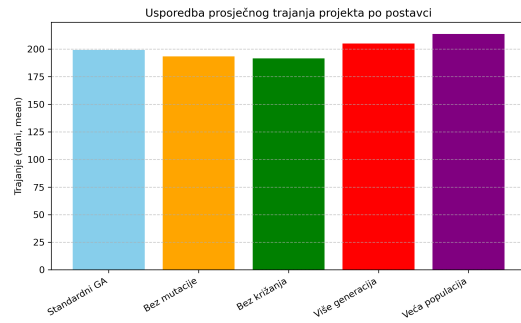
Tablica 2: Rezultati ablacijske studije za parametre GA.

Postavka	ROI_mean	ROI_std	Trajanje_mean	Trajanje_std
Standardni GA	28.985	1.543	199.216	10.691
Bez mutacije	27.627	1.581	193.497	11.364
Bez križanja	25.884	1.865	191.514	9.174
Više generacija	31.183	0.928	205.026	13.649
<b>Veća populacija</b>	<b>31.683</b>	<b>0.720</b>	<b>213.694</b>	<b>5.574</b>

Analiza rezultata potvrđuje obje početne hipoteze. Uklanjanje križanja drastično smanjuje performanse, potvrđujući da je rekombinacija dobrih rješenja ključan mehanizam pretrage. Povećanje računalnih resursa, posebno kroz veću populaciju, dovodi do superiornih i statistički stabilnijih rješenja. Zanimljivo je primijetiti da konfiguracije s najvišim ROI-em rezultiraju i najdužim prosječnim trajanjem, što stvara prirodni kompromis (*trade-off*) između profita i rizika, koji će biti predmet analize u sljedećem eksperimentu.



(a) Usporedba prosječnog ROI-a.



(b) Usporedba prosječnog trajanja.

Slika 3: Grafički prikaz rezultata ablacijske studije za genetski algoritam.

**Zaključak Eksperimenta 1:** Na temelju empirijskih rezultata, konfiguracija *Veća populacija* odabrana je kao “šampionska”. Njezini parametri (POP\_SIZE = 200, NGEN = 40, itd.) poslužili su kao osnova za definiranje parametara u drugoj fazi istraživanja, uz nužne prilagodbe resursa s obzirom na složenost problema.

## 5.4 Eksperiment 2: Usporedna analiza optimizacijskih modela

Druga faza istraživanja čini ključnu eksperimentalnu provjeru glavne hipoteze rada. Koristeći kalibrirane parametre iz Eksperimenta 1, provedena je sustavna usporedba triju razvijenih modela prema planu definiranom u Tablici 3.

Tablica 3: Plan naprednih eksperimenata.

Eksperiment	NUM.ACTIVITIES	BUDGET	Pripada seriji	Napomena
A1	10	1000	A	Osnovna složenost
A2 / B2	50	2500	A, B	Centralni / Referentni eksperiment
A3	100	5000	A	Visoka složenost
B1	50	1500	B	Restriktivan budžet
B3	50	4000	B	Labav budžet

### 5.4.1 Rezultati

Svi rezultati dobiveni provođenjem Eksperimenta 2 sažeti su u Tablici 4. Ova tablica predstavlja temelj za daljnju diskusiju.

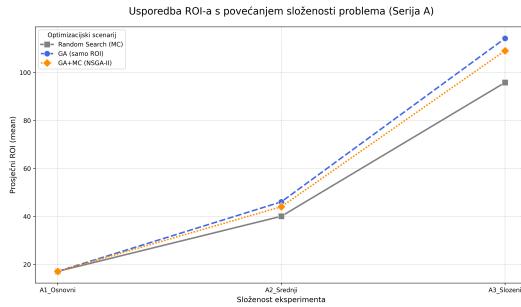
Tablica 4: Konačni rezultati usporedne analize optimizacijskih modela.

Eksperiment	Scenarij	ROI_mean	ROI_std	Trajanje_mean	Trajanje_std
A1_Osnovni	Random Search (MC)	17.140	3.55e-15	144.151	0.911
A1_Osnovni	GA (samo ROI)	17.140	3.55e-15	143.103	1.239
A1_Osnovni	GA+MC (NSGA-II)	17.140	3.55e-15	142.003	0.372
A2_Srednji	Random Search (MC)	40.108	0.703	341.024	9.405
A2_Srednji	GA (samo ROI)	46.125	0.412	363.632	7.843
A2_Srednji	GA+MC (NSGA-II)	44.099	0.980	319.210	13.171
A3_Složeni	Random Search (MC)	95.835	1.468	715.604	10.451
A3_Složeni	GA (samo ROI)	114.224	0.891	792.300	11.933
A3_Složeni	GA+MC (NSGA-II)	109.095	2.008	681.565	21.733
B1_Restriktivan	Random Search (MC)	24.120	1.846	197.621	20.181
B1_Restriktivan	GA (samo ROI)	37.976	0.567	253.562	12.386
B1_Restriktivan	GA+MC (NSGA-II)	17.711	17.728	50104.382	49894.619
B3_Labav	Random Search (MC)	71.379	1.114	536.901	16.247
B3_Labav	GA (samo ROI)	79.065	0.518	562.191	9.345
B3_Labav	GA+MC (NSGA-II)	76.949	0.487	526.612	10.602

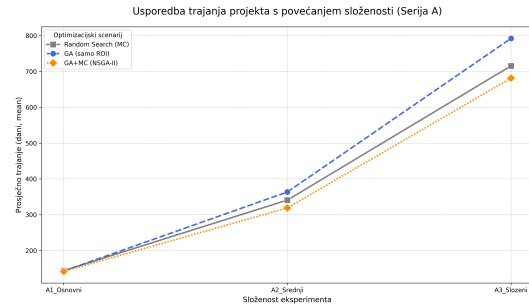
### 5.4.2 Diskusija rezultata

Dobiveni rezultati analizirani su kroz tematske cjeline, s ciljem odgovaranja na postavljena istraživačka pitanja.

**Analiza Skalabilnosti (Serija A)** Kao što je vidljivo na Slici 4, porast složenosti problema drastično utječe na performanse modela. Jaz u **ROI\_mean** vrijednostima eksponencijalno raste u korist genetskih algoritama, potvrđujući hipotezu o nužnosti inteligentne pretrage (H1). Ovakav nalaz, gdje metaheuristički pristupi značajno nadmašuju nasumičnu pretragu na složenim problemima, u skladu je s rezultatima koje su dobili i drugi istraživači u srodnim domenama primjene [15]. Istovremeno, analiza trajanja otkriva postojanje kompromisa: hibridni model GA+MC (NSGA-II) konzistentno identificira rješenja sa značajno nižim prosječnim trajanjem, potvrđujući hipotezu H2.



(a) Usporedba prosječnog ROI-a.



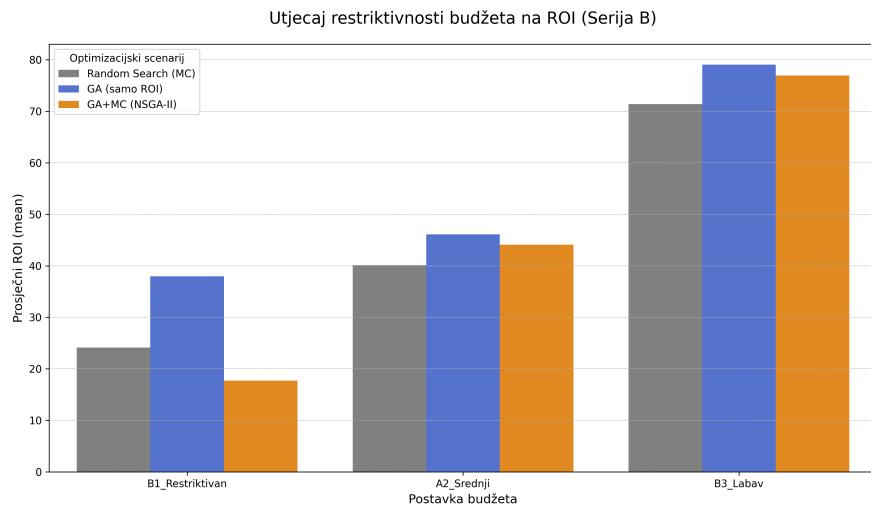
(b) Usporedba prosječnog trajanja.

Slika 4: Grafički prikaz rezultata Serije A: Usporedba modela u uvjetima rastuće složenosti.

**Analiza Utjecaja Ograničenja (Serija B)** Slika 5 ilustrira ponašanje modela pod različitim proračunskim pritiskom. Najvažniji nalaz dolazi iz eksperimenta s restriktivnim budžetom (B1), gdje GA+MC (NSGA-II) pokazuje iznimnu krhkost, ne uspijevajući pronaći valjano rješenje u 50% pokretanja. S druge strane,

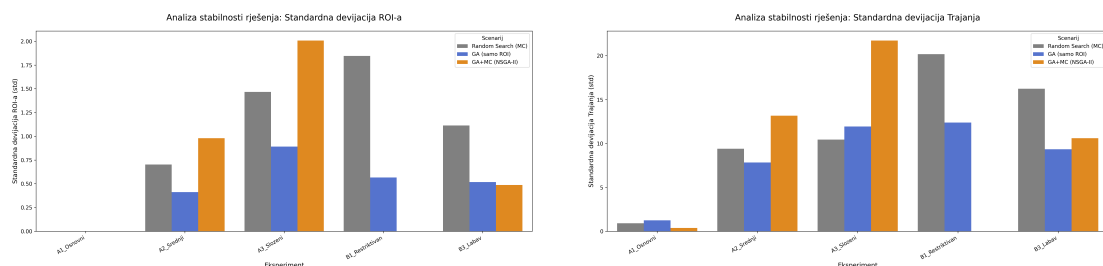


jednostavniji GA (samo ROI) pokazuje se vrlo robusnim. Ovo ukazuje da složenost više-kriterijske pretrage može biti nedostatak u ekstremno suženim prostorima rješenja. U uvjetima labavog budžeta (B3), svi modeli rade očekivano dobro, potvrđujući hipotezu H3.



Slika 5: Usporedba prosječnog ROI-a modela pod različitim proračunskim ograničenjima (Serija B).

**Analiza Stabilnosti i Pouzdanosti** Grafikoni na Slici 6 prikazuju standardnu devijaciju kao mjeru konzistentnosti. Izvan scenarija B1 gdje je doživio neuspjeh, GA+MC (NSGA-II) model pokazuje usporedivu ili nižu devijaciju trajanja u odnosu na klasični GA. To implicira da rješenja koja nudi nisu samo u prosjeku brža, već su i pouzdanija.

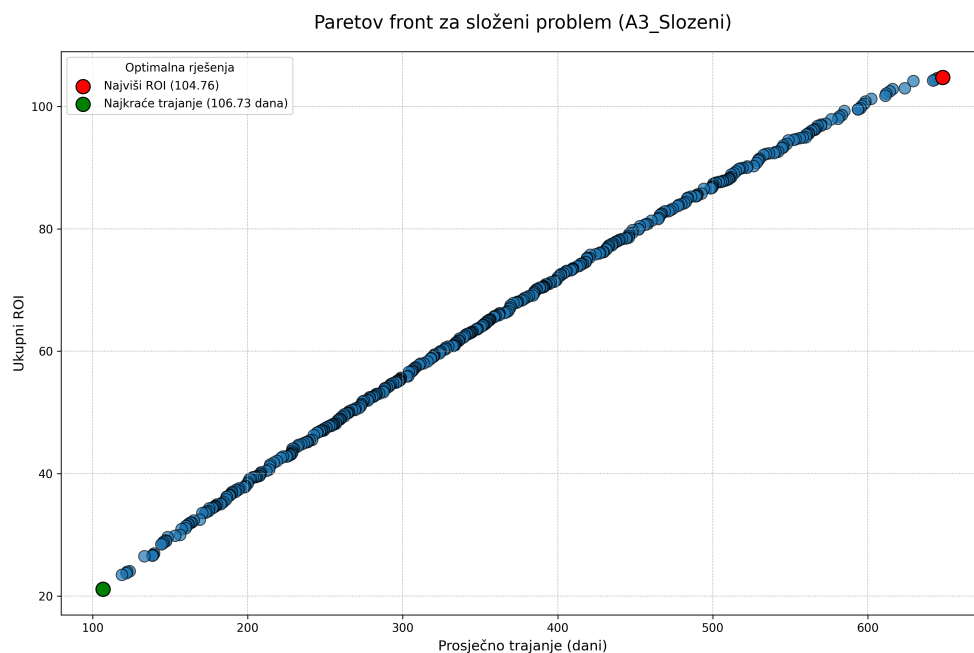


(a) Stabilnost ROI-a.

(b) Stabilnost trajanja.

Slika 6: Grafički prikaz stabilnosti rješenja: Standardna devijacija za ROI i Trajanje.

**Dubinska analiza kompromisa: Pareto front** Raspršeni dijagram na Slici 7 pruža dubinski uvid u srž više-kriterijske optimizacije. On prikazuje Pareto front dobiven iz jednog pokretanja GA+MC (NSGA-II) modela na naj-složenijem problemu (A3). Svaka točka na grafikonu predstavlja jedno optimalno, ne-dominirano rješenje i ilustrira temeljni kompromis (*trade-off*) između profitabilnosti (Y-os) i rizika trajanja (X-os). Pareto front stoga ne nudi jedno "točno" rješenje, već služi kao strateški alat za donošenje odluka.



Slika 7: Pareto front za složeni problem (A3), koji prikazuje kompromis između ROI-a i trajanja.

## 5.5 Sinteza glavnih zaključaka eksperimenata

Provedeni eksperimenti omogućuju donošenje cjelovitih zaključaka o svakom modelu. Random Search (MC) se pokazao korisnim isključivo kao početna točka na jednostavnim problemima, ali je potpuno neadekvatan kao ozbiljan optimizacijski alat za probleme realne veličine. GA (samo ROI) je izuzetno snažan i robustan "profitni maksimizator", idealan u situacijama gdje je financijska dobit jedini kriterij. Konačno, GA+MC (NSGA-II) je sofisticirani "upravitelj rizikom", čija najveća vrijednost leži u pružanju strateških opcija koje balansiraju profit i rizik. Iako je superioran u standardnim i složenim uvjetima, njegova složenost ga čini osjetljivim u okruženjima s ekstremno restriktivnim ograničenjima.

Konačan izbor modela stoga ovisi o strateškim prioritetima projektnog ureda. Za maksimalan profit, klasični GA je pobjednik. Za uravnoteženo i rizikom informirano donošenje odluka, hibridni GA+MC je superioran, uz nužan oprez pri primjeni u vrlo ograničenim uvjetima.

## 6 Zaključak

Ovaj diplomski rad bavio se problemom optimizacije portfelja projektnih aktivnosti u uvjetima nesigurnosti. S ciljem razvoja modela koji donositeljima odluka nudi ne samo profitabilna, već i robusna rješenja, razvijen je i evaluiran hibridni pristup koji integrira snagu genetskih algoritama za pretraživanje složenih prostora rješenja i Monte Carlo simulacije za kvantifikaciju rizika. Kroz sustavni, dvo-fazni eksperimentalni proces, provedena je prvo kalibracija parametara genetskog algoritma, a zatim i detaljna usporedna analiza triju optimizacijskih modela: osnovne metode nasumične pretrage, klasičnog genetskog algoritma usmjerenog isključivo na povrat na investiciju (ROI), te naprednog, više-kriterijskog hibridnog modela (GA+MC).

### 6.1 Glavni nalazi i odgovori na istraživačka pitanja

Provedeni eksperimenti pružili su jasne odgovore na istraživačka pitanja postavljena u uvodu rada.

1. **Superiornost inteligentne pretrage je potvrđena.** Eksperimenti su nedvojbeno pokazali da, iako je na jednostavnim problemima nasumična pretraga mogla pronaći valjana rješenja, njena učinkovitost drastično opada s porastom složenosti. Genetski algoritmi su se pokazali superiornima, pronalazeći rješenja sa značajno višim ROI-em, čime je potvrđena hipoteza H1.
2. **Hibridni model uspješno upravlja kompromisom između profita i rizika.** Hibridni GA+MC model, temeljen na NSGA-II algoritmu, uspješno je identificirao Pareto front optimalnih rješenja. Time je potvrđena hipoteza H2 – model donositelju odluke ne nudi jedno, već čitav spektar strateških opcija koje balansiraju viši ROI s dužim procijenjenim trajanjem, i obrnuto. Vizualizacija Paretoovog fronta pokazala se kao ključan alat za strateško odlučivanje.
3. **Stabilnost i robusnost ovise o kontekstu problema.** Analiza je otkrila ključan, nijansiran nalaz. U standardnim i složenim uvjetima, hibridni GA+MC model nudi rješenja čije je procijenjeno trajanje pouzdanije (niža standardna devijacija). Međutim, pod ekstremnim pritiskom vrlo restriktivnog budžeta, njegova složenost postaje nedostatak, što dovodi do nestabilnosti i neuspjeha u pronalaženju rješenja. U tim uvjetima, jednostavniji, jedno-kriterijski GA pokazao se robusnijim. Time je potvrđena i hipoteza H3.

### 6.2 Doprinos rada

Doprinos ovog rada može se sažeti u tri ključne domene:

- **Metodološki doprinos:** Razvijen je i primijenjen cjelovit, dvo-fazni eksperimentalni okvir za evaluaciju optimizacijskih algoritama, koji uključuje fazu kalibracije (ablacijska studija) i fazu usporedne analize. Pokazano je

da ne postoji univerzalno "najbolji" model, već da izbor ovisi o strateškim prioritetima – maksimizaciji profita ili uravnoteženom upravljanju rizikom.

- **Praktični doprinos:** Rad je demonstrirao kako sinergija genetskih algoritama i Monte Carlo simulacije može pružiti konkretnu vrijednost projektnim menadžerima. Pareto front, kao ključni rezultat hibridnog modela, transformira optimizacijski problem iz potrage za jednim rješenjem u alat za strateško donošenje odluka.

### 6.3 Ograničenja rada

Tijekom istraživanja uočena su i određena ograničenja koja otvaraju prostor za daljnja poboljšanja:

- **Računalna zahtjevnost:** Hibridni GA+MC model, zbog potrebe za izvođenjem stotina Monte Carlo simulacija za svaku evaluaciju jedinke, značajno je računalno skuplji i sporiji od klasičnog GA.
- **Korištenje sintetičkih podataka:** Svi eksperimenti provedeni su na sintetički generiranim podacima. Iako su parametri odabrani da budu realistični, validacija modela na stvarnim projektnim podacima predstavljala bi važan sljedeći korak.
- **Stabilnost pod ograničenjima:** Kao što je pokazao eksperiment B1, napredni više-kriterijski model može biti nestabilan u uvjetima ekstremno restriktivnih resursa.

### 6.4 Preporuke za budući rad

Na temelju provedenog istraživanja i uočenih ograničenja, izdvajaju se sljedeći pravci za budući rad:

- **Hibridizacija s drugim metaheuristikama:** Istraživanje kombinacija s algoritmima rojeva čestica (PSO) ili simuliranim kaljenjem radi potencijalnog poboljšanja brzine konvergencije ili kvalitete rješenja [15].
- **Primjena strojnog učenja:** Korištenje tehnika strojnog učenja za preciznije predviđanje distribucija nesigurnosti iz povijesnih podataka, umjesto oslanjanja na tri točke procjene.
- **Razvoj softverskog alata:** Izrada alata s intuitivnim korisničkim sučeljem koje bi projektnim menadžerima bez ekspertize u optimizaciji omogućilo korištenje ovog modela, s interaktivnom vizualizacijom Paretoovog fronta.

### 6.5 Završna riječ

Ovaj rad je potvrdio da primjena naprednih algoritamskih rješenja nudi značajan potencijal za unapređenje procesa upravljanja projektima u uvjetima nesigurnosti. Učinkovito upravljanje, kako ističe Kerzner [3], u suvremenom okruženju zahtijeva

upravo kombinaciju tradicionalnih i naprednih, kvantitativnih pristupa. Razvijeni i analizirani modeli predstavljaju konkretan doprinos u tom smjeru, pružajući temelj za donošenje odluka koje nisu samo financijski isplative, već i informirane o rizicima koji ih prate.

# Literatura

- [1] Hans Kellerer, Ulrich Pferschy, and David Pisinger. *Knapsack Problems*. Springer, 2004.
- [2] D. G. Malcolm, J. H. Roseboom, C. E. Clark, and W. Fazar. Application of a technique for research and development program evaluation. *Operations Research*, 7(5):646–669, 1959.
- [3] Harold Kerzner. *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*. Wiley, 12th edition, 2017.
- [4] John H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1st edition, 1975.
- [5] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [6] Nicholas Metropolis, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller, and Edward Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6):1087–1092, 1949.
- [7] Reuven Y. Rubinstein and Dirk P. Kroese. *Simulation and the Monte Carlo Method*. Wiley, 3rd edition, 2016.
- [8] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182–197, 2002.
- [9] Wei Zhang and Ming Li. An efficient algorithm for project scheduling under uncertainty. *International Journal of Project Management*, 29(5):567–574, 2011.
- [10] Project Management Institute. *A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide)*. PMI, 7th edition, 2021.
- [11] David Hillson. *Managing Risk in Projects*. Routledge, 2009.
- [12] Pete Smith. *Project Uncertainty: Managing Risk in New Ventures*. Routledge, 2014.
- [13] David Vose. *Risk Analysis: A Quantitative Guide*. John Wiley & Sons, 2008.
- [14] Melanie Mitchell. *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1998.
- [15] Amir H. Gandomi, Xin-She Yang, Siamak Talatahari, and Amir H. Alavi. Metaheuristic algorithms in modeling and optimization. *Applied Soft Computing*, 13(1):1–11, 2013.

- [16] A. Kaveh and S. Talatahari. A comparative study of metaheuristic optimization algorithms for optimal design of truss structures. *Computers & Structures*, 102:66–75, 2012.
- [17] Roger Miller and Donald Lessard. Project risk management using monte carlo simulation. *Project Management Journal*, 40(3):23–33, 2009.
- [18] Gordana Avlijaš, Krzysztof Grabiński, and Dragana Milinković. Using monte carlo simulation in project management. *Management - Journal of Sustainable Business and Management Solutions in Emerging Economies*, 13(47):33–38, 2008.
- [19] Averill M. Law. *Simulation Modeling and Analysis*. McGraw-Hill Education, 5th edition, 2015.
- [20] Python Software Foundation. Python language reference, version 3.x. <https://www.python.org/>, 2024. Accessed: 2025-07-31.
- [21] F. A. Fortin, F. M. De Rainville, M. Gardner, M. Parizeau, and C. Gagné. DEAP: Evolutionary algorithms made easy. In *Proceedings of the 14th Annual Conference Companion on Genetic and Evolutionary Computation*, pages 2171–2178, New York, NY, USA, 2012. Association for Computing Machinery.
- [22] Charles R. Harris, K. Jarrod Millman, Stéfan J. van der Walt, Ralf Gommers, Pauli Virtanen, David Cournapeau, Eric Wieser, Julian Taylor, Sebastian Berg, Nathaniel J. Smith, Robert Kern, Matti Picus, Stephan Hoyer, Marten H. van Kerkwijk, Matthew Brett, Allan Haldane, Jaime Fernández del Río, Mark Wiebe, Pearu Peterson, Pierre Gérard-Marchant, Kevin Sheppard, Tyler Reddy, Warren Weckesser, Hameer Abbasi, Christoph Gohlke, and Travis E. Oliphant. Array programming with NumPy. *Nature*, 585:357–362, 2020.
- [23] The pandas development team. pandas-dev/pandas: Pandas. feb 2020.
- [24] Michael L. Waskom. Seaborn: statistical data visualization. *Journal of Open Source Software*, 6(60):3021, 2021.
- [25] J. D. Hunter. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3):90–95, 2007.

## Popis slika

1	Konceptualni model problema optimizacije portfelja projektnih aktivnosti . . . . .	9
2	Vizualni prikaz toka istraživanja . . . . .	12
3	Grafički prikaz rezultata ablacijske studije za genetski algoritam. . .	18
4	Grafički prikaz rezultata Serije A: Usporedba modela u uvjetima rastuće složenosti. . . . .	19
5	Usporedba prosječnog ROI-a modela pod različitim proračunskim ograničenjima (Serija B). . . . .	20
6	Grafički prikaz stabilnosti rješenja: Standardna devijacija za ROI i Trajanje. . . . .	20
7	Pareto front za složeni problem (A3), koji prikazuje kompromis između ROI-a i trajanja. . . . .	21



## Popis tablica

1	Korištene biblioteke u implementaciji . . . . .	10
2	Rezultati ablacijske studije za parametre GA. . . . .	17
3	Plan naprednih eksperimenata. . . . .	18
4	Konačni rezultati usporedne analize optimizacijskih modela. . . . .	19