

SVEUČILIŠTE JURJA DOBRILE U PULI
FAKULTET INFORMATIKE

Neven Nižić

**”Optimizacija raspodjele projektnih aktivnosti primjenom genetskih
algoritama i Monte Carlo simulacije”**

DIPLOMSKI RAD

Pula, rujan, 2025. godine

SVEUČILIŠTE JURJA DOBRILE U PULI
FAKULTET INFORMATIKE

Neven Nižić

**”Optimizacija raspodjele projektnih aktivnosti primjenom genetskih
algoritama i Monte Carlo simulacije”**

DIPLOMSKI RAD

**JMBAG: 0303118917, izvanredni student
Studijski smjer: Informatika**

**Kolegij: Modeliranje i simulacije
Znanstveno područje : Društvene znanosti
Znanstveno polje : Informacijske i komunikacijske znanosti
Znanstvena grana : Informacijski sustavi i informatologija**

Mentor: doc.dr. Darko Etinger

Pula, rujan, 2025. godine

Sažetak

Upravljanje projektima često uključuje složene odluke vezane uz raspodjelu aktivnosti i resursa, osobito u uvjetima nesigurnosti i vremenskih ograničenja. Tradicionalne metode kao što su PERT i CPM često ne uspijevaju obuhvatiti stohastičku prirodu stvarnih projekata. U ovom radu predlaže se model koji kombinira genetske algoritme i Monte Carlo simulaciju s ciljem postizanja robusne optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti. Genetski algoritam koristi se za pretraživanje prostora mogućih rješenja, dok Monte Carlo simulacija omogućava procjenu utjecaja varijabilnih trajanja aktivnosti na ukupno trajanje projekta. Eksperimentalna evaluacija modela provodi se na simuliranim projektnim podacima, a rezultati pokazuju poboljšanu robusnost i učinkovitost u odnosu na determinističke pristupe.

Ključne riječi : projektno upravljanje, genetski algoritam, Monte Carlo simulacija, optimizacija rasporeda, raspodjela aktivnosti

Abstract

Project management often involves complex decisions related to the allocation of activities and resources, especially under uncertainty and time constraints. Traditional methods such as PERT and CPM frequently fail to capture the stochastic nature of real-world projects. This thesis proposes a model that combines genetic algorithms and Monte Carlo simulation to achieve robust optimization of project activity allocation. The genetic algorithm is used to explore the space of possible solutions, while Monte Carlo simulation estimates the impact of variable activity durations on the overall project timeline. The model is experimentally evaluated using simulated project data, and results indicate improved robustness and efficiency compared to deterministic approaches.

Keywords : project management, genetic algorithm, Monte Carlo simulation, schedule optimization, activity allocation

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Motivacija	1
1.2	Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju	1
1.3	Heuristički pristup optimizaciji upravljanja projektima korištenjem kombiniranog stohastičkog modela	1
1.4	Cilj rada	2
1.5	Motivacija	2
1.6	Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju	2
1.7	Monte Carlo simulacija i genetski algoritmi	2
1.8	Cilj rada	3
2	Teorijska podloga	4
2.1	Knapsack problem	4
2.2	Genetski algoritmi	4
2.3	Monte Carlo simulacija	4
2.4	PERT metoda i trokutasta distribucija	5
3	Model problema	6
3.1	Ograničenja	6
3.2	Cilj optimizacije	6
3.3	Grafički prikaz modela	6
3.4	Zaključak poglavlja	7
4	Zaključak	8
	Literatura	9
	Popis slika	10
	Popis tablica	11

1 Uvod

Upravljanje projektima obuhvaća niz izazova, osobito kada je riječ o optimizaciji raspodjele ograničenih resursa među konkurentskim aktivnostima. Projektni menadžeri često se suočavaju s neizvjesnostima vezanima uz trajanje zadataka, dostupnost resursa i dinamičnost okruženja. Upravo te nesigurnosti zahtijevaju robusne metode koje mogu osigurati učinkovitu alokaciju resursa unatoč stohastičkoj prirodi ulaznih podataka.

1.1 Motivacija

Jedan od ključnih problema u upravljanju projektima je kako rasporediti ograničene resurse (vremenske, ljudske, financijske) na skup aktivnosti tako da se minimizira ukupno trajanje projekta ili maksimizira ukupna vrijednost. Klasične determinističke metode često zanemaruju nesigurnosti koje su prisutne u stvarnim projektima, što dovodi do planova koji su nerealni i teško provedivi [1,2]. Stoga raste interes za primjenom heurističkih i stohastičkih metoda u projektnoj optimizaciji.

1.2 Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju

Neizvjesnost u trajanju aktivnosti, nepredviđeni događaji, promjene prioriteta i ograničeni resursi stvaraju kompleksno i promjenjivo okruženje. Klasifikacija rizika i kvantifikacija njihove vjerojatnosti ključni su za izradu kvalitetnog plana. Zbog toga se uvode stohastičke metode kao što su Monte Carlo simulacija, koje omogućuju analizu različitih scenarija i procjenu vjerojatnosti uspjeha projekta [3]. Upravo zbog tih izazova, mnogi autori predlažu uporabu kvantitativnih metoda kao što su Monte Carlo simulacije za procjenu vjerojatnih vremenskih i troškovnih odstupanja [4].

1.3 Heuristički pristup optimizaciji upravljanja projektima korištenjem kombiniranog stohastičkog modela

U ovom radu predlaže se heuristički pristup optimizaciji upravljanja projektima korištenjem kombiniranog stohastičkog modela. Pritom se kombiniraju dva komplementarna pristupa:

- **Genetski algoritam (GA)** – koristi se za pronalaženje optimalne ili blizu optimalne raspodjele projektnih aktivnosti, uzimajući u obzir njihovu važnost i vremenska ograničenja. GA su pokazali visoku učinkovitost kod NP-teških problema poput problema ruksaka [5,6].
- **Monte Carlo simulacija (MCS)** – koristi se za modeliranje neizvjesnosti u trajanju aktivnosti, često koristeći trokutastu distribuciju, posebno kada nije dostupna pouzdana povijesna statistika [7].

Ova kombinacija omogućuje istraživanje velikog prostora rješenja, pri čemu se u svakoj iteraciji genetskog algoritma evaluira kvaliteta rješenja putem više Monte

Carlo simulacija. Time se dobiva robusnije rješenje koje bolje odražava nesigurnost u ulaznim podacima.

1.4 Cilj rada

Cilj ovog rada je razviti model koji integrira genetski algoritam i Monte Carlo simulaciju u svrhu optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti pod uvjetima nesigurnosti. Model se temelji na knapsack formulaciji problema, gdje se svaka aktivnost karakterizira očekivanim trajanjem, varijabilnošću i vrijednošću. Kroz eksperimente će se testirati učinkovitost predloženog pristupa te usporediti dobivena rješenja u kontekstu robustnosti i izvedivosti plana projekta.

Upravljanje projektima je ključna aktivnost u brojnim industrijama, od građevine i IT-a do farmaceutike i financija. Jedan od najzahtjevnijih aspekata upravljanja projektima jest učinkovita raspodjela aktivnosti i resursa kroz vrijeme, pri čemu se mora zadovoljiti niz ograničenja, uključujući budžet, vremenski rok, kapacitete resursa i međusobne ovisnosti između zadataka. U složenim projektima s velikim brojem aktivnosti, tradicionalni pristupi često nisu dostatni jer ne uspijevaju adresirati neizvjesnosti i varijabilnost koje prate realne projekte.

1.5 Motivacija

Raspodjela projektnih aktivnosti i resursa u uvjetima nesigurnosti i ograničenja predstavlja NP-težak problem, što znači da se broj mogućih kombinacija rješenja eksponencijalno povećava s veličinom problema. Tradicionalne metode kao što su CPM (Critical Path Method) i PERT (Program Evaluation and Review Technique) podrazumijevaju determinističke vremenske procjene i ne uključuju varijabilnost stvarnih uvjeta, što može dovesti do suboptimalnih ili čak neizvedivih planova.

Potreba za metodama koje mogu obuhvatiti stohastičku prirodu trajanja aktivnosti, dinamiku projektnog okruženja i složene međusobne odnose među aktivnostima, motivira primjenu naprednih optimizacijskih i simulacijskih tehnika.

1.6 Rizici i nesigurnosti u projektnom upravljanju

U stvarnim projektima, trajanja aktivnosti često nisu poznata unaprijed s potpunom sigurnošću. Kašnjenja, nedostatak resursa, promjene u specifikacijama ili nepredviđene okolnosti mogu značajno utjecati na tijek projekta. Zbog toga je važno uključiti kvantitativne metode za procjenu rizika i analizu nesigurnosti. Upravo tu se Monte Carlo simulacija ističe kao snažan alat koji omogućuje evaluaciju raspodjele mogućih ishoda i procjenu vjerojatnosti završetka projekta unutar zadanih rokova.

1.7 Monte Carlo simulacija i genetski algoritmi

Monte Carlo simulacija koristi slučajne uzorke za kvantificiranje nesigurnosti u modelima i omogućuje realističnije procjene vremenskih i troškovnih distribucija.

U kontekstu projektnog upravljanja, ova metoda može simulirati tisuće mogućih scenarija izvedbe aktivnosti na temelju probabilističkih ulaza (npr. optimističnog, realnog i pesimističnog trajanja).

Genetski algoritmi (GA) predstavljaju jednu od najčešće korištenih metaheurističkih metoda za rješavanje složenih problema optimizacije. Temelje se na principima evolucije i prirodne selekcije te su učinkoviti u pretraživanju velikih prostora rješenja, što ih čini pogodnima za optimizaciju projektnih rasporeda.

1.8 Cilj rada

Cilj ovog rada je razviti model koji kombinira genetski algoritam s Monte Carlo simulacijom radi dobivanja robusnog plana raspodjele aktivnosti u projektu. Kombinacija ovih dviju metoda omogućava simultano:

- optimiziranje projektnih rasporeda u uvjetima složenih ograničenja,
- kvantifikaciju rizika i nesigurnosti u izvedbi projekta,
- donošenje boljih odluka u upravljanju resursima.

Predloženi pristup testira se na simuliranim podacima i evaluira s obzirom na pouzdanost završetka projekta unutar vremenskog roka i efikasnost raspodjele resursa.

2 Teorijska podloga

2.1 Knapsack problem

Problem ruksaka (engl. *Knapsack Problem*) jedan je od klasičnih problema kombinatorne optimizacije i pripada klasi NP-teških problema. U osnovnoj verziji, cilj je odabrati podskup objekata s pripadajućim težinama i vrijednostima, tako da ukupna težina ne prelazi određeni kapacitet, a ukupna vrijednost je maksimalna.

Formalno, za skup n objekata s težinama w_i i vrijednostima v_i , te kapacitet W , cilj je maksimizirati:

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i \quad \text{uz ograničenje} \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W, \quad x_i \in \{0, 1\}$$

U kontekstu upravljanja projektima, aktivnosti se mogu interpretirati kao objekti s određenim trajanjem i vrijednošću (npr. važnost, doprinos cilju), a resursi (vremenski ili financijski) kao kapacitet. Knapsack model se tada koristi za optimalnu raspodjelu resursa među projektnim aktivnostima.

2.2 Genetski algoritmi

Genetski algoritmi (GA) su metaheurističke metode inspirirane prirodnim procesom evolucije. Rješenja problema predstavljaju se kao kromosomi (obično binarni nizovi), a operacije evolucije uključuju selekciju, križanje (crossover) i mutaciju. Tipični koraci uključuju:

1. Inicijalizacija populacije
2. Evaluacija funkcije cilja (fitness)
3. Selekcija roditelja (npr. turnirska selekcija, rulet)
4. Primjena operatora križanja i mutacije
5. Zamjena stare populacije novom generacijom

Kodiranje rješenja ovisi o problemu — za raspodjelu aktivnosti često se koristi binarno ili cijelobrojno kodiranje. GA su prikladni za probleme s velikim i nepreglednim prostorom rješenja jer ne zahtijevaju informacije o gradijentima.

2.3 Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacija koristi nasumično generirane ulazne podatke kako bi procijenila ponašanje složenog sustava. Ključni elementi uključuju:

- Definiranje slučajnih varijabli (npr. trajanje aktivnosti)
- Odabir prikladne distribucije (npr. uniformna, normalna, trokutasta)
- Velik broj iteracija ($n > 10^3$) za stabilne rezultate

Simulacijom velikog broja scenarija može se procijeniti rizik projekta, očekivano trajanje, kao i distribucija mogućih ishoda. U ovom radu, MC simulacija koristi se za uvođenje nesigurnosti u trajanje aktivnosti.

2.4 PERT metoda i trokutasta distribucija

PERT (Program Evaluation and Review Technique) je metoda upravljanja projektima koja uzima u obzir nesigurnost trajanja aktivnosti koristeći tri vremenske procjene:

$$T_E = \frac{T_o + 4T_m + T_p}{6}$$

gdje su:

- T_o – optimistična procjena trajanja,
- T_m – najvjerojatnija procjena,
- T_p – pesimistična procjena.

Za simulacije se često koristi trokutasta distribucija jer je jednostavna za implementaciju i dovoljno fleksibilna. Vrijednosti se biraju unutar intervala $[T_o, T_p]$ s maksimumom u T_m .

Monte Carlo simulacija s trokutastom distribucijom omogućuje realniji prikaz varijabilnosti trajanja aktivnosti u projektnom planiranju, osobito kada nedostaju povijesni podaci.

3 Model problema

Projekt optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti može se formalno predstaviti kao skup od n zadataka, pri čemu svaki zadatak i ima definirane sljedeće karakteristike:

- **procijenjeno trajanje** d_i ,
- **trošak** c_i ,
- **vrijednost** odnosno povrat ulaganja (ROI) v_i ,
- **distribucija nesigurnosti** koja opisuje varijabilnost trajanja i/ili troška.

Ovakav formalizam omogućuje primjenu metoda kombinatorne optimizacije [8] i stohastičkih simulacija [7] za donošenje optimalnih odluka u uvjetima ograničenih resursa.

3.1 Ograničenja

Projekt je podložan realnim ograničenjima resursa, koja se u modelu izražavaju na sljedeći način:

$$\sum_{i=1}^n d_i \leq T_{\max} \quad (\text{ukupno vrijeme}) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i \leq B_{\max} \quad (\text{budžet}) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n r_i \leq R_{\max} \quad (\text{maksimalan broj radnika}) \quad (3)$$

gdje T_{\max} označava raspoloživo ukupno vrijeme, B_{\max} raspoloživi budžet, a R_{\max} maksimalan broj raspoloživih radnika.

3.2 Cilj optimizacije

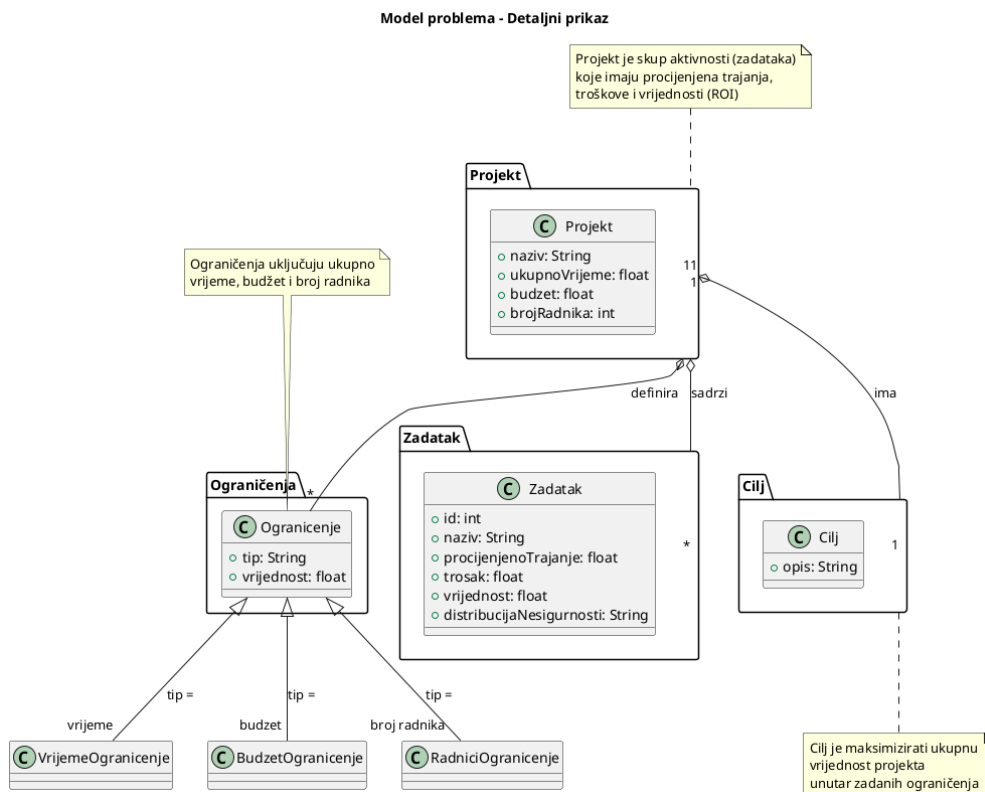
Cilj optimizacije je **maksimizirati ukupnu vrijednost projekta** ostajući unutar svih definiranih ograničenja:

$$\max \sum_{i=1}^n v_i \cdot x_i \quad (4)$$

pri čemu $x_i \in \{0, 1\}$ označava binarnu varijablu koja označava odabir zadatka i za izvršenje.

3.3 Grafički prikaz modela

Na slici 1 prikazan je konceptualni model problema optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti, uključujući ulazne podatke, ograničenja i ciljnu funkciju.



Slika 1: Model problema optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti

3.4 Zaključak poglavlja

Ovaj model problema omogućuje matematičku i vizualnu formalizaciju optimizacijskog zadatka. Jasna definicija ulaza, ograničenja i cilja ključna je za primjenu optimizacijskih metoda poput genetskih algoritama [5] u kombinaciji s Monte Carlo simulacijama kako bi se dobila rješenja visoke kvalitete u uvjetima nesigurnosti.

4 Zaključak

U ovom diplomskom radu predstavili smo kompleksan pristup optimizaciji raspodjele projektnih aktivnosti koristeći kombinaciju genetskih algoritama i Monte Carlo simulacije. Cilj je bio razviti model koji uzima u obzir nesigurnost u trajanju, troškovima i vrijednosti zadataka, te u okviru zadanih ograničenja vremena, budžeta i raspoloživih resursa maksimizira ukupnu vrijednost projekta.

Kroz detaljnu analizu problematike i pregled postojeće literature, identificirali smo ključne izazove u upravljanju projektima, posebice u segmentu neizvjesnosti i složenosti optimizacije. Implementacijom metaheurističkih metoda, u ovom slučaju genetskih algoritama [5, 6], omogućili smo efikasno pretraživanje velikog prostora rješenja, dok je Monte Carlo simulacija služila za kvantitativno modeliranje rizika i nesigurnosti [4, 9], dajući time realističniju procjenu performansi optimizacijskog rješenja.

Praktična implementacija rezultirala je modelom koji omogućuje donošenje informiranih odluka u planiranju i upravljanju projektima, pružajući projektnim menadžerima alate za bolje usklađivanje ciljeva i ograničenja. Pokazalo se da je kombinacija ovih metoda učinkovita u pronalasku balansiranih rješenja koja maksimiziraju povrat ulaganja, uz minimizaciju rizika od prekoračenja budžeta ili rokova.

Iako su postignuti rezultati zadovoljavajući, postoje brojna područja za buduća istraživanja i unaprjeđenja, među kojima izdvajamo:

- Proširenje modela na dinamičke uvjete projekata koji se mijenjaju tijekom vremena, uključujući nepredvidive vanjske utjecaje.
- Integracija dodatnih metaheurističkih i hibridnih algoritama, poput algoritama rojčaste inteligencije ili simuliranog kaljenja, radi poboljšanja kvalitete rješenja [10].
- Primjena tehnika strojnog učenja za preciznije predviđanje distribucija nesigurnosti i automatsku adaptaciju parametara optimizacije.
- Razvoj softverskih alata s intuitivnim korisničkim sučeljem za praktičnu primjenu predloženih metoda u realnim projektnim okruženjima.

Zaključno, ovaj rad potvrđuje važnost primjene naprednih algoritamskih rješenja u upravljanju projektima, posebno u uvjetima nesigurnosti, te doprinosi boljem razumijevanju i praktičnoj primjeni optimizacijskih i simulacijskih metoda u području projektne ekonomike i menadžmenta. Kao što ističe Kerzner [1], učinkovito upravljanje projektima u suvremenom okruženju zahtijeva kombinaciju tradicionalnih i naprednih pristupa, a naš model pruža značajan doprinos u tom smjeru.

Literatura

- [1] Harold Kerzner. *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*. Wiley, 12th edition, 2017.
- [2] Project Management Institute. *A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide)*. PMI, 7th edition, 2021.
- [3] David Vose. *Risk Analysis: A Quantitative Guide*. John Wiley & Sons, 2008.
- [4] Gordana Avlijaš, Krzysztof Grabiński, and Dragana Milinković. Using monte carlo simulation in project management. *Management - Journal of Sustainable Business and Management Solutions in Emerging Economies*, 13(47):33–38, 2008.
- [5] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [6] Melanie Mitchell. *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1998.
- [7] Averill M. Law. *Simulation Modeling and Analysis*. McGraw-Hill Education, 5th edition, 2015.
- [8] Fred Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 13(5):533–549, 1986.
- [9] Roger Miller and Donald Lessard. Project risk management using monte carlo simulation. *Project Management Journal*, 40(3):23–33, 2009.
- [10] Amir H. Gandomi, Xin-She Yang, Siamak Talatahari, and Amir H. Alavi. Metaheuristic algorithms in modeling and optimization. *Applied Soft Computing*, 13(1):1–11, 2013.

Popis slika

1	Model problema optimizacije raspodjele projektnih aktivnosti . . .	7
---	--	---

Popis tablica