

Урок 5

$$1. A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad Ax = \lambda x \quad (A - \lambda I) \cdot x = 0$$

$$|A - \lambda I| = 0 \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{vmatrix} = (-1-\lambda) \cdot (6-\lambda) - 2 \cdot (-6) =$$

$$= -6 + \lambda - \lambda(6-\lambda) + 12$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$\lambda_1 = 2 \quad \lambda_2 = 3$$

$$1) \begin{pmatrix} -1-2 & -6 \\ 2 & 6-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{aligned} -3x_1 - 6x_2 &= 0 \\ x_1 &= -2x_2 = 1 \end{aligned}$$

При собственном значении $\lambda = 2$
собственный вектор $x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$2) \begin{pmatrix} -1-3 & -6 \\ 2 & 6-3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{aligned} -4x_1 - 6x_2 &= 0 \\ x_1 &= -3x_2 = 2 \end{aligned}$$

При собственном значении $\lambda = 3$
собственный вектор $x = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$2. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -1I$$

$$A \cdot x = -1I \cdot x = -1 \cdot x \Rightarrow$$

что собственным значением $\lambda = -1$, а любой вектор для A будет собственным.

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ -1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq$$

$$A \cdot x = \lambda x$$

т.о. собственное значение $\lambda = 2$, а $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным вектором.

$$4. \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot x \neq \lambda x$$

т.о. вектор $x^T = (3, -3, -4)$ не является собственным вектором A .