力学第一演習 No. 06 (月5) 担当: 西村 信哉*

10. 束縛運動

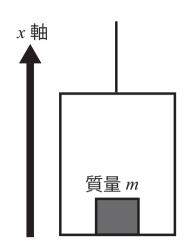
- 問 1. 右図のように、エレベータの床の上に質量mの質点を置く。エレベータは各問のように運動するとして、以下の問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさをgとし、鉛直上向きにx軸を取るものとする。
 - (1) エレベータの加速度を a として、質点の運動方程式を書け、なお、質点が床から受ける垂直抗力の大きさを N とする。
 - (2) エレベータが大きさ v_0 で上向きに等速度運動する場合,垂直抗力の大き さN を求めよ.
 - (3) エレベータが速さ v_0 で上向きに等速度運動している状態から、時間 τ の間に等加速度を受けて(一定の力でブレーキを受けて)減速し静止した。減速している間に質点が受ける垂直抗力Nの大きさを書け、
 - (4) 時刻 t=0 でエレベータの床を振幅 A,角振動数 ω で単振動をさせた. 時刻 t=0 でのエレベータの床の位置を x=A とするとき,質点が床から受ける垂直抗力の大きさ N を時間 t の関数として求めよ.また,垂直抗力の大きさの最大値 N_{\max} と最小値 N_{\min} を求めよ.



- 問 2. 水平面と角 θ をなす表面の粗い斜面の上に質量 m の質点が静止している。重力加速度の大きさを g, 垂直抗力の大きさを N, 静止摩擦力の大きさを f として、以下の間に答えよ。
 - (1) 質点について斜面方向(斜面方向下向き)とその斜面に垂直な方向の運動方程式を書け、ただし、各軸の加速度は、斜面方向の成分を a_t とし、垂直方向を a_n とする.
 - (2) 質点の斜面の静止摩擦係数を μ とすると、 $f=\mu N$ である.この とき、物体が斜面を滑り落ちはじめないための条件は $\tan\theta < \mu$ であることを示せ.



- 問 3. 伸び縮みしない質量が無視できる長さ l の糸の一端を固定し、他端に質量 m のおもりをつるして鉛直面内で振動させる(単振り子という)。糸が鉛直となす角を θ として、おもりの最下点から円弧に沿って測った長さを s とし、重力加速度を g とする。
 - (1) おもりには重力と糸による張力が働く。それぞれの向きと大きさを答えよ。ただし、張力の大きさは未知であるので T としてよい。
 - (2) おもりに働く力を、糸の方向とそれに垂直方向の成分ごとに書け、
 - (3) おもりの加速度を糸の方向成分 $\frac{v^2}{l}$ (円運動を行うことより) と垂直な方向成分 $\frac{dv(t)}{dt}$ (未知の量) に分解するとき、おもりの運動方程式を書け、
 - (4) 運動方程式の接線方向(糸に垂直な方向)成分を変形し、角 θ についての微分方程式を求めよ。ただし、lが十分に長く、 $\sin\theta \simeq \theta$ の近似がよく成り立つとする。
 - (5) 単振り子の接線方向の一般解を求めよ。また、糸の張力を求めよ。ただし、最下点 $\theta=0$ でのおもりの速さを v_0 とする。



垂直抗力

重力

^{*} 電気通信大学 非常勤講師/国立天文台 e-mail: nobuya.nishimura@nao.ac.jp