# DSA - 3 - FIR/IIR Filter design vha. pol-nulpunkts-diagram

FIR vs. IIR
Finite impulse response vs infinite (skal gå mod nul, for at være stabilt)
Foldnings formel

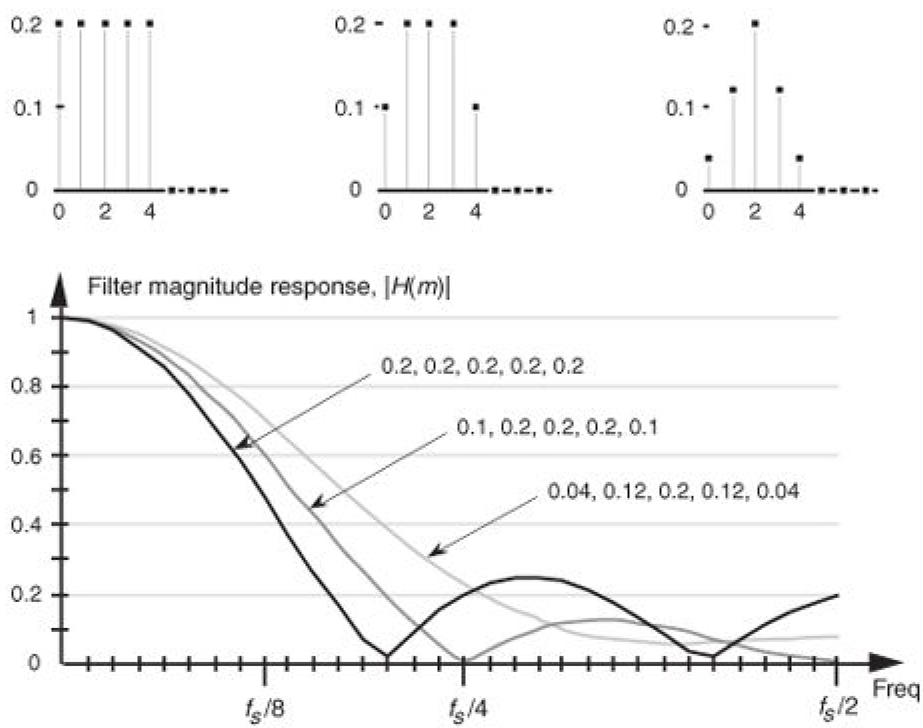
$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot x(n-k)$$

*FIR filter coefficients* and *impulse response* are synonymous.

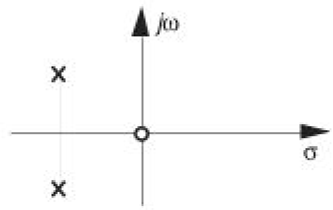
DFT af filter koefficienter er lig med filterets frekvensrespons. Der kan zero-paddes for at opnå større præcision.

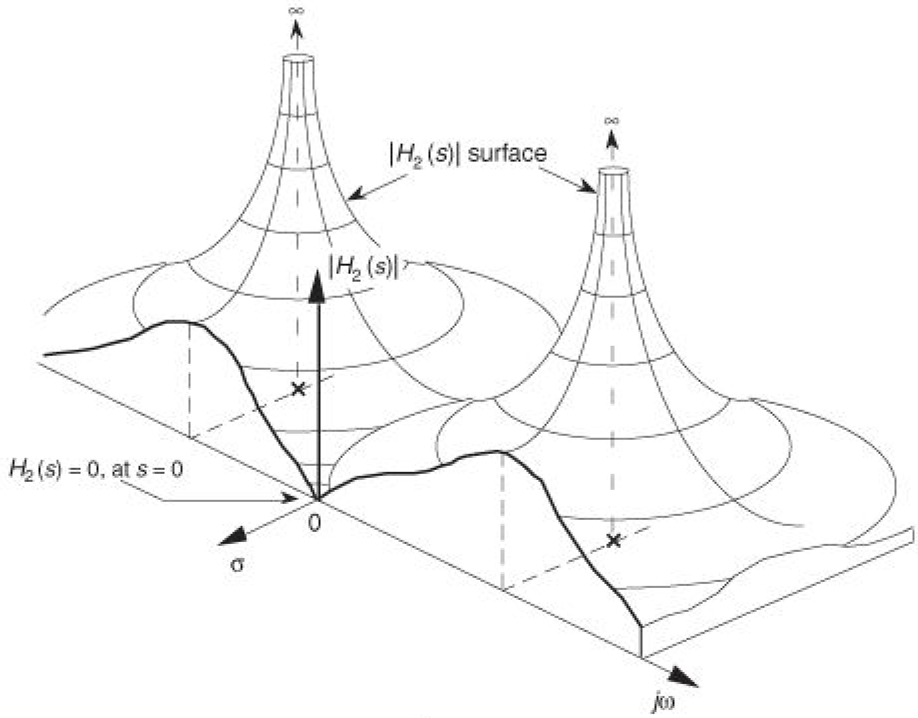
Et FIR filters indsvingningsforløb (transient-response) er lig med antal koefficienter (unit-delay elements), hvorefter filterets *steady-state response* starter.

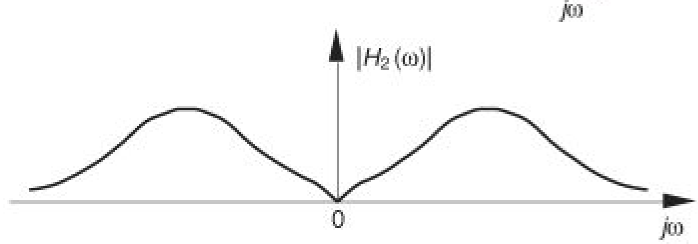
Ligesom ved DFT på signaler giver store spring i koefficientværdier større sidelobes i frekvens responset, men main lobe bliver til gengæld smallere. (windowing kan bruges).
Høj filterorden kræves for at holde main lobe stejl og sidebånd dæmpede.

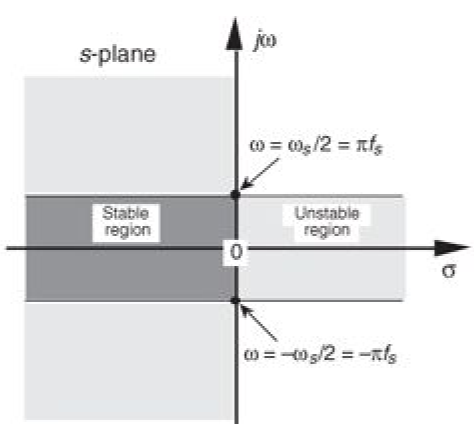


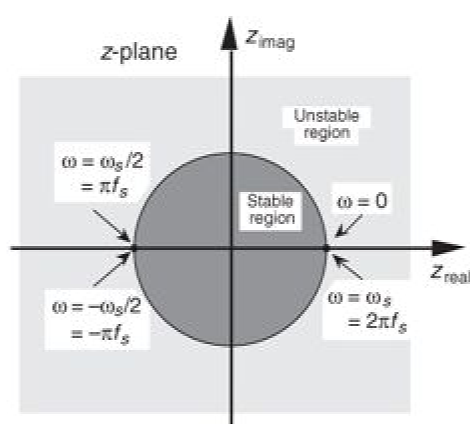
# Pol - nulpunkt diagram metoden



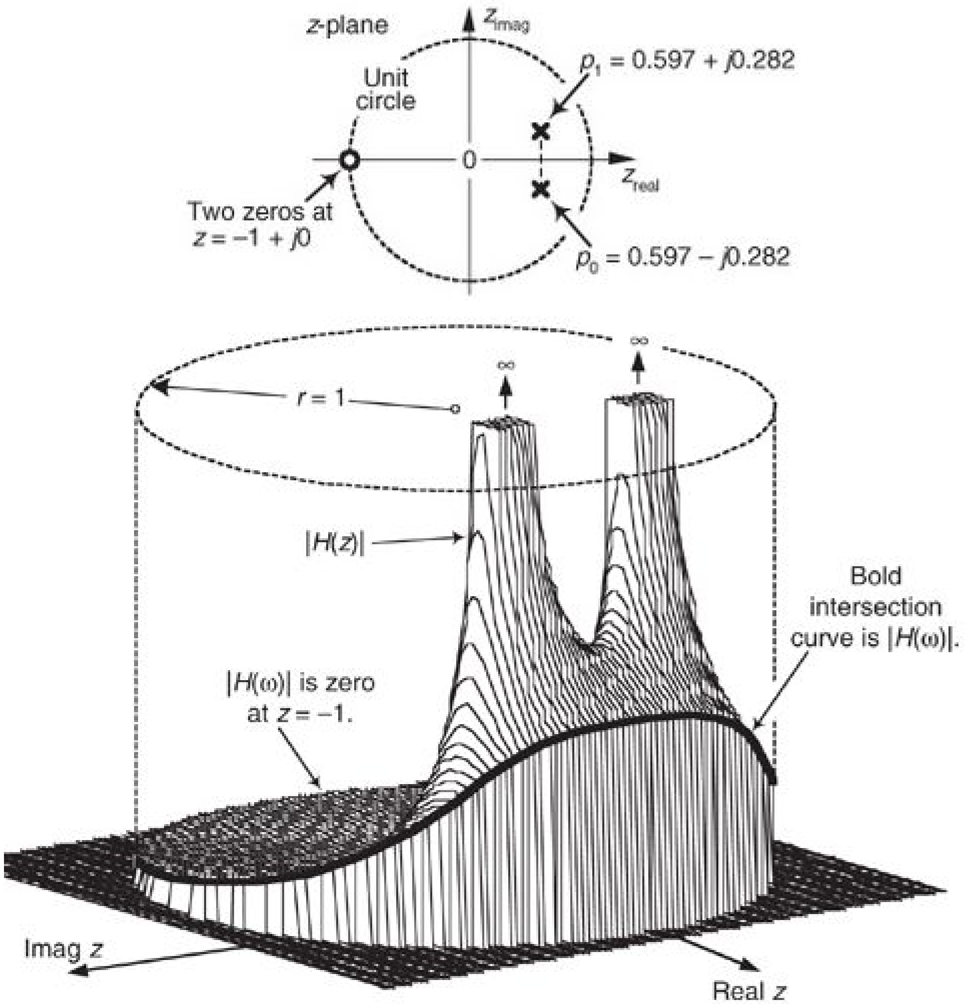



# Fremgangsmåde (Cirkustelt analogi)

Placer konjugerede poler og nulpunkter efter hvilke frekvenser der skal dæmpes og forstærkes. Filteret er stabilt så længe poler er indenfor enhedscirklen.




Opstil faktoriseret form af filterets overføringsfunktion hvor $z_n$ og $p_n$ er komplekse tal som repræsenterer de enkelte poler og nulpunkter.

$$H(z) = \frac{(z-z_0)(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z-p_0)(z-p_1)(z-p_2)(z-p_3)}$$

Ekspander tæller og nævner til formen

$$H(z) = \frac{b(0)z^4 + b(1)z^3 + b(2)z^2 + b(3)z + b(4)}{z^4 + a(1)z^3 + a(2)z^2 + a(3)z + a(4)}$$

Gang igennem med $z^{-k}$ så alle z'er representerer et delay.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b(0) + b(1)\cdot z^{-1} + b(2)\cdot z^{-2} + b(3)\cdot z^{-3} + b(4)\cdot z^{-3}}{1 + a(1)\cdot z^{-1} + a(2)\cdot z^{-2} + a(3)\cdot z^{-3} + a(4)\cdot z^{-4}}$$

Isoler Y(z)

$$Y(z)\cdot\left(1 + a(1)\cdot z^{-1} + a(2)\cdot z^{-2} + a(3)\cdot z^{-3} + a(4)\cdot z^{-4}\right) = X(z)\cdot\left(b(0) + b(1)\cdot z^{-1} + b(2)\cdot z^{-2} + b(3)\cdot z^{-3} + b(4)\cdot z^{-3}\right)$$

$\Updownarrow$

$$Y(z) + Y(z)\cdot a(1)\cdot z^{-1} + Y(z)\cdot a(2)\cdot z^{-2} + Y(z)\cdot a(3)\cdot z^{-3} + Y(z)\cdot a(4)\cdot z^{-4} = X(z)\cdot b(0) + X(z)\cdot b(1)\cdot z^{-1} + X(z)\cdot b(2)\cdot z^{-2} + X(z)\cdot b(3)\cdot z^{-3}$$

$\Updownarrow$

$$Y(z) = X(z)\cdot b(0) + X(z)\cdot b(1)\cdot z^{-1} + X(z)\cdot b(2)\cdot z^{-2} + X(z)\cdot b(3)\cdot z^{-3} - Y(z)\cdot a(1)\cdot z^{-1} - Y(z)\cdot a(2)\cdot z^{-2} - Y(z)\cdot a(3)\cdot z^{-3} - Y(z)\cdot a(4)\cdot z^{-4}$$

Lav invers z transformation for at opnå differens funktion som bruges til implementering a filteret.

$$y(n) = b(0)\cdot x(n) + b(1)\cdot x(n-1) + b(2)\cdot x(n-2) + b(3)\cdot x(n-3) - a(1)\cdot y(n-1) - a(2)\cdot y(n-2) - a(3)\cdot y(n-3) - a(4)\cdot y(n-4)$$

# Signal flow diagram