

Vasua and Socks

Αυθεντικό Link : <http://codeforces.com/problemset/problem/460/A>

Καλωσορίσατε το <<Λύση και επεξήγηση>> του προβλήματος Vasua and Socks .Στην επεξήγηση αυτή θα λύσουμε το πρόβλημα με την εξής μεθοδολογία.

Το πρώτο βήμα που οφείλουμε να κάνουμε,έτσι να κατανοήσουμε το πρόβλημα εις βάθος και συνεπώς να το λύσουμε ευκολότερα είναι το εξής! Πρέπει να διαιρέσουμε την εκφώνηση σε προτάσεις και να καθορίσουμε την κάθε μία σε εντολές,ικανές να μας δώσουν το προβλεπόμενο αποτέλεσμα

1)Ο vasya έχει (n) ζευγάρια κάλτσες

Έχουμε μια μεταβλητή τύπου *Integer* η οποία θα δίνεται ως δεδομένα και θα συμβολίζει τον αριθμό των ζευγαριών κάλτσες

2)Κάθε πρωί Ο vasya πρέπει να βάλει ένα ζευγάρι κάλτσες πριν πάει στο σχολείο.
Χμμ! Ας αναλύσουμε αυτήν την πρόταση ακόμα πιο πολύ! Περιέχει αρκετές χρήσιμες πληροφορίες για εμάς

2.1)**Κάθε πρωί** --> Άρα θα χρησιμοποιήσουμε κάποιο είδος επαναληπτικής διαδικασίας
2.2)... **να βάλει ένα ζευγάρι κάλτσες...** --> άρα η n (κάλτσες) θα μειώνονται σε κάθε επανάληψη της επαναληπτικής διαδικασίας

3)Κάθε M -μέρα η μητέρα του αγοράζει ένα ζευγάρι κάλτσες

Εδώ έχουμε το εξής

Αφού κάθε M μέρα η μητέρα του αγοράζει κάλτσες,τότε υπάρχει μια σχέση ανάμεσα στο n και στο M οπού όταν αυτή ισχύει. Τότε στην n θα γίνεται πρόσθεση + 1 . Άρα εδώ έχουμε μια αύξηση του n υπό συνθήκη ,πράγμα που σημαίνει μια διακλάδωση υπο συνθήκη (αν /if) μέσα στην επαναληπτική διαδικασία

4)Το ζευγάρι κάλτσες δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέχρι την επόμενη μέρα

Αυτό μας παραπέμπει στο γεγονός ότι ο έλεγχος της αύξησης του n υπό συνθήκη(βλέπε από πάνω) πρέπει να γίνει στο τέλος της επαναληπτικής διαδικασίας.Έτσι το αυξανόμενο n να μπορεί να μειωθεί μόνο από την επόμενη επανάληψη

Είναι προφανές λοιπόν ότι η υλοποίηση θα γίνει χρησιμοποιώντας μια μορφή επανάληψης πανομοιότυπη με την *while()* η οποία θα εκτελείται μέχρις ότου Ο vasya θα μείνει από κάλτσες. Φυσικά αυτή είναι μια χρονοβόρα καθυστέρηση για μεγάλο αριθμό n αλλα τώρα αναλύουμε τον προφανή (απλό) αλγόριθμο.Στην συνέχεια θα αναλύσουμε και πιο αποδοτικούς αλγορίθμους
Ο αλγόριθμος θα είναι ως εξής

1Εισαγωγή n,m
2αγορά_κάλτσας = 0
3μετρητής_ημερών=0
4όσο (n>0)
5 αφαίρεσε από την μεταβλητή (n) -1
6 πρόσθεσε στην μεταβλητή(μετρητής_ημερών) +1
7 πρόσθεσε στην μεταβλητή (αγορά_κάλτσας) + 1
8 αν (αγορά_κάλτσας = m) τότε
9 αγορά_κάλτσας = 0
10 πρόσθεσε στην μεταβλητή(n) +1
11
Ας εξηγήσουμε αναλυτικά τι κάναμε εδώ
Γραμμή 2-3
Ορίσαμε τις μεταβλητές

Αγορά_Κάλτσας

Αυτή η μεταβλητή θα προσθέεται κάθε φορά +1 σε κάθε πέρασμα του βρόχου όσο() .
Όταν αυτή ισούται με τον αριθμό των (m) ημερών των οποίων η μητέρα του vasya αγοράζει ένα ζευγάρι κάλτσες τότε θα μηδενίζεται και θα αυξάνεται ένα ζευγάρι κάλτσες στην συλλογή του Vasya. Έτσι είμαστε σίγουροι ότι κάθε m μέρες θα αυξάνεται το σύνολο η των καλτσών κατά ένα ενώ παράλληλα δεν θα παραβιάζουμε τον περιορισμό της πρότασης (6)

μετρητής_ημερών

Αυτή η μεταβλητή μετράει τις επαναλήψεις for(αθροίζοντας +1 σε κάθε επανάληψη) και στο τέλος θα μας αποδώσει το τελικό αποτέλεσμα του προγράμματος μας(το ποσό των διαδοχικών ημερών όπου ο Vasya θα μείνει από κάλτσες
Γραμμές 4-8

όσο(n>0)

Αυτή η γραμμή αρχικοποιεί τον βρόχο <<όσο>> ο οποίος θα εκτελείται όσο ο Vasya έχει κάλτσες

αφαίρεσε από την μεταβλητή (n) -1

Σε κάθε επανάληψη του βρόχου αυτού [κάθε ημέρα δηλαδή] αφαιρείται ένα ζευγάρι κάλτσες από το διαθέσιμο σύνολο αυτών

πρόσθεσε στην μεταβλητή(μετρητής_ημερών) +1

Η μεταβλητή αυτή αυξάνεται κατά ένα με κάθε επανάληψη του βρόχου όσο() για να μετράει τις ημέρες τις οποίες θα μας επιστρέψει στο τέλος

πρόσθεσε στην μεταβλητή (αγορά_κάλτσας) + 1

Η μεταβλητή αυτή έχει ως σκοπό να μετρά τις ημέρες και έτσι αν η ημέρα είναι αυτή η οποία η μητέρα του Vasya θα του προσθέσει ένα ακόμα ζευγάρι στο σύνολο των ζευγαριών του

αν (αγορά κάλτσας = m) τότε

Η συνθήκη αυτή ελέγχει αν αυτή η μέρα είναι αυτή η οποία η μητέρα του θα αγοράζει στον Vasya ένα ακόμη ζευγάρι ... αν είναι αληθές τότε.....

αγορά κάλτσας = 0

Μηδενίζεται ο μετρητής των ημερών.ετσι ώστε να ξαναεκτελεστεί μετά από m ημέρες και...

πρόσθεσε στην μεταβλητή(n) +1

αυξάνει τα ζευγάρια κάλτσες κατά ένα

έχοντας τον έλεγχο στο τέλος της διαδικασίας φροντίζουμε για την σωστή χρήση της πρότασης περιορισμού υπ αριθμόν 6[Σελίδα 1]

Ας δούμε τον αλγόριθμο αυτό γραμμένο στην γλώσσα Python [εκδοσή 3.2]

```
def vasua_and_socks(n,m):  
    new_pair_of_socks=0 #Every m days -> n+1  
    days_counter=0 #final result variable  
    while(n>0): #While vasya has socks  
        days_counter+=1 #days counter [in every loop adds +1 ]  
        n-=1 #socks counter  
        new_pair_of_socks+=1#every m days counter adds +1  
        if(new_pair_of_socks == m): # check if need to plus 1 in socks number  
            new_pair_of_socks=0  
            n+=1  
    return( days_counter) #return the final result after the while() ends !
```

Ο εχθρός του καλού? Το καλύτερο!

Μια βασική αρχή στις διάφορες προσεγγίσεις που πιθανώς να συναντήσετε είναι ότι πάντοτε θα υπάρχει μια καλύτερη λύση από αυτή που βλέπετε! Μια βασική αλλαγή η οποία θα μας κέρδιζε λίγα millisecond για αρκετά μεγάλα n [η διαφορά θα είναι πολύ μικρή] είναι η εξής. Γνωρίζουμε ότι κάθε m μέρες ο Vasya λαμβάνει 1 ζευγάρι για την <<συλλογή>> του από κάλτσες! Πράγμα που σημαίνει ότι αυτές οι m μέρες όταν διαιρούνται ακριβώς(με μηδενικό υπόλοιπο) με την ημέρα την οποία διανύουμε σημαίνει ότι η μέρα που διανύουμε είναι η μέρα που η μητέρα του Vasya θα πάει για να αγοράσει καινούριο ζευγάρι κάλτσες! Σε αυτή την περίπτωση γλιτώνουμε τα εξής

- 1 μεταβλητή [new_pair_of_socks] η οποία ισοδυναμεί με περίπου 4 bytes!
- αυξήσεις μέσα στον βρόνχο ίσες με το σύνολο των ημερων [εντολή γραμμής 7]
- σύνολο_ημερών / m (days_counter δια m) μηδενισμούς μέσα στον βρόνχο [μέσα στο μπλοκ εντολών if][γραμμή 9]

```
def vasua_and_socks_version2(n,m):
    days_counter=0
    while(n>0):
        days_counter+=1
        n-=1
        if(days_counter % m == 0):
            n+=1
    print( days_counter)
```

Ο εχθρός του καλού? Το καλύτερο! (part 2)

Τι θα μπορούσαμε να κάνουμε για να κάνουμε τον κώδικα μας ακόμα πιο απλό?
Αναλύοντας χειρογραφικά τον αλγόριθμο παρατηρούμε το εξής. Όταν η μέρα είναι αυτή η οποία η μητέρα του Vasya αγοράζει ένα ζευγάρι κάλτσες τότε ο αλγόριθμός μας έχει μία <<"άχρηστη">> πράξη!
Τι σημαίνει αυτό?

Ας πάρουμε την περίπτωση όπου το n είναι 2 και το m είναι επίσης 2
αυτό σημαίνει ότι ο Vasua θα μείνει απο κάλτσες σε 3 μέρες την τρίτη μέρα όμως συμβαίνει μια <<άχρηστη πράξη>> καθώς στην 3 επανάληψη γίνεται $n-1$ και 2 γραμμές πιο κάτω γίνεται $n+1$ (καθώς το $\text{days_counter} \% m == 0$ αληθεύει)



Μπορούμε γενικώς να συμπεράνουμε το εξής

Για n επαναλήψεις έχουμε $\frac{n}{m}$ άχρηστες πράξεις!

Για να αποφύγουμε αυτό το ενοχλητικό γεγονός μπορούμε να <<παίζουμε>> με τις λογικές πύλες και συγκεκριμένα την not. Έτσι έχουμε την εξής πρόταση!

```
if not(days_counter % m == 0):
    n-=1
```

Τι λέμε εδώ? Όταν ΔΕΝ είναι η μέρα που η μητέρα του Vasya παίρνει κάλτσες τότε αφάιρεσε -1! αν είναι μην κάνεις τίποτα! Γιατί? Έτσι γλιτώνουμε άχρηστες πράξεις καθώς με τον προηγούμενο τρόπο θα γινόταν αφάιρεση της n (γραμμή 5) και αμέσως αύξηση της (γραμμή 7). Άρα $-1+1 = 0$! άρα άχρηστη πράξη!. Έτσι γλιτώνουμε αρκετές άχρηστες πράξεις για αρκετά μεγάλο αριθμό n πράγμα που μπορεί να συμβάλλει και στον ταχύτερο τερματισμό του αλγορίθμου μας!