Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengänge IW, KI
R. Wörle, Dr. G. Tapken WS 2023/24

3. Übungsblatt zur Mathematik 2

Aufgabe Ü3.1

Betrachten Sie die Multiplikation einer $n \times n$–Matrix mit einem Vektor aus dem $\mathbb{R}^n$. Drücken Sie die Anzahl für diese Berechnung benötigter Multiplikationen in passender Landau-Schreibweise aus.

Aufgabe Ü3.2

Bestimmen Sie die Grenzwerte der gegebenen Folgen (sofern diese existieren):

a) $a_n := \frac{(2^n-6)^2}{2\cdot 4^n+1}$

b) $b_n := \frac{(\cos(n))^2}{\sqrt{n}}$

c) $c_n := n^2 - \sqrt{n^4+3n^2+2}$

d) $d_n := n \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{42}\right)$

e) $e_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

f) $f_n := \sqrt[n]{\sqrt[n]{n!}}$

Hinweis: c) 3. Binomische Formel, d) Binomischer Lehrsatz

Aufgabe Ü3.3

(Babylonisches Wurzelziehen)

Für $x_0 \geq 0$ sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathbb{R}$ rekursiv definiert durch

$$a_{n+1} := \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{x_0}{a_n}\right), \quad n \in \mathbb{N},$$

wobei $a_1 > \sqrt{x_0}$ fest vorgegeben sei. Zeigen Sie:

a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $a_n > \sqrt{x_0}$. (Induktion)

b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist monoton fallend. (z.B. Induktion)

c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_0}$.

Aufgabe Ü3.4

Eine grobe Schätzung der gesamten Öl- und Gasreserven im norwegischen Festlandsockel zu Beginn des Jahres 1999 betrug 13 Milliarden (=$13\cdot 10^9$) Tonnen. Die Förderung im Jahr 1999 lag bei ungefähr 250 Millionen Tonnen.

a) Wann werden die Reserven erschöpft sein, wenn man davon ausgeht, dass die Fördermenge erhalten bleibt?

b) Nehmen Sie an, dass die Fördermenge jedes Jahr um 2% reduziert wird. Wie lange werden dann die Reserven reichen?