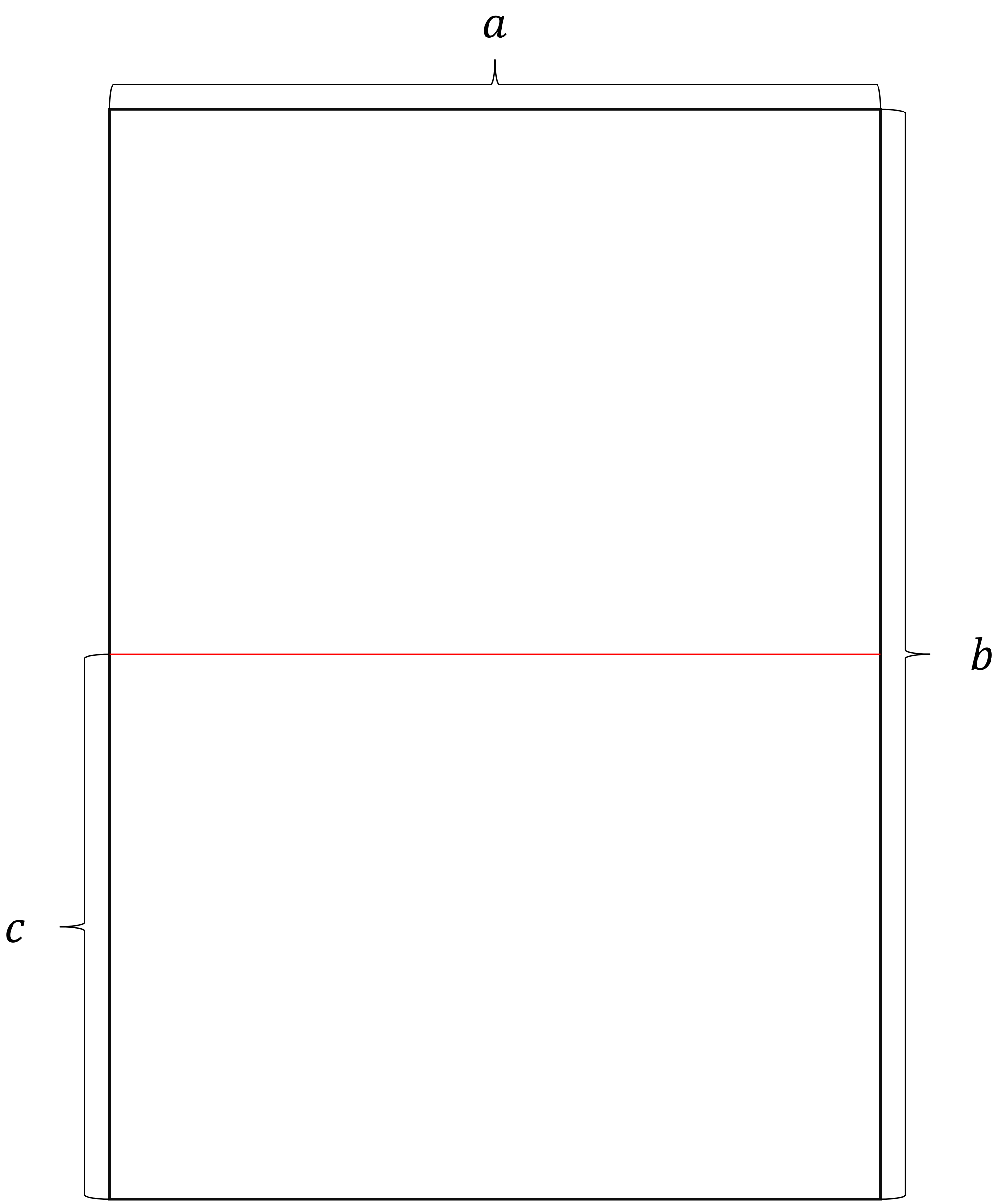
$\sqrt{2}$

Noah Schlenker

Leon Baptist Kniffki

Christian Krinitsin



Wofür ist $\sqrt{2}$ nötig?

- Gesucht: Seitenverhältnis x
- $b = xa, a = xc, c = \frac{1}{2}b$
- $b = xxc = x^2c$
- $b = \frac{x^2}{2}b$
- $1 = \frac{x^2}{2}$
- $2 = x^2$
- $x = \sqrt{2}$
- Durch das Seitenverhältnis $1{:}\sqrt{2}$ bleibt das Format beim Halbieren erhalten

Wie bestimmt man $\sqrt{2}$?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} x_{n-1} & x_n \\ x_n & x_{n+1} \end{pmatrix} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} 1 + \frac{x_n}{x_{n+1}} = \sqrt{2}$$

Wie bestimmt man $\sqrt{2}$?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} x_{n-1} & x_n \\ x_n & x_{n+1} \end{pmatrix} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} 1 + \frac{x_n}{x_{n+1}} = \sqrt{2}$$

- Probleme:
  - Beliebig große Zahlen
  - Exponentiationen dauern lange
  - Division beliebig genauer Zahlen

Die Matrixmultiplikation

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

Acht teure Multiplikationen

Die Matrixmultiplikation

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

Acht teure Multiplikationen

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot a_1 + a_2 \cdot a_2 & a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 \\ \boldsymbol{a_2} \cdot \boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{a_3} \cdot \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{a_2} \cdot \boldsymbol{a_2} + a_3 \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

Nur noch fünf Multiplikationen

Mit $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ a_1 + 2a_2 & a_2 + 2a_3 \end{pmatrix}$$

Durch Bitshifts und Addition realisierbar

$$x_0 = 0,\ x_1 = 1$$
$$x_n = 2x_{n-1} + x_{n-2}$$

Vier Multiplikationen