유의 사항

▶ 조교

박 주 현 (ITBT Bldg, #808)

E-mail : hy.dmclass.hw@gmail.com

Phone : 010 - 4179 - 3598

▶ 제출 기간

2018. 09. 18 ~ 2018. 10. 01. 18:00 (Late. 2018. 10. 05. 18:00)

Office Hour : 10:30 ~ 18:00

▶ 제출물

- 2018년 2학기 이산수학 과제1 수기 문제 풀이
- Coq 과제 수행 보고서

▶ 제출 방법

- '2018년 2학기 이산수학 과제1'에 제공된 문제들을 별도의 용지에 번호를 표시 후, 수기로 풀어 ITBT 808호로 제출합니다 (별도의 용지에 번호를 표시할 때 문제는 쓰지 않으셔도 됩니다).
- 과제 제출 시, 맨 앞장은 표지/커버 입니다. (표지에 수업시간, 학번, 이름을 반드시 명시해주시기 바랍니다.)
- 각 문항에 대하여 풀이과정과 답을 명시해야하며, 가급적 볼펜 사용을 권장합니다.
  (연필, 샤프 등 쉽게 지워 질 수 있는 필기도구는 사용을 자제해 주시기 바랍니다.)
- 지연 제출 시 감점되며, 미제출 시 0점입니다.

▶ Coq 과제 관련 안내

- 먼저 Coq을 https://coq.inria.fr/download 에서 설치합니다.
- 설치한 Coq을 통해 다음 3개 주소에 있는 강의 자료를 따라하시기 바랍니다.
  1) http://www.cs.nott.ac.uk/~psztxa/g52ifr/html/Prop.html
  2) http://www.cs.nott.ac.uk/~psztxa/g52ifr/html/Pred.html
  3) http://www.cs.nott.ac.uk/~psztxa/g52ifr/html/Bool.html

- 위 강의자료의 실습 내용에 대하여 이해하지 않은 채 그대로 복사 & 붙여넣기로 수행하거나 남의 과제를 그대로 배끼는 등의 행위를 금지합니다. 이에 직접 본인이 이해하고 수행한 내용을 보고서로 제출하시기 바랍니다. (예: 수행 결과 관련 스크린샷, 증명 과정의 관한 설명 혹은 본인만의 방식이 포함된 증명 방법 등)

- 문제 풀이는 반드시 수기로 작성해야 하나 보고서의 경우 타이핑 후 인쇄하셔도 무관합니다.
- 보고서는 반드시 문제 풀이와 같이 철하여 제출해주시기 바랍니다.

▶ 감점 사항

- 각 문항에 풀이과정이 없을 경우.
- 정답을 확실하게 표시하지 않을 경우.
- 표지/커버에 수업시간, 학번, 이름이 명시되지 않은 경우.
- 지연 제출.

2018년 2학기 이산수학 과제 1

1. Is the assertion “This statement is false” a proposition?

2. Show that $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$ is a tautology.

3. The **dual** of a compound proposition that contains only the logical operators $\vee$, $\wedge$, and $\neg$ is the proposition obtained by replacing each $\vee$ by $\wedge$, each $\wedge$ by $\vee$, each T by F, and each F by T. The dual of proposition s is denoted by s^*. Find the dual of each of these propositions.
   a) $p \wedge \neg q \wedge \neg r$
   b) $(p \wedge q \wedge r) \vee s$
   c) $(p \vee F) \wedge (q \vee T)$

4. Express each of these system specifications using predicates, quantifiers, and logical connectives, if necessary.
   a) At least one console must be accesible during every fault condition.
   b) The e-mail address of every user can be retrieved whenever the archive contains at least one message sent by every user on the system.
   c) For every security breach there is at least one mechanism that can detect that breach if and only if there is a process that has not been compromised.
   d) There are at least two paths connecting every two endpoints on the network.
   e) No one knows the password of every user on the system except for the system administrator.

5. Find a counterexample, if possible, to these unviersally quantified statements, where the universe of discourse for all variables consists of all integers.
   a) $\forall x \exists y (x = 1/y)$
   b) $\forall x \exists y \left(y^2 - x < 100\right)$
   c) $\forall x \forall y \left(x^2 \neq y^3\right)$

6. Prove the **triangle inequality**, which states that if x and y are real numbers, then $|x| + |y| \geq |x+y|$ (where $|x|$ represents the absolute value of x, which equals x if $x \geq 0$ and equals $-x$ if $x < 0$).

7. Prove that a square of an integer ends with a 0, 1, 4, 5, 6, or 9. (Hint: Let $n = 10k + l$ where $l = 0, 1, \ldots, 9$.)

8. In this exercise **Russell’s paradox** is presented. Let S be the set that contains a set x if the set x does not belong to it self, so that $S = \{x | x \notin x\}$.
   a) Show that the assumption that S is a member of S leads to a contradiction.
   b) Show that the assumption that S is not member of a S leads to a contradiction.
   From parts (a) and (b) it follows that the S cannot be defined as it was. This paradox can be avoided by restricting the types of elements that sets can have.

9. Let A, B and C be sets. Show that
   a) $(A \cup B) \subseteq (A \cup B \cup C)$.
   b) $(A \cap B \cap C) \subseteq (A \cap B)$.
   c) $(A - B) - C \subseteq A - C$.
   d) $(A - C) \cap (C - B) = \varnothing$
   e) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$

10. The successor of the set A is the set $A \cup \{A\}$. How many elements does the successor of a set with n elements have?

11. Show that if x is a real number and n is an integer, then
   a) $x \leq n$ if and only if $\lceil x \rceil \leq n$.
   b) $n \leq x$ if and only if $n < \lfloor x \rfloor$